مقاييس التشتت للتوزيعات التكرارية

المدى – التباين

اهداف المحاضرة

بنهاية المحاضرة يكون الطالب قادر على:

١. تعريف المدى للتوزيع التكراري.

٢. حساب المدى للتوزيع التكراري.

٣. تعريف التباين للتوزيع التكراري.

٤. حساب التباين للتوزيع التكراري.

المدى للتوزيع التكراري

تعريف:

المدى للتوزيع التكراري هو الفرق بين الحد الاعلى للفئة العليا والحد الادنى للفئة الدنيا.

المدى للتوزيع التكراري

مثال (١):

احسب المدى للتوزيع التكراري الاتي؟

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

المدى للتوزيع التكراري

حل المثال (١):

المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا

المدى = ٥٥ – ٥ = ٥٠

التباين للتوزيع التكراري

تعريف:

اذا كانت مراكز فئات توزيع تكراري هي: $X_1, X_2, \ldots, X_h$

وكانت التكرارات المقابلة لها $f_1, f_2, \ldots, f_h$

فالتباين هو

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} (X_i - \bar{X})^2 f_i}{n-1}$$

حيث ان

$\bar{X}$ = الوسط الحسابي للتوزيع التكراري.

n = مجموع التكرارات.

التباين للتوزيع التكراري

مثال (٢): اوجد التباين للتوزيع التكراري؟

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

التباين للتوزيع التكراري

الفئات	التكرار (f)
٥ ـ ١٥	٥
١٥ ـ ٢٥	٩
٢٥ ـ ٣٥	١٤
٣٥ ـ ٤٥	١٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

حل المثال (٢):

لإيجاد التباين للتوزيع التكراري اولا يتم حساب الوسط الحسابي ولحساب الوسط الحسابي نحسب مركز الفئة.

التباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٢): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	الفئات
٥ ـ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠
١٥ ـ ٢٥	٩	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠
٢٥ ـ ٣٥	١٤	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠
٣٥ ـ ٤٥	١٥	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠
٤٥ ـ ٥٥	١٧	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠	

التباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٢): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)		التكرار (f)	الفئات
٥ ـ ١٥	٥		(٥+١٥)÷٢=١٠	١٠×٥= ٥٠
١٥ ـ ٢٥	٩		(١٥+٢٥)÷٢=٢٠	٢٠×٩= ١٨٠
٢٥ ـ ٣٥	١٤		(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠	٣٠×١٤ = ٤٢٠
٣٥ ـ ٤٥	١٥		(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٥ = ٦٠٠
٤٥ ـ ٥٥	١٧		(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠	٥٠×١٧= ٨٥٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠			٢١٠٠

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{2100}{60} = 35$$

التباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٢): نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار (f)	X_i		التكرار f	الفئات
٥ _ ١٥	٥	(٥+١٥)÷٢=١٠		١٠×٥= ٥٠	١٠- ٣٥= - ٢٥
١٥ _ ٢٥	٩	(١٥+٢٥)÷٢=٢٠		٢٠×٩= ١٨٠	٢٠-٣٥= - ١٥
٢٥ _ ٣٥	١٤	(٢٥+٣٥)÷٢=٣٠		٣٠×١٤ = ٤٢٠	٣٠-٣٥= - ٥
٣٥ _ ٤٥	١٥	(٣٥+٤٥)÷٢=٤٠		٤٠×١٥ = ٦٠٠	٤٠-٣٥= ٥
٤٥ _ ٥٥	١٧	(٤٥+٥٥)÷٢=٥٠		٥٠×١٧= ٨٥٠	٥٠-٣٥= ١٥
مجموع التكرارات (n)	٦٠			٢١٠٠	

التباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٢): نحسب $(X_i - \bar{X})^2$

الفئات	التكرار (f)	$X_i f_i$	X_i	التكرار (f)	الفئات
٥ _ ١٥	٥	(١٥+٥)÷٢=١٠	١٠×٥= ٥٠	١٠- ٣٥= -٢٥	٦٢٥
١٥ _ ٢٥	٩	(٢٥+١٥)÷٢=٢٠	٢٠×٩= ١٨٠	٢٠-٣٥= -١٥	٢٢٥
٢٥ _ ٣٥	١٤	(٣٥+٢٥)÷٢=٣٠	٣٠×١٤ = ٤٢٠	٣٠-٣٥= -٥	٢٥
٣٥ _ ٤٥	١٥	(٤٥+٣٥)÷٢=٤٠	٤٠×١٥ = ٦٠٠	٤٠-٣٥= ٥	٢٥
٤٥ _ ٥٥	١٧	(٥٥+٤٥)÷٢=٥٠	٥٠×١٧= ٨٥٠	٥٠-٣٥= ١٥	٢٢٥
مجموع التكرارات (n)	٦٠		٢١٠٠		

التباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٢): نحسب $\sum(X_i - \bar{X})^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$	$X_i f_i$	X_i	التكرار (f)	الفئات
٥ ـ ١٥	٥	(١٥+٥)÷٢=١٠		٥×١٠= ٥٠	١٠- ٣٥= ـ ٢٥	٦٢٥	٦٢٥×٥=٣١٢٥
١٥ ـ ٢٥	٩	(٢٥+١٥)÷٢=٢٠		٩×٢٠= ١٨٠	٢٠-٣٥= ـ ١٥	٢٢٥	٢٢٥×٩=٢٠٢٥
٢٥ ـ ٣٥	١٤	(٣٥+٢٥)÷٢=٣٠		١٤×٣٠ = ٤٢٠	٣٠-٣٥= ـ ٥	٢٥	٢٥×١٤=٣٥٠
٣٥ ـ ٤٥	١٥	(٤٥+٣٥)÷٢=٤٠		١٥×٤٠ = ٦٠٠	٤٠-٣٥= ٥	٢٥	٢٥×١٥=٣٧٥
٤٥ ـ ٥٥	١٧	(٥٥+٤٥)÷٢=٥٠		١٧×٥٠= ٨٥٠	٥٠-٣٥= ١٥	٢٢٥	٢٢٥×١٧=٣٨٢٥
مجموع التكرارات (n)	٦٠			٢١٠٠			٩٧٠٠

التباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٢):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{9700}{60-1} = \frac{9700}{59} = 164.4$$

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

الفئات	التكرار f
٣ ـ ٩	١١
٩ ـ ١٥	١٢
١٥ ـ ٢١	٢٠
٢١ ـ ٢٧	١٠
٢٧ ـ ٣٣	٧
مجموع التكرارات (n)	٦٠

مثال (٣): للتوزيع التكراري التالي احسب:

١. المدى.

٢. التباين.

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣):

المدى = الحد الاعلى للفئة العليا – الحد الادنى للفئة الدنيا

المدى = ٣٣ – ٣ = ٣٠

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٣): نحسب مراكز الفئات للتوزيع التكراري $X_i = \frac{L+U}{2}$

الفئات	التكرار (f)	الفئات
٣ ـ ٩	١١	٦ =٢÷(٩+٣)
٩ ـ ١٥	١٢	١٢ =٢÷(١٥+٩)
١٥ ـ ٢١	٢٠	١٨=٢÷(٢١+١٥)
٢١ ـ ٢٧	١٠	٢٤=٢÷(٢٧+٢١)
٢٧ ـ ٣٣	٧	٣٠=٢÷(٣٣+٢٧)
مجموع التكرارات (n)	٦٠	

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٣): لحساب الوسط الحسابي نحسب $\sum X_i f_i$

الفئات	التكرار (f)		التكرار (f)	الفئات
٣ – ٩	١١		(٣+٩)÷٢= ٦	١١×٦=٦٦
٩ – ١٥	١٢		(٩+١٥)÷٢= ١٢	١٢×١٢=١٤٤
١٥ – ٢١	٢٠		(١٥+٢١)÷٢=١٨	١٨×٢٠=٣٦٠
٢١ – ٢٧	١٠		(٢١+٢٧)÷٢=٢٤	٢٤×١٠=٢٤٠
٢٧ – ٣٣	٧		(٢٧+٣٣)÷٢=٣٠	٣٠×٧=٢١٠
مجموع التكرارات (n)	٦٠			١٠٢٠

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣):

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{h} X_i f_i}{n}$$

$$= \frac{1020}{60} = 17$$

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٣): نحسب انحرافات مراكز الفئات عن الوسط الحسابي $(X_i - \bar{X})$

الفئات	التكرار (f)	X_i		التكرار f	الفئات
٣ – ٩	١١	(٣+٩)÷٢= ٦		١١×٦=٦٦	٦-١٧= -١١
٩ – ١٥	١٢	(٩+١٥)÷٢= ١٢		١٢×١٢=١٤٤	١٢-١٧= -٥
١٥ – ٢١	٢٠	(١٥+٢١)÷٢=١٨		١٨×٢٠=٣٦٠	١٨-١٧= ١
٢١ – ٢٧	١٠	(٢١+٢٧)÷٢=٢٤		٢٤×١٠=٢٤٠	٢٤-١٧= ٧
٢٧ – ٣٣	٧	(٢٧+٣٣)÷٢=٣٠		٣٠×٧=٢١٠	٣٠-١٧= ١٣
مجموع التكرارات (n)	٦٠			١٠٢٠	

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٣): نحسب $(X_i - \bar{X})^2$

الفئات	التكرار (f)	$X_i f_i$	X_i	التكرار (f)	الفئات
٣ – ٩	١١	(٣+٩)÷٢= ٦	١١×٦=٦٦	٦-١٧= -١١	١٢١
٩ – ١٥	١٢	(٩+١٥)÷٢= ١٢	١٢×١٢=١٤٤	١٢-١٧= -٥	٢٥
١٥ – ٢١	٢٠	(١٥+٢١)÷٢=١٨	١٨×٢٠=٣٦٠	١٨-١٧= ١	١
٢١ – ٢٧	١٠	(٢١+٢٧)÷٢=٢٤	٢٤×١٠=٢٤٠	٢٤-١٧= ٧	٤٩
٢٧ – ٣٣	٧	(٢٧+٣٣)÷٢=٣٠	٣٠×٧=٢١٠	٣٠-١٧= ١٣	١٦٩
مجموع التكرارات (n)	٦٠		١٠٢٠		

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

- حل المثال (٣): نحسب $\sum(X_i - \bar{X})^2 f_i$

الفئات	التكرار (f)	$X_i - \bar{X}$	$(\bar{X})^2$	$X_i f_i$	X_i	تكرار (f)	الفئات	ا
٣ – ٩	١١	٦ =٢÷(٩+٣)		٦٦=٦×١١	١١- =١٧-٦	١٢١	١٣٣١=١١×١٢١	
٩ – ١٥	١٢	١٢ =٢÷(١٥+٩)		١٤٤=١٢×١٢	٥- =١٧-١٢	٢٥	٣٠٠=١٢×٢٥	
١٥ – ٢١	٢٠	١٨=٢÷(٢١+١٥)		٣٦٠=٢٠×١٨	١ =١٧-١٨	١	٢٠=٢٠×١	
٢١ – ٢٧	١٠	٢٤=٢÷(٢٧+٢١)		٢٤٠=١٠×٢٤	٧ =١٧-٢٤	٤٩	٤٩٠=١٠×٤٩	
٢٧ – ٣٣	٧	٣٠=٢÷(٣٣+٢٧)		٢١٠=٧×٣٠	١٣ =١٧-٣٠	١٦٩	١١٨٣=٧×١٦٩	
مجموع التكرارات (n)	٦٠			١٠٢٠			٣٣٢٤	

تطبيقات على المدى والتباين للتوزيع التكراري

حل المثال (٣):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{h} \left(X_i - \overline{X}\right)^2 f_i}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{3324}{60-1} = \frac{3324}{59} = 56.34$$