ملخص مبادئ رياضيات الطبعة الاولى
الفصل الدراسي الثاني من عام 1433 هـ
المدرس / د أسامة حنفي محمود
alkon

قانون

يرمز القيمة المطلقة للعد x بـــ $|x|$

ملاحظة :

وجود اشارة سالبة قبل أي قوس تغير جميع الاشارات الي جوى القوس يعني اذا كانت سالبة تغيرها موجبة والعكس صحيح

مثال (5 x + 4 y) – (-2 x + 9 y) تغير الموجب سالب والسالب موجب

ملاحظة

اذا اتحدت الاساسات فأنة عند الضرب تجمع الاسسس.

ملاحظة

أي مقدار $X^0 = 1$

القانون هذا مهم للغاية :

مربع المقدار الاول + 2 * الاول * الثاني + مربع الثاني متى تستخدم هذا القانون

اذا جاك مثل هذا المثال

$$(N + 4M)(N + 4M) = {}^{2}(N + 4M)$$

ملاحظة

إذا اتحدت الإشارات تكون دائما + موجبة

وإذا اختلفت تكون دائما - سالبة

ملاحظة

تذكر دائما ان

$$\text{كمية غير محدودة} = \frac{\text{صفر}}{\text{إي مقدار}} \text{ مالانهاية} = \frac{\text{صفر}}{\text{إي مقدار}} = \frac{\text{صفر}}{\text{إي مقدار}}$$

ملاحظة :

ويشترط لإجراء أي عملية قسمة إن المقام لا يساوي صفر

قانون :

يمكن تحليل الفرق المربعين كما يلي

(الجذر التربيعي الاول – الجذر التربيعي الثاني) (الجذر التربيعي الاول + الجذر التربيعي الثاني)

مثال :

$$(y + x)\ (y - x) = (y^2 - x^2)$$

قانون مهم

(جذر الاول - جذر الثاني) (مربع الاول + الثاني * جذر الثاني + مربع الثاني)

مثال

$$(y^2 + y\,x + x^2)\ (y - x) = y^3 - x^3$$

ملاحظة هامة :

اذا اتحدت الاساسات فأنة عند الضرب تجمع الاسس

اذا اتحدت الاساسا عند القسمة تطرح الاسس

اللوغاريتمات :

ملاحظة

اللوغارتمات : هي قوة الأس المرفوع لأساس معين

مثال

$10^3 = 1000$ ليش اس ثلاثة حسب لا اصفار عندك وهكذا

لذالك يكون $\log_{10} 1000 = 3$

قوانين اللوغاريتمات :

- $\text{Log } x^n = n \log x$

مثال

$\text{Log } 4^5 = 4 \log 5$

- $\text{Log } (x * y) = \log x + \log y$

مثال

$\text{Log } 20 = \log (4*5) = \log 4 + \log 5$

- $\text{Log } (x/y) = \log x - \log y$

مثال

$\text{Log } (35/2) = \log 35 - \log 2 = \log (7*5) - \log 2$

- $\text{Log}_a a = 1$

مثال

$\text{Log}_5 5 = 1 , \log_7 7 = 7 , \ldots\ldots$

يعني اذا كان العدد نفس الاساس مهما كانت قيمتة ومهما كان عدد كبير الكل = 1

ملحوظة

Log 10 = 10 **اذا لم يكتب الأساس تحت اللوغاريتمات يكون = 10**

التباديل

يرمز للتباديل بالرمز **p** فإذا كان لدينا **n** من الأشياء نريد ترتيبها **r** من الترتيبات فأن عدد طرق الترتيب هي $_nP_r$,

- $_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- $_nP_r$ = n(n-1)(n-2)…(n-r+1)
- nPn = n!

مثال:

$_3P_3$= 3! = 3*2*1= 6

$_6P_6$= 6! = 6*5*4*3*2*1= 750

التوافق

يرمز لها بالحرف **C**

حيث أن $nCr = \frac{n\Pr}{r!} = \frac{n(n-1)(n-2)...(n-r+1)}{r(r-1)(r-2)...3*2*1}$

مثال :

$7C4 = \frac{7*6*5*4}{4*3*2*1} = \frac{840}{24} = 35$

حظو معاي انة بداء من الرقم 7 ثم 6 ثم 5 ثم 4 يعني اربع خانات زي الاساسا بالضبط وانتم افهموها

هام جدا

$nCn = 1$

مثال : $6C6 = 1$, $8C8 = 1$, $12C12 = 1$

دائما اذا تفق الاساس والاس في التوافق الناتج = **1**

$nC0 = 1$

مثال : $10C0 = 1$, $7C0 = 1$, $4C0 = 1$

$nC1 = n$

مثال : $7C1 = 7$, $11C1 = 11$, $5C1 = 5$

وش يعني ذا الكلام يعني في التوافق اذا جاء اساس التوافق 1 يعطينا الاس مباشرة دون أي جدل

نظرية ذات الحدين

الأس

$$(x+a)^n = nC0a^0x^n + nC1a^1x^{n-1} + nC2a^2x^{n-2} + ... + nCna^nx^0$$

الحد الأول

الحد الثاني

مثال : أوجد مفكوك $(x+3)^3$:

$$(x+3)^3 (x+3)^1 =$$

$$=(x^2+6x+9)(x+3) = x^3+6x^2+9x$$

من المثال واضح أنه بسيط

اللي أتضح أنه نأخذ أول معامل

اللي هو x الموجود في القوس الثاني ونضربه في القوس الأول بالكامل

ما عليكم من القانون كله خرابيط

الحد العام لنظرية ذات الحدين

H_{r+1}= nCr (socand term)^{r} (first term)$^{n-r}$

(r) رتبتها أقل من رتبة الحد بقدار واحد .

تعريب للقانون :

$$H_{r+1}= nCr(\text{الحد الثاني})^{r}(\text{الحد الاول})^{n-r}$$

عدد الحدود = الاس + 1

للي ما فهم هذا مثال :

أوجد الحد الخامس في مفكوك $(x+3)^{9}$ ؟

الحل : H_5 , r = 4 , n = 9

قلنا قبل أن رتبتها أقل من رتبة الحد بمقدار واحد .. ورتبة الحد هي الخامس زي مو مذكور بالسؤال

$$H_{r+1}= nCr(\text{الحد الثاني})^{r}(\text{الحد الاول})^{n-r}$$

$$H_5= 9C4\ (3)^{4}\ (X)^{9-4}$$

$= 126*81*X^5= 10206X^5$

الحد الاوسط

له فرعين: لأستخراج الحد الأوسط :

الاول الاس زوجي وانه نعوض بالمعادلة الاتية :

$$H = \frac{n+2}{2}$$

والثاني الاس فردي وأنه نعوض بالمعادلة الأتية :

$$H = \frac{n+1}{2} , \frac{n+3}{2}$$

ناخذ مثال عشان نفهم أكثر:

أوجد الحد الاوسط في مفكوك $(X-2)^{10}$

الحل : كيف نعرف أن الاس زوجي أو فردي عشان نطلع رتبة الحد ,, لازم نعوض بالمعادله الزوجية ونشوف

$$H = \frac{10+2}{2} = 6$$

أذاً رتبت الحد الاوسط هي زوجيه اللي هي H_6 ,

اذاً $r = 5$ ليش لانها اقل من رتبة الحد السادس

أذا $n= 10$ عاد مابيغالها اللي هو الاس

$$H_6= {}_{10}C_5 (-2)^2 (X)^{10-5}= 252*-32*X^5 = -8064X^5$$

الحد الخالي من X :

كل هالحاجات تعويض فقط تابع معاي :

بناخذ مثال :

أوجد الحد الخالي من X في مفكوك $\left[X-\frac{4}{x}\right]^{12}$:

الحل :

$$H_{r+1}= 12Cr\left(\frac{-4}{\mathrm{X}}\right)^{r}(\mathrm{X})^{12-r}$$

$$H_{r+1}= 12Cr(-4)^{r}(\mathrm{X})^{r}(\mathrm{X})^{12-r}$$

$$H_{r+1}= 12Cr(-4)^{r}x^{12-2r}$$

بما أننا نريد الحد الخالي من X لذالك نضع $12-2r=0$

نعوض بالمعادلة :

$$12-2r=0 > 12=2r > r=\frac{12}{2}=6$$

أذا ننتج أن :

$$H_{r+1}= 6+1= \boldsymbol{H_7}$$

الحد الذي يحتوي على x4 :

نأخذ مثال :

أوجد الحد الذي يحتوي على x^4 في مفكوك $\left[X-\frac{4}{x}\right]^{12}$:

الحل :

$$H_{r+1}= 12Cr\left(\frac{-4}{X}\right)^{r}(X)^{12-r}$$

$$H_{r+1}= 12Cr(-4)^{r}(X)^{r}(X)^{12-r}$$

$$H_{r+1}= 12Cr(-4)^{r}x^{12-2r}$$

بما أننا نريد الحد الذي يحتوي على x^4 لذالك نضع المعادلة هكذا :

$12-2r=4 > 12-4=2r > 8 = 2r > r = \frac{8}{2} = 4$

أذاً ننتج أن :

$H_{r+1} = H_{4+1} = \mathbf{H_5}$

المتواليات :

نوعان :

1- المتواليات العدديه (الحسابيه) .
2- المتواليات الهندسيه .

3- أولا : المتواليه العدديه :

يطلق على متسلسلة الأعداد التي يكون الفرق فيها بين أى حد والحد السابق له مباشرة مقدار ثابت المتوالية العددية.

فمثلاً : .....2,5,8, يطلق عليها المتواليه العدديه حيث أن :

8 – 5 = 3

5 – 2 = 3

الفرق الثابت يسمى أساس المتوالية ويرمز له بالرمز d .

الحد الأول	A= 2
الحد الأخير	L= 8
أساس المتوالية	d= 3

4- الرموز المستخدمه :

- A = الحد الاول
- D = اساس المتواليه (الفرق الثابت) .
- L = الحد الأخير .
- H_n = الحد العام .
- S_n = مجموع المتواليه .

القوانين :

الحد العام : $H_n = a + (n-1)d$

مثال :

الحد الثامن $H_8 = a + 7d$ >>

الحد الرابع $H_4 = a + 3d$ >>

- **مجموع المتوالية يمكن إيجاده بطريقتين:**

1- **بمعلوميه الحد الأخير** :

$$Sn = \frac{n}{2}(a + L)$$

2- **بمعلوميه أساس المتوالية** :

$$Sn = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

- **ناخذ مثال عشان نفهم :**

في المتواليه التاليه : 3,7,11,.....

A

أوجد :

1- نوع المتواليه ؟

عدديه لماذا ؟ لان الفرق بين 3,7,11,..... متساوي وهو 4

2- أساس المتواليه ؟

D= 4 .. كيف عرفنا ماهو قلنا ان الفرق بينهم هو 4 هذا اساس المتوالية

3- الحد الخامس ؟

$$H_5 = a+4d$$

$$=3+4*4 = 19$$

طبعاً الـ a طلعناها من المتواليه وهو الحد الاول 3,7,11,...

4- الحد التاسع ؟

$$H_9 = a+8d$$

$$=3+8*4 = 35$$

5- مجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟

$$sn = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$sn = \frac{10}{2}(2 \times 3 + (10-1)4)$$

$$sn = 5(6 + (9 \times 4))$$

$$sn = 5(6 + 36)$$

$$sn = 5 \times 42 = 210$$

المتواليه الهندسيه :

يطلق علي متسلسلة الأعداد التى يكون خارج قسمة أى حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت بالمتوالية الهندسية.

الرموز :

- A = الحد الاول
- R = اساس المتواليه
- S_n = مجموع n من الحدود
- S_∞ = مجموع المتواليه الى مالانهايه

القوانين:

الحد العام	$h_n = a\, r^{n-1}$
مجموع عدد معين من الحدود	$s_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$
مجموع المتوالية إلى ما لا نهاية	$s_\infty = \frac{a}{1 - r}$

مثال : في المتواليه 4,8,16,..... أوجد الحد العاشر , ومجموع العشر حدود الاولى من المتواليه ؟

الحل :

مثال : **متواليه هندسيه حدها الاول 5 واساسها 3- اوجد الحد السادس ومجموع ثمان الحدود الاولى منها ؟**

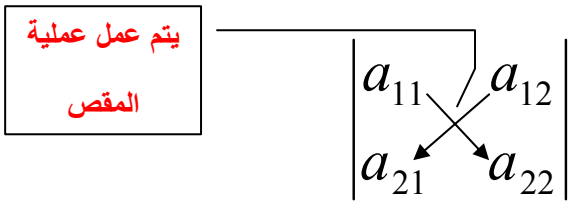
الحل :

مثال : **اوجد مجموع المتواليه .....,49.75-99.5,199 الى مالانهايه ؟**

الحل :

المحددات:

المحدد من الرتبه الثانيه يكون على الصوره التاليه



ويمكن الحصول على قيمة المحدد

$$= (a_{11} \times a_{22}) - (a_{12} \times a_{21})$$

مثال : أوجد قيمة المحدد $\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$

الحل :

= (5X8)-(3X7)

= 40-21 = 19

مثال : أوجد قيمة المحدد $\begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$

الحل :

=(-3X4)-(-1X6)

= -12 + 6 = -6

مثال : اوجد قيمة المحدد $\begin{vmatrix} -12 & 4 \\ -3 & -2 \end{vmatrix}$

الحل :

=(-12X-2)-(4X-3)

=24 + 12 = 36

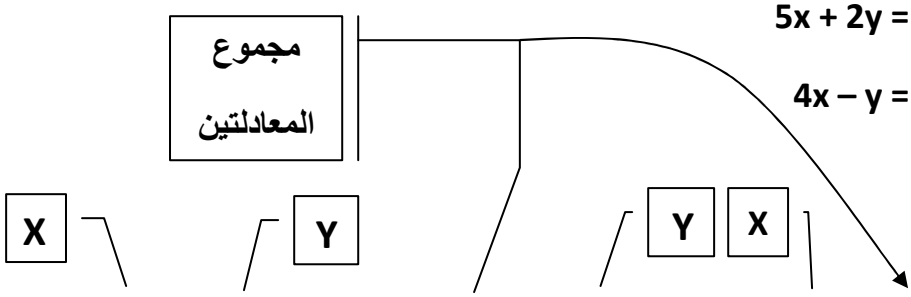
إستخدام المحددات في حل المعادلات :

مثال : **باستخدام المحددات حل المعادلات التاليه :**

$$5x + 2y = 19$$

$$4x - y = 10$$

الحل :



$$\triangleq \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} , \triangleq x \begin{vmatrix} 19 & 2 \\ 10 & -1 \end{vmatrix} , \triangleq y \begin{vmatrix} 5 & 19 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$$

أذا الحلول هي :

- $\triangleq \begin{vmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{2} \\ \mathbf{4} & \mathbf{-1} \end{vmatrix} = (\mathbf{5} \times \mathbf{-1}) - (\mathbf{2} \times \mathbf{4}) = \mathbf{-5 - 8 = -3}$

- $\triangleq \mathbf{x} \begin{vmatrix} \mathbf{19} & \mathbf{2} \\ \mathbf{10} & \mathbf{-1} \end{vmatrix} = (\mathbf{19} \times \mathbf{-1}) - (\mathbf{2} \times \mathbf{10}) = \mathbf{-19 - 20 = -39}$

- $\triangleq \boldsymbol{y} \begin{vmatrix} \mathbf{5} & \mathbf{19} \\ \mathbf{4} & \mathbf{10} \end{vmatrix} = (\mathbf{5} \times \mathbf{10}) - (\mathbf{19} \times \mathbf{4}) = \mathbf{50 - 76 = -26}$

أذا : حتى يمكن إيجاد قيمتي كلاً من X و Y يتم حساب $\triangleq x$ و $\triangleq \boldsymbol{y}$ و $\triangleq$ **كما يلي**

$$Y = \frac{\triangleq y}{\triangleq} = \frac{-26}{-13} = 2 , \qquad X = \frac{\triangleq x}{\triangleq} = \frac{-39}{-13} = 3$$

وبهذا أنتهي والحمدلله

أخوكم alkon