

# المحاضرة الأولى

▶ يستخدم الاحصاء في كل الحقول العلمية التي يتعامل معها الانسان  
مثل:

التعليم, الصحة, الادارة, الزراعة, ..... الخ.

▶ الاحصاء له خاصيتان:

▶ أ. نظرية وهو ما يسمى (الاحصاء الرياضي)

▶ ب . عملية

\* النظرية حيث يتعامل علم الاحصاء مع البرهان لبعض النظريات  
الاحصائية, الاشتقاق, القوانين, المعادلات.

▶ \* . العملية وهي تطبيق هذه النظريات او القوانين او القواعد  
الرياضية لحل بعض المشكلات الحقيقية في المجتمع.

► يقسم الاحصاء العملي الى قسمين حسب التعامل مع البيانات وهما:

► 1 . الوصفي : ويتضمن جمع وعرض وتحليل بيانات العينة باستخدام (الرسومات الاحصائية, المقاييس الاحصائية, والجداول) حيث تؤدي هذه الى وصف البيانات.

► 2 . التحليلي ( الاستقرائي): يقوم بتفسير النتائج التي يصل اليها الاحصاء الوصفي لاتخاذ القرارات المناسبة وتعميمها على المجتمع

▶ بعض المصطلحات الاحصائية المهمة:

▶ المجتمع: هو مجموع جميع الافراد موضوع البحث.

▶ هنالك نوعان من المجتمع بالنسبة الى عدد افراده:

▶ 1 . منتهية اي يمكن حصر وعد افراد المجتمع ( مثل اعداد الكتب في مكتبة الجامعة).

▶ 2. غير منتهية اي لا نستطيع حصر عدد افراد هذا المجتمع  
مثل ( عدد افراد المجتمع الذي يستخدم دواء ( panadol ).

▶ العينة: مجموعة جزئية من المجتمع.

▶ المعلمه parameter هو قيمة عددية توصف جميع بيانات التي  
تمثل المجتمع ويرمز لها بالحروف اليونانية

▶ مثال: معدل اطوال طلاب جامعة الدمام ( $\mu$ ), والانحراف المعياري لاطوال هؤلاء الطلاب ( $\sigma$ ).

▶ الاحصائيات statistics: قيمة عددية تمثل بيانات العينة ويرمز لها بالحروف الانجليزية مثل (M, S, x-bar)

▶ مثال: معدل اطوال عينة مكونة من 30 طالب من طلاب الجامعة.

▶ المتغير variable: الخصائص التي يتصف فيها كل افراد المجتمع او العينة (العمر, الطول, الوزن, ... الخ)

جمع البيانات: حتى نقوم بجمع البيانات فأنا لأبد من سحب عينة من المجتمع:

\* طرق سحب العينات هي:

1. العينة العشوائية البسيطة

2. العينة الطبقية.

3. العينة العنقودية

4. العينة المنتظمة

5. العينة المعيارية

# جامعة الدمام

\* طرفه حسب العينات

(أ) العينة العشوائية البسيطة.

- بنا أهم صفات استخدام هذه الطريقة هو

(أ) حجم المجتمع يجب أن يكون معلوم مسبقاً .  
نرمز بحجم المجتمع بالحرف  $N$  .

(ب) أفراد المجتمع متجانسين .

مثال: معدل أطوال طلاب كلية الدراسات التطبيقية  
وقدمه المجتمع .

طالب  $N = 1000$

- أريد أن أسحب عينة حجمها  $n = 50$

- نستخدم جداول الأرقام العشوائية

157/32

343/21

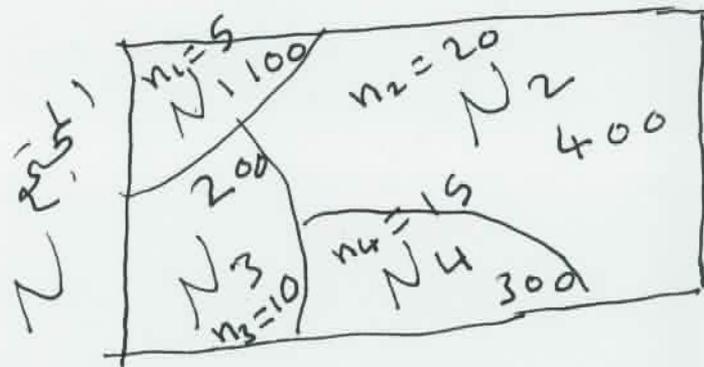
⋮

0001 - - - - 9999

الوسط الحسابي لأطوال الطلاب  $n = 50$

هو  $\bar{x} = 175$

- ٢ - العينة الطيفية
- من خصائص هذه الطريقة هو ان يكون  
المجتمع غير متجانس و عدد افرادة غير معلوم ،  
مثال: معدل دخل الفرد في المملكة من شهر .



$$n = 50 \quad N = 1000$$

$$N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = N = 1000$$

$$N_1 = 100 \rightarrow n_1 = \frac{n}{N} \times N_1$$

$$N_2 = 400 \rightarrow n_2 = \frac{n}{N} \times N_2$$

$$N_3 = 200$$

$$N_4 = 300$$

$$n_1 = \frac{50}{1000} \times 100 = 5$$

$$n_2 = \frac{50}{1000} \times 400 = 20$$

$$n_3 = \frac{50}{1000} \times 200 = 10$$

$$n_4 = \frac{50}{1000} \times 300 = 15$$



\* الاجراء هو وسيلة لا غاية .

مثال: قبول الطلبة لعلمية التعلّم باستخدام الموبايل .

١) مجمع الدراسة

٢) عينته ( حجم العينة والطريقة المناسبة لجمعها )

٣) جمع البيانات من افراد العينة .  
مثال: عدة طرق لجمع البيانات منها :

١) الهاتف

٢) المقابلة الشخصية

٣) الاستبانة

٤) عرض البيانات لطريقة صحيحة

٥) تحليل هذه البيانات

٦) اتناء القراء

---

٧) الهدف من الدراسة

\* طرق عرض البيانات :

(1) طريقة الجداول  
وهي عبارة عن وضع البيانات في جداول . حيث  
يوضع عنوان للجدول بما يحتويه هذا  
الجدول من معلومات .

مثال : كان عدد الطلبة في إحدى المدارس  
الأساسية في سنة 1990 كما في الجدول (1)

الصف	عدد الطلبة
الأول	45
الثاني	40
الثالث	40
الرابع	32
الخامس	30
السادس	30
السابع	25
الثامن	25
التاسع	25
العاشر	25

(2) طريقة المتطيلات او الاعداد:

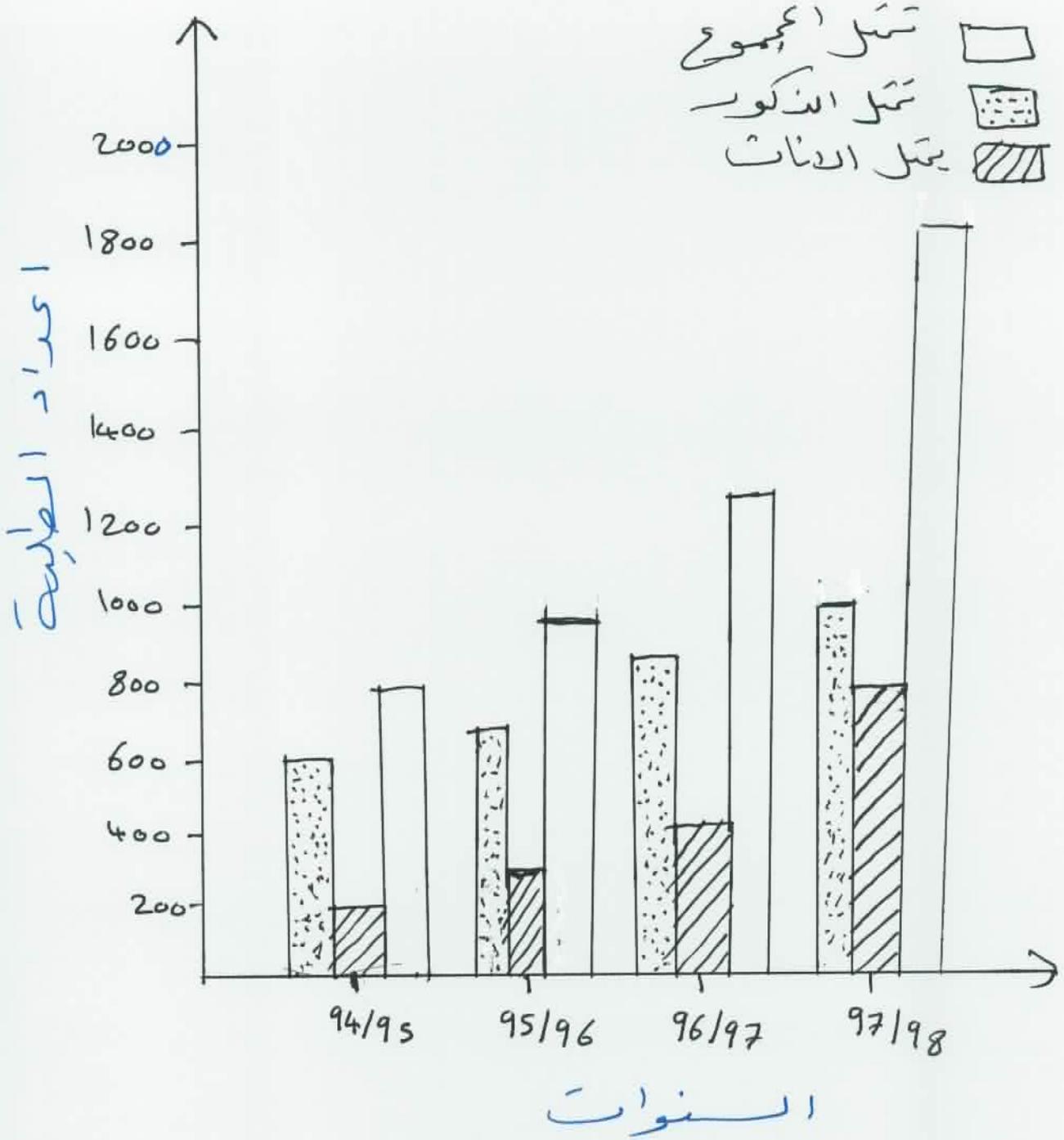
\* توضع المسميات على محور افقي  
ورسم متطيل على كل مسمى يكون  
طول ارتفاعه ممثلاً للقيمة المقابله  
لذلك المسمى وذلك باستعمال  
مقياس رسم مناسب.

مثال: يمثل الجدول (2) اعداد الطلبة في احدى  
الكليات في جامعة الدمام خلال  
السنوات 94/1995 - 97/1998

الجدول (2)

السنة	الذكور	الاناث	المجموع
94/95	600	200	800
95/96	700	300	1000
96/97	850	450	1300
97/98	1050	800	1850

اعرض هذه البيانات بطريقة المتطيلات.

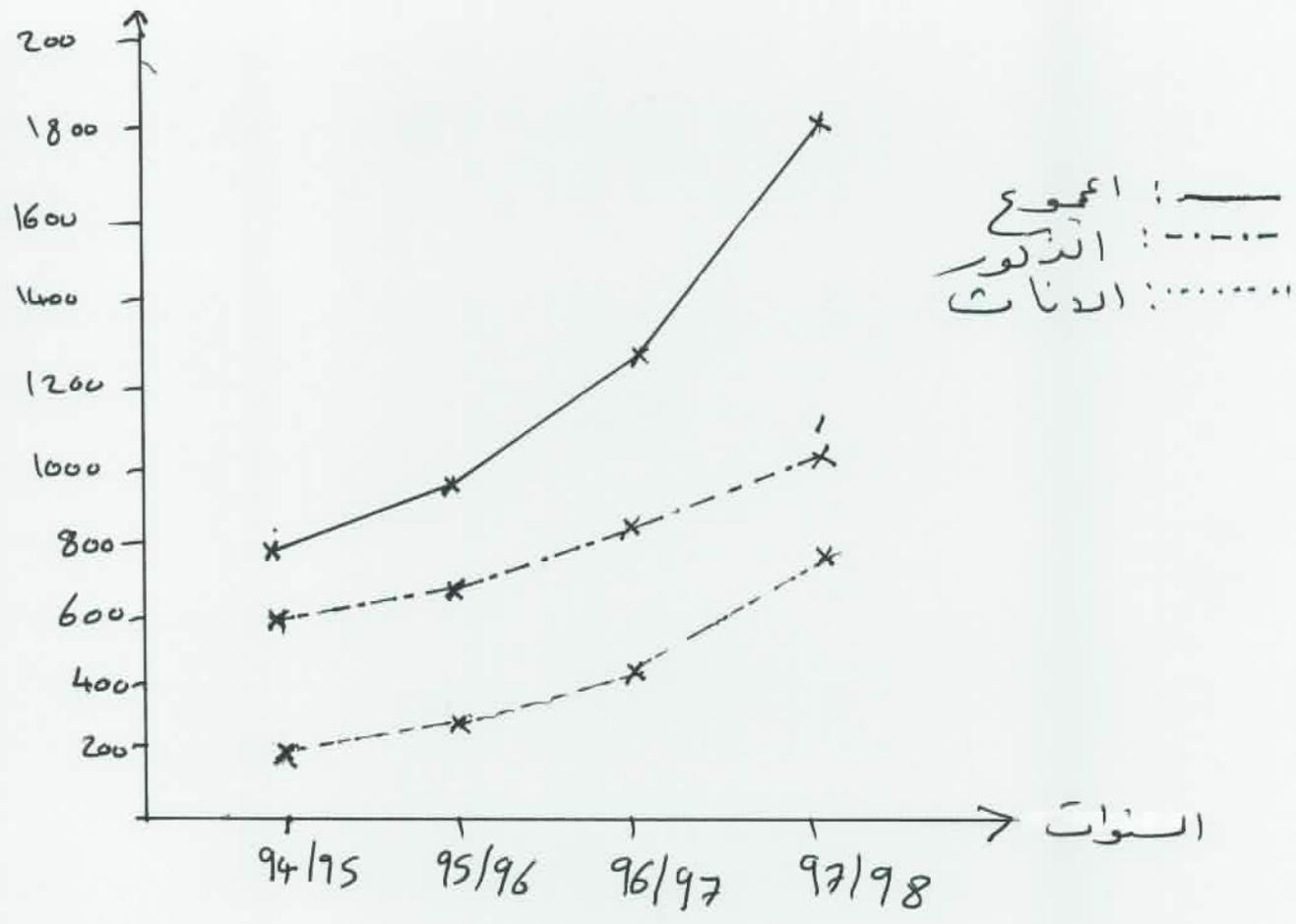


### (3) طريقة الخط المنكسر

تتمثل هذه الطريقة لعرض البيانات الناتجة من تغير ظاهرة او عدة ظواهر مع سميات او مع الزمن او تغير اعداد الطلبة في جامعة مع السنوات او تغير درجة حرارة مريض مع الزمن .

مثال: اعرض البيانات في الجدول التالي بطريقة الخط المنكسر .

عدد الطلبة



الشكل (2)

(4) طريقة الخط المنحني  
 هي نفسها طريقة الخط المنكسر والفرص الوحد  
 هو بطريقة التوصل بين النقاط المتتالية  
 حيث تكون هنا هي شكل منحنى .

(5) طريقة الدائره

تقوم بتقسيم الكل الى اجزائه ، فيمثل  
 المجموع الكل بدائره كامله ويمثل كل  
 جزء بقطاع دائره .

مثال : يمثل الجدول (3) عدد اعضاء هيئه  
 التدريس في احدى الجامعات خلال  
 السنوات 95/96 - 98/99

جدول (3)

عدد اعضاء هيئه التدريس	العام الجامعي
90	95/1996
105	96/97
120	97/98
135	98/99
450	

اعرض هذه البيانات بطريقة الدائره .

$$\begin{aligned} &= \text{المجموع الكلي} \\ &90 + 105 + 120 + 135 \\ &= 450 \end{aligned}$$

حتى نجد الزاوية لأي قطاع نطبق القانون التالي :

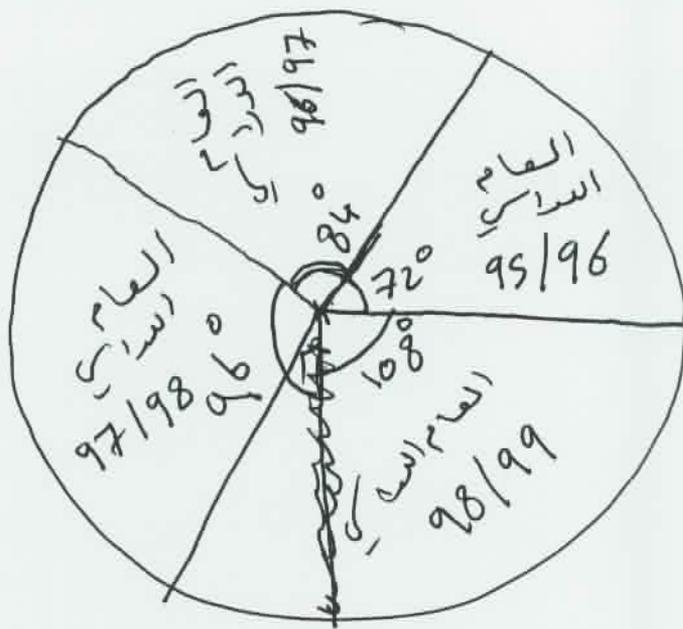
$$\begin{aligned} &\text{زاوية قطاع } 95/96 \\ &= \frac{90}{450} \times 360^\circ \\ &= \boxed{72^\circ} \end{aligned}$$

$$\frac{\text{عدد امضاء هيئة التدريس لهذه السنة}}{\text{المجموع الكلي}} = \text{زاوية القطاع } 96/97$$

$$\begin{aligned} &360^\circ \times \\ &= \frac{105}{450} \times 360^\circ = \boxed{84^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \text{زاوية القطاع } 97/98 \\ &= \frac{120}{450} \times 360^\circ = \boxed{96^\circ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \text{زاوية قطاع } 98/99 \\ &= \frac{135}{450} \times 360^\circ \\ &= \boxed{108^\circ} \end{aligned}$$



## \* بناء التوزيع التكراري :

تعريفًا:

التوزيع التكراري هو عبارة عن جدول يحتوي على عموديه الأول يمثل الفئات والثاني يمثل التكرارات .

خصائص هذا التوزيع :

(1) الفئات تكون غير متداخلة .

(2) يجب أن تكون الفئات ذات أطوال متساوية .

(3) أن تحتوي هذه الفئات على جميع البيانات التي نريد تمثيلها .

## المحاضرة الرابعة

\* العينة العشوائية البسيطة :-

١) حجم المجتمع معروف مسبقاً

٢) المجتمع متجانس

حجم المجتمع (  $N$  )

$$N = 1000$$

$$1000 - 1 = 999$$

000, 001, 002, ... , 999

234 | 5 | 6

124 | 3 | 2

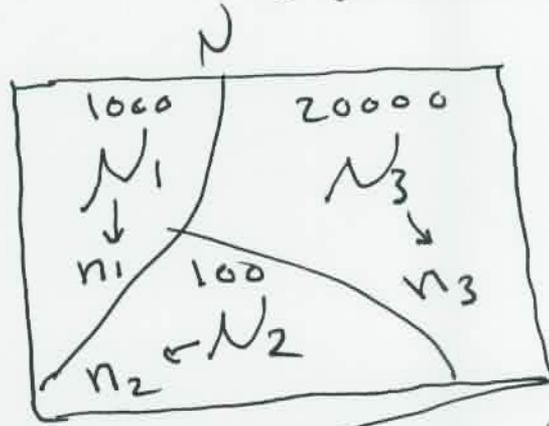
157 | 1 | 0

⋮

$$~~N = 5000~~$$

حجم العينة  $n = 100$

٢٤ العينة الطبقية:



$$N_1 + N_2 + N_3 = N$$

تعرف سبباً  $n = 100$

$$= 1000 + 100 + 20000$$

$n_1$     $n_2$     $n_3$

$$n_1 + n_2 + n_3 = n$$

$$n_1 = \frac{n}{N} \times N_1 =$$

$$= \frac{100}{21100} \times 1000 =$$

$$n_2 =$$

$$n_3 =$$

ملاحظة: هنا نستخدم طريقتين لسبب افراد العينة، الطريقة الاولى باستخدام العينة الطبقية اما الطريقة الثانية فهي العينة العشوائية البسيطة.

## \* بناء التوزيع التكراري :

مثال : ابن التوزيع التكراري للبيانات التالية :  
 التي تمثل درجات 30 طالب في امتحان نهائي لمادة الرياضيات :

15, 21, 22, 25, 30, 35, 33, 18, 41, 42, ~~47~~ 19  
 26, 19, 20, 29, 30, 38, 36, 35, ~~35~~ 19  
 17, 16, 21, 22, 22, 35, 35, 41, 45, 46

يتم بناء التوزيع حسب الخطوات التالية :

(1) نحدد عدد الفئات وعادة تكون بين 5 و 15 .  
 في مثالنا تكون عدد الفئات 6 .

(2) المدى = أكبر ملاحظة - أصغر ملاحظة

$$= 47 - 15 = \underline{\underline{32}}$$

(3) نجد طول الفئة ( $\Delta$ ) بقراءة دلتا

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

$$\Delta = \frac{32}{6} = 5.333 \approx 5$$

التقريباً دائماً يكون الالاعى .

ملاحظة: طول الفئة يجب ان يتناسب مع

البيانات فإذا كانت البيانات

اعداد صحيحة يجب ان يكون طول الفئة

عدد صحيح. وإذا كانت البيانات

ذات منزلة عشرية واحدة يجب ان يكون

كذلك طول الفئة ذو منزلة عشرية واحدة

وهكذا .

مثال: عدد كذا قرب  $\Delta$  حسب البيانات الموجودة  
في الجدول .

- إذا كانت البيانات ذات منزلة عشرية واحدة .

$$\Delta = 2.56 \approx 2.6$$

$$\Delta = 6.333 \approx 6.4$$

$$\Delta = 4.2476812 \approx 4.3$$

- إذا كانت البيانات ذات منزلة عشرية

$$\Delta = 4.2476812 \approx 4.25$$

$$\Delta = 6.333 \approx 6.34$$

(4) الفئة الأولى هي الأهم:

الفئة تتكون من عددين عددين واحد من واحد على  
- الحد الأدنى للفئة هو أصغر من أدنى  
أصغر ما هدة ويفضل اختيار  
أصغر ما هدة ما بين المتاحات.  
في مثالنا:

$$\text{الحد الأدنى} = 15$$

$$\text{الحد الأعلى} = \text{الحد الأدنى} + \Delta - \text{وحدة دقة}$$

$$= 15 + 6 - 1 = 20$$

∴ الفئة الأولى من التوزيع التكراري

$$15 - 20$$

وحدة الدقة تتناسب مع شكل البيانات  
إذا كانت البيانات أعداد صحيحة كانت  
وحدة الدقة 1.

- وإذا كانت البيانات ذات منزلة عشرية  
واحدة كانت وحدة الدقة تساوي 0.1

- إذا كانت البيانات ذات منزلة  
كانت وحدة الدقة هي 0.01

- ثلاث منازل عشرية كانت وحدة الدقة 0.001  
وهكذا ...

الفئات	تفریح البيانات	التكررات ( $f_i$ )	مركز الفئات ( $X_i$ )	الفئات الفعلية
		0		8.5 - 14.5
15 - 20	###11	7	17.5	14.5 - 20.5
21 - 26	###1	6	23.5	20.5 - 26.5
27 - 32		4	29.5	26.5 - 32.5
33 - 38	###11	7	35.5	32.5 - 38.5
39 - 44		3	41.5	38.5 - 44.5
45 - 50		3	47.5	44.5 - 50.5
4 المجموع		$30 = \sum_{i=1}^6 f_i$		عدد البيانات

- لبيان الفئات الأخرى فقط نضيف طول الفئة  $\Delta$  أي كل حد من الحدود الأخرى والآخر.

- ملاحظة: الفرق بين كل حد والحد الذي يسبقه هو يمثل طول الفئة.

عدد الفئات  $\uparrow$

$$\sum_{i=1}^6 f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6$$

$$= 7 + 6 + 4 + 7 + 3 + 3$$

$$= 30$$

$$\text{مركز الفئة } n = \frac{\text{الحدا الأدنى للفئة } n + \text{الحدا الأعلى للفئة}}{2}$$

$$\text{مركز الفئة } 1 = \frac{15 + 20}{2} = \boxed{17.5}$$

ولابد بقاء بقية مراكز الفئة فقط نصف طول الفئة .

- الفئات الفعلية تتكون بطرح نصف وحدة دقة من الحد الأدنى لكل فئة وإضافة نصف وحدة دقة للحد الأعلى لكل فئة .

- مثلاً وحدة الدقة = 1

∴ نصفها = 0.5 .

- إذا كانت وحدة الدقة 1.0 نصفها  $\frac{1.0}{2} = 0.5$

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

الفئات	$f_i$ (لا تكرار)	التكرارات النسبية	التكرار النسبي
15 - 20	7	$\frac{7}{30} = 0.233$	$0.233 \times 100\% = 23.3\%$
21 - 26	6	$\frac{6}{30} = 0.20$	$0.2 \times 100\% = 20\%$
27 - 32	4	$\frac{4}{30} = 0.133$	13.3%
33 - 38	7	$\frac{7}{30} = 0.233$	23.3%
39 - 44	3	$\frac{3}{30} = 0.10$	10%
45 - 50	3	$\frac{3}{30} = 0.10$	10%
المجموع	30	1	100%

- التكرار النسبي = التكرار النسبي  $\times 100\%$

- التكرار النسبي الصاعد: جدول يحتوي على الحدود الفعلية العليا مع التكرار المتجمعة.

الفئات العليا الفعلية	التكرار المتجمعة
أقل من 14.5	0
أقل من 20.5	7
أقل من 26.5	13
أقل من 32.5	17
أقل من 38.5	24
أقل من 44.5	27
أقل من 50.5	30

المحاورة التكرارية !  
\* ضرورة تمثيل التوزيع التكراري !

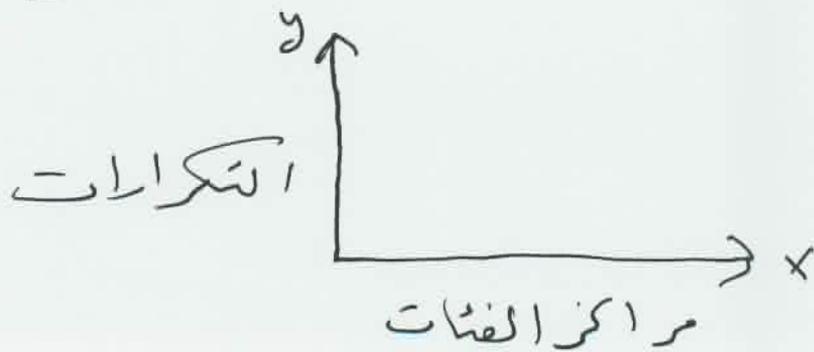
(ا) المدرج التكراري



نضع الحدود الفعلية على المحور الأفقي كما وضع التكرارات على المحور العمودي ومن ثم نقيم المستطيلات بحيث تكون قائمتها تباري طوول الفئة وارتفاعها يباري التكرار المقابل لهذه الفئة .

(ب) المصنوع التكراري

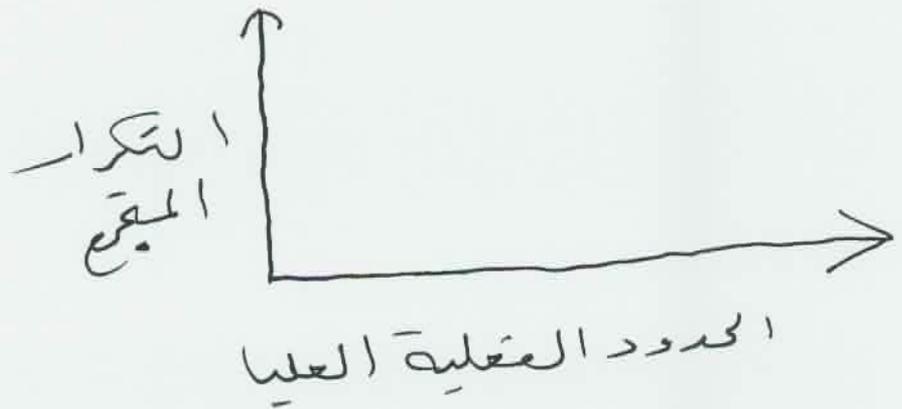
نضع على المحور الأفقي مراكز الفئات وعلى المحور العمودي التكراري .



### (٣) المنحنى التكراري

وهو نفس المصطلح التكراري في راسه  
والقاربه الوصيد بينها عوضاً طريقة  
التوصيل بين النقاط المتتالية بحيث  
هنا يكون بشكل منحنى .

### (٤) المصطلح التكراري المتجمع الصاعد

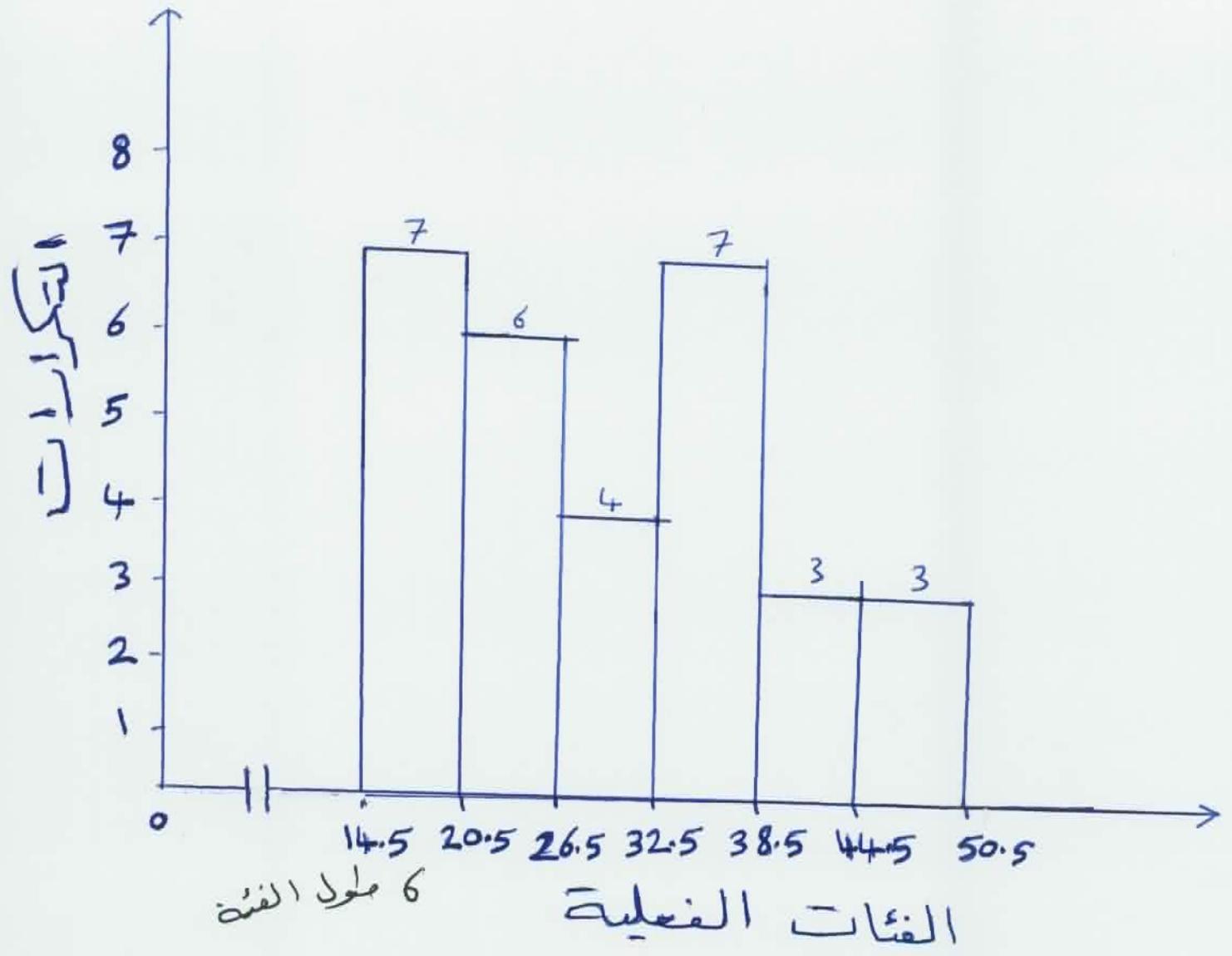


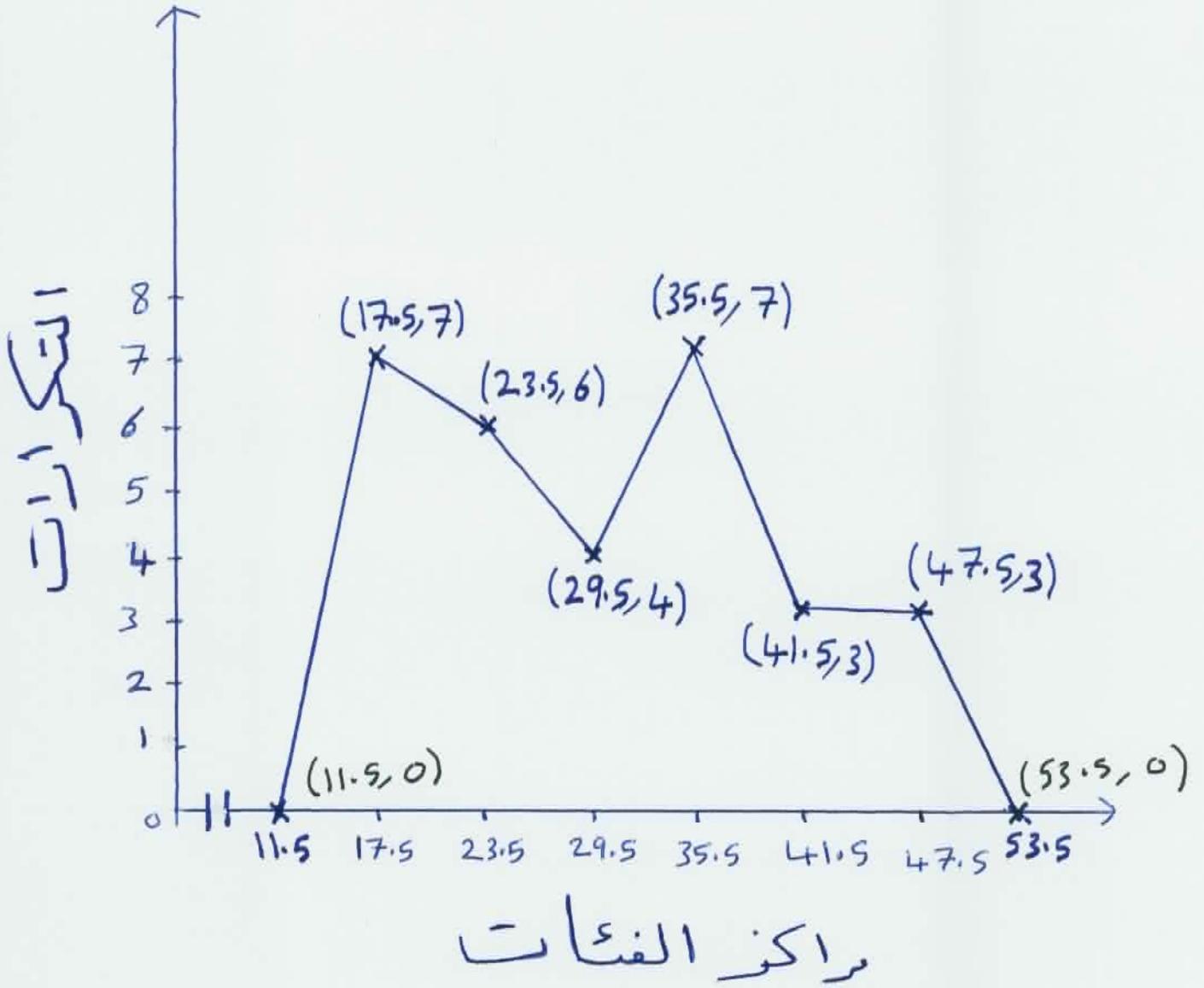
### (٥) المنحنى التكراري المتجمع

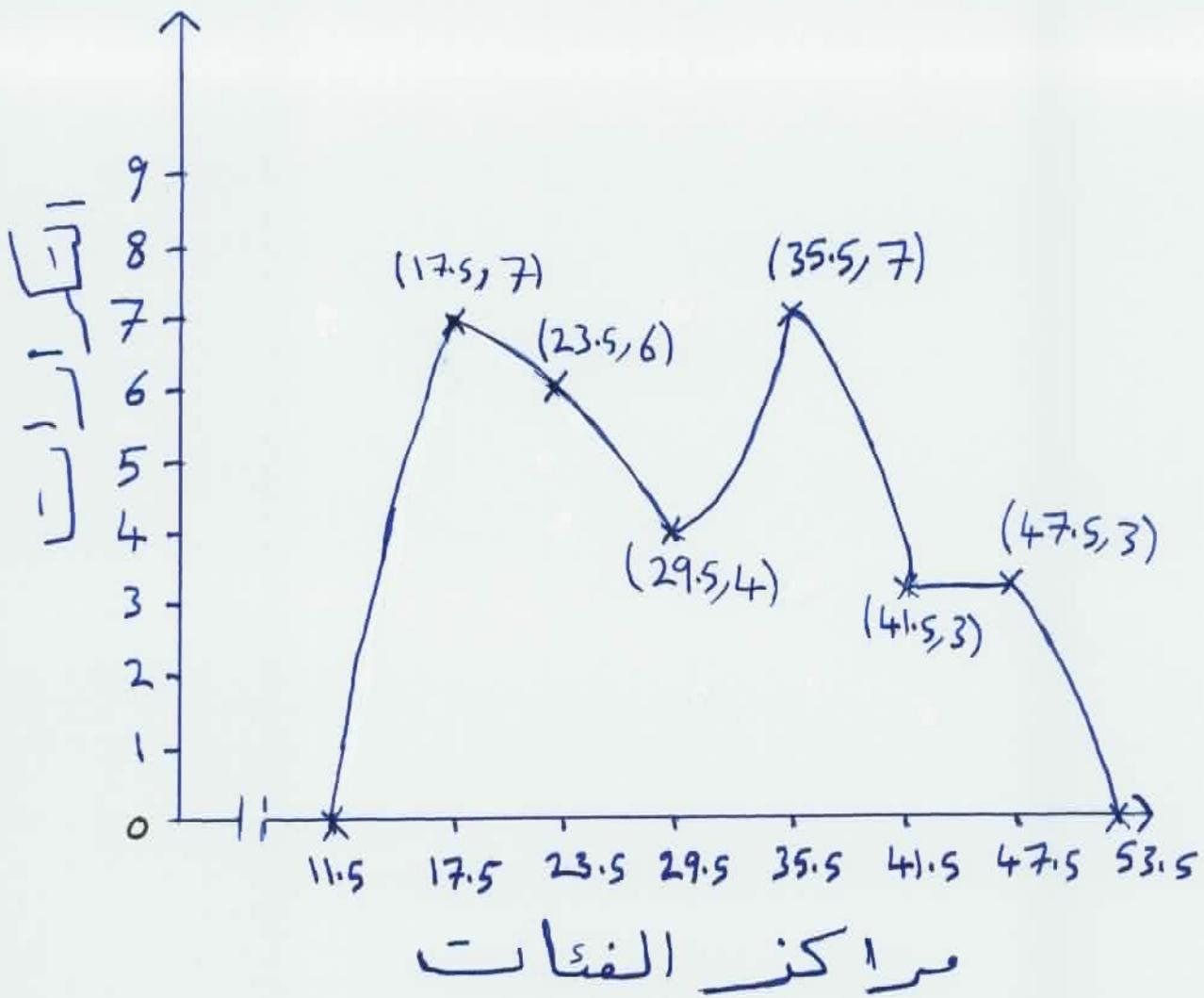
هو نفسه المصطلح التكراري المتجمع في  
طريقة راسه والفرقة الوصيد  
هو اننا توصيل بين النقاط بشكل



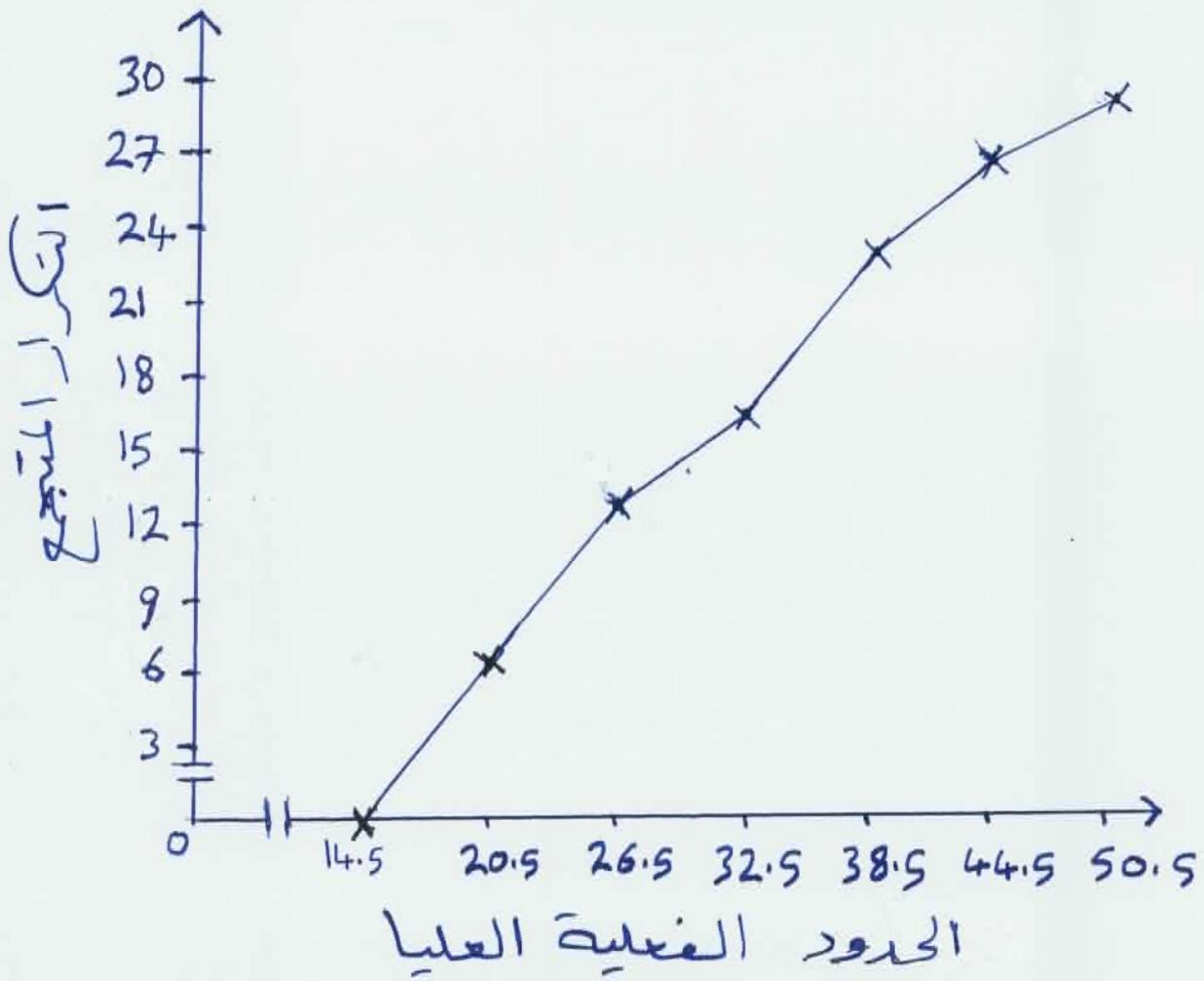
١) المدرج التكراري :







## ٤- المصلح التكراري المتجمع الصاعد



سؤال المناقشة الاول:

اذا كان لدينا مجتمع يُرتب على صفة  $N$ ، حيث  
نقسم هذا المجتمع الى اربعة مجتمعات فرعية

هي  $N_1, N_2, N_3, N_4$  حيث انها

$$N_1 = 2000, \quad N_2 = 5000$$

$$N_3 = 10000, \quad N_4 = 3000$$

من احدى طوره حسب البيانات لطريقة العينة  
الطبيعية ، اذا كان حجم العينة هو  $n = 100$   
اوحد حجم كل عينة يتم سحبها من كل طبقة  
من طبقات المجتمع السكان .

انکل :

$$\begin{aligned} N &= N_1 + N_2 + N_3 + N_4 \\ &= 2000 + 5000 + 10000 + 3000 \\ &= 20000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= \frac{n}{N} \times N_1 = \frac{100}{20000} \times 2000 \quad \text{نیکیوں} \\ &= \boxed{10} \end{aligned}$$

$$n_2 = \frac{n}{N} \times N_2$$

$$= \frac{100}{20000} \times 5000 = \boxed{25}$$

$$n_3 = \frac{n}{N} \times N_3 = \frac{100}{20000} \times 10000$$

$$= \boxed{50}$$

$$n_4 = \frac{n}{N} \times N_4 = \frac{100}{20000} \times 3000$$
$$= \boxed{15}$$

$$\therefore n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4$$
$$= 10 + 25 + 50 + 15$$
$$= \boxed{100}$$

سؤال : من التوزيع التكراري التالي اعداد الاعداد حسب المطلوب

الترددات	التكرار النسبي	مراكز الفئات	الفئات الفعلية	التكرار $f_c$	فئات
10	$\frac{10}{40}$	5	2.5 - 7.5	10	3 - 7
25	$\frac{15}{40}$	10	7.5 - 12.5	15	8 - 12
28	$\frac{3}{40}$	15	12.5 - 17.5	3	13 - 17
32	$\frac{4}{40}$	20	17.5 - 22.5	4	18 - 22
34	$\frac{2}{40}$	25	22.5 - 27.5	2	23 - 27
40	$\frac{6}{40}$	30	27.5 - 32.5	6	28 - 32
				40	المجموع



# المحاضرة الثانية

## مقاييس التوزع المركزية

(أ) بيانات مفردة أي غير مجمعة من توزيع تكراري.

(ب) من توزيع تكراري.

ومن هذه المقاييس:

(1) الوسط الحسابي:  $(\bar{X})$

تعريفًا: الوسط الحسابي للبيانات المفردة

$x_1, x_2, \dots, x_n$  والتي عددها  $n$  هو

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (*)$$

مثال:  $\sum_{i=1}^4 i = 1 + 2 + 3 + 4 =$

$$\sum_{i=1}^4 (i+3) = (1+3) + (2+3) + (3+3) + (4+3) = 4 + 5 + 6 + 7 = 22$$

مثال: أمثلة الوسط الحسابي للبيانات

$$\begin{array}{cccccc} 2, & 5, & 1, & 0, & 6, & 7 \\ \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n &= 6 \\ \bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{6} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_6}{6} \\ &= \frac{2 + 5 + 1 + 0 + 6 + 7}{6} \\ &= \frac{21}{6} = \boxed{3.5} \end{aligned}$$

مثال: احب الوسط الحسابي للبيانات

10, 15, 3, 7, 8, 11, 50

كما من خصائصها الوسط الحسابي انه يتأثر سريعاً من القيم الشاذة .

$$\bar{X} = \frac{10 + 15 + 3 + 7 + 8 + 11 + 50}{7}$$
$$= \frac{104}{7} = \boxed{14.857}$$

مثال: احب الوسط الحسابي للبيانات السابقة بدون القيمة 50 اي للبيانات

10, 15, 3, 7, 8, 11,

$$\bar{X} = \frac{10 + 15 + 3 + 7 + 8 + 11}{6}$$
$$= \frac{54}{6} = \boxed{9}$$

(2) الوسيط Median .

- تعريف: هو القيمة التي تجزئ تحتها 50% من البيانات وبعدها 50% من البيانات .

- الوسيط لبيانات مرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هو القيمة المتوسطة لهذه البيانات إذا كان عددها فردياً وهو الوسيط الحسابي للقيمتين المتوسطتين إذا كان عدد البيانات زوجياً .

مثال: اوجد قيمة الوسيط للبيانات التالية

50, 11, 8, 7, 3, 15, 10

الحل: ترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً

~~50~~, ~~15~~, ~~11~~, 10, ~~8~~, ~~7~~, ~~3~~

$$\therefore M = 10$$

ملاحظة: الوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة مما يجعله متيناً (Robust) .



ب) من توزيع تكراري

(1) الوسط الحسابي .

تعريف: كانت مراكز الفئات من توزيع تكراري هي  $x_1, x_2, \dots, x_h$  وكانت التكرارات المقابلة لهذه المراكز هي  $f_1, f_2, \dots, f_h$  فإن الوسط الحسابي لهذا التوزيع يادى:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^h f_i x_i}{n}$$

$$n = \sum_{i=1}^h f_i$$

حيث ان

$h$ : عدد الفئات من التوزيع .

مثال: احسب الوسط الحسابي للتوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرار $f_i$	مرکز الفئة $X_i$	$f_i \times X_i$
3 - 7	10	5	50
8 - 12	2	10	20
13 - 17	5	15	75
18 - 22	7	20	140
23 - 27	6	25	150
Total	30		435

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^5 f_i \times X_i}{n} = \frac{435}{30} = \boxed{14.5}$$

مثال

(2) الوسيط:

تعريف: قيمة الوسيط لتوزيع تكراري هو

$$M = a + \left( \frac{\frac{n}{2} - N_1}{f_m} \right) \times \Delta$$

حيث ان:

$a$ : الحد الأدنى الفعلي للفئة الوسيطة

$n$ : مجموع التكرارات

$N_1$ : التكرار المتجمع الذي يسبقه رتبة

$f_m$ : التكرار الوسيط للفئة الوسيطة

$\Delta$ : طول الفئة

مثال: إيجاد الوسط للتوزيع التكراري الآتي

الفئات	$f_i$	الفئات القليلة	التكرار المتجمع
3 - 7	10	2.5 - 7.5	10
8 - 12	2	7.5 - 12.5	<del>12</del> → 15
13 - 17	5	12.5 - 17.5	<del>17</del>
18 - 22	7	17.5 - 22.5	<del>24</del>
23 - 27	6	22.5 - 27.5	30
	30		

الحل: رتبة الوسط =  $\frac{n}{2}$

$$= \frac{30}{2} = 15$$

∴ الفئة الوسطية هي: (12.5 - 17.5)

$$M = 12.5 + \left( \frac{15 - 12}{5} \right) \times 5$$

$$= 12.5 + 3 = \boxed{15.5} \checkmark$$

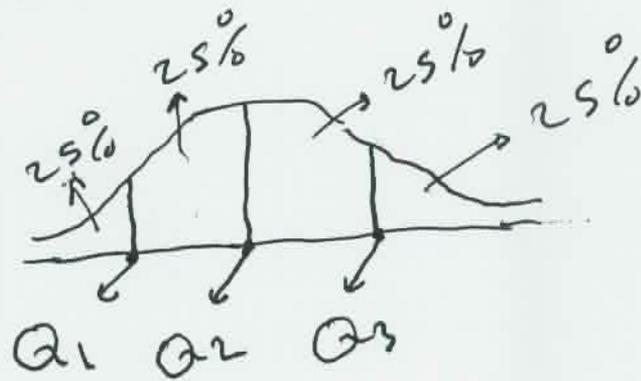
# المحافظة التامة

- الوسيط (M)

- المئينات والدرجات والمئينات



المحافظة تحت دي شغنى تكراري = 1 = 100%



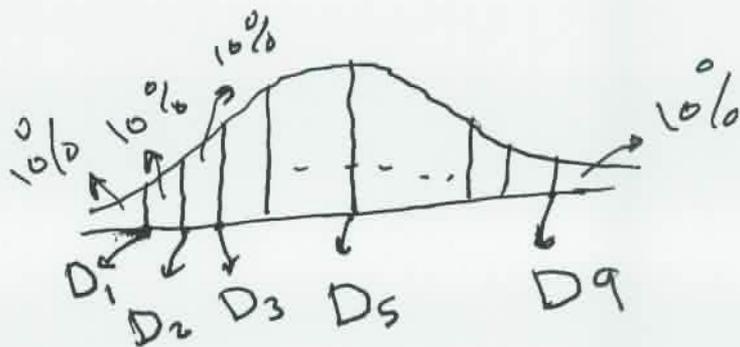
$Q_1$ : هو القيمة التي تجزئ تحتها 25% وبعدها 75% من البيانات .

$Q_2$ : هو القيمة التي تجزئ تحتها 50% من البيانات وبعدها 50% من البيانات

$$M = Q_2$$

$Q_3$ : هو القيمة التي تجزئ تحتها 75% من البيانات وبعدها 25% من البيانات

## - المئيات Deciles



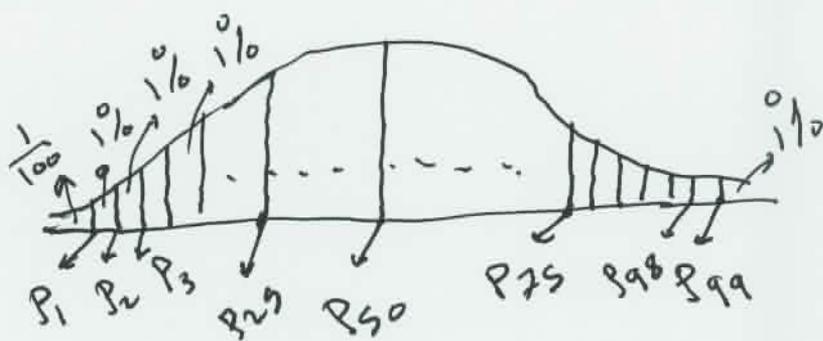
$D_1$  : هو الذي يحجز تحته 10% من البيانات وبعده 90% من البيانات .

$D_5$  : هو القيمة التي يحجز تحتها 50% من البيانات وبعدها 50% من البيانات .

$$D_5 = M = Q_2$$

$D_9$  : هو القيمة التي يحجز تحتها 90% من البيانات وبعده 10% من البيانات

## - المئيات Percentiles



$$P_{50} = M = Q_2 = D_5$$

$$Q_1 = P_{25}$$

$$Q_3 = P_{75}$$

$$D_7 = P_{70}$$

$$D_6 = P_{60}$$

$$D_2 = P_{20}$$

المستويات تحتوي جميع المقاييس السابقة  
والتي هي الوسيط الربيعات والمرتبات

قانون :

لإيجاد المئين  $k$  ( $P_k$ ) نطبق القانون التالي :

$$P_k = a + \left( \frac{\frac{k}{100} \times n - N_1}{f} \right) \times \Delta$$

حيث أن رتبة المئين  $k$  هي  
 $= \frac{k}{100} \times n$  .

$n$  : مجموع التكرارات

$a$  : الحد الأدنى الفعلي للفترة المئينية .

$f$  : تكرار الفترة المئينية .

$\Delta$  : طول الفترة المئينية .

$N_1$  : التكرار المتجمع الذي يسبق رتبة المئين .

مثال: في التوزيع التكراري التالي اوجد

$P_{60}$ ,  $Q_1$ ,  $D_5$ , الوسيط

فئات	تكرارات $f$	الفئات الفاصليّة	التكرار المتجمّع
3-7	5	2.5-7.5	5 → 7.5
8-12	7	7.5-12.5	12 → 18
13-17	10	12.5-17.5	22
18-22	4	17.5-22.5	26
23-27	4	22.5-27.5	30
	30		

$P_{60}$  \*

رتبة العنصر 60

$$= \frac{60}{100} \times 30 = 18$$

∴ الفئة المتسببة هي 12.5-17.5

$$\therefore P_{60} = 12.5 + \left( \frac{18 - 12}{\frac{10}{2}} \right) \times 5$$

$$= 12.5 + 3$$

$$= \boxed{15.5}$$

$$Q_1 = P_{25}$$

$Q_1$  -

$$= \frac{25}{100} \times 30 = 7.5$$

رتبة المئين 25

∴ الفئة المئين هي (7.5 - 12.5)

$$\begin{aligned} Q_1 = P_{25} &= 7.5 + \left( \frac{7.5 - 5}{7} \right) \times 5 \\ &= 7.5 + 1.786 \\ &= 9.286 \end{aligned}$$

$$D_5 = P_{50} = M$$

$D_5$  -

$$= \frac{50}{100} \times 30 = 15$$

رتبة المئين 50

∴ الفئة المئين هي (12.5 - 17.5)

$$\begin{aligned} D_5 = P_{50} &= 12.5 + \left( \frac{15 - 12}{10} \right) \times 5 \\ &= 12.5 + 1.5 = \boxed{14} \end{aligned}$$

\* الوسيط M

$$M = D_5 = 14$$

( من الفرع السابق )

مثال: من التوزيع التكراري التالي

امبي الوسيط ،  $D_2$  ،  $Q_3$  ،  $P_{90}$

الفئات	التكرار f
5-9	3
10-14	7
15-19	10
20-24	5
25-29	15
Total.	40

# محاضرة البث المباشر الثانية

مبادئ الاحصاء  
د. فراس حداد

\* امسا التباين والاخراف المعياري والاخراف المتوسط للتوزيع التكراري التالي:

الفئات	التكرار $f_i$	مركز الفئة $X_i$	$X_i f_i$	$f_i X_i^2$	$ X_i - \bar{x} $	$f_i  X_i - \bar{x} $
10-14	12	12	144	1728	10.4	124.8
15-19	9	17	153	2601	5.4	48.6
20-24	8	22	176	3872	0.4	3.2
25-29	5	27	135	3645	4.6	23
30-34	16	32	512	16384	9.6	153.6
Total	50		1120	28230		353.2

$$h=5, n=50$$

$$\bar{x} = \frac{\sum X_i f_i}{n} = \frac{1120}{50} = \boxed{22.4}$$

$$s^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^h f_i X_i^2 - n \bar{x}^2 \right)}{n-1}$$

$$= \frac{28230 - 50(22.4)^2}{50-1}$$

$$= \frac{28230 - 25088}{49} = \boxed{64.122}$$

الاخراف  
المعياري

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{64.122} = \boxed{8.008}$$

الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^h |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

$$= \frac{353.2}{50} = \boxed{7.064}$$

\* معامل ارتباط سيرمان للترتيب  
يعرف قانون معامل الارتباط للترتيب معامل سيرمان  
كما يلي :

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث  $n$  : عدد الأزواج المرتبة  $(x, y)$  .

$d$  : الفرق بين رتب  $x$  ورتب  $y$

يتعمل هذا المعامل عندما تكون  $n$  عدد الأزواج  
المرتبة ما بين 25 و 30 أو أقل .

مثال: احسب معامل بيرمان للارتباط بالترتيب بين المعدلات التالية لفترة طلاب في شهادة الدراسة الثانوية والفصل الجامعي الاول:

										معدل الطالب في شهادة الثانوية X
④	⑥	③	①	⑦	②	⑤	⑨	⑧	⑩	77
89	87	90	94	86	93	88	79	85	77	
										معدل الطالب في نهاية الفصل الجامعي Y
78	76	81	82	74	80	71	65	72	61	
④	⑤	②	①	⑥	③	⑧	⑨	⑦	⑩	

الحل: نرتب المعدلات X بحسب نغصن الترتيب ا لأعلى  
معدل ساذين معدلات X وهكذا للتبعية .  
ونرتب المعدلات Y بحسب نغصن الترتيب ا لأعلى  
معدل بين معدلات Y وهكذا تتابع للتبعية

رتب X	رتب Y	الفرق بين الرتب (d)	d <sup>2</sup>
10	10	0	0
8	7	1	1
9	9	0	0
5	8	-3	9
2	3	-1	1
7	6	1	1
1	1	0	0
3	2	1	1
6	5	1	1
4	4	0	0
المجموع			14

$$\begin{aligned}
 \therefore r_s &= 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)} \\
 &= 1 - \frac{6(14)}{10(10^2-1)} \\
 &= 1 - \frac{84}{990} \\
 &= 1 - 0.085 = 0.915
 \end{aligned}$$

نلاحظ في المثال السابق عدم ظهور معدلات مساوية . في حالة وجود بيانات متساوية فيكون تعيين الرتب لهذه البيانات كما يلي :

- (1) نرتب البيانات كما لو أن ليس فيها بيانات متساوية .
- (2) نأخذ الوسط الحسابي لرتب كل مجموعة من البيانات المتساوية ونعتبر هذا الوسط الحسابي رتبة كل بيان من هذه المجموعة .

حتى نتعلم كيف نقوم بترتيب البيانات التي تمثل قيم المتغير X والمتغير Y دعونا نأخذ المثال التالي :

مثال : عين الرتب للعلامات التالية :

63, 70, 79, 63, 70, 63, 57, 53, 57, 45, 65  
 (7) (3) (11) (6) (2) (5) (8) (10) (9) (11) (4)

- نلاحظ ان القيمة 70 مكررة مرتين لذلك نأخذ الوسط الحسابي لرتبها الاولى فتكون رتبة 70 هي :

رتب 70 هي 2, 3 فنأخذ وسطها الحسابي اي

$$\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

فتكون رتب 70 هو 2.5 .

- القيمة 63 مكررة ثلاث مرات ورتبها الاولى هي

5, 6, 7

فيكون وسطهم هو

$$\frac{5+6+7}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

∴ رتبة 63 هو 6 .

- كذلك القيمة 57 لها الرتب الاوليه 8, 9

وسطهم هو

$$\frac{8+9}{2} = 8$$

نیکون ترتیب البيانات النهائي هو

العلاجه	الرتبه
63	6
70	2.5
79	1
63	6
70	2.5
63	6
57	8
53	10
57	8
45	11
65	4

سؤال المحاضرة : ( المناقشة )

يعطى الجدول التالي علامات 12 طالباً من الامتحان  
الاول X والامتحان الثاني Y .

X	18	14	10	15	7	12	13	8	9	17	15	12
Y	20	11	14	16	10	10	17	11	12	11	20	12

امسح معامل ارتباط بيرسون ومعامل ارتباط  
سيرمان للرتب .

## خصائص معامل الارتباط (r)

(1) إذا كانت قيمة معامل الارتباط  $r = 1$  فإننا نضع الارتباط بين  $X$  و  $Y$  بأنه ارتباط خطي موجب كامل .

(2) إذا كانت  $r = -1$  كان الارتباط ارتباط خطي سالب كامل .

معنى موجب: أي كلما زادت قيمة المتغير  $X$  زادت قيمة المتغير  $Y$  .

معنى سالب: أي كلما زادت  $X$  نقصت  $Y$  .  
أي العلاقة عكسية .

(3) نضع قوة الارتباط عندما  $r \neq \pm 1$  كما يلي

r	الوصف
$0.9 \leq r < 1$	قوي جداً موجب
$-1 < r \leq -0.9$	قوي جداً سالب
$0.5 \leq r < 0.9$	قوي موجب
$-0.9 < r \leq -0.5$	قوي سالب
$0 < r < 0.5$	ضعيف موجب
$-0.5 < r < 0$	ضعيف سالب
$r = 0$	لا يوجد ارتباط

**شكراً لحسن استماعكم**

المحاضرة الحادية عشر  
\* مقاييس التشتت

1) المدى Range

المدى = أكبر مشاهدة - أصغر مشاهدة .

كما يُرمز بها من توزيع تكراري بـ

المدى = الحد الأعلى للاسم للفترة الأضيق - الحد  
الأدنى للاسم للفترة الأولى

- في حالة وجود قيم كأذه بين البيانات فإن ما ب  
المدى لا يعطى معنى حقيقياً ووصفاً دقيقاً للبيانات  
لذلك نلجأ ما ب المدى المئيني و المدى الربيعي  
كما يلي :

$$\text{المدى المئيني} = \text{المئين 90} - \text{المئين 10} \\ = P_{90} - P_{10}$$

$$\text{المدى الربيعي} = \text{الربيع الثالث} - \text{الربيع الأول} \\ = Q_3 - Q_1$$

- المدى من توزيع تكراري

- المدى = مركز الفئة الاضيق - مركز الفئة الاربع

المدى = الحد الاعلى للفئة الاضيق - الحد الادنى للفئة الاربع

مثال: احسب المدى للتوزيع التكراري التالي:

فئات	تكرار $f_i$	الحدود الفعلية	مركز الفئة
4 - 9	4	<u>3.5 - 9.5</u>	6.5
10 - 15	10	9.5 - 15.5	12.5
16 - 21	5	15.5 - 21.5	18.5
22 - 27	6	21.5 - 27.5	24.5
28 - 33	<u>5</u>	27.5 - <u>33.5</u>	30.5
	30		

الحل: المدى = الحد الاعلى للفئة الاضيق - الحد الاعلى للفئة الاربع  
~~الحد الادنى للفئة الاربع~~  
 $= 33.5 - 3.5 = 30$

$$\text{المدى} = 30.5 - 6.5$$

$$= 24$$

ج- التباين ( $S^2$ ):

تعريفًا: التباين للبيانات  $x_1, \dots, x_n$  هو

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
$$= \frac{(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2)}{n-1} \quad \checkmark \textcircled{*}$$

كما ويُحسب ما لتوزيع تكراري

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^h f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$
$$= \frac{(\sum_{i=1}^h f_i x_i^2 - n\bar{x}^2)}{(n-1)} \quad \textcircled{*}$$

حيث:  $x_i$ : تمثل مراكز الفئات من التوزيع التكراري

$\bar{x}$ : الوسط الحسابي لتوزيع تكراري

$n$ : مجموع التكرارات أي

$$n = \sum_{i=1}^h f_i$$

$h$ : عدد الفئات

$f_i$ : تمثل التكرارات المعادلة لكل مركز فئة.

### ٣- الانحراف المعياري (S)

تعريف: الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين.

$$S = \sqrt{S^2} \geq 0$$

مثال: احسب التباين والانحراف المعياري للبيانات

2, 5, 3, 7, 4

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{الحل:}$$

$$= \frac{2 + 5 + 3 + 7 + 4}{5}$$

$$= \frac{21}{5} = \boxed{4.2}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = (2)^2 + (5)^2 + (3)^2 + (7)^2 + (4)^2$$

$$= 4 + 25 + 9 + 49 + 16$$

$$= \boxed{103}$$

$$\therefore S^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}{n-1} = \frac{103 - (5)(4.2)^2}{5-1}$$

$$= \frac{103 - 88.2}{4} = \boxed{3.7}$$

الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{3.7} = \boxed{1.924}$$

مثال : احب التباين والانحراف المعياري للتوزيع

التكراري التالي :

الفئات	* $f_i$	* مركز الفئـة $x_i$	$x_i \times f_i$	$f_i \cdot x_i^2$
3-7	10	5	50	250
8-12	5	10	50	500
13-17	3	15	45	675
18-22	7	20	140	2800
23-27	5	25	125	3125
	$n=30$		410	7350 ✓

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^h x_i f_i}{n} = \frac{410}{30} = \boxed{13.67} \text{ اكل}$$

$$s^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^h f_i x_i^2 - n \bar{x}^2 \right)}{n-1}$$

$$= \frac{(7350 - (30)(13.67)^2)}{30-1}$$

$$= \frac{7350 - 5606.067}{29} = \boxed{60.136} \text{ التباين}$$

\* الانحراف المعياري : هو الجذر التربيعي الموجب للتباين

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{60.136} = \boxed{7.7547}$$

(4) الانحراف المتوسط : M.D  
Mean Deviation

تعريفًا: الانحراف المتوسط للبيانات  $x_1, \dots, x_n$  هو

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

دُنْحِبِ الانحراف المتوسط من توزيع تكراري

كما يلي :

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^h f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

حيث ان :  $x_i$  : يمثل مراكز الفئات

$\bar{x}$  : الوسط الحسابي للتوزيع التكراري

$n$  : مجموع التكرارات

$h$  : عدد الفئات

$f_i$  : التكرارات المقابلة لمراكز الفئات .

$$|-5| = 5$$

$$|5| = 5$$

$$|-4| = 4$$

$$\sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

مثال: اوجد الانحراف المتوسط للبيانات التالية:

4, 7, 5, 3, 0

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^5 |x_i - \bar{x}|}{5}$$

الحل:

$$\bar{x} = \frac{4 + 7 + 5 + 3 + 0}{5} = \frac{19}{5} = \boxed{3.8}$$

$x_i$	$ x_i - \bar{x} $
4	<del>0.2</del> $ 4 - 3.8  = \boxed{0.2}$
7	$ 7 - 3.8  = \boxed{3.2}$
5	$ 5 - 3.8  = \boxed{1.2}$
3	$ 3 - 3.8  = \boxed{0.8}$
0	$ 0 - 3.8  = \boxed{3.8}$
	9.2

$$\therefore M.D = \frac{9.2}{5} = \boxed{1.84}$$

تعريفًا: الانحراف المتوسط لتوزيع تكراري مراكز الفئات فيه هي  $x_1, \dots, x_h$  والتكرارات المقابلة لهذه المراكز هي  $f_1, \dots, f_h$  هو

$$M.D = \frac{\sum_{i=1}^h |x_i - \bar{x}| \cdot f_i}{n}$$

$\bar{x}$ : الوسط الحسابي من توزيع تكراري  
 $n$ : مجموع التكرارات

مثال: احسب الانحراف المتوسط للتوزيع التكراري التالي

فئات	التكرار $f_i$	مركز الفئة $x_i$	$f_i x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$ x_i - \bar{x}  \cdot f_i$
3-7	10	5	50	8.67	86.7
8-12	5	10	50	3.67	18.35
13-17	3	15	45	1.33	3.99
18-22	7	20	140	6.33	44.31
23-27	5	25	125	11.33	56.65
Total	30		410		210

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^h f_i x_i}{n} = \frac{410}{30} = \boxed{13.67}$$

$$\therefore M.D = \frac{210}{30} = \boxed{7}$$

## \* معامل التغير C.V

تعريفًا: معامل التغير لاي بيانات هو

$$C.V = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$$

حيث ان S : الانحراف المعياري  
 $\bar{X}$  : الوسط الحسابي

مثال: لو كان لدينا الاحصائيات التالية التي  
تمثل مجموعتين هي ما يلي :

$$\bar{X}_1 = 10$$

$$\bar{X}_2 = 10$$

$$S_1 = 4$$

$$S_2 = 8$$

اي من المجموعتين اكبر تغيراً؟

الحل:

$$C.V_1 = \frac{S_1}{\bar{X}_1} = \frac{4}{10} = 0.4 \times 100 \text{ : الكل} \\ = 40\%$$

$$C.V_2 = \frac{S_2}{\bar{X}_2} = \frac{8}{10} = 0.8 \times 100\% \\ = 80\%$$

المجموعة الثانية أكثر تغيراً.

الارتباط والاختلاف:

الارتباط:

هو معنى في حالة وجود متغيريه او لعدييه والذويه  
شخصيه لهما بالصوره  $Y = f(X)$  حيث  $X$  تثير  
الى متغير يعينه ، و  $Y$  تثير الى متغير اخر .  
امثلة:

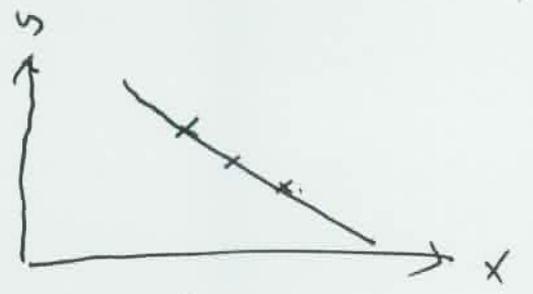
(1) دراسة هل هنالك تأثير في علامه الطالب  
في الثانوية العامه على علاقته في الجامعة .

$X$ : متغير يثير الى علامه الطالب في الثانوية .  
 $Y$ : = يثير الى علامه الطالب في الجامعة .

\* البيانات من هذه الدراره سوف تكون على شكل



ارتباط موجب كامل

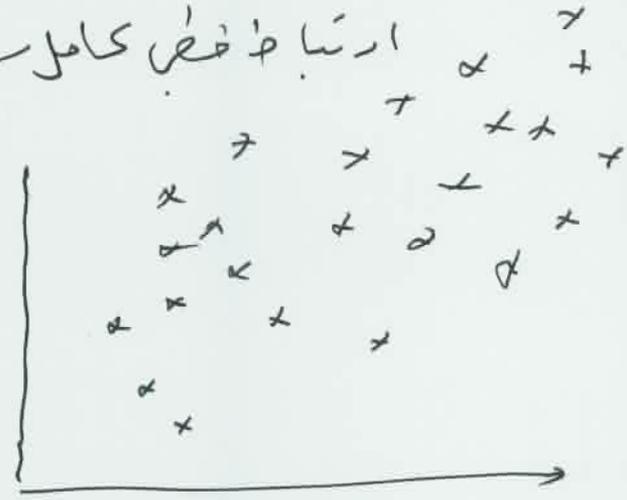


ارتباط عكس كامل سالب



ارتباط قوى موجب

a



ارتباط عكس ضعيف

b

اقول ان الارتباط في a اقوى من الارتباط في b .

سؤال: مدى تأثير الطول على الوزن وهل هناك علاقة بينهما؟

X : متغير يمثل الطول (المتغير المستقل)

Y : متغير يمثل الوزن (المتغير التابع)

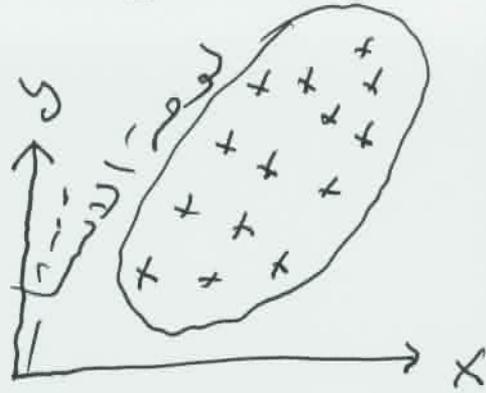
تكون البيانات على شكل أزواج مرتبة أي

$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$

حيث  $n$  هي عدد الاثناسها في العينة .

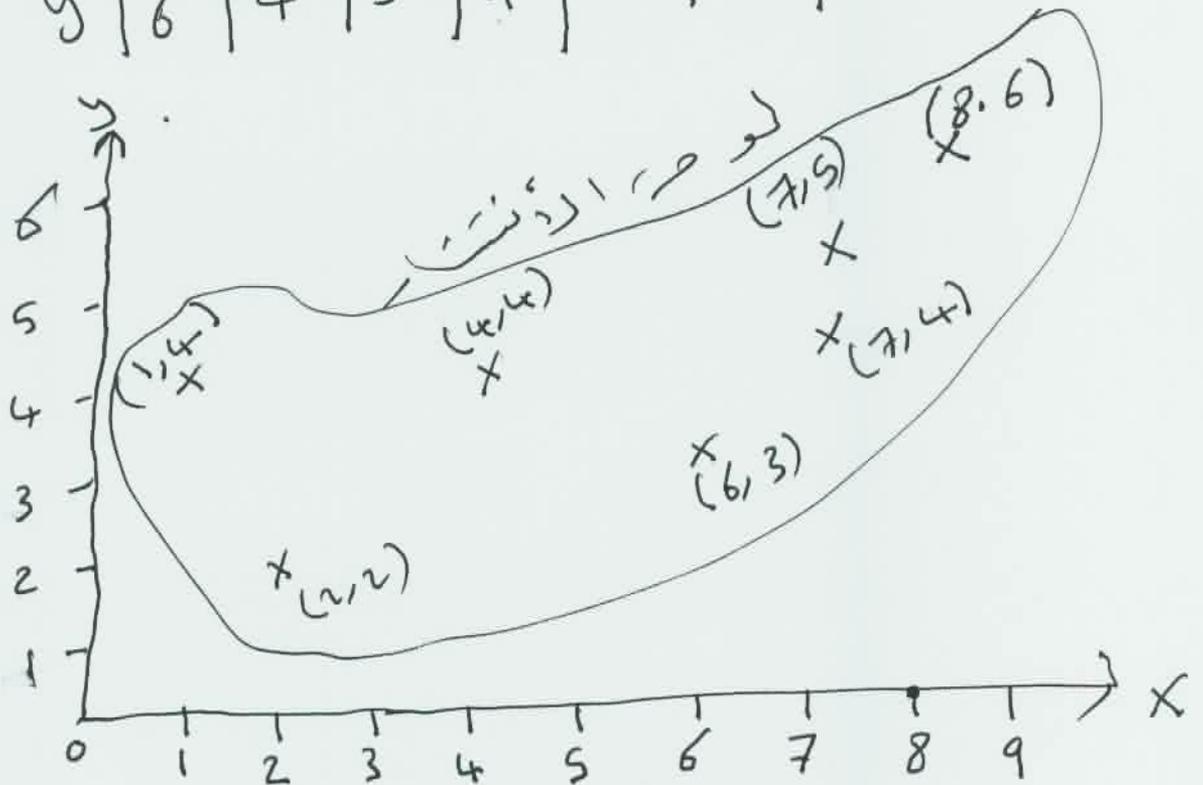
# \* لوحة الأنتشار

هي عبارة عن ~~مجموعة~~ نقطين متعامدين محور  $X$  ومحور  $Y$



مثال: ارسكم لوحة الأنتشار للبيانات

$x$	8	1	6	4	7	7	2
$y$	6	4	3	4	5	4	2



حتى نجد ان هنالك ارتباط بين متغيريه مثل  $X, Y$   
 نستطيع معرفة ذلك من خلال حساب

معاملات الارتباط والذويه هما :

(ا) معامل ارتباط بيرسون

(ب) معامل ارتباط سيرمان للرتب

(ج) معامل ارتباط بيرسون

تعريف : معامل ارتباط بيرسون لـ  $n$  من الأزواج

المرتبه  $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$  هو

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n y_i^2 - n \bar{y}^2}}$$

$\bar{x}$  : الوسط الحسابي للبيانات  $x_1, x_2, \dots, x_n$

$\bar{y}$  :  $y_1, y_2, \dots, y_n$

$n$  : عدد الأزواج المرتبه

مثال: اوجد معامل ارتباط بيرسون بين المتغيرين

X, Y حيث تكون قيمهم كما في الجدول التالي

X	8	1	6	4	7	7	2
Y	6	4	3	4	5	4	2

الحل:

X	Y	XY	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>
8	6	48	64	36
1	4	4	1	16
6	3	18	36	9
4	4	16	16	16
7	5	35	49	25
7	4	28	49	16
2	2	4	4	4
35	28	193	219	122

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{28}{7} = 4$$

$$\begin{aligned}\therefore r &= \frac{153 - 7(5)(4)}{\sqrt{219 - 7(5)^2} \sqrt{122 - 7(4)^2}} \\ &= \frac{153 - 140}{\sqrt{44} \sqrt{10}} = \frac{13}{\sqrt{44} \sqrt{10}} \\ &= \boxed{0.62}\end{aligned}$$

الانحراف المتوسط

سؤال !

اوجد التباين والانحراف المعياري للتوزيع

التكراري

الفئات	التكرار $f_i$
10-14	12
15-19	9
20-24	8
25-29	5
30-34	16
المجموع	50

المحاضرة الرابعة عشر

مثال:

يعرض الجدول التالي علامات 12 طالباً في الامتحان الاول X والامتحان الثاني Y.

X	18	14	10	15	7	12	13	8	9	17	15	12
Y	20	11	14	16	10	10	17	11	12	11	20	12

امسح معاني ارتباط بيرون ومعامل ارتباط سيرمان للرتب.

معامل ارتباط سيرمان للرتب:

	①	⑤	⑨	③.5	⑫	⑦.5	⑥	⑪	⑩	②	③.5	⑦.5
X	18	14	10	15	7	12	13	8	9	17	15	12
Y	20	11	14	16	10	10	17	11	12	11	20	12
	①.5	⑨	⑤	④	⑪.5	⑪.5	③	⑨	⑥.5	⑨	①.5	⑦

رتبة X=15 هي المتوسط الحسابي للرتب الاولية للعدد 15 وهي

$$\frac{3+4}{2}$$

رتبة 15 هي  $\frac{3+4}{2} = 3.5$

رتبة 12 هي  $\frac{7+8}{2} = 7.5$

رتب Y !

رتبة 20 هي  $\frac{1+2}{2} = 1.5$

رتبة 12 هي  $\frac{6+7}{2} = 6.5$

رتبة 11 هي  $\frac{8+9+10}{3} = \frac{27}{3} = 9$

رتبة 10 هي  $\frac{11+12}{2} = 11.5$

رتبة X	رتبة Y	$d_i$	$d_i^2$
1	1.5	-0.5	0.25
5	9	-4	16
9	5	4	16
3.5	4	-0.5	0.25
12	11.5	0.5	0.25
7.5	11.5	4	16
6	3	3	9
11	9	2	4
10	6.5	3.5	12.25
2	9	-7	49
3.5	1.5	2	4
7.5	6.5	1	1
			128

المحاضرة الرابعة عشر  
معامل ارتباط بيرمان للرتب .

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(128)}{12(12^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{768}{1716}$$

$$= 1 - 0.448$$

$$= 0.552$$

نصف هذه القيمة أو الارتفاع بين

X و Y لأنه حتمي موجب

معادلة خط الانحدار

إذا كان لدينا عينه من الازدواج المرتب

$(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$

ووجدنا هذه التقاطع على المستوى

$Y$  نحصل على لدقة الأتشار

ومنها نستدل ان كان يمكن

تطبيقه فط ستقيم على شكل

الأتشار  $am$  لا .

— إذا فرضنا ان هناك علاقة

فهي بين المتغيرين  $X, Y$

امكن التعبير عنها بالمعادلة

$$Y = A + BX + e$$

ميت  $e$ : الخطأ بالتقدير .

المطلوب هو تقدير  $B, A$   
لذلك نفرض ان تقدير  $A$  هو  $a$   
وتقدير  $B$  هو  $b$  . فيكون  
تقدير  $y$  هو

$$\hat{y} = a + bx$$

وهو خطأ التقدير  $y$  على  $x$   
الذي وصلنا عليه بتعويض  
قيمه  $a, b$  .

$$b = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

میت  $\bar{x}$ : الوسط الحسابي  
 $x_1, \dots, x_n$

میت  $\bar{y}$ : الوسط الحسابي  
 $y_1, \dots, y_n$

مثال: اوجد معادلة خط الانحدار  
 $\bar{y}$  على  $x$  للبيانات في

الجدول التالي

$x$	$y$	$xy$	$x^2$
4	2	8	16
10	6	60	100
9	8	72	81
12	11	132	144
8	5	40	64
5	4	20	25
48	36	332	430 = $\sum x^2$

$= \sum xy$        $= 6$

المعادلة: معادلة خط الانحدار

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{48}{6} = 8 = \frac{\sum x}{6}$$

$$\bar{y} = \frac{36}{6} = 6 = \frac{\sum y}{6}$$

$$\therefore b = \frac{332 - 6(8)(6)}{430 - 6(8)^2}$$

$$= 0.96$$

$$a = 6 - 0.96(8)$$
$$= -1.68$$

سادله فطالانداره

$$\hat{y} = a + bx$$

$$\hat{y} = -1.68 + 0.96x$$

\* اوجد القيمة التقديرية (y)  
للمتغير y عندما x=9

$$\begin{aligned}\hat{y} &= -1.68 + 0.96(9) \\ &= 6.96\checkmark\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}e &= y - \hat{y} \\ &= 8 - 6.96 \\ &= 1.04\end{aligned}$$

الخطأ  
في التقدير

نضع  
من الجدول  
عندما  
نضع  
x=9  
في  
القيمة  
التقريبية  
المتغيرة

# المحاذاة الخطية

$$\hat{y} = a + bx$$

معادلة خط التقدير لا على  $x$ .

او تسمى بـ  $a$  المقعدة.

$$e = y - \hat{y}$$

فيكون الخطأ  
بين المتغيرات  $x$ .

# الدرجات المعيارية

المعيار المعيارى : هو عبارة عن

عدد او نسبة تعطينا مقدار

التغير مني شهر او كمية

لمدة ما بيننا زمنية

الاول زمن الاساس والثاني

زمن المقارنة .

الزمن : السنة .

مثال : كان سعر كيلو السكر سنة ١٩٩٩

٤ ريالاً و اربع مئة سنة ٢٠١٢

٤ ريالاً . اوجد مقدار التغير

في سعر الكرا اذا علمت

ان ١٩٩٩ هي سنة الاساس .

الحل :

الرقم القياسي لسرا الكرا

سركيلو الكرا في سنة المقارنة =

سركيلو الكرا في سنة الاساس

$$= \frac{4}{2} = 2 \times 100\% = 200\%$$

النواع الارقام القياسية:

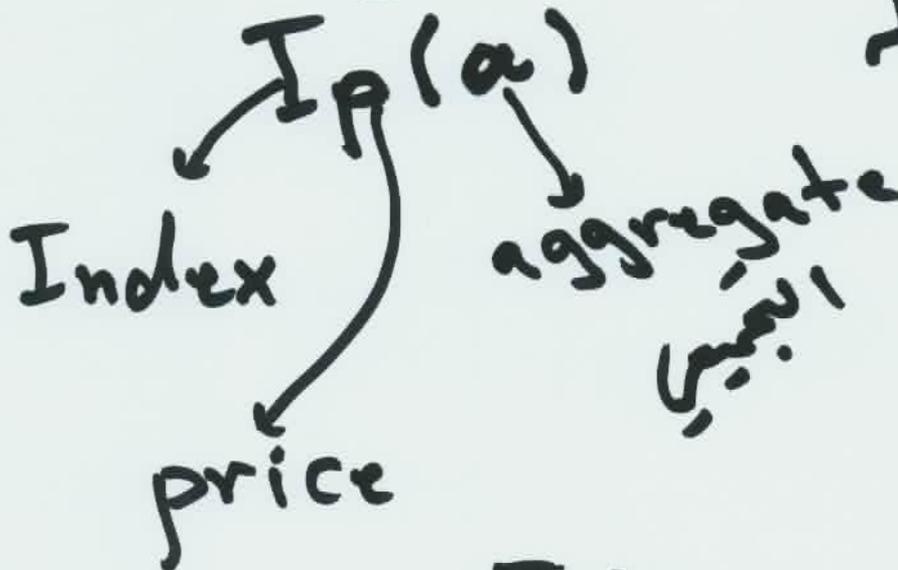
١) الارقام القياسية البسيطة .

٢) = = المرجحة .

٣) الارقام القياسية البسيطة .

وهي نوعان :

١) الرقم القياسي التجميعي البسيط لاسعار  
وزمن



$$I_p(a) = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \times 100\%$$

حيث  $P_n$  : سعر السلعة في سنة المقارنة  
 $P_0$  : = = = = = الأساس

(٤) الرقم القياسي النسبي البسيط للسلع

$$I_p(r) = \frac{1}{m} \sum \frac{P_n}{P_0} \times 100\%$$

$m$  : عدد السلع .

السنة المقارنة	$P_n$	السنة الأساسية $P_0$	السلعة
	$P_{n1}$	$P_{01}$	١
	$P_{n2}$	$P_{02}$	٢
			⋮
	$P_{nm}$	$P_{0m}$	$m$



تباد: كانت الاسعار (بالفلس/كغم)  
لبعض المواد الاستهلاكية  
كما في الجدول التالي:

البلد	السنة 1992	السنة 1999
السكر	200	300
الارز	240	400
التابي	1500	1800
القهوه	2200	4500
	4140	7000

(١) حسب الرقم القياسي التجميعي البسيط  
للا سعار - باعتبار 1992 سنة الاناسر.  
(2) = = = = =  
= = = = =

$$\bar{I}_p(a) = \frac{\sum P_n}{\sum P_0} \quad \text{الحل : (١)}$$

$$= \frac{7000}{4140} = 1.691 \times 100\%$$

$$= 169.1\%$$

(٢) الرقم القياسي النسبي البسيط لاسعار

١٩٩٩ هو

$$I_p(r) = \frac{1}{n} \sum \frac{P_n}{P_0}$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \frac{300}{200} + \frac{400}{240} + \frac{1800}{1500} \right.$$

$$\left. + \frac{4500}{2200} \right] = 1.603 \times 100\%$$

$$= 160.3\%$$

\* الأرقام القياسية المرجحة للأعمار .

وهنا نأخذ بعين الاعتبار

الكمية المستهلكة . وهنالك

تدريجات طوره بحاب الرقم القياسي

المرجح وهي :

(أ) رقم لاسبير القياسي الجمعي

للأعمار .

$$I_p (aL) = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100\%$$

لاسبير : استخدم الكمية المستهلكة

في سنة الأساس (  $Q_0$  ) .

ب) رتم لاسير النسبي القياسي للاسعار

$$I_p(rL) = \sum \frac{P_n}{P_0} W_0 \times 100\%$$

صيف

$$W_0 = \frac{P_0 Q_0}{\sum P_0 Q_0}$$

. rL : النسبي لاسير .

مثال : يبين الجدول التالي أسعار عدد

من السلع (فلس/كفر) وكميات

الاستهلاك بالكغم للعائلة الواحدة شهرياً :

$P_0 Q_0$	$P_n Q_n$	$Q_n$ الكمية 1999	$P_n$ العرصام 1999	$Q_0$ كمية الاستهلاك 1993	$P_0$ العرصام 1993	السلع
1540	2450	8	350	7	220	السكر
2800	4300	12	430	10	280	الارز
<del>2550</del> 2550	4500	1.5	3000	1.5	1700	التاي
15400	22000	6.5	4000	5.5	2800	اللحم
22290	<del>3349</del> 33250					

(ا) احب رقم لاسير القياس التغيير لاسعار  
1999 يا عتبا - 1993 سنة الأساس .

$$= = = = = (c)$$

$$= = = = =$$

$$I_p(aL) = \frac{\sum P_n Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100\% \quad \text{الحل: ①}$$

$$= \frac{33250}{22290} = 1.49 \times 100\%$$

$$= 149\%$$

$$I_p (rL) = \sum \frac{P_n}{P_o} W_o \quad (2)$$

$$W_o = \frac{P_o Q_o}{\sum P_o Q_o}$$

$$= \left[ \frac{350}{220} \times \frac{1540}{22290} + \frac{430}{280} \times \frac{2800}{22290} + \frac{3000}{1700} \times \frac{2556}{22290} + \frac{4000}{2800} \times \frac{15400}{22290} \right]$$

$$\begin{aligned} &= 1.492 \times 100\% \\ &= 149.2\% \end{aligned}$$

~~$$W_o = \frac{P_o Q_o}{\sum P_o Q_o}$$~~

$$W_o = \frac{P_o Q_o}{\sum P_o Q_o}$$

$$= \frac{1540}{22290} =$$

$$\frac{2800}{22290}$$

$$\frac{2556}{22290}$$

$$\frac{15400}{22290}$$

(2) رقم باس

(1) رقم باس التجميعي للاسعار هو

$$I_p(\alpha B) = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_0 Q_n} \times 100 \%$$

صت  $Q_n$ : الكمية المستهلكة من سنة المقارنة.

(ب) رقم باس التسيي للاسعار هو

$$I_p(rB) = \sum \frac{P_n}{P_0} W_n$$

$$W_n = \frac{P_n Q_n}{\sum P_n Q_n} \quad \text{صت}$$

مثال : من الجدول السابق في المثال السابق احس

(١) سعر باس الجيب المباشر لاسمار ١٩٩٩  
على اعتبار سنة ١٩٩٣ سنة الاساس

(٢) = = = = = (السعر) = = =

السلع	السنة ١٩٩٣	السنة ١٩٩٩	السنة ١٩٩٩	السنة ١٩٩٩	السنة ١٩٩٣	السنة ١٩٩٣
	$P_0$	$Q_0$	$P_n$	$Q_n$	$P_n$	$Q_n$
السكر	220	8	350	7	2800	1760
الاسبر	280	12	430	10	5160	3360
الاسبي	1700	1.5	3000	1.5	4500	2550
الاسم	2800	6.5	4000	5.5	26000	18200
	<b>25870</b>	<b>38460</b>				

$$I_p(aB) = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_0 Q_0}$$

الحل: ①

$$= \frac{38460}{25870} = 1.4867 \times 100\%$$

$$= 148.67\%$$

(2) رقم بائع النسبي القياسي للدمار

$$I_p(rB) = \sum \frac{P_n}{P_0} W_n$$

$$W_n = \frac{P_n Q_n}{\sum P_n Q_n}$$

$$= \frac{350}{220} \times \frac{2800}{38460} + \frac{430}{280} \times \frac{5160}{38460}$$

$$+ \frac{3000}{1700} \times \frac{4500}{38460} + \frac{4000}{2800} \times \frac{2600}{38460}$$

$$= 1.4941 \times 100\%$$

$$= 149.41\%$$

$$W_n = \frac{P_n Q_n}{\sum P_n Q_n}$$

$$\frac{2800}{38460}$$

$$\frac{5160}{38460}$$

$$\frac{4500}{38460}$$

$$\frac{2600}{38460}$$

(3) رقم فيشر Fisher

(4) رقم فيشر الجيومي الامثل للاسعار هو

$$I_p(aF) = \sqrt{\bar{I}_p(aL) \times \bar{I}_p(aB)} \times 100\%$$

(ب) رقم فيشر النسبي الفياض الامثل للاسعار هو

$$I_p(rF) = \sqrt{I_p(rL) \times I_p(rB)}$$

مثال: من المتالين الباقية اوجد

(1) رقم فيشر الجيومي الفياض الامثل للاسعار  
1999 حتى اعتبار 1993 سنة الاساس.

(2) = = = النسبي = = =  
= = = = = = =

# المحاورة السابعة عشر السلاسل الزمنية.

هي عبارة عن بيانات أو ملاحظات مرتبطة  
بفترة ما، قد يكون سنوات أو أشهر  
أو ساعات . . .

أمثلة: (أ) درجة حرارة مريض خلال ٤٤ ساعة.

1	40
2	41
3	39
4	39.5
5	38
6	37.5
⋮	
24	37

« كميات الاطراف التي حصلت في بلد ما خلال  
عشر سنوات .

\* الدليل الزمني تتأثر بمؤثرات

كثيرة تؤثر في قيمتها . ومن هذه

المؤثرات بالمركبات لهذه السلسلة .

\* هنالك عدة نماذج تمثل الدليل

الزمني بحيث يظهر فيها هذه المركبات .

ومنها

$$Y = T \times S \times C \times I$$

وهذه المركبات هي كما يلي :

١) مركبة الاتجاه T .

٢) المركبة الفصلية S .

٣) مركبة الدورة C .

٤) المركبة غير المنتظمة I .

وبعض الامصائين عبر عن اللامبال  
الزمنية بالتعود في التاي

$$Y = T + S + C + I$$

مركبة الاتجاه :  
عبارة الاتجاه التي تحوّل اللزوجة اللزبية  
الزمنية .

مثال : لدينا البيانات التالية

السنة X	0	1	2	3	4	5	6
الاتجاه Y	20	32	34	23	32	30	20

الرسم اللزبي الزمنية السابقة



تقدير مرتبة الانبعاث باستخدام طريقة المربعات  
المربعة .

مرتبة الانبعاث هي تقريبا معادلة خط الانحدار  
الزمن  $x = t = \text{time}$

∴ مرتبة الانبعاث هي  
 $T = \hat{Y} = a + bx$

حيث ان  $b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$

حيث  $x$  تمثل الزمن

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$



كونا اتنا نتعامل مع سلكة زمنية والتي رمزنا لها بالمتغيرات  $x$  وهو تعاقب زمني رمزنا له بالرمز  $x$ . لذلك لابد لتقدير مركبة الاتجاه ان يكون هناك نقطه اصل او بداية تسير المركبة الزمنية وهذا المركبة بأخذ القيمة كما يلي  $x=0$  ويعدها جاكبداً باضافة اى اى  $x=0$  او  $-1$  اى اتجاهها اى اليمين من اليمين كما يلي

$\leftarrow$  -4 -3 -2 -1  $x=0$  1 2 3 4 5  $\rightarrow$   
 ← باله ←  
 ← موضع ←  
 عندما الزمن يقل اى عندما الزمن يزداد

سؤال : لدينا البيانات التالية

السنه	88	89	90	91	92	93	94
الانتاج	20	30	32	23	34	39	32

(P) قَدِّمَ - مرتبة الأدب لهذه البيانات (البيانات) (البيانات)

(B) كم تقدِّم - انتاج 1995 ، 1998 .

(كل :)

السنه

# محاضرة البث المباشر الثالثة

مقرر: مبادئ الاحصاء

دكتور / فراس حداد

مثال: إذا أعطيت الجدول التالي الذي يمثل  
أسعار سلع (فلس/كغم) وكميات  
الاستهلاك بالكم لل عائلة الواحدة اسبوعياً.

$P_0 Q_n$	$P_n Q_n$	$W_0$	$P_0 Q_0$	$P_n Q_0$	$Q_n$ الكمية 2010	$P_n$ السعر 2010	$Q_0$ كمية الاستهلاك 2000	$P_0$ السعر 2000 $P_0$	السلع
4000	6000	0.44	2000	3000	20	300	10	200	A
5000	7000	0.56	2500	3500	10	700	5	500	B
9000	13000		4500	6500					المجموع

احسب ما يلي:

- (1) رقم لاسبير القياسي التجميعي للأسعار 2010 باعتبار 2000 سنة اساس
- (2) = = = = = النسبي = = = = =
- (3) = = = = = التجميعي = = = = = باس = = = = =
- (4) = = = = = النسبي = = = = =
- (5) = = = = = فيشر الامل القياسي التجميعي = = = = =
- (6) = = = = = النسبي = = = = =

$$I_p(aL) = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_o Q_o} \times 100\% \quad (\text{الحل : 1})$$

$$= \frac{6500}{4500} = 1.44 \times 100\% = \boxed{144\%}$$

من الجدول

$$I_p(rL) = \sum \frac{P_n}{P_o} W_o \times 100\% \quad (2)$$

$$W_o = \frac{P_o Q_o}{\sum P_o Q_o}$$

$$= \frac{300}{200} \times (0.44) + \frac{700}{500} (0.56)$$

$$= 0.66 + 0.784 = 1.44 \times 100\%$$

$$= \boxed{144\%}$$

$$I_p(aB) = \frac{\sum P_n Q_n}{\sum P_o Q_n} \times 100\% \quad (3)$$

$$= \frac{13000}{9000} = 1.44 \times 100\%$$

$$= \boxed{144\%}$$

$$I_p(rB) = \sum \frac{P_n}{P_0} w_n \quad (4)$$

$$w_n = \frac{P_n Q_n}{\sum P_n Q_n}$$

من الجدول نضيق العدد

$w_n$
0.46
0.54

$$\rightarrow = \frac{300}{200} (0.46) + \frac{700}{500} (0.54)$$

$$= 0.69 + 0.756 = 1.446 \times 100\%$$

$$= \boxed{144.6\%}$$

$$I_p(aF) = \sqrt{I_p(aL) \times I_p(aB)} \quad (5)$$

$$= \sqrt{1.44 \times 1.44} = 1.44 \times 100\%$$

$$= \boxed{144\%}$$

$$I_p(rF) = \sqrt{I_p(rL) \times I_p(rB)}$$

$$= \sqrt{1.44 \times 1.446} = 1.443 \times 100\% = \boxed{144.3\%}$$



$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^7 X_i}{7} = \frac{25}{7} = 3.57$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^7 Y_i}{7} = \frac{20}{7} = 2.857$$

$$\begin{aligned} \therefore r &= \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\sum x^2 - n\bar{x}^2} \sqrt{\sum y^2 - n\bar{y}^2}} \\ &= \frac{67 - (7)(3.57)(2.857)}{\sqrt{111 - 7(3.57)^2} \cdot \sqrt{66 - 7(2.857)^2}} \\ &= \frac{-4.396}{\sqrt{111 - 89.214} \sqrt{66 - 57.137}} \\ &= \frac{-4.396}{(4.668)(2.977)} = -0.32 \end{aligned}$$

قوة الارتباط : ضعيفاً سلب



	(7)	(4.5)	(3)	(6)	(1.5)	(4.5)	(1.5)
X	1	3	4	2	6	3	6
Y	3	2	5	4	2	2	2
	(3)	4	(1)	(2)	5	6	7
		(3.1)			(3.1)	(3.1)	(3.1)

(2)

X رتبة	Y رتبة	d	d <sup>2</sup>
7	3	4	16
4.5	3.1	1.4	1.96
3	1	2	4
6	2	4	16
1.5	3.1	-1.6	2.56
4.5	3.1	1.4	1.96
1.5	3.1	-1.6	2.56
			45.04

$$\therefore r = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6(45.04)}{7(49 - 1)} = 1 - \frac{270.24}{336}$$

$$= \boxed{0.196}$$

قوة الارتباط: ضعيف موجب

$$\hat{y} = a + bx \quad (3)$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$= \frac{-4.396}{21.79} = \boxed{-0.20}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

$$= 2.857 - (-0.20)(3.57)$$

$$= 3.571$$

$$\therefore \hat{y} = 3.571 - 0.20X$$

$$\hat{y} = 3.571 - 0.20(4) \quad (4)$$

$$= \boxed{2.771}$$

(5) الخطأ التقديري عند  $X = 4$

$$e = y - \hat{y} = 5 - 2.771 = \boxed{2.229}$$

من الجدول المقابل لـ  $X=4$

**شكراً لحسن استماعكم**

**دكتور / فراس حداد**

## المحاضرة الثانية عشرة

ثان: لدينا البيانات التالية

(الحل ٢)

السنة	$x=t$	$y$	$xy$	$x^2$
1988 ←	0	20	0	0
89	1	30	30	1
90	2	32	64	4
← 91	3	23	69	9
92	4	34	136	16
93	5	39	195	25
94	6	32	192	36
	21	210	686	91
	$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum xy - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$b$ : تمثل ميل المتقيم مع محور البيانات الموجب

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{21}{7} = \boxed{3} \quad \bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{210}{7} = \boxed{30}$$

①

$$\begin{aligned} \therefore b &= \frac{686 - 7(3)(30)}{91 - 7(3)^2} \\ &= \frac{686 - 630}{91 - 63} = \frac{56}{28} = \boxed{2} \end{aligned}$$

تقدير المسبوق

$$\begin{aligned} a &= \bar{y} - b\bar{x} \\ &= 30 - 2(3) = \boxed{24} \end{aligned}$$

$$\therefore T = \hat{y} = 24 + 2X$$

تقدير مركبة الـ  $T$

ب) كم تقدّر الإنتاج ١٩٩٥ ، سنة ١٩٩٨ .  
- سنة ١٩٩٥ تتل  $X=7$  ( حسب الجدول اعلاه )

$$T = \hat{Y} = 24 + 2(7) \\ = 38$$

الإنتاج سنة ١٩٩٥ .

السنة	X
٩٤	6
٩٥	7
٩٦	8
٩٧	9
٩٨	10

- سنة ١٩٩٨ تكون عندما

~~٩٤~~

$$X=10$$

الإنتاج سنة ١٩٩٨ هو عندما

$$X=10$$

$$T = \hat{Y} = 24 + 2(10) \\ = 44$$

سنة ١٩٩٨ .

3

ج) مثل مركبة الالبي ه (T).

$$x=2 \Rightarrow \hat{y} = 24 + 2(2) = \boxed{28}$$

$$x=5 \Rightarrow \hat{y} = 24 + 2(5) = \boxed{34}$$

∴ اللواتي حصلن عليهن ص

(2, 28) , (5, 34)

4

\* مركبة التذبذب = الالة الزمنية - المعدلات  
المحتملة - المقابلة - لها .

\* المعدلات المحتملة للالة ما :

هنالك طريقتان لحاب مركبة التذبذب  
وذلك يعتمد على طول المعدلات المحتملة  
حيث تكون اطولها كما يلي :

١١ فرديا ٤ زوجيا .

\* المعدلات المحتملة - تفينا بتقليل متونة  
الالة الزمنية . بحيث نطمح ان نتقدمها  
بدلاً من الالة الاصلية .

\* نتقدم المعدلات المحتملة بتقدير مركبة  
التذبذب .

5

١) ما هي المعدلات المحتملة بطول مزدي  
مثال: ادعبل للـ المعدلات المحتملة  
للـ الزمنيه التاليه اذا كان  
طول المعدلات المحتمله 3.

2 5 3 4 8 6

المعدلات المحتمله بطول 3 هي

$$\frac{2+5+3}{3} = \frac{10}{3} = 3.33$$

$$\frac{5+3+4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$\frac{3+4+8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

$$\frac{4+8+6}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

∴ للـ المعدلات المحتمله بطول 3 هي

3.33 4 5 6

6

مثال: اوجد مركبة التذبذب ~~بطول~~ عندما يكون طول الممدات المقترنة 3 . وهذه المركبة هي

2	5	3	4	8	6	المركبة التي الزمن
	3.33	4	5	6		الممدات المقترنة بطول 3
	1.67	-1	-1	2		مركبة التذبذب

$$\frac{2+5+3}{3} = 3.33$$

$$\frac{5+3+4}{3} = 4$$

$$\frac{3+4+8}{3} = 5$$

$$\frac{4+8+6}{3} = 6$$

7

المادة التاسعة عشر

\* مركبة التذبذب

\* نستخدم المعدلات المتحركة لتقدير مركبة

التذبذب

مركبة التذبذب = السنة الزمنية - المعدلات المتحركة

المقابلة للسنة الزمنية .

مثال : اذا كانت السنة الزمنية كما يلي

94	93	92	91	90	89	1988	X (السنة)
27	24	15	18	9	12	15	Y (المادة)

او جد ما يلي :

(1) مركبة التذبذب عندما يكون طول المعدلات

المتحركة - فردياً .

(2) = = = = =

تدريجياً .

— —

(كل: 1) عندما يتكون طول المعدلات (المتركة) - مزدوجاً .  
طول المعدلات 3 .

27	24	15	18	9	12	السنة الزمنية: 15
	22	19	14	13	12	المعدلات المتركة (3)
( 2   -4   4   -4   0 )						مرتبة الترتيب:

المعدلات المتركة بطول 3

$$\frac{27 + 24 + 15}{3} = 22$$

$$\frac{24 + 15 + 18}{3} = 19$$

$$\frac{15 + 18 + 9}{3} = 14$$

$$\frac{18 + 9 + 12}{3} = 13$$

$$\frac{9 + 12 + 15}{3} = 12$$

— 2 —

١٥ عندما يكون طول المعدلات المتحركة زوجياً  
ولكن طولها 4 .

27	24	15	18	9	12	15	السلسلة الذاتية
		21	16.5	13.5	13.5		المعدلات المتحركة (4)
		18.75	15	13.5			المعدلات المتحركة المركزية (2)
		-3.75	3	-4.5			مركبة التذبذب !

للمعدلات المتحركة بطول 4 هي

$$\frac{27 + 24 + 15 + 18}{4} = 21$$

$$\frac{24 + 15 + 18 + 9}{4} = 16.5$$

$$\frac{15 + 18 + 9 + 12}{4} = 13.5$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{18 + 9 + 12 + 15}{4} &= 13.5 \end{aligned} \right\}$$

المعدلات المتحركة المركزية بطول 2 نهر

$$\frac{21 + 16.5}{2} = 18.75$$

$$\frac{16.5 + 13.5}{2} = 15$$

$$\frac{13.5 + 13.5}{2} = 13.5$$