

مقاييس التشتت للتوزيعات التكرارية الانحراف المعياري

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف الانحراف المعياري للتوزيع التكراري.
٢. حساب الانحراف المعياري للتوزيع التكراري.
٣. تعريف النظرية (١) للتوزيع التكراري.
٤. استخدام النظرية (١) لحساب التباين والانحراف المعياري للتوزيع التكراري.

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

تعريف:

إذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي X_1, X_2, \dots, X_h وكانت التكرارات المقابلة لها f_1, f_2, \dots, f_h فإن الانحراف المعياري هو الجذر

التربيعي الموجب للتباين

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^h (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}}$$

حيث ان

\bar{X} = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

n = مجموع التكرارات.

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

مثال (١):

$$n = 70$$

$$\sum (X_i - \bar{X})^2 f_i = 1725 \quad \text{اذا كان}$$

احسب الانحراف المعياري؟

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (١):

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^h (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}}$$
$$= \sqrt{\frac{1725}{70-1}} = \sqrt{\frac{1725}{69}} = \sqrt{25} = 5$$

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

مثال (٢): اوجد الانحراف المعياري للتوزيع التكراري؟

الفئات	التكرار (f)
٥ - ١٥	٥
١٥ - ٢٥	٧
٢٥ - ٣٥	٩
٣٥ - ٤٥	١٣
٤٥ - ٥٥	٦
مجموع التكرارات (n)	٤٠

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	الفئات
$10 = 2 \div (10 + 5)$	5	10 - 5
$20 = 2 \div (20 + 10)$	7	20 - 10
$30 = 2 \div (30 + 20)$	9	30 - 20
$40 = 2 \div (40 + 30)$	13	40 - 30
$50 = 2 \div (50 + 40)$	6	50 - 40
	40	مجموع التكرارات (n)

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)		التكرار (f)	الفئات
$50 = 5 \times 10$	$10 = 2 \div (15 + 5)$		5	15 - 5
$140 = 7 \times 20$	$20 = 2 \div (25 + 15)$		7	25 - 15
$270 = 9 \times 30$	$30 = 2 \div (35 + 25)$		9	35 - 25
$520 = 13 \times 40$	$40 = 2 \div (45 + 35)$		13	45 - 35
$300 = 6 \times 50$	$50 = 2 \div (55 + 45)$		6	55 - 45
1280			40	مجموع التكرارات (n)

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n} \\ &= \frac{1280}{40} = 32\end{aligned}$$

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار (f)	X_i	التكرار (f)	الفئات
١٥ - ٥	٥٠ = ٥ × ١٠	١٠ = ٢ ÷ (١٥ + ٥)	٥	١٥ - ٥
٢٥ - ١٥	١٤٠ = ٧ × ٢٠	٢٠ = ٢ ÷ (٢٥ + ١٥)	٧	٢٥ - ١٥
٣٥ - ٢٥	٢٧٠ = ٩ × ٣٠	٣٠ = ٢ ÷ (٣٥ + ٢٥)	٩	٣٥ - ٢٥
٤٥ - ٣٥	٥٢٠ = ١٣ × ٤٠	٤٠ = ٢ ÷ (٤٥ + ٣٥)	١٣	٤٥ - ٣٥
٥٥ - ٤٥	٣٠٠ = ٦ × ٥٠	٥٠ = ٢ ÷ (٥٥ + ٤٥)	٦	٥٥ - ٤٥
	١٢٨٠		٤٠	مجموع التكرارات (n)

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب $(X_i - \bar{X})^2$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	التكرار (f)	الفئات
٤٨٤	٢٢- = ٣٢-١٠	٥٠ = ٥ × ١٠	١٠ = ٢ ÷ (١٥ + ٥)	٥	١٥ - ٥
١٤٤	١٢- = ٣٢-٢٠	١٤٠ = ٧ × ٢٠	٢٠ = ٢ ÷ (٢٥ + ١٥)	٧	٢٥ - ١٥
٤	٢- = ٣٢-٣٠	٢٧٠ = ٩ × ٣٠	٣٠ = ٢ ÷ (٣٥ + ٢٥)	٩	٣٥ - ٢٥
٦٤	٨ = ٣٢-٤٠	٥٢٠ = ١٣ × ٤٠	٤٠ = ٢ ÷ (٤٥ + ٣٥)	١٣	٤٥ - ٣٥
٣٢٤	١٨ = ٣٢-٥٠	٣٠٠ = ٦ × ٥٠	٥٠ = ٢ ÷ (٥٥ + ٤٥)	٦	٥٥ - ٤٥
		١٢٨٠		٤٠	مجموع التكرارات (n)

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢): نحسب $\sum(X_i - \bar{X})^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	$(X_i - \bar{X})^2$	التكرار (f)	الفئات
$2420 = 5 \times 484$	484	$22 = 32 - 10$	$50 = 5 \times 10$	$10 = 2 \div (10 + 5)$	5	10 - 5
$1008 = 7 \times 144$	144	$12 = 32 - 20$	$140 = 7 \times 20$	$20 = 2 \div (20 + 10)$	7	20 - 10
$36 = 9 \times 4$	4	$2 = 32 - 30$	$270 = 9 \times 30$	$30 = 2 \div (30 + 20)$	9	30 - 20
$832 = 13 \times 64$	64	$8 = 32 - 40$	$520 = 13 \times 40$	$40 = 2 \div (40 + 30)$	13	40 - 30
$1944 = 6 \times 324$	324	$18 = 32 - 50$	$300 = 6 \times 50$	$50 = 2 \div (50 + 40)$	6	50 - 40
6240			1280		40	مجموع التكرارات (n)

الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^h (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}} \\ &= \sqrt{\frac{6240}{40-1}} = \sqrt{\frac{6240}{39}} = \sqrt{160} = 12.65 \end{aligned}$$

النظرية (١)

التباين للتوزيع التكراري ذي فئات

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum X_i^2 f_i - n\bar{X}^2 \right]$$

حيث ان

\bar{X} = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

n = مجموع التكرارات.

تطبيقات النظرية (١)

مثال (٣):

التكرار (f)	الفئات
٥	١٥ - ٥
٧	٢٥ - ١٥
٩	٣٥ - ٢٥
١٣	٤٥ - ٣٥
٦	٥٥ - ٤٥
٤٠	مجموع التكرارات (n)

باستخدام النظرية (١)

للتوزيع التكراري اوجد

الانحراف المعياري؟

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	الفئات
$10 = 2 \div (10 + 5)$	5	10 - 5
$20 = 2 \div (20 + 10)$	7	20 - 10
$30 = 2 \div (30 + 20)$	9	30 - 20
$40 = 2 \div (40 + 30)$	13	40 - 30
$50 = 2 \div (50 + 40)$	6	50 - 40
	40	مجموع التكرارات (n)

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)		التكرار (f)	الفئات
$50 = 5 \times 10$	$10 = 2 \div (15 + 5)$		5	15 - 5
$140 = 7 \times 20$	$20 = 2 \div (25 + 15)$		7	25 - 15
$270 = 9 \times 30$	$30 = 2 \div (35 + 25)$		9	35 - 25
$520 = 13 \times 40$	$40 = 2 \div (45 + 35)$		13	45 - 35
$300 = 6 \times 50$	$50 = 2 \div (55 + 45)$		6	55 - 45
1280			40	مجموع التكرارات (n)

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣):

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum_{i=1}^h X_i f_i}{n} \\ &= \frac{1280}{40} = 32\end{aligned}$$

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): نحسب X_i^2

الفئات	التكرار (f)	X_i	التكرار (f)	الفئات
١٠٠	$٥٠ = ٥ \times ١٠$	$١٠ = ٢ \div (١٥ + ٥)$	٥	١٥ - ٥
٤٠٠	$١٤٠ = ٧ \times ٢٠$	$٢٠ = ٢ \div (٢٥ + ١٥)$	٧	٢٥ - ١٥
٩٠٠	$٢٧٠ = ٩ \times ٣٠$	$٣٠ = ٢ \div (٣٥ + ٢٥)$	٩	٣٥ - ٢٥
١٦٠٠	$٥٢٠ = ١٣ \times ٤٠$	$٤٠ = ٢ \div (٤٥ + ٣٥)$	١٣	٤٥ - ٣٥
٢٥٠٠	$٣٠٠ = ٦ \times ٥٠$	$٥٠ = ٢ \div (٥٥ + ٤٥)$	٦	٥٥ - ٤٥
	١٢٨٠		٤٠	مجموع التكرارات (n)

تطبيقات النظرية (١)

حل المثال (٣): نحسب $X_i^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	X_i	$X_i f_i$	التكرار (f)	الفئات
$500 = 5 \times 100$	100	$50 = 5 \times 10$	$10 = 2 \div (10 + 5)$	5	10 - 5
$2800 = 7 \times 400$	400	$140 = 7 \times 20$	$20 = 2 \div (20 + 10)$	7	20 - 10
$8100 = 9 \times 900$	900	$270 = 9 \times 30$	$30 = 2 \div (30 + 20)$	9	30 - 20
$20800 = 13 \times 1600$	1600	$520 = 13 \times 40$	$40 = 2 \div (40 + 30)$	13	40 - 30
$15000 = 6 \times 2500$	2500	$300 = 6 \times 50$	$50 = 2 \div (50 + 40)$	6	50 - 40
47200		1280		40	مجموع التكرارات (n)

تطبيقات النظرية (١)

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum X_i^2 f_i - n\bar{X}^2 \right] \quad \text{حل المثال (٣):}$$

$$= \frac{1}{40-1} \left[47200 - 40 \times 32^2 \right]$$

$$= \frac{1}{39} \times 6240 = 160$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{160} = 12.65$$

تطبيقات الانحراف المعياري للتوزيع التكراري

$$\sum X_i^2 f_i = 30564 \quad \bar{X} = 24 \quad n = 50 \quad \text{اذا كان}$$

اوجد:

أ- التباين.

ب- الانحراف المعياري.