المحـــــــاضره التاسعه (الجزء الأول)

مقاييس التشتت النسبى والإلتواء والتفلطح

هناك مقاييس أخرى لابد من دراستها غير تلك التي تم التعرض لها في المحاضرات السابقة لمساعدة الباحث فى الحكم على البيانات محل التحليل والدراسة من حيث درجة التشتت والمقارنة فيما بينها وكذلك مقاييس التوزيع والتى تتمثل فى دراسة الإلتواء والتفلطح للمنحنيات التكرارية لتوزيعات المتغيرات المختلفة .

لذلك سيتم فى هذا الفصل دراسة كلا من:

- مقاييس التشتت النسبى
- القيمة المعيارية
- الإلتواء
- التفلطح

اولا – مقاييس التشتت النسبى Coefficient of Variation

يستخدم هذا النوع من المقاييس لمقارنة تشتت مجموعتين من البيانات او ظاهرتين او توزيعين، وفى تلك الحالة لا يصلح مقانة التباين او الانحراف المعيارى لكلا المجموعتين، حيث يكون لها وحدات قياس تختلف على حسب طبيعة الظاهرة محل الدراسة.

لذا فى حالة الرغبة فى المقارنة بين التشتت لظاهرتين أو أكثر فإنة يتم الاعتماد فى عملية المقارنة على مقاييس التشتت النسبى Coefficient of variations (c.v.) والتى يعبر عنها من خلال معامل الاختلاف المعيارى والذى يمكن حسابة بالاعتماد على كلا من الوسط الحسابى والانحراف المعيارى حيث أن

معامل الاختلاف = الانحراف المعيارى ÷ الوسط الحسابى

في حالة الاعتماد على بيانات العينة يتم حساب معامل الاختلاف من خلال المعادلة:

$$c.v. = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

أما اذا كانت البيانات المتاحة من جداول تكرارية (بيانات مبوبة) فيمكن الاعتماد على معامل الاختلاف الربيعى المعيارى والذى يعتمد فى حسابة على الوسيط والربيع الادنى والربيع الأعلى وخاصة فى حالة الجداول المفتوحة حيث أن:

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$

معادلات حساب كل من الوسيط Med والربيع الأول Q1 والربيع الثالث Q3

الوسيط *Med*:

$$Med = \mathrm{L}_{\mathrm{Med}} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Med}$$

Med	قيمة الوسيط
L_{Med}	الحد الادنى لبداية الفئة الوسيطية
k_{Med}	ترتيب الوسيط
F_a	
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطية
I_{Med_1}	طول الفئة الوسيطية

معادلات حساب كل من الوسيط Med والربيع الأول Q1 والربيع الثالث Q3

الربيع الأول Q1:

$$Q_1 = \mathrm{L}_{\mathrm{Q}_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

Q_1 قيمة الربيع الأدنى أو الأول

L_{Q_1} الحد الادنى لبداية الفئة الربيعية الأولى

k_{Q_1} ترتيب الربيع الأول

F_a التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الأولى

F_b التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الأولى

I_{Q_1} طول الفئة الربيعية الأولى Q_3

معادلات حساب كل من الوسيط Med و الربيع الأول Q1 و الربيع الثالث Q3

الربيع الثالث Q3:

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

Q_3 قيمة الربيع الأدنى أو الثالث

L_{Q3} الحد الادنى لبداية الفئة الربيعية الثالثة

k_{Q_3} ترتيب الربيع الثالث

F_a التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الثالثة

F_b التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الثالثة

I_{Q_3} طول الفئة الربيعية الثالثة

مثال :

البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوى بأحد الاحياء:

الايجار بالألف ريال	6-	10 -	12-	14- 18
عدد الوحدات السكنية	15	20	12	13

المطلوب:ـ

حساب :

- معامل الاختلاف للإيجار السنوى
- معامل الاختلاف الربيعى للإيجار السنوى

الحل :

- حساب معامل الاختلاف للإيجار السنوي

يتم إعداد الجدول التالي حتى يمكن حساب كلاً من الوسط الحسابى والتباين والانحراف المعيارى.

فئات الإيجار	التكرار(f)	مركز الفئة x	xf	$\bar{x}$	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$	$f(x-\bar{x})^2$
6 -	15	8	120	11.73	-3.73	13.91	208.69
10 -	20	11	220	11.73	-0.73	0.533	10.66
12 -	12	13	156	11.73	1.27	1.61	19.32
14 - 18	13	16	208	11.73	4.27	18.23	236.99
المجموع	60		704				475.66
	$\sum f$		$\sum xf$				$\sum\left[f(x-\bar{x})^2\right]$

الوسط الحسابى:

يمكن إيجاد الوسط الحسابى كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{l} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i} = \frac{704}{60} = 11.733$$

التباين:

يمكن الحصول على التباين كما يلي:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l} \left[f(x - \bar{x})^2 \right]}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

$$S^2 = \frac{475.66}{60} = 7.93$$

الانحراف المعيارى

يمكن حسابة كما يلي:

$$S = \sqrt{7.93} = 2.816$$

وبذلك يمكن حساب معامل الاختلاف C. V. ليكون كما يلي:

$$c.v. = \frac{S}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{2.816}{11.733} \times 100 = 24\%$$

أى أن معامل الاختلاف للإيجار السنوى للوحدات السكنية بلغ 24 %

حساب معامل الاختلاف الربيعي:

وحتى يمكن حسابة لابد من حساب كلا من:

- الربيع الاعلى
- الربيع الادنى
- الوسيط

وحتى يتسنى لنا حساب ذلك لابد من إعداد جدول التكرار المتجمع الصاعد كما يلي:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 6	صفر
أقل من 10	**15**
أقل من 12	**35**
أقل من 14	**47**
أقل من 18	**60**

إيجاد الرتبة:

	Q1	**Med**	**Q3**
الرتبة	$k_{Q1} = n/4$ $= 60/4$ $= 15$	$k_{Med} = n/2$ $= 60/2$ $= 30$	$k_{Q3} = 3n/4$ $= 3(60)/4$ $= 45$

إيجاد القيمة:

أ- الوسيط

$$Med = L_{Med} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

$$Med = 10 + \frac{30-15}{35-15} \times 2 = 11.5$$

ب- الربيع الأدنى (الأول):

نلاحظ أن رتبة الربيع الأول 15 ويوجد تكرار متجمع صاعد نفسه 15 أمام الحد الأعلى للفئة 10 لذلك لا يتم تطبيق قانون الربيع الأول وإنما نحصل على قيمة الربيع الأول مباشرة وهي:

$$Q_1 = 10$$

ج- الربيع الأعلى (الثالث):

$$Q_3 = 12 + \frac{45-35}{47-35} \times 2 = 13.6667$$

وبذلك يمكن حساب معامل الاختلاف الربيعى كما يلى:

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$

$$= \frac{13.6667\text{-}10}{13.667+10} \times 100 = 15.494\%$$

ويتضح لنا مما سبق أن معامل الاختلاف الربيعى للإيجار السنوى للوحدات السكنية بلغ 15.494 % .

ونلاحظ وجود أختلاف بين قيمتى معامل الاختلاف بأستخدام كلا من المعادلة الأولى والثانية وذلك لأختلاف الأساس الرياضى فى كل من التعريفين المعادلتين. الا أنة يفضل استخدام المعادلة الثانية فى حالة االجداول التكرارية المفتوحة أما غير ذلك فيفضل استخدام المعادلة الأولى.

ثانيا :القيمة المعيارية Standardized values

وهي تلك القيمة التي تقيس مدى انحراف قيمة مفردة ما من مفردات الدراسة عن الوسط الحسابى لها وذلك بوحدات من الانحراف المعيارى. ويشار إلى المتغير الذى يعبر عن القيم المعيارية بالمتغير المعيارى. ويرمز للقيمة المعيارية بالرمز Z حيث أن:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

وبالتالى يمكن الاعتماد على القيمة المعيارية فى المقارنة بين القيم المطلقة للظواهر المختلفة

مثال :-

حصل أحد الطلاب فى مقرر المحاسبة على (80) درجة حيث بلغ متوسط درجات الطلاب فى أختبار المحاسبة (83) درجة بإنحراف معيارى (5). بينما حصل فى اختبار مقرر الرياضيات على (70) درجة حيث بلغ متوسط درجة الطلاب فى اختبار الرياضيات (65) درجة بأنحراف معيارى قدرة (5) درجات . هل يمكن القول بأن درجات الطالب فى مقرر المحاسبة أفضل من درجته فى مقرر الرياضيات ؟

الحل :

للحكم على مدى أفضلية الدرجة التى حصل عليها الطالب فى أى من المقررين يجب حساب القيمة المعيارية لكل منهما كما يلى:

القيمة المعيارية لدرجة الطالب فى مقرر المحاسبة هى:

$$z_1 = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{80 - 83}{5} = -0.6$$

القيمة المعيارية لدرجة الطالب فى مقرر الرياضيات هي:

$$z_2 = \frac{70 - 65}{5} = 1$$

يتضح لنا مما سبق أن القيمة المعيارية لدرجة الطالب فى مقرر الرياضيات هى (1+) مما يعنى أن الدرجة التى حصل عليها الطالب أكبر من متوسط درجات الطالب بينما بلغت القيمة المعيارية للدرجة التى حصل عليها الطالب فى مقرر المحاسبة (0.6-) مما يدل على أن الدرجة التى حصل عليها الطلب أقل من متوسط الدرجات التى حصل عليها الطلاب .

ويدل ذلك على أنه من الناحية الظاهرية قد تبدو درجة الطالب فى مقرر المحاسبة أفضل إلا أنه فى حقيقة الأمر أن مستوى الطالب فى مقرر الرياضيات هو الأفضل.

المحاضره التاسعه (الجزء الثاني)

تابع .... مقاييس التشتت النسبى والإلتواء والتفلطح

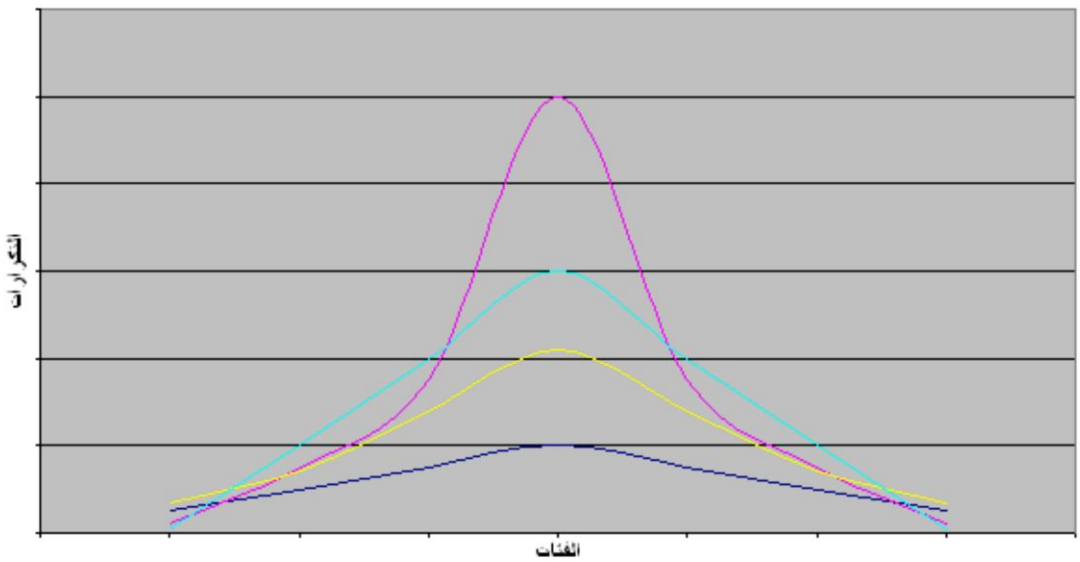
ثالثا : مقاييس الإلتواء Skewdness Measures

عند دراسة أشكال منحنيات التوزيعات التكرارية المختلفة نجد أن منها ماهو متماثل Symmertical ومنها الغير متماثل أى يوجد به ما يسمى بالإلتواء Skewed كما يتضح من أشكال منحنيات التوزيعات التالية:

المنحنى المتماثل Symmetrical Curve

هو المنحنى الذى اذا قسمناه إلى نصفين إنطبق هذان النصفان على بعضهما البعض تماما

شكل يوضح منحنيات التوزيع المتماثل



مقاييس التشتت النسبى Coefficient of Variation

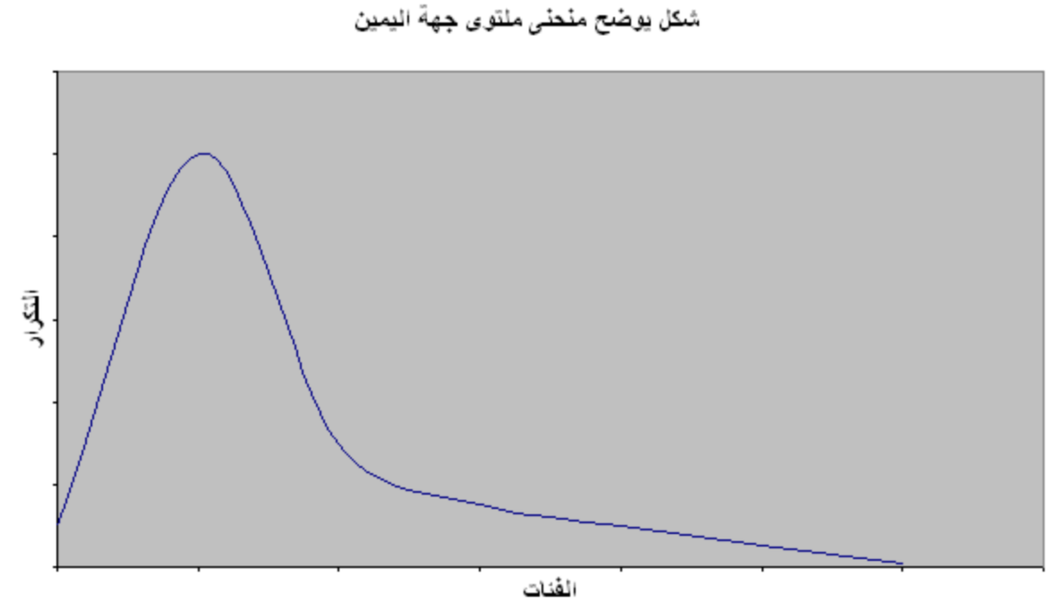
ونلاحظ ان المنحنيات المتماثلة فى الشكل السابق تختلف قممها ارتفاعا أو تفلطحا و تدببا حسب حجم التكرارات على جانبى القمة.

ويتميز التوزيع المتماثل بأن:

الوسط الحسابى = الوسيط = المنوال

المنحنيات الملتوية Skewed

إن الكثير من التوزيعات الإحصائية تبتعد عن التماثل بتركز تكراراتها إما عند أصغر القيم فيصبح المنحنى ملتويا جهة اليمين أو إلتواء موجب كما يظهر فى الشكل التالي:

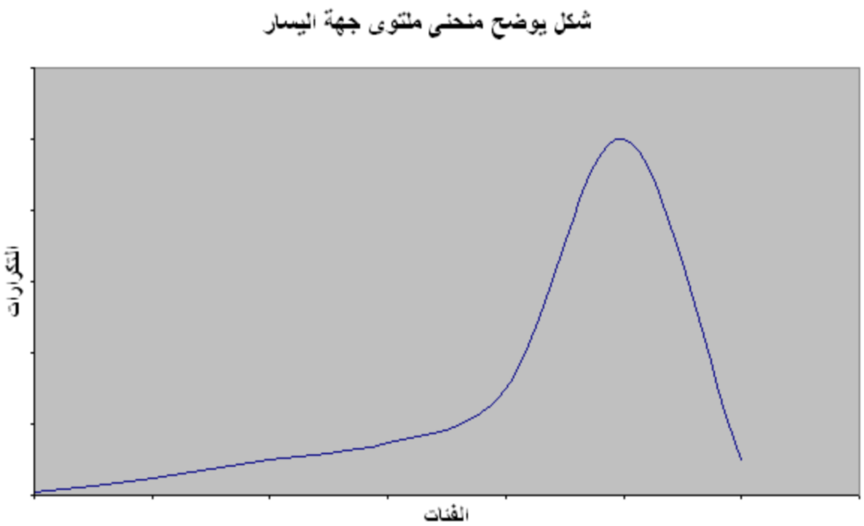


والتوزيع الملتوى جهة اليمين (الإلتواء الموجب) يكون فيه :

الوسط الحسابى > الوسيط > المنوال

أى أن الوسط الحسابى أكبر من الوسيط والوسيط أكبر من المنوال

أما فى حالة تركز التكرارات عند عند أكبر القيم فيسمى المنحنى فى تلك الحالة منحنى ملتوي جهة اليسار (إلتواء سالب) كما يظهر من الشكل التالى:



والتوزيع الملتوى جهةاليسار (الإلتواء السالب) يكون فيه:

المنوال < الوسيط < الوسط الحسابى

أى أن المنوال أكبر من الوسيط والوسيط أكبر من الوسط الحسابى

ويمكن قياس الإلتواء من خلال معامل الإلتواء SK والذى يفيدنا فى الحكم على مدى تماثل أو إلتواء التوزيع حيث يكون التوزيع متاثل اذا كان معامل الإلتواء يساوى صفر او يكون إلتواء موجب إذا كانت قيمة معامل الإلتواء موجبة و يكون سالب اذا كانت قيمة معامل الإلتواء سالبة

إلا أنه فى بعض الاحيان يكون التوزيع قريب من التماثل ففى حالة ما تقترب قيمة معامل الإلتواء من الصفر، وتتعدد مقاييس الإلتواء إلا أن من أهمها:

معامل الإلتواء لبيرسون والذى يكون فى أحد الصورتين التاليتين:

الصورة الأولى: معامل الإلتواء = $\dfrac{\text{الوسط الحسابي} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعيارى}}$

أي :

$$SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S}$$

إلا أنه فى بعض الاحيان يكون التوزيع قريب من التماثل ففى حالة ما تقترب قيمة معامل الإلتواء من الصفر، وتتعدد مقاييس الإلتواء إلا أن من أهمها:

معامل الإلتواء لبيرسون والذى يكون فى أحد الصورتين التاليتين:

الصورة الثانية: معامل الإلتواء = $\dfrac{3\,(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعيارى}}$

أي

$$SK = \frac{3(\bar{x} - Med\ )}{S}$$

وحيث أنه لا يمكن حساب معامل الإلتواء لبيرسون فى حالة المنحنيات التى تكون شديدة الإلتواء أو فى حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.

لذلك يمكن الاعتماد على مقياس الإلتواء لباولى SkB الذى يعرف كما يلي:

$$SK_B = \frac{(Q_3 - Med) - (Med - Q1)}{(Q_3 - Med) + (Med - Q1)}$$

أو يمكن أعادة صياغة معامل الإلتواء لباولى SkB على الصورة التالية:

$$SK_B = \frac{Q_3 - 2Med + Q1}{Q_3 - Q1}$$

<u>معادلات حساب كل من الوسيط Med و الربيع الأول Q1 و الربيع الثالث Q3</u>

الوسيط *Med*

$$Med = \mathrm{L}_{\mathrm{Med}} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Med}$$

Med	قيمة الوسيط
L_{Med}	الحد الادنى لبداية الفئة الوسيطية
k_{Med}	ترتيب الوسيط
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطية
I_{Med_1}	طول الفئة الوسيطية

معادلات حساب كل من الوسيط Med والربيع الأول Q1 والربيع الثالث Q3

الربيع الأول Q1:

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

Q_1	قيمة الربيع الأدنى أو الأول
L_{Q_1}	الحد الادنى لبداية الفئة الربيعية الأولى
k_{Q_1}	ترتيب الربيع الأول
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الأولى
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الأولى
I_{Q_1}	طول الفئة الربيعية الأولى

معادلات حساب كل من الوسيط Med والربيع الأول Q1 والربيع الثالث Q3

الربيع الثالث Q3:

$$Q_3 = L_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

Q_3	**قيمة الربيع الأدنى أو الثالث**
L_{Q3}	**الحد الادنى لبداية الفئة الربيعية الثالثة**
k_{Q_3}	**ترتيب الربيع الثالث**
F_a	**التكرار المتجمع السابق للفئة الربيعية الثالثة**
F_b	**التكرار المتجمع اللاحق للفئة الربيعية الثالثة**
I_{Q_3}	

مثال:

البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوى بأحد الاحياء في أحد المدن:

الايجار بالألف ريال	6-	10 -	12-	14- 18
عدد الوحدات السكنية	15	20	12	13

المطلوب:

حساب معامل الإلتواء لتوزيع الإيجار السنوى للوحدات السكنية.

الحل :

تم من قبل حساب المقاييس التالية:

المقياس	الوسط الحسابي	الانحراف المعيارى	الربيع الأول	الوسيط	الربيع الثالث
قيمته	11.733	2.8158	10	11.5	13.667

ولكن يبقى لنا حساب المنوال حتى تكون جميع المقاييس الإحصائية التى نحتاج إليها موجودة لذا يمكن الحصول على المنوال كما يلى:

نلاحظ أن أطوال الفئات للإيجار السنوى غير متساوية لذا لحساب المنوال يلزم إيجاد التكرار المعدل ومن ثم يتم إعداد الجدول التالي:

فئات الإيجار	التكرار f	طول الفئة	التكرار المعدل
6 -	15	4	3.75
10 -	20	2	10
12 -	12	2	6
14 - 18	13	4	3.25
المجموع			

ويمكن حساب المنوال بتطبيق المعادلة التالية كما سبق أن بينا ذلك فى الفصل السابق:

$$Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1 + D2} \times I_{Mod}$$

حيث أن:

$$D1 = 10 - 3.75 = 6.25$$

$$D2 = 10 - 6 = 4$$

$$L_{Mod} = 10$$

$$I_{Mod} = 2$$

وعلى ذلك يمكن حساب المنوال كما يلى:

$$Mod = 10 + \frac{6.25}{6.25 + 4} \times 2 = 11.21951$$

- وعلى ذلك يمكن حساب معامل الإلتواء لبيرسون بإستخدام المعادلة $SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S}$ كما يلي:

$$SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S} = \frac{11.73333 - 11.2195122}{2.8158} = 0.18247$$

تفسير النتيجة:

ويعبر ذلك على وجود التواء موجب جهة اليمين الا أن قيمة معامل الإلتواء صغيرة تقترب من الصفر مما يدل ايضا على أن التوزيع قريب من التماثل.

- كما يمكن تطبيق المعادلة $SK = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S}$ لحساب معامل الإلتواء كما يلي:

$$SK = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S} = \frac{3(11.73333 - 11.5)}{2.8158} = 0.24859$$

تفسير النتيجة:

ويعبر ذلك ايضا على وجود التواء موجب جهة اليمين كما حددته النتيجة في المعادلة السابقة.

- كما يمكن تطبيق المعادلة $SK_B = \frac{Q_3 - 2Med + Q1}{Q_3 - Q1}$ لحساب معامل الإلتواء كما يلي:

$$SK_B = \frac{Q_3 - 2Med + Q1}{Q_3 - Q1} = \frac{13.6667 - 2(11.5) + 10}{13.6667 - 10} = .1816$$

تفسير النتيجة:

ويشير معامل الإلتواء لباولى بوجود التواء موجب.

ونتيجة لوجود اختلاف فى الاصل الرياضى لكل من المعادلات الثلاث السابقة لذا نجد أن قيمة معامل الإلتواء تختلف. إلا أنة كما سبق وذكرنا بأنه يفضل استخدام معامل الإلتواء لبيرسون فى أي من صيغتيه فى حالة البيانات غير المبوبة وكذلك الجداول التكرارية المغلقة أما في حالة الجداول التكرارية المفتوحة فيفضل استخدام معامل الإلتواء لباولي.

رابعا: التفلطح Kurtosis

يقصد بالتفلطح مقدار التدبب (الارتفاع أوالإنخفاض) فى قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعى.

وتكون قيمة معامل التفلطح صفر فى حالة التوزيع الطبيعى المعيارى.

- لذا تقوم الكثير من البرامج الإحصائية بحساب معامل التفلطح للقيم المعيارية للبيانات فإذا كان الناتج:

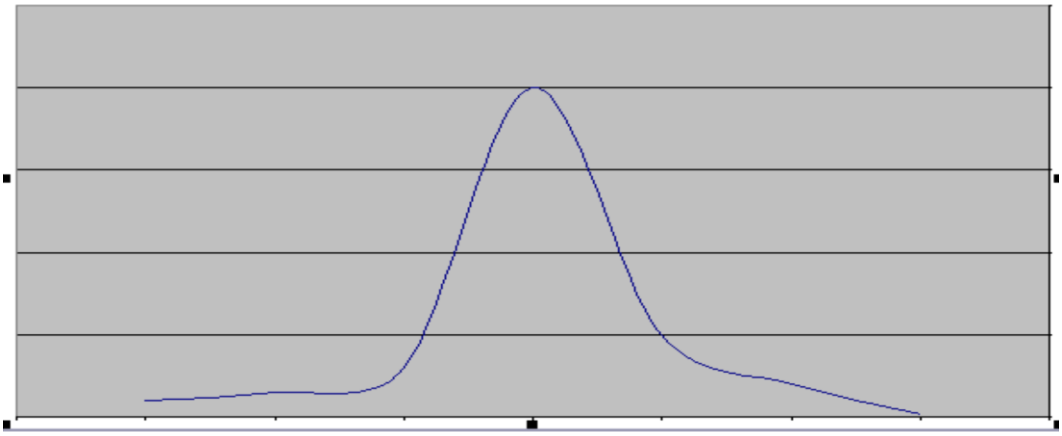
موجب أى قيمة معامل التفلطح للبيانات الأصلية أكثر من 3 فيكون بالتالي المنحنى مدبب إلي أعلى.

سالب أى قيمة معامل التفلطح للبيانات الأصلية أقل من 3 فيكون بالتالي المنحنى مفلطح أو أكثر إنبطاحا من قمة منحنى التوزيع الطبيعي.

صفر أى قيمة معامل التفلطح للبيانات الأصلية تساوى 3 فيكون بالتالي المنحنى متوسط التفلطح.

- ففى حالة ما يكون معامل التفلطح للبيانات الاصلية أكبر من 3 يكون المنحنى مدبب لأعلى كما بالشكل التالي:

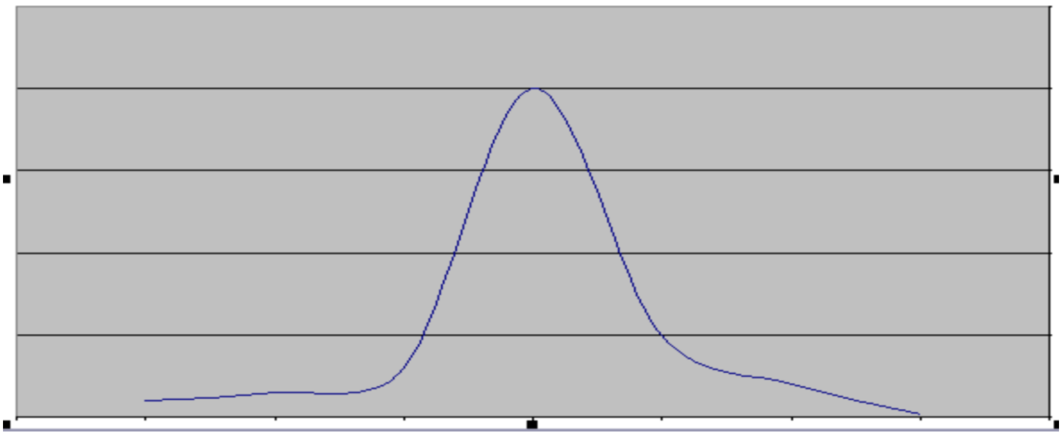
شكل يوضح المنحنى المدبب



وكما يتضح من الشكل السابق أن هناك فئة معينة من البيانات تتركز بها التكرارات والتى تجعل المنحنى مدبب إلى أعلى.

أما فى حالة ما يكون معامل التفلطح للبيانات الأصلية أقل من 3 يعنى ذلك أن المنحنى مفلطح كما يتضح من الشكل التالي:

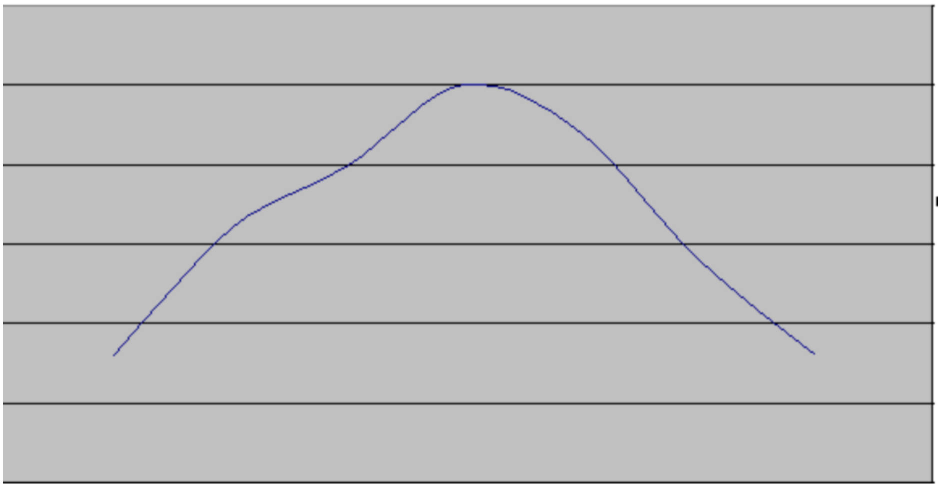
شكل يوضح المنحنى المدبب



وكما يتضح من الشكل السابق أن هناك فئة معينة من البيانات تتركز بها التكرارات والتى تجعل المنحنى مدبب إلى أعلى.

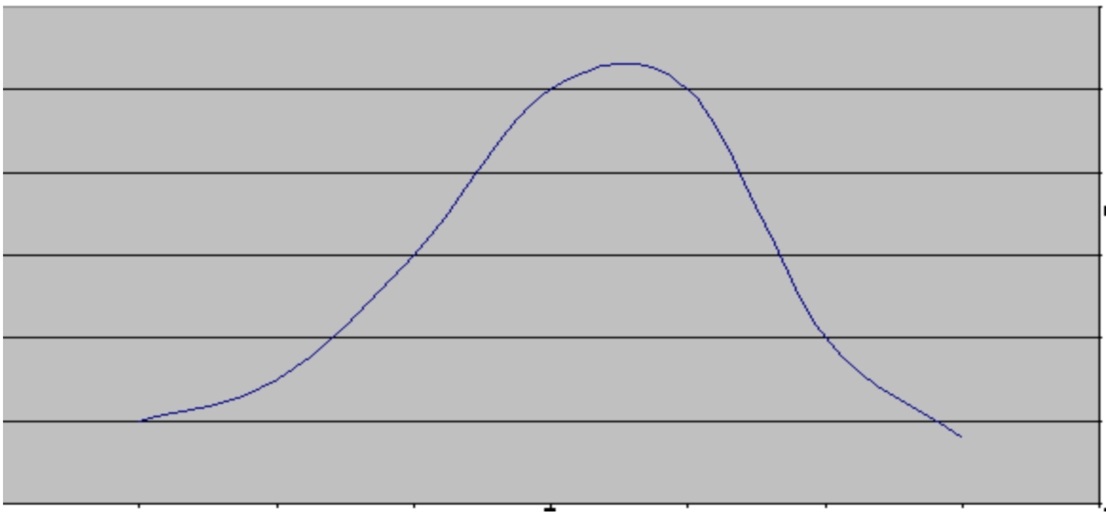
- أما فى حالة ما يكون معامل التفلطح للبيانات الأصلية أقل من 3 يعنى ذلك أن المنحنى مفلطح كما يتضح من الشكل التالي:

شكل يوضح المنحنى المفلطح



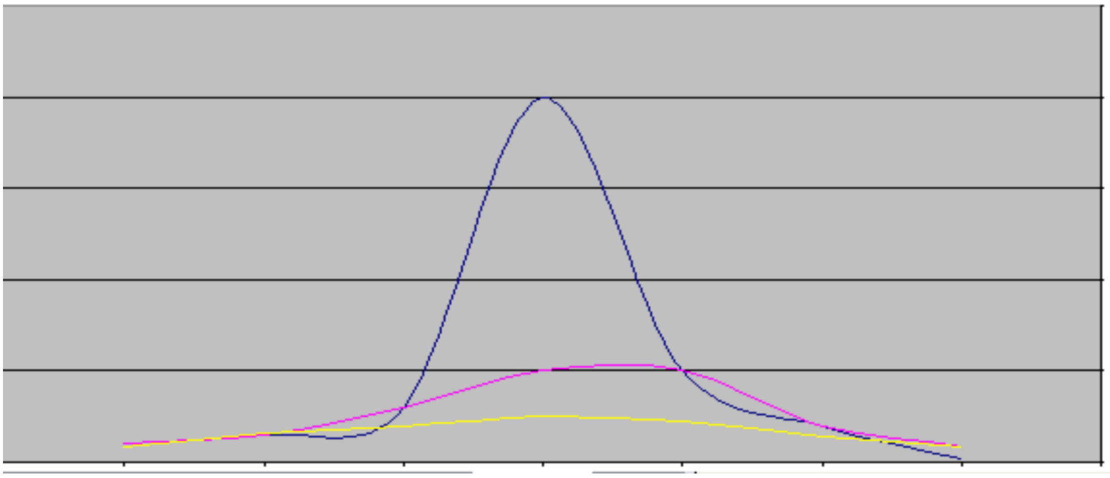
أما فى حالة ما يكون معامل التفلطح يساوى ثلاثة يكون المنحنى متوسط التفلطح و يكون بالشكل التالي:

شكل يوضح المنحنى متوسط التفلطح



- وحتى يتضح الفرق بين المنحنيات الثلاث يمكن رسمها معا كما يلي:

شكل يوضح المنحنيات الثلاث معآ المدبب و متوسط التفلطح و المفلطح



ويتم قياس معامل التفرطح KU باستخدام الربيعات والمئينيات من خلال المعادلة التالية:

$$KU = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{0.90} - P_{0.10})}$$

حيث يشير :

$P_{0.90}$	إلى المئين التسعين والذى يعبر عن 90 % من المفردات تكون أقل منه و 10% منها أكبر منه
$P_{0.10}$	إلى المئين العاشر (العشير) والذى يعبر عن 10 % من المفردات تكون أقل منه و 90% منها أكبر منه

مثال :

البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوى بأحد الاحياء في أحد المدن:

الايجار بالألف ريال	-6	10 -	-12	14- 18
عدد الوحدات السكنية	15	20	12	13

المطلوب:

حساب معامل التفلطح لتوزيع الإيجار السنوى للوحدات السكنية.

الحل :

تم سابقا حساب Q1 و Q3

ولكن يبقى علينا حساب كلا من $P_{0.10}$ و $P_{0.90}$ بنفس طريقة حساب الوسيط والربيع الأعلى والأدنى كما تم شرح ذلك من قبل كما يلي:

- إعداد الجدول التكرارى المتجمع الصاعد كما يلي:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 6	صفر
أقل من 10	15
أقل من 12	35
أقل من 14	47
أقل من 18	60

- إيجاد الرتبة كالتالي:

	$P_{0.10}$	$P_{0.90}$
الرتبة	$k_{P_{0.10}} = n/10$ $= 60/10$ $= 6$	$k_{P_{0.90}} = (n\times 9)/10$ $= (60\times 9)/10$ $= 54$

- إيجاد القيمة كالتالي:

المئين العاشر $P_{0.10}$

$$P_{0.10} = L_{P_{0.10}} + \frac{k_{P_{0.10}} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

$$P_{0.10} = 6 + \frac{6-0}{15-0} \times 4 = 7.6$$

إيجاد القيمة كالتالي:

المئين التسعين $P_{0.90}$

$$P_{0.90} = L_{P_{0.90}} + \frac{k_{P_{0.90}} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

$$P_{0.90} = 14 + \frac{54-47}{60-47} \times 4 = 16.153$$

- وقد تم حساب الربيعات Q1 و Q3 سابقا:

المقياس	الربيع الأول الأدنى Q1	الربيع الثالث أو الأعلى Q3
قيمته	10	13.667

وعلى ذلك يمكن حساب معامل التفلطح كالتالي:

$$KU = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{0.90} - P_{0.10})} = \frac{13.6667 - 10}{2(16.15385 - 7.6)} = 0.2143$$

ويتضح لنا أن معامل التفلطح أقل من 3 مما يدل على أن المنحنى مفلطح أى أن المشاهدات (التكرارات) موزعة على الفئات المختلفة للإيجار السنوى ولا يوجد تركز بدرجة كبيرة فى أحد الفئات على حساب باقى الفئات الأخرى.

المحاضره العاشـــــــــــــــــــــــــره

تحليل الارتباط

يعتبر تحليل الارتباط Correlation Analysis من الاساليب الإحصائية المناسبة لتقييم العلاقات بين المتغيرات المختلفة.

ويتم استخدام معامل الارتباط فى الحكم على نوع العلاقة بين المتغيرين حيث تكون علاقة طرديه أو عكسية، وكذلك بالنسبة لقوه العلاقة فقد تكون علاقة قويه، أو متوسطه أو ضعيفة.

يستخدم معامل الارتباط البسيط Correlation coefficient فى تحديد ما إذا كان هناك علاقة بين المتغيرين، وكذلك تحديد نوع وقوة العلاقة إن وجدت.

أما فى حالة دراسة مدى وجود علاقة ارتباطية بين أكثر من متغيرين فإنة يتم الاعتماد على معامل الارتباط المتعدد Multiple Correlation coefficient.

أما فى حالة وجود أكثر من متغير ويرغب الباحث في تثبيت تأثير أحد المتغيرات كما فى الدراسات الاقتصادية يتم دراسة تأثير السعر على الكمية المطلوبة بفرض ثبات الجودة ومستوى الذوق كما هو يتم الاعتماد على معامل الارتباط الجزئى

Partial Correlation coefficient

تنقسم المتغيرات محل الدراسة كما أوضحنا ذلك سابقا إلى:

- متغيرات مستقلة Independent Variables

وهى المتغيرات التى بتغير قيمتها تؤثر فى تغيير قيمة متغير أو متغيرات أخرى، أى هى المتغيرات التى تتغير أولا. وسنرمز للمتغير المستقل بالرمز x

- المتغيرات التابعة Dependent Variables

وهى تلك المتغيرات التى تتغير قيمتها بتغير المتغيرات المستقلة أو إحداها، أى هى المتغيرات التى تتغير تالية للمتغيرات المستقلة. وسنرمز للمتغير التابع بالرمز y

وسيتم قياس الارتباط البسيط من خلال كلا من:

- معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient
- معامل ارتباط الرتب لسبيرمان Spearman's Rank Correlation Coefficient

معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient

يعتبر معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون Person's Correlation Coefficient والذى سنرمز له بالرمز r_p من أكثر الأدوات الإحصائية استخداما فى تحديد قوة العلاقة بين متغيرين كما يستعمل لتحديد مدى وجود علاقة خطية بين متغيرين.

وهناك أكثر من صيغة يمكن الاعتماد عليها فى حساب معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون منها:

$$r_p = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum (y-\bar{y})^2}}$$

وكذلك المعادلة الرياضية التالية والتي تعتبر اسهل وابسط:

$$r_p = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

- وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين الواحد الصحيح الموجب و الواحد الصحيح السالب أى أن قيمة معامل تكون كالتالي:

$$1 \geq r_p \geq -1$$

والاتباط غالبا قيمته كسر أي اقل من الواحد الصحيح

- ولتحديد نوع العلاقة نعتمد على اشارة معامل الارتباط فإذا كانت الإشارة:

- موجبة فإن العلاقة تكون طرديه
- سالبة فإن العلاقة تكون عكسية

- ولتحديد قوة العلاقة نعتمد على قيمة معامل الارتباط فإذا كانت القيمة:

- أكبر من صفر إلى أقل من 0.3 فتكون علاقة ضعيفة
- من 0.3 إلى أقل من 0.7 تكون علاقة متوسطه
- من 0.7 إلى الواحد الصحيح تكون علاقة قويه
- إما إذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى صفر فلا توجد علاقة خطيه او ارتباط بينهما أى يكون المتغيرين مستقلين عن بعضهما البعض .

- فمثلا إذا كانت قيمة معامل الارتباط r p كالتالي فإن تفسيرة يكون:

قيمة	تفسير معامل الارتباط
0.91	أرتباط طردى قوى جدا
-0.87	ارتباط عكسى قوى
-0.21	ارتبلط عكسى ضعيف
0.43	ارتباط طردى متوسط
1	ارتباط طردى تام
-0.51	ارتباط عكسى متوسط

مثال :

فيما يلى بيان بالمنفق على الاعلان والمبيعات لأحد المنتجات فكانت بالمليون ريال كمايلى:

المنفق على الاعلان	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
المبيعات	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

المطلوب:

ارسم شكل الانتشار يوضح العلاقة بين المنفق على الاعلان و المبيعات ؟

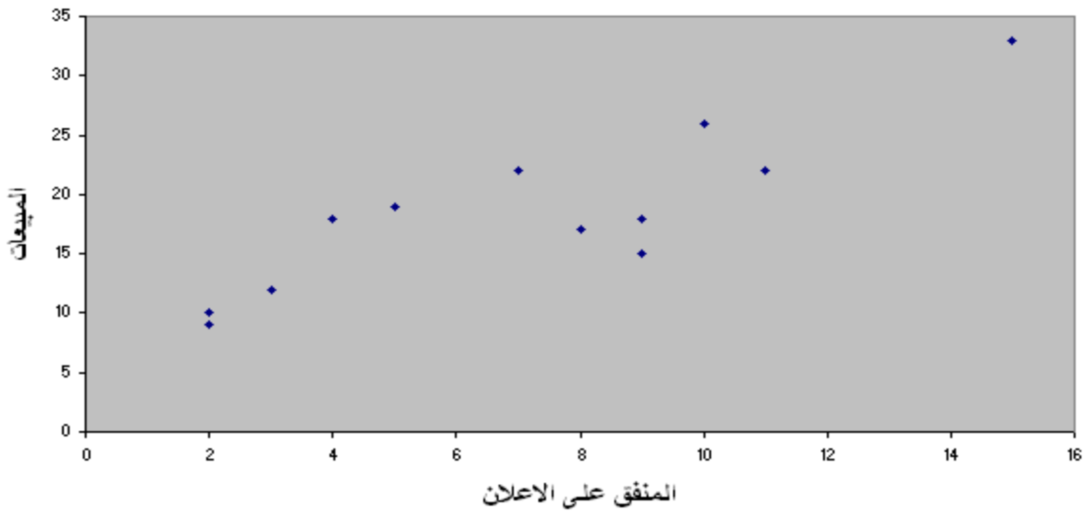
احسب معامل الارتباط الخطى البسيط (بيرسون)، مع التعليق

الحل :

ارسم شكل الانتشار والذي يوضح العلاقة بين المنفق على الاعلان والمبيعات

حيث يتم الرسم من خلال رسم محورين سيني ويوضح المبالغ المنفقة على الإعلان وصادي يوضح المبيعاتومن ثم تحديد إحداثيات النقاط فيظهر لنا الشكل التالي:

يوضح الشكل الانتشارى للمنفق على الاعلان و المبيعات



نستنتج من شكل الانتشار أن قيم كلا من المنفق على الاعلان والمبيعات يأخذ اتجاه تصاعدى جهة اليمين مما يدل على وجود علاقة طرديه بينهما .

- و اذا اردنا أستخدام المعادلة الرياضية فى حساب معامل الارتباط بين المنفق على الاعلان والمبيعات لابد أولا من حساب الوسط الحسابى $\bar{x}$ للمنفق على الاعلان والوسط الحسابى للمبيعات $\bar{y}$ حيث أن:

$$r_p = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum (y-\bar{y})^2}}$$

واذا اردنا أستخدام المعادلة السابقة فى حساب معامل الارتباط بين المنفق على الاعلان والمبيعات لابد من حساب الوسط الحسابى للمنفق على الاعلان $\bar{x}$ والوسط الحسابى للمبيعات $\bar{y}$ كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{82}{12} = 7.08333$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{221}{12} = 18.41667$$

- و على ذلك يمكن لنا أعداد الجدول التالي :

$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$	$(y-\bar{y})$	$(x-\bar{x})$	y	x
70.84028	23.36111	40.68056	-8.41667	-4.83333	10	2
41.17361	14.69444	24.59722	-6.41667	-3.83333	12	3
88.67361	23.36111	45.51389	-9.41667	-4.83333	9	2
12.84028	0.027778	0.597222	3.58333	0.16666	22	7
0.173611	0.694444	0.347222	-0.41667	-0.83333	18	6
0.340278	3.361111	-1.06944	0.58333	-1.83333	19	5
57.50694	10.02778	24.01389	7.58333	3.16666	26	10
212.6736	66.69444	119.0972	14.5833	8.16666	33	15
0.173611	8.027778	1.180556	-0.41667	-2.83333	18	4
12.84028	17.36111	14.93056	3.58333	4.16666	22	11
11.67361	4.694444	-7.40278	-3.41667	2.16666	15	9
2.006944	1.361111	-1.65278	-1.41667	1.16666	17	8
510.9167	173.6667	260.8333	0	0	221	82

- ويمكن بالتالي تطبيق المعادلة الرياضية لحساب معامل الارتباط كما يلي:

$$r_p = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum (y-\bar{y})^2}}$$

$$= \frac{260.8333}{\sqrt{173.667}\sqrt{510.9167}} = 0.8756$$

وتدل قيمة معامل الارتباط على وجود علاقة قوية وطردية بين المنفق على الإعلان والمبيعات

- كما يمكن حساب معامل الارتباط من خلال المعادلة الثانية والتى تكون بالصورة التالية:

$$r_p = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

وحتى يمكن تطبيق هذه المعادلة على بيانات المثال السابق لحساب معامل الاتباط بين المنفق على الاعلان والمبيعات لابد من تكوين الجدول التالي:

y^2	x^2	xy	y	x
100	4	20	10	2
144	9	36	12	3
81	4	18	9	2
484	49	154	22	7
324	36	108	18	6
361	25	95	19	5
676	100	260	26	10
1089	225	495	33	15
324	16	72	18	4
484	121	242	22	11
225	81	135	15	9
289	64	136	17	8
4581	734	1771	221	82

- وبالتالى يمكن تطبيق المعادلة السابقة كما يلي:

$$r_p = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{12(1771) - (82 \times 221)}{\sqrt{12(734) - (82)^2}\sqrt{12(4581) - (221)^2}}$$

$$= \frac{3130}{\sqrt{2084}\sqrt{6131}} = 0.8756$$

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها بتطبيق المعادلة السابقة مما يدل علي وجود علاقة طردية وقوية بين المنفق على الإعلان والمبيعات .

***ومن أهم خصائص معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون أنه لا يعتمد على قيم المتغيران نفسها عند حساب قيمته وإنما يعتمد على مقدار التباعد بين هذه القيم بعضها البعض.

لذلك لا يتأثر معامل الارتباط الخطى البسيط بأى عمليات جبرية يتم إجراءها على بيانات اى من المتغيرين أو أحدهما من جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة .

مثال :

فى بيانات المثال السابق إذا أكتشفت إدارة الشركة أن البيانات تم تجميعها وحسابها بطريقة خاطئة حيث يجب إضافة 5 مليون ريال إلى جميع قيم المنفق على الإعلان. كما أن المبيعات يجب مضاعفة قيمتها لجميع القيم.

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط فى هذه الحالة بين المنفق على الإعلان والمبيعات.

الحل :

يتم اولاً تعديل البيانات لكل من المنفق على الأعلان والمبيعات لتكون النتائج كما يلي:

y^2	x^2	xy	y	x
400	49	140	20	7
576	64	192	24	8
324	49	126	18	7
1936	144	528	44	12
1296	121	396	36	11
1444	100	380	38	10
2704	225	780	52	15
4356	400	1320	66	20
1296	81	324	36	9
1936	256	704	44	16
900	196	420	30	14
1156	169	442	34	13
18324	1854	5752	442	142

- وبالتالى يمكن تطبيق واحدة من المعادلات السابقة كما يلي:

$$r_p = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

$$= \frac{12(5752) - (142 \times 442)}{\sqrt{12(1854) - (142)^2}\sqrt{12(18324) - (442)^2}}$$

$$= \frac{6260}{\sqrt{2084}\sqrt{24524}} = 0.8756$$

وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها سابقاً مما يدل على أن معامل الأرتباط لم تتأثر قيمته بالعمليات الجبرية من جمع (5 مليون) أو الضرب (× 2). وبالمثل لايتأثر بالطرح أو القسمة.

معامل التحديد Determination Coefficient

وهو مربع معامل الارتباط لذلك يرمز له بالرمز R^2 أو R-Square و هو يشير إلى نسبة تفسير المتغير أو المتغيرات المستقلة للتغير فى المتغير التابع

فمثلا:

نجد أن المنفق على الاعلان يفسر نسبة (0.8756^2) أى 76.675 % من التغير فى قيمة المبيعات بينما 23.32 % من التغير فى المبيعات ترجع إلى عوامل أخرى منها الخطاء العشوائى .

معامل أرتباط الرتب لسبيرمان r_s Spearman's Rank Correlation Coefficient

معامل الارتباط لبيرسون لا يمكن أستخدامة فى حساب قوة العلاقة بين متغيرين الا اذا كانت البيانات المتوافره عنهما فى صورة كمية فقط، أما اذا كانت البيانات فى صورة وصفية فلا يمكن تطبيق معامل ارتباط بيرسون وحساب الارتباط بين المتغيرين محل الدراسة.

أما في حالة المتغيرات الوصفية فنستخدم معامل ارتباط الرتب لـ سبيرمان، والذى يتم أستخدامة فى قياس الارتباط خاصة فى حالة البيانات الوصفية الترتيبية مثل تقديرات الطلاب (ممتاز – جيدجداً – جيد – مقبول – ضعيف) وكذلك قوة المركز المالى (جيد - متوسط - ضعيف) ودرجة الموافقة على الرأى فى اسئلة الاستبانة (موافق تماماً – موافق – محايد – غير موافق – غير موافق على الاطلاق).

- ويتم حساب معامل الارتباط الرتب لسبيرمان r_s بأستخدام المعادلة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

حيث ان :

d الفرق بين رتبة المتغيرين

n عدد المشاهدات

ملاحظات يجب مراعاتها عند ترتيب المتغيرا ت:

- يتم ترتيب قيم مشاهدات المتغير x وتسمى القيم الترتيبية للمتغير x "رتب x" وكذلك الامر للمتغير y تسمى بـ "رتب y" . والترتيب يكون تصاعديا أو تنازليا ولكن أهم شيء هو اذا كان ترتيب x تصاعدى لابد ان يكون ترتيب y تصاعدى ايضا والعكس صحيح.
- فى حالة الترتيب التصاعدى مثلا يتم اعطاء أقل قيمة الرتبة 1 والقيمة التى هى أكبر منها الرتبة 2 وهكذا
- فى حالة تكرار أو تساوى بعض القيم لأي متغير تعطى كل منهم رتبة كما لو كانت القيم غير متساوية ثم نحسب الوسط الحسابى (مجموع الرتب ÷ عددها) لتلك الرتب ويعطى الوسط الحسابى كرتبة تلك القيم المتساوية .

مثال :

فيما يلى بيان بالمنفق على الاعلان والمبيعات لأحد المنتجات فكانت بالمليون ريال كمايلى:

المنفق على الاعلان	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
المبيعات	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط لسبيرمان بين المنفق على الاعلان و المبيعات ؟

الحل :

يتم اولا ترتيب قيم كلا من x و y كما يتضح من الجدول التالى:

المنفق على الإعلان X	المبيعات y	رتب x	رتب y	d	d2
2	10	1.5	2	-0.5	0.25
3	12	3	3	0	0
2	9	1.5	1	0.5	0.25
7	22	6	9.5	-3.5	12.25
9	18	8.5	6.5	2	4
5	19	5	8	-3	9
10	26	10	11	-1	1
15	33	12	12	0	0
4	18	4	6.5	-2.5	6.25
11	22	11	9.5	1.5	2.25
9	15	8.5	4	4.5	20.25
8	17	7	5	2	4
				0	59.5

نلاحظ من ذلك الجدول أن:

١. تم ترتيب المتغيران تصاعدياً

٢. عند ترتيب قيم المتغير المنفق على الاعلان x وجدنا ان القيمة 2 تكررت مرتان لتأخذ الرتب 1 و 2 لذلك نحسب المتوسط لهما وهو (2+1) ÷ 2 ليكون 1,5 لذلك وضعنا امام القيمة 2 الرتبة 1.5 . وكذلك الامر بالنسبة للقيمة 9 فإنها تأخذ الرتبة 8 و 9 لذلك وضعنا أمام القيمة 9 الرتبة 8,5

٣. عند ترتيب قيم المتغير " المبيعات " y وجدنا أن القيمة 18 أخذت الرتبة 6 و 7 لذلك وضعنا أمام القيمة 18 الرتبة 6,5 وكذلك القيمة 22 أخذت الرتبة 9 و 10 لذلك و ضعنا أمامها الرتبة 9,5

ثم نحسب الفرق بين رتب المتغير x ورتب المتغير y والتى نعطى لها الرمز d ، ونلاحظ من الجدول السابق أن مجموع الفروق d لابد أن يكون صفر والا يكون هناك خطأ فى الترتيب لأحد المتغيرين أو كلاهما، ولابد من مراجعة الترتيب مرة أخرى والتأكد من ذلك.

كما بلغ $\sum d^2 = 59.5$ وحيث أن عدد المشاهدات $n = 12$ فإنة يمكن حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كما يلي:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(59.5)}{12(144-1)} = 0.7919$$

وقد بلغ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان 0.7919 مما يدل على وجود ارتباط طردى قوى بين المنفق على الاعلان والمبيعات، وهى قيمة قريبة من التى تم حسابها بإسخدام معامل الارتباط لـ بيرسون حيث بلغ 0.8756

مثال :

البيانات التالية تمثل التقديرات التى حصل عليها عشر طلاب فى مقررى المحاسبة والقانون:

المحاسبة	ممتاز	جيدجدا	جيد	مقبول	ضعيف	جيد	مقبول	جيدجدا	جيد	مقبول
القانون	جيد	جيد	مقبول	جيد	جيدجدا	جيدجدا	ممتاز	مقبول	جيد	جيدجدا

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط المناسب.

الحل :

يتم ترتيب المشاهدات وحساب الفروق بين الرتب ومربعاتها كما يتضح من الجدول التالي:

المحاسبة	القانون	رتب المحاسبة	رتب قانون	d	d^2
ممتاز	جيد	10	4.5	5.5	30.25
جيدجدا	جيد	8.5	4.5	4	16
جيد	مقبول	6	1.5	4.5	20.25
مقبول	جيد	3	4.5	-1.5	2.25
ضعيف	جيدجدا	1	8	-7	49
جيد	جيدجدا	6	8	-2	4
مقبول	ممتاز	3	10	-7	49
جيدجدا	مقبول	8.5	1.5	7	49
جيد	جيد	6	4.5	1.5	2.25
مقبول	جيدجدا	3	8	-5	25
				0	247

- نلاحظ عند ترتيب تقديرات مقرر المحاسبة أن التقدير " مقبول " اخذ الرتب 2 و 3 و 4 لذلك تم جمع (2+3+4) ÷ 3 = 9÷3 = 3 فوضع 3 أمام التقدير مقبول فى مقرر المحاسبة.
- كما أن تقدير جيد فى مقرر القانون أخذ الرتب 3 و 4 و 5 و 6 لذلك تم جمع (3+4+5+6) ÷ 4 = 18 ÷ 4 = 4,5 فوضع الرتبة 4.5 امام التقدير جيد فى مقرر القانون.

- من الجدول السابق يتضح لنا أن مجموع الفروق d لابد أن يكون صفر.

كما بلغ $\sum d^2 = 247$ وحيث أن عدد المشاهدات $n = 10$ فإنه يمكن حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كما يلي:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(247)}{10(100-1)} = -0.4969$$

ونلاحظ أن معامل ارتباط الرتب لسبيرمان بلغ 0.4969- مما يدل على وجود ارتباط عكسى متوسط بين تقدير مقرر المحاسبة وتقدير مقرر القانون.

معامل الاقتران Conjunction Coefficient

ويستخدم فى حساب العلاقة الاتباطية بين المتغيرات الوصفية التى ليس فى طبيعتها صفة الترتيب أى الوصفية الأسمية التى يكون لها زوج من الصفات مثل:

النوع (ذكر – انثى)، والحالة التعليمية (متعلم - غير متعلم)

وعلى ذلك إذا كان لدينا متغيران لدي كلاً منهما زوج من الصفات فيكون جدول تكرارات الصفات المشتركة بينهما على الصورة التالية:

	الصفة الأولى لـــ y	الصفة الثانية لـــ y
الصفة الأولى لـــ x	A	B
الصفة الثانية لـــ x	C	D

حيث أن A , B , C , D تشير إلى التكرارات المشتركة بين صفات المتغيرين، ويمكن حساب معامل الاقتران فى هذه الحالة كما يلي:

$$r_C = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

مثال :

فى دراسة اجريت لمعرفة هل هناك علاقة بين العمل والتعليم تم سؤال 200 شخص سؤالين هما:

هل انت متعلم ؟ نعم لا

هل انت ملتحق بأى عمل ؟ نعم لا

وبتجميع الاجابات تم عمل جدول الاقتران التالي:

العمل / التعليم	متعلم	أمى
يعمل	**113**	**23**
لايعمل	**49**	**15**

المطلوب :

أحسب معامل الاقتران ؟

الحل :

يمكن حساب معامل الاقتران فى هذه الحالة كما يلي:

$$r_C = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

	متعلم	أمى
يعمل	113 = A	23 = B
لايعمل	49 = C	15 = D

$$r_C = \frac{(113)(15) - (23)(49)}{(113)(15) + (23)(49)} = \frac{568}{2822} = 0.20$$

- أى يوجد ارتباط ضعيف بين العمل والتعليم

معامل التوافق Contingency C0efficient

ويستخدم لحساب الارتباط بين المتغيرات الوصفية الاسمية والتى يكون لصفاتها قيم أكثر من 2، مثل الحالة الاجتماعية (اعزب - متزوج – متزوج ويعول – أرمل – مطلق)

وحتى يمكن حسابه يتم إعداد الجدول المزدوج بين صفات المتغيريين ومنه يتضح لنا التكرارات المشتركة بين الصفات التى نعتمد عليها فى حساب مقدار يطلق علية " M "

- ويتم حساب معامل التوافق من خلال المعادلة التالية:

$$M = \sum \frac{(f_{ij})^2}{f_{i.}\, f_{.j}}$$

حيث أن:

f_{ij}	التكرار المشرك بين الصفة i والصفة j
$f_{i.}$	مجموع صف الصفة i
$f_{.j}$	مجموع عمود الصفة j

أى يتم إيجاد:

مربع تكرار كل خلية مشتركة

مجموع الصف × مجموع العمود

ثم نجمعهم كلهم

- وعلى ذلك يتم حساب معامل التوافق كما يلى:

$$r_T = \sqrt{\frac{M - 1}{M}}$$

مثال :

أوجد معامل التوافق بين تخصص الطالب ودرجة الرضا عن الدراسة بالكلية الملتحق بها إذا كانت البيانات كما يلى:

	لغة عربية	جغرافيا	تربية خاصة	المجموع
عالى	30	15	45	90
متوسط	20	30	20	70
منخفض	10	5	5	20
المجموع	60	50	70	180

الحل :

$$M = \frac{(30)^2}{60\times 90} + \frac{(15)^2}{50\times 90} + \frac{(45)^2}{70\times 90} + \frac{(20)^2}{60\times 70} + \frac{(30)^2}{50\times 70} + \frac{(20)^2}{70\times 70} + \frac{(10)^2}{60\times 20} + \frac{(5)^2}{50\times 20} + \frac{(5)^2}{70\times 20}$$

$$M = 0.166 + 0.05 + 0.32 + 0.095 + 0.257 + 0.081 + 0.083 + 0.025 + 0.017 = 1.094$$

- وعلى ذلك يتم حساب معامل التوافق كما يلي:

$$r_T = \sqrt{\frac{1.094 - 1}{1.094}} = 0.293$$

يوجد ارتباط ضعيف بين تخصص الطالب و درجة الرضا عن الدراسة بالكلية الملتحق بها .

المحاضرة الحادية عشر

تحليل الإنحدار

يعتبر تحليل للانحدار أكثر طرق التحليل الإحصائى استخداما، حيث يتم من خلاله التنبؤ بقيمة احد المتغيرات (المتغير التابع) عند قيمة محددة لمتغير أو متغيرات أخرى (المتغيرات المستقلة).

وتسمى العلاقة الرياضية التى تصف سلوك المتغيرات محل الدراسة والتى من خلالها يتم التنبؤ بسلوك احد المتغيرين عند معرفة الاخر بمعادلة خط الانحدار.

- وهناك صورتان أساسيتان لمعادلة الانحدار وهما:

<u>الصورة الأولى:</u> معادلة انحدار x|y (التى يطلق عليها معادلة انحدار y على x)

<u>الصورة الثانية:</u> معادلة انحدار y|x (التى يطلق عليها معادلة انحدار x على y)

<u>معادلة انحدار y على x</u>

وهى تلك المعادلة التي يطلق عليها معادلة انحدار y | x. أي تتحدد قيمة المتغير y تبعا لقيمة المتغير x لذلك يمكن التعبير عن تلك العلاقة الخطية بالمعادلة التالية:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

حيث يسمى b_0 ثابت الانحدار او الجزء الثابت او الجزء المقطوع من محور الصادات بينما يطلق عليها معامل الانحدار أو معدل التغير فى الدالة .

ويمكن تقدير قيمة للثابتين b_0 و b_1 كما يلي، وهما المعادلات التي نستخدمها لحساب معامل الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى:

$$b_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b_0 = \frac{\sum y}{n} - b_1 \frac{\sum x}{n}$$

$$= \overline{y} - b_1 \overline{x}$$

مثال :

عند دراسة العلاقة بين عدد غرف المسكن وكمية الكهرباء المستهلكة بالألف كيلو وات فكانت كما يلي:

عدد الغرف	12	9	14	6	4	7	10	10	5	8
استهلاك كهرباء	9	7	10	5	3	7	8	10	4	6

المطلوب أوجد:

١. معادلة انحدار y على x ؟

٢. تحديد معدل التزايد أو التناقص فى استهلاك الكهرباء؟

٣. ماهو الاستهلاك المتوقع لمسكن مكون من 8 غرف؟

٤. **الحل :**

نقوم بعمل الجدول التالى:

x	y	xy	x^2	y^2
9	12	108	81	144
7	9	63	49	81
10	14	140	100	196
5	6	30	25	36
3	4	12	9	16
7	7	49	49	49
8	10	80	64	100
10	10	100	100	100
4	5	20	16	25
6	8	48	36	64
69	85	650	529	811

وبالتالى يمكن تقدير b_1 من خلال تطبيق المعادلة التالية:

$$b_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b_1 = \frac{10(650)-(69)(85)}{10(529)-(69)^2} = \frac{635}{529} = 1.2003$$

وكذلك يمكننا تقدير b_0 من خلال تطبيق المعادلة التالية:

$$\begin{aligned} b_0 &= \frac{\sum y}{n} - b_1 \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{85}{10} - (1.2003)\frac{69}{10} \\ &= 8.5 - 8.28207 \\ &= 0.21793 \end{aligned}$$

وعلى ذلك يمكن كتابة معادلة الانحدار y على x على الشكل التالي:

$$\hat{y} = 0.21793 + 1.2003x$$

وبالتالى يكون معدل التزايد فى استهلاك الكهرباء هو لأنها موجبة ويساوى 1.2003 أى أن كل غرفة بالمسكن تعمل على زيادة استهلاك الكهرباء بمقدار 1200.3 كيلو وات.

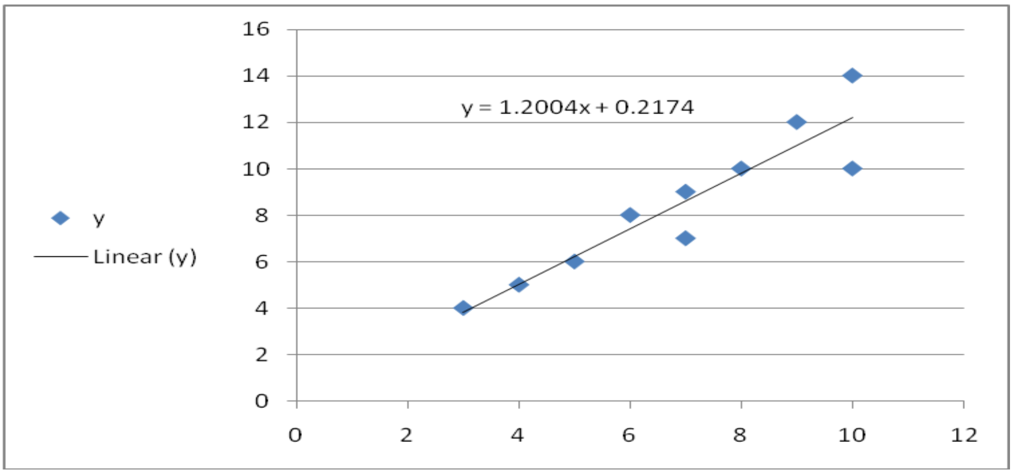
- الاستهلاك المتوقع لمسكن مكون من 8 غرف:

يتم التعويض فى معادلة الانحدار التى سبق إيجادها عندما تكون x = 8 كما يلي:

$$y = 0.21793 + 1.2003(8) = 9.8203$$

أى أن الاستهلاك المتوقع لمسكن مكون من 8 غرف هو 9820.3 كيلو وات

- ويمكن لنا رسم بيانات المثال السابق وخط معادلة الانحدار y على x كما يلي:



ويتضح لنا من الشكل السابق ان خط الانحدار لا يمر بجميع النقاط حيث تكون هناك نقاط مشتته حول الخط، وبالرغم من ذلك يعد هذا الخط من أفضل الخطوط التى حصلنا عليها للتعبير عن العلاقة بين المتغيرين محل الدراسة ولكن بخطـــأ

معين يسمى خطأ التقدير Standard Error

معادلة انحدار x على y

وهى التي يطلق عليها معادلة انحدار x | y. أي تتحدد قيمة المتغير x تبعا لقيمة المتغير y لذلك يمكن التعبير عن تلك العلاقة الخطية بالمعادلة التالية:

$$\hat{x} = c_0 + c_1 y$$

حيث يسمى c_0 ثابت الانحدار او الجزء الثابت بينما c_1 يطلق عليها معامل الانحدار أو معدل التغير فى الدالة

ولتحديد المعادلة الدالة على العلاقة بين المتغيرين x و y لابد من تقدير قيمة للثابتين c_0 و c_1 الذين يمكن تقديرهما من خلال تطبيق طريقة المربعات الصغرى فتكون النتيجة كما يلي:

$$c_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - (\sum y)^2}$$

$$c_0 = \frac{\sum x}{n} - c_1 \frac{\sum y}{n}$$
$$= \bar{x} - c_1 \bar{y}$$

مثال :

باستخدام بيانات المثال السابق لعدد الغرف واستهلاك الكهرباء أوجد التالي:

١. معادلة انحدار x على y ؟

٢. ماهو عدد الغرف المتوقع لأستهلاك 25000 كيلو وات ؟

الحل :

نقوم بعمل الجدول التالي:

y^2	x^2	xy	y	x
144	81	108	12	9
81	49	63	9	7
196	100	140	14	10
36	25	30	6	5
16	9	12	4	3
49	49	49	7	7
100	64	80	10	8
100	100	100	10	10
25	16	20	5	4
64	36	48	8	6
811	529	650	85	69

من خلال الجدول السابق يمكن تقدير معادلة انحدار x على y كما يلي:

اولاً- يتم تقدير قيمة معامل الانحدار c_1

$$c_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - (\sum y)^2}$$

$$c_1 = \frac{10(650) - (69)(85)}{10(811) - (85)^2}$$

$$= \frac{635}{885} = 0.717$$

ثانياً – تقدير قيمة c_0

$$c_0 = \frac{\sum x}{n} - c_1 \frac{\sum y}{n}$$

$$c_0 = \frac{69}{10} - 0.717\frac{85}{10}$$
$$= 6.9 - 6.0945 = 0.8055$$

معادلة انحدار x على y هي:

$$\hat{x} = c_0 + c_1 y$$

$$\hat{x} = 0.8055 + 0.717y$$

ماهو عدد الغرف المتوقع لأستهلاك 25000 كيلو وات

يتم التعويض فى المعادلة السابقة عن قيمة y تساوى 25 كما يلي:

$$\hat{x} = 0.8055 + 0.717(25) = 18.7305$$

- العلاقة بين معاملي معادلتي الانحدار y على x و معادلة انحدار x على y

اذا علم معامل معادلة انحدار y على x b_1 ومعامل معادلة انحدار x على y c_1 فإنة يمكن تقدير كلاً من معامل التحديد ومعامل الارتباط كما يلي:

$$r^2 = b_1 \times c_1$$

فكما يبدوا معامل التحديد هو عبارة عن حاصل ضرب معاملى الانحدار b_1 و c_1

وبالتالي يمكن الحصول على معامل الارتباط بأخذ الجذر التربيعى لمعامل التحديد كما يلي:

$$r = \sqrt{r^2}$$

مع ملاحظة أن اشارة معامل الارتباط تكون موجبة أو سالبة بما يتفق وإشارة كلا من b_1 c_1 حيث أن إشارتهم جميعا واحدة، لأن الاشارة لأي منهم تتوقف على البسط نفسه وهو التغاير بين المتغيرين x و y .

كما يمكن معرفة قيمة أي معامل انحدار بمعلومية الأخر كما يلي:

$$c_1 = r \times \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \qquad\qquad b_1 = r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

حيث ان :

σ_x	الانحراف المعيارى للمتغير x
σ_y	الانحراف المعيارى للمتغير y

مثال :

أحسب معامل الارتباط بين عدد الغرف والمستهلك من الكهرباء إذا علمت أن:

$$b_1 = 1.2003 \qquad\qquad c_1 = 0.717$$

الحل :

إيجاد معامل التحديد كالتالي:

$$\begin{aligned} r^2 &= b_1 \times c_1 \\ &= 1.2003 \times 0.717 \\ &= 0.8606 \end{aligned}$$

أى أن عدد الغرف يفسر 86.06 % من التغير فى استهلاك الكهرباء

إيجاد معامل الارتباط كالتالي:

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0.8606} = 0.9276$$

مما يدل على وجود ارتباط طردى قوى بين عدد الغرف و استهلاك الكهرباء

المحاضره الثانية عشر (الجزء الأول)

السلاسل الزمنية

يحتاج التخطيط الفعال إلى أدوات تنبؤ متقدمة نظريا وتطبيقيا في مجالات إحصائية عديدة ومنها تحليل السلاسل الزمنية والتي تقوم على دراسة التطور التاريخي لقيم الظواهر المختلفة لمعرفة خصائصها واستخدامها في استخلاص النتائج النهائية.

وتبرز أهمية تحليل السلاسل الزمنية في حالات كثيرة مرتبطة بالجوانب الاقتصادية والإدارية والاجتماعية والبيئية، ومن ضمن الحالات المتعلقة بالجوانب الاقتصادية والإدارية مايلي:

- الناتج المحلي الإجمالي
- معدلات التضخم
- إجمالي الودائع
- أسعار النفط الخام والمنتجات النفطية
- كمية وقيمة المبيعات
- ميزانية الإعلان
- مستوى المخزون
- إجمالي التكاليف
- مستوى الدائنون والمدينون

- وفي جميع هذه الحالات يحتاج متخذ القرار إلى دراسة البيانات التاريخية كما وكيفا، ومن ثم تحديد الفروق الجوهرية بين الظروف التي أحاطت هذه البيانات التاريخية والظروف الحالية من أجل دمجها في مراحل عملية التحليل النهائي المساعدة في اتخاذ القرار.

- تعريف السلسلة الزمنية :

السلسة الزمنية عبارة عن مجموعة من المشاهدات الاحصائية تصف الظاهرة مع مرور الزمن، أو هي البيانات الاحصائية التي تجمع أو تشاهد أو تسجل لفترات متتالية من الزمن .

وقد تكون السلسلة الزمنية بالارقام المطلقة (وتسمى بالتالي سلسلة قيم مطلقة).

أو قد تكون السلسلة الزمنية بالقيم النسبية مثل تلك الجداول التي تبين معدلات الزيادة الطبيعية للسكان في الألف ونحوها.

أو قد تكون السلسلة الزمنية بالمتوسطات مثل السلسلة الزمنية التي تبين متوسط إنتاج الكيلومتر مربع من القمح.

- أمثلة متنوعة على السلاسل الزمنية :

- مرضى العيادات النفسية المترددين شهريا
- عدد الأطفال المرضى الجدد المصابين بالتوحد شهرياً
- عدد المتعطلين سنوياً عن العمل
- معدلات الإنجاب السنوية
- معدلات الطلاق السنوية
- المبيعات اليومية في مركز لبيع الكتب لمدة شهر
- قراءة درجات حرارة المريض في ساعة لمدة يوم واحد
- قراءة الإنتاج الشهري لمدة سنة في شركة للأدوية
- الإنتاج الشهري من البترول للسعودية ولعدة سنوات

كل هذه القراءات وتتابعها الزمني جميعها تمثل سلسلة زمنية

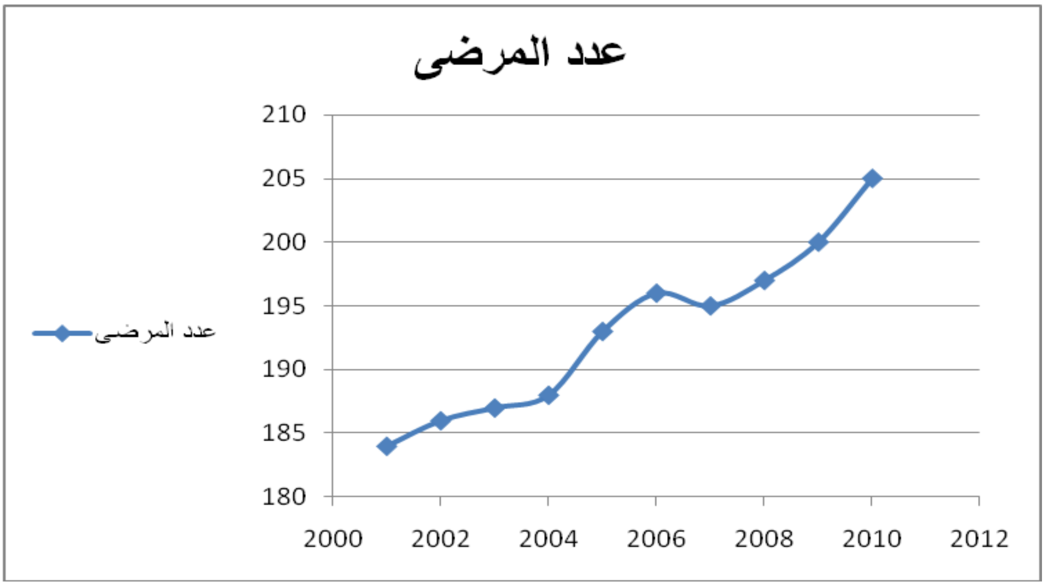
مثال :

الجدول التالي يوضح عدد مرض الفصام المترددين على احد العيادات خلال العشر سنوات الماضية:

السنة	عدد المرضى
2001	184
2002	186
2003	187
2004	188
2005	193
2006	196
2007	195
2008	197
2009	200
2010	205

- ويمكن رسم الشكل البيانى للسلسلة الزمنية على الشكل التالي:

حيث يتم الرسم من خلال رسم محورين سيني وصادي يوضح السنوات ويوضح عدد مرضى الفصام ومن ثم تحديد إحداثيات النقاط فيظهر لنا الشكل التالي:



- أنواع السلسلة الزمنية :

السلسلة الزمنية نوعان هما:

١. سلسلة زمنية فترية وهي السلسلة التي تتكون من بيانات كمية لمستوى الظاهرة عن فترات محددة من الزمن (شهر، ربع سنة، أو ما شابه ذلك)

٢. السلسلة الزمنية اللحظية وهي السلسلة التي تتكون من مستويات للظاهرة مقاسة في لحظات (تواريخ معينة ومحددة)

- تحليل السلسلة الزمنية :

لغرض فهم السلسلة الزمنية لابد من تحليلها إلى عناصرها ومركباتها الأساسية مما يمكننا من معرفة تطور الظاهرة مع الزمن والتنبؤ بمعالمها خلال الفترات المقبلة لتتخذ اساسا للتخطيط الاقتصادي أو الإداري الطويل الأجل، وتتألف السلسة الزمنية من أربعة عناصر اساسية هي:

١. الاتجاه العام ويرمز لقيمه بالرمز (T) وتسمى "القيم الإتجاهية"

٢. التغيرات الموسمية ويرمز لقيمها بالرمز (S) وتسمى "القيم الموسمية"

٣. التغيرات الدورية ويرمز لقيمها بالرمز (C) وتسمى "القيم الدورية"

٤. التغيرات العشوائية أو الفجائية ويرمز لقيمها بالرمز (R) وتسمى "القيم العشوائية"

أي أن القيمة الأصلية للظاهرة (Yt) في كل سنة من السنوات يمكن وصفها بالعلاقة التالية :

١. نموذج الجمع :

ويستخدم عندما يكون مدى التغيرات الموسمية ثابت من سنة إلى أخرى ومستقل عن الاتجاه العام , و يتم فرض أن السلسلة الزمنية مكونة من مجموع مكوناتها من الاربع عناصر السابق ذكرها، أى يكون النموذج بالصورة التالية:

$$y_t = T_t + C_t + S_t + R_t$$

2. نموذج الضرب:

ويستخدم هذا النموذج في الحالات المعاكسة لحالات استخدام نموذج الجمع. ويتم فرض أن السلسلة الزمنية مكونة من حاصل ضرب مكوناتها من الاربع عناصر، أى يكون النموذج على الصورة التالية :

$$y_t = T_t \times C_t \times S_t \times R_t$$

ويجب ملاحظة أن قيم المتغيرات الموسمية وكذا المتغيرات الدورية عبارة عن نسب مئوية في نموذج الضرب.

حيث أن :

Yt = قيمة الظاهرة المدروسة في الفترة t (القيمة الحقيقية)

Tt = قيمة الاتجاه العام في الفترة t

Ct = قيمة التغيرات الموسمية (القيم الموسمية) في الفترة t

St = قيمة التغيرات الدورية (القيم الدورية) في الفترة t

Rt = قيمة التغيرات العشوائية (القيم العشوائية) في الفترة t

- عناصر السلسلة الزمنية:

إن دراسة أي سلسلة زمنية وتحليلها يستدعي دراسة كل عنصر من هذه العناصر على حدة، وهذه العناصر هي:

1- الاتجاه العام The Secular Trend :

تغيرات الاتجاه العام تعني الزيادة أو الإنخفاض طويل الأجل في البيانات عبر الزمن، ويتم التعرف على ذلك من خلال تمثيل السلسلة الزمنية بيانيا فنحصل بالتالي على خط بياني، واتجاه خط السلسلة الزمنية صعودا أو هبوطا يسمى الاتجاه العام للسلسلة، فإذا نظرنا للخط ووجدناه يتجه من الأسفل إلى الأعلى دل ذلك على نمو الظاهرة مع مرور الزمن، أما إذا كان الخط يهبط من الأعلى إلى الأسفل دل على ان الظاهرة تنقص مع مرور الزمن، أما إذا كان الخط أفقيا دل ذلك على ثبات الظاهرة .

- طرق حساب الإتجاه العام:

أ- طريقة الانتشار (التمهيد باليد):

يتم بهذه الطريقة رسم شكل الانتشار للظاهرة موضع الدراسة، **وشكل الانتشار عبارة عن رسم بياني لمتغيرين بحيث يكون الزمن على المحور السيني، وقيم الظاهرة على المحور الصادي،** وعند توصيل نقط شكل الانتشار ببعضها البعض نحصل على الخط البياني للظاهرة عبر الزمن، ويعطي شكل الانتشار فكرة سريعة عن طبيعة الاتجاه العام للظاهرة ومدى ارتباطه بالزمن ومدى تأثير التقلبات الدورية أو الموسمية أو التغيرات العشوائية، وبالامكان ومن خلال شكل الانتشار القيام بعملية مقارنة بين سلسلتين أو أكثر عبر فترات مختلفة من الزمن.

- وعملية التمهيد باليد (شكل الانتشار) عادة لا تكون دقيقة مما يقلل الاعتماد عليها وذلك لأن التمهيد باليد يتم بطريقة تقديرية تختلف من شخص لآخر وتعتمد على مهارة الشخص في رسم خط يمر بأكبر عدد ممكن من النقاط ويمثل السلسلة أفضل تمثيل

مثال :

إذا كان لدينا بيانات ربع سنوية لإجمالي الودائع في المصارف السعودية (آلاف الملايين من الريالات) في الفترة النصف الأخير من عام 2005م إلى عام 2007م والموضحة في الجدول التالي:

السنة	2005	2005	2006	2006	2006	2006	2007	2007	2007	2007
الفصل	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
الودائع	195.6	196.9	200.1	205.3	207.4	215.4	223.3	222.3	222.07	226.1

المطلوب :

رسم شكل الانتشار لهذه البيانات ومن ثم تفسيره وإبراز معالم الاتجاه العام للظاهرة موضع الدراسة ؟

الحل :

يتم رسم شكل الانتشار من خلال رسم محورين سيني ويوضح الفترات الزمنية بربع السنة وصادي يوضح الودائع ومن ثم تحديد إحداثيات النقاط.

ويمكن كذلك رسم شكل الانتشار من خلال إدخال البيانات السابقة إلى برنامج الإكسل لتكون بالشكل التالى:

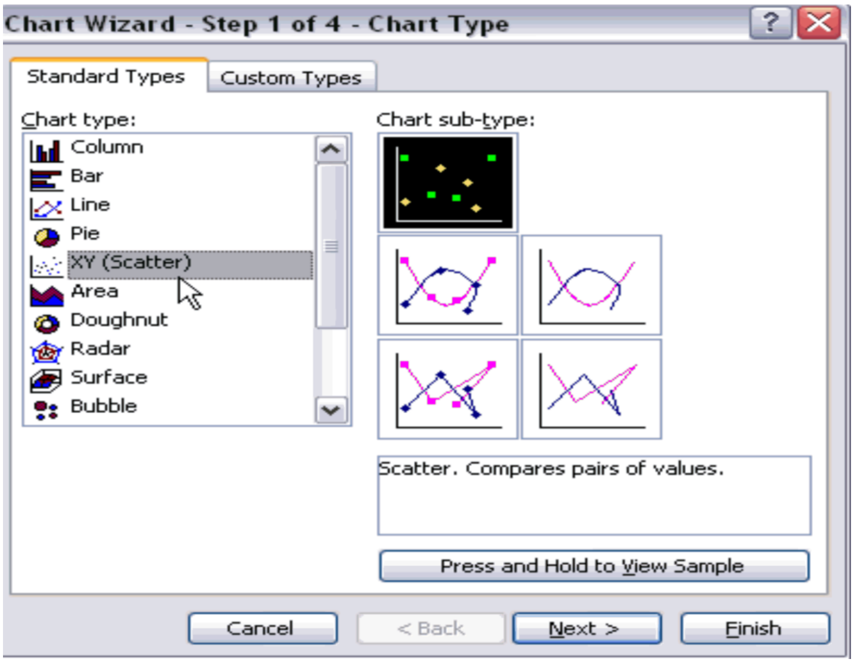
	A	B	C	D
1	السنة	الفصل	الفترة الزمنية	الودائع
2	2005	3	1	195.64
3		4	2	196.97
4	2006	1	3	200.11
5		2	4	205.33
6		3	5	207.49
7		4	6	215.46
8	2007	1	7	223.36
9		2	8	222.31
10		3	9	222.07
11		4	10	226.18

نلاحظ أننا بالإضافة إلى البيانات التى كانت موجودة بالتمرين وهى السنة والفصل والودائع تم إضافة عمود يوضح الفترة الزمنية وهى تأخذ القيم (1 و 2 و 3 و ... و 10)، ويمكن رسم الشكل الانتشارى للبيانات الربع سنوية الخاصة بإجمالي الودائع في المصارف السعودية باتباع الخطوات التالية :-

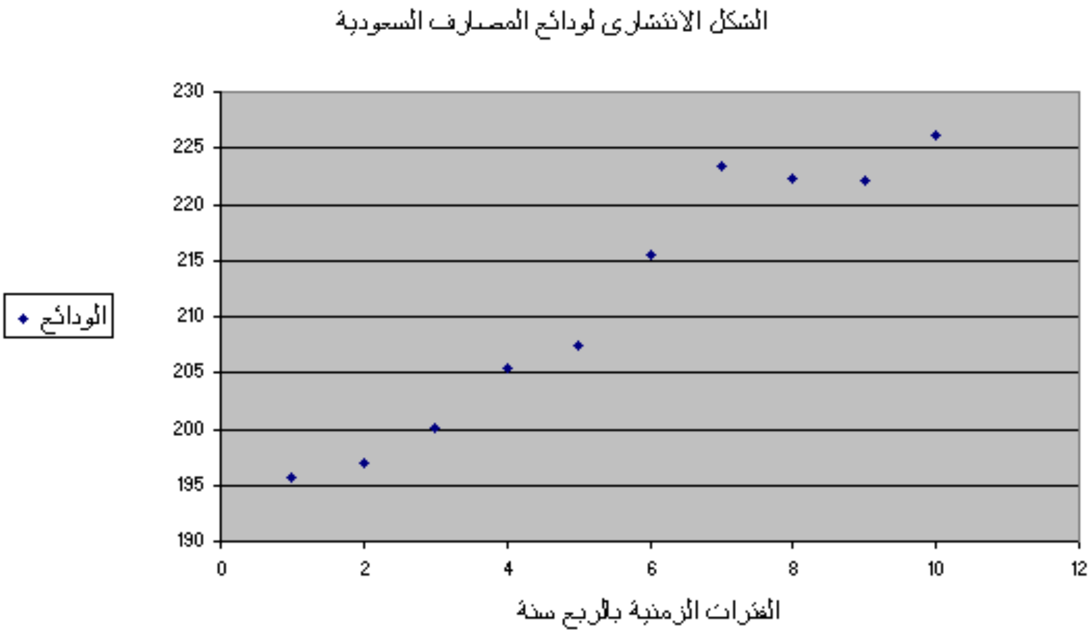
١. يتم تحديد العموديين الخاصين بالفترات الزمنية والودائع المطلوب رسم الشكل الإنتشارى لهما كما بالشكل التالى:

	A	B	C	D
1	السنة	الفصل	الفترة الزمنية	الودائع
2	2005	3	1	195.64
3		4	2	196.97
4	2006	1	3	200.11
5		2	4	205.33
6		3	5	207.49
7		4	6	215.46
8	2007	1	7	223.36
9		2	8	222.31
10		3	9	222.07
11		4	10	226.18

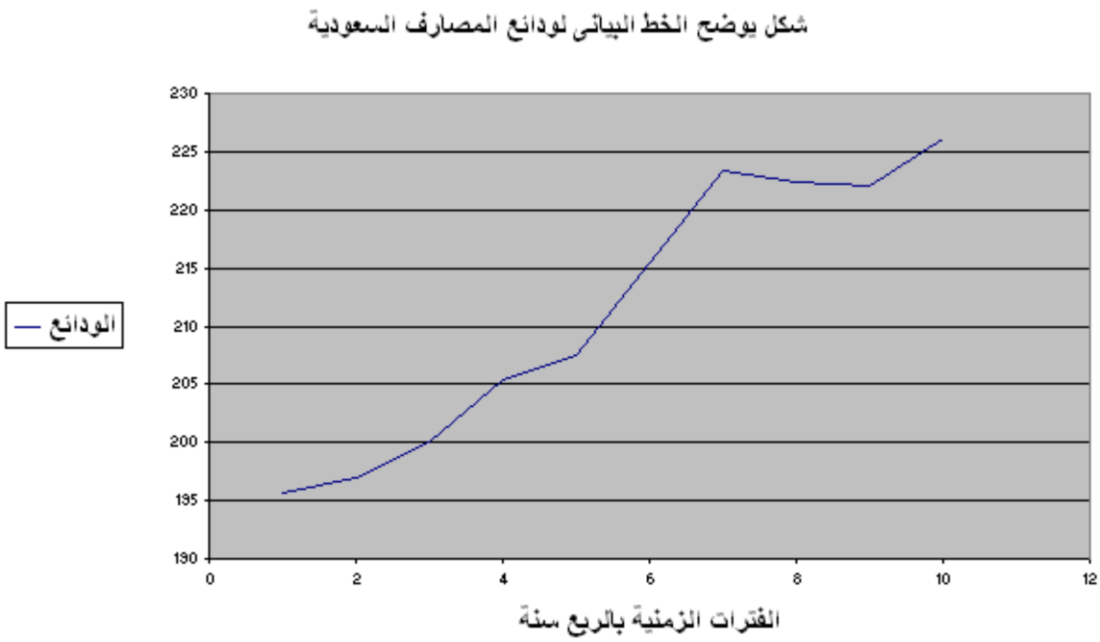
2. ثم نختار من قائمة الرسومات البيانية Wizard Chart رسم الشكل الانتشارى من خلال xy (Scatter) كما بالشكل التالى:



وباستكمال باقى الخطوات يظهر لنا الشكل البيانى التالي:



- كما يمكن رسم الخط البيانى الخاص ببيانات إجمالي الودائع في المصارف السعودية ليكون كما يلى :-



- فعند رسم شكل الانتشار لهذه البيانات كما يبدوا في الشكل السابق، نستطيع من خلال هذا الرسم لتوضيح التالي:

١. يتبين لنا أن هناك ارتفاع مستمر في إجمالي الودائع عبر الزمن
٢. الاتجاه العام لبيانات إجمالي الودائع يمكن وصفه بدالة خطية
٣. ميل خط الاتجاه العام لبيانات إجمالي الودائع سيكون موجبا

ب- طريقة المتوسطات المتحركة:

تعتمد هذه الطريقة على اخذ متوسطات متتابعة لمجموعات متتابعة ومتداخلة من البيانات، والهدف الأساسي من ذلك هو إزالة التعرجات من خط السلسلة الزمنية. وهذه الطريقة أكثر دقة في تحديد خط الاتجاه العام من طريقة شكل الانتشار (التمهيد باليد) .

ويتم حساب المتوسط المتحرك من خلال تطبيق قانون المتوسط الحسابي بشكل متتابع لعدد المشاهدات المعطاة لدينا، مع الأخذ في الاعتبار طول المجموعة التي يتم تقسيم البيانات إليها فمثلا اذا كان طول المجموعة 5 يتم إيجاد متوسط المشاهدات (x1 , x2 , x3 , x4 , x5) وذلك بإيجاد مجموعهم والقسمة على عددهم كما يبدوا ذلك من خلال العلاقة التالية:

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5}$$

ونضع المتوسط الذى تم الحصول علية أمام الفئة التى فى المنتصف وهى امام المشاهدة x3 ثم نحسب المتوسط من جديد للمشاهدات (x2 , x3 , x4 , x5, x6) **ونضع المتوسط الجديد الذى تم حسابة أمام المشاهدة x4** . وهكذا حتى نصل إلى المتوسط الأخير في البيانات المعطاة، وبعد حساب المتوسطات المتحركة نقوم برسم خط الاتجاه العام من هذه المتوسطات المتحركة، وقد ينتج عن ذلك خط غير ممهد كما يجب، وفي هذه الحالة لا يرسم الخط، بل تؤخذ متوسطات ثانية للمتوسطات المتحركة الأولى ويرسم الخط من النقاط التي تمثل المتوسطات المتحركة الثانية لأنها تعطي خطا أكثرا تمهيدا. ويكون أسلوب المتوسط المتحرك فعالآ عندما تكون بيانات السلسلة الزمنية مستقرة عبر الزمن

مثال :

أوجد المتوسطات المتحركة بطول (5) للسلسلة الزمنية التالية :

المشاهدة	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
قيمتها	7	13	21	23	27	19	17

الحل :

يتم اولاً إيجاد متوسط الخمس مشاهدات والتى يكون مركزها هو x3 وكان الناتج هو 18.2 . ثم نحسب المتوسط مرة اخرى بداية من x2 حتى x6 والتى يكون مركزها x4 وكان الناتج هو 20.6 وهكذا ونتوقف حين لا يمكن لنا تكوين سلسلها طولها 5 مشاهدات، وتظهر لنا النتيجة كما يبدوا ذلك في الجدول التالي:

المشاهدات	القيمة	المتوسط المتحرك
X1	7	
X2	13	
X3	21	18.2
X4	23	20.6
X5	27	21.4
X6	19	
X7	17	

- وبعد حساب المتوسطات المتحركة نقوم برسم خط الاتجاه العام من هذه المتوسطات المتحركة.

ج- طريقة متوسط نصف السلسلة:

تعتبر هذه الطريقة أدق من طريقة شكل الانتشار وطريقة المتوسطات المتحركة، ويمكن حسابها من خلال إتباع الخطوات التالية:

- نقسم السلسلة إلى مجموعتين وفق تسلسل السنوات.
- لتعيين الإحداثي الصادي للنقطتين نوجد المتوسط الحسابي لنصف السلسلةالأول إذا كان عدد المشاهدات زوجي، أما إذا كان عدد المشاهدات فردي فتهمل المشاهدة الوسطى ثم نجد المتوسط الحسابي للنصف الثاني.
- لتحديد الإحداثي السيني نعطي قيم المشاهدات ترقيم متسلسل سواء كانت المشاهدات قيما أو غير ذلك، ثم نجد المتوسط الحسابي للنصف الأول من القيم سواء كان عددها زوجي أو فردي فيكون المتوسط هو الإحداثي السيني، وكذلك حساب المتوسط الحسابي للنصف الثاني والذي يمثل الإحداثي السيني وبذا تتعين النقطتين.
- نصل بين النقطتين بعد تعيينهما على مستوى الإحداثي فيكون لدينا خط الاتجاه العام
- نوجد معادلة خط الاتجاه العام من خلال العلاقة التالية:

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

مثال :

إذا كان إنتاج مصنع سيارات (بالآلاف) خلال عشر سنوات كالتالي:

السنة (X)	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
عدد السيارات (Y)	53	64	67	60	69	74	67	79	85	90

المطلوب:

إيجاد معادلة خط الاتجاه العام بطريقة متوسط نصف السلسلة

الحل :

نكون الجدول التالي من الجدول الرئيسي:

السنة	السنة بالترقيم (X)	عدد السيارات المنتجة (Y)	متوسط نصف بالترقيم (X)	متوسط نصف (Y)
1998	1	53	$X_1 = 3$	$Y_1 = 62.6$
1999	2	64		
2000	3	67		
2001	4	60		
2002	5	69		
2003	6	74	$X_2 = 8$	$Y_2 = 79$
2004	7	67		
2005	8	79		
2006	9	85		
2007	10	90		

المتوسط الأول لنصف	X_1	$X_1 = \frac{1+2+3+4+5}{5} = \frac{15}{5} = 3$
المتوسط الثاني لنصف	X_2	$X_2 = \frac{6+7+8+9+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$
المتوسط الأول لنصف	Y_1	$Y_1 = \frac{53+64+67+60+69}{5} = \frac{313}{5} = 62.6$
المتوسط الثاني لنصف	Y_2	$Y_2 = \frac{74+67+79+85+90}{5} = \frac{395}{5} = 79$

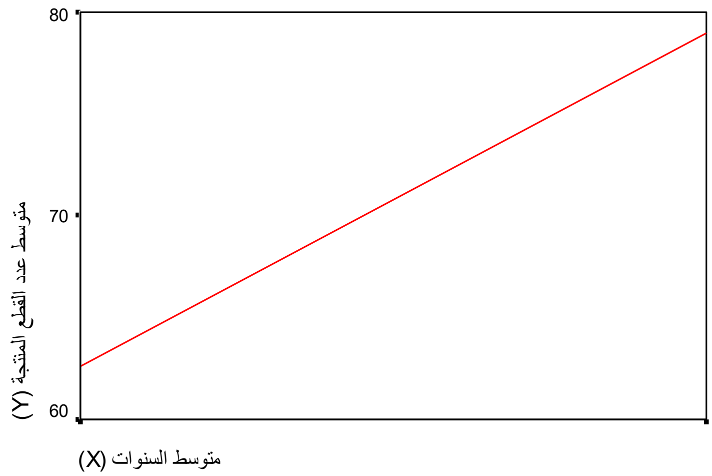
إذا النقطتين المطلوبتين لتحديد الإحداثي السيني والصادي هما :

(3 ، 62.6) ونسميها بالنقطة (أ) ، و (8 ، 79) ونسميها بالنقطة (ب)

نعين النقطتين على الرسم البياني بحيث يكون إحداثي النقطة الأولى هو (3 ، 62.6) وإحداثي النقطة الثانية هو (8 ، 79) ثم نصل بين النقطتين بخط مستقيم فيكون هو خط الاتجاه العام كما يبدوا ذلك في الشكل التالي :

خط الاتجاه العام

من خلال طريقة متوسط نصف السلسلة



- نجد معادلة خط الاتجاه العام من خلال تطبيق العلاقة التالية:

$$\frac{Y-Y_1}{X-X_1}=\frac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}=\frac{Y-62.6}{X-3}=\frac{79-62.6}{8-3}=\frac{16.4}{5}=\frac{Y-62.6}{X-3}=\frac{16.4}{5}$$

وبضرب طرفي المعادلة كالتالي:

$$5Y-(62.6*5)=16.4X-(16.4*3)$$

$$5Y-313=16.4X-49.2$$

$$5Y=16.4X-(49.2)+(313)$$

$$5Y=16.4X+263.8$$

$$Y=\frac{16.4}{5}X+\frac{263.8}{5}$$

$$Y=3.28X+52.76$$

وهذه هي معادلة خط الاتجاه العام من خلال طريقة متوسط نصف السلسلة

د ـ طريقة المربعات الصغرى :

وتعتبر طريقة المربعات الصغرى أكثر دقة من الطرق السابقة لحساب خط الاتجاه العام وذلك من خلال استخدام أسلوب الانحدار الخطي البسيط المعتمد على طريقة المربعات الصغرى التي تجعل مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية أقل ما يمكن وذلك من خلال العلاقة التالية :

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t$$

حيث أن :

القيمة الاتجاهية للسلسلة الزمنية في الفترة t

نقطة تقاطع خط الاتجاه العام مع المحور الصادي أو الجزء الثابت

ميل خط الاتجاه العام

الزمن

- ولغرض حساب b_1 و b_0 نقوم بتطبيق المعادلتين التاليتين:

$$b_1 = \frac{n\sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n\sum t^2 - (\sum t)^2}$$

$$b_0 = \frac{\sum y_t}{n} - b_1 \frac{\sum t}{n}$$

حيث أن :

القيمة الفعلية للسلسلة الزمنية في الفترة t

عدد الفترات

مثال :

بدراسة احد الظواهر الاجتماعية والمتمثلة فى العنف الأسرى لأحد المدن. تبين أن تطور أعداد الأسر التي يوجد بها عنف أسرى كانت كما يلى خلال مدة الدراسة

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
عدد الأسر	17	25	33	41	39	48	53

المطلوب:

١. تقدير معادلة الاتجاه العام لتطور أعداد الأسر المعرضة لظاهرة العنف الأسرى بهذه المدينة
٢. ما هو عدد الأسر المتوقع المعرضون لهذه الظاهرة فى عام 2013 ؟

الحل :

حتى يمكن تقدير معادلة الاتجاه العام لتطور أعداد الأسر المعرضة لظاهرة العنف الأسرى بهذه المدينة لابد من أعداد الجدول التالى علي اعتبار أن السنة الأولى تكون قيمة t فيها تساوى 1 والسنة الثانية تكون قيمتها 2 وهكذا كما يلي:

السنوات	y	t	y t	t^2
2004	17	1	17	1
2005	25	2	50	4
2006	33	3	99	9
2007	41	4	164	16
2008	39	5	195	25
2009	48	6	288	36
2010	53	7	371	49
المجموع	256	28	1184	140

كما يتضح لنا أن عدد المشاهدات $n = 7$

- ولغرض حساب b_1 و b_0 نقوم بتطبيق المعادلتين التاليتين:

$$b_1 = \frac{n\sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2}$$

$$= \frac{7(1184)-(28\times 256)}{7(140)-(28\text{^}2)}$$

$$= \frac{1120}{196} = 5.714$$

ويدل ذلك علي أن معدل التزايد السنوى في الأسر المعرضة للعنف الأسرى 5.714 اسرة

$$b_0 = \frac{\sum y_t}{n} - b_1 \frac{\sum t}{n}$$

$$= \frac{256-(5.714\times 28)}{7} = 13.715$$

- وعلى ذلك تكون معادلة الاتجاه العام كما يلى:

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t$$

$$\hat{y}_t = 13.715 + 5.714\,t$$

ما هو عدد الأسر المتوقع المعرضون لهذه الظاهرة فى عام 2013 ؟

حتى يمكن تقدير عدد الأسر المتوقع المعرضون لهذه الظاهرة فى عام 2013 لابد من تحديد قيمة t فى هذه السنة كما يلى:

t	السنة
7	**2010**
8	**2011**
9	**2012**
10	**2013**

وعلي ذلك يتم التعويض في معادلة الاتجاه العام عن قيمة t تساوي 10

$$\hat{y}_t = 13.715 + 5.714(10) = 70.855$$

ويتضح لنا مما سبق أن العدد المتوقع للأسر المعرضة للعنف الأسرى يبلغ 70.855 أى ما يقرب من 71 أسرة فى عام 2013

المحاضره الثانيه عشر (الجزء الثاني)

السلاسل الزمنية

2- التغيرات الموسمية Seasonal Variations

التغيرات الموسمية هي نتيجة طبيعية لاختلاف الظروف بشكل منتظم مما يؤثر على اختلاف رغبات الناس تبعا لعوامل عديدة منها الزمان والمكان، ويمكن تعريفها بأنها التغيرات التي تطرأ على الظاهرة على مدار المواسم المختلفة للفترة الزمنية موضوع القياس (الموسم) ، فهي قد تكون يومية، وقد تكون اسبوعية، وقد تكون شهرية.

مما سبق نرى أن التغيرات الموسمية تحدث في مواعيد زمنية محددة ولا يلبث هذا التغير أن يستعيد سيرته الأولى في نفس المواعيد وعلى مدار نفس الفترة الزمنية

والتغير الموسمي يعتبر ابسط انواع التغيرات في السلاسل الزمنية حيث يشتمل على نماذج متكررة بانتظام، وهي تغيرات تتميز بالطبيعة الدورية بشرط أن لايزيد طول الدورة المتكررة عن سنة واحدة كحد أعلى .

وتكمن أهمية دراسة التغيرات الموسمية في تحليل السلسلة الزمنية للظاهرة خاصة فيما يتعلق بالتخطيط لعمليات الإنتاج أو الأوقات المناسبة للإعلانات عن السلع أو التوسع في المشاريع، فالتغيرات الموسمية بشكل عام تساعد على الكشف عن:

- الأوقات المناسبة للتغيير
- مسببات التغيير
- الاستعدادات المناسبة لمواجهة التغيير

- ويتم قياس التغيرات الموسمية عن طريق إيجاد قيمة الظاهرة في كل موسم من المواسم التي تتعرض لها الظاهرة للتغير ثم تنسب كل قيمة للمتوسط العام لقيم هذه الظاهرة، إذ يتم اعتبار المتوسط العام (100%) فنحصل على أرقام تدل على مدى التغيرات للظاهرة هل هي فوق المتوسط أو دونه، مثال على ذلك ما يذاع عن درجات الحرارة المتوقعة في النشرات الجوية من أنها فوق المتوسط أو دون المتوسط، ولحساب الآثار الموسمية هناك طريقتان:

- طريقة النسب للمتوسط المتحرك
- طريقة إيجاد القيم المخلصة من أثر الاتجاة العام وذلك بقسمة طرفي المعادلة على (Tt)

- طريقة النسب للمتوسط المتحرك، ويتم ذلك من خلال المعادلة التالية:

$$y_t = T_t \times C_t \times S_t \times R_t$$

- طريقة إيجاد القيم المخلصة من أثر الاتجاة العام وذلك بقسمة طرفي المعادلة على (Tt) والتي تمثل تأثير الاتجاه العام فنحصل بالتالي على المعادلة التالية :

$$\frac{y_t}{T_t} = C_t \times S_t \times R_t$$

مثال :

إذا كان لدينا إنتاج إحدى الشركات خلال ثلاث سنوات، وكانت كمية الإنتاج مأخوذة كل ثلاثة شهور (السنة مقسمة إلى أربعة أرباع) والإنتاج بآلاف الوحدات كما يبدوا ذلك في الجدول التالي :

ربع السنة	2008	2009	2010
الأول	3	4	8
الثانى	7	5	10
الثالث	9	6	12
الرابع	2	4	6

المطلوب :

١. تقدير معادلة الاتجاه العام للعلاقة بين الانتاج و الزمن؟

٢. تقدير القيم الإتجاهية المقابلة للقيم الأصلية للأنتاج؟

٣. إيجاد القيم المخلصة من أثر الأتجاة العام؟

٤. تحديد تأثير كل موسم؟

٥. تقدير الانتاج المتوقع سنة 2012 ؟

الحل :

1- تقدير معادلة الاتجاة العام للعلاقة بين الانتاج و الزمن:

يتم اولا إدخال البيانات السابقة مع أضافة عنصر الزمن t ، ثم يتم حساب العمود y t والعمود t^2 وإيجاد المجاميع الازمة لحساب معامل الانحدار b1 كما يلي:

السنة	الربع	الانتاج y	الزمن t	y t	t^2
2008	الأول	3	1	3	1
	الثانى	7	2	14	4
	الثالث	9	3	27	9
	الرابع	2	4	8	16
2009	الأول	4	5	20	25
	الثانى	5	6	30	36
	الثالث	6	7	42	49
	الرابع	4	8	32	64
2010	الأول	8	9	72	81
	الثانى	10	10	100	100
	الثالث	12	11	132	121
	الرابع	6	12	72	144
المجموع		76	78	552	650

حيث n هى الفترات الزمنية تساوى 12

- نحسب قيمة b_1 من خلال العلاقة :

$$b_1 = \frac{n\sum ty_t - \sum t \sum y_t}{n\sum t^2 - \left(\sum t\right)^2}$$

$$= \frac{12(552)-(78\times 76)}{12(650)-(78\char`^2)} = 0.40559$$

وبالتالى يكون معدل التزايد كل فترة ربع سنة هو0.40559 ألف وحدة

-نحسب قيمة b_0 من خلال العلاقة

$$b_0 = \frac{\sum y_t}{n} - b_1 \frac{\sum t}{n}$$

$$= \frac{76-(0.40559\times 78)}{12} = 3.69697$$

وعلى هذا تتحدد قيمة معادلة خط الاتجاه العام من خلال العلاقة :

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t$$

$$\hat{y}_t = 3.69697 + 0.40559\ t$$

2- تقدير القيم الإتجاهية المقابلة للقيم الأصلية للأنتاج:

يمكن إيجاد القيم الاتجاهية بالتعويض فى معادلة الانحدار السابق الحصول عليها بقيم t بداية من 1 و 2 و 3 و ... و 12 وبذلك تكون القيم الاتجاهية هى :

$$\hat{y}_t = 3.69697 + 0.40559\ t$$

السنة	الربع	الانتاج y	الزمن t	القيم الاتجاهية
2008	الأول	3	1	4.10256
	الثانى	7	2	4.50815
	الثالث	9	3	4.91374
	الرابع	2	4	5.31933
2009	الأول	4	5	5.72492
	الثانى	5	6	6.13051
	الثالث	6	7	6.5361
	الرابع	4	8	6.94169
2010	الأول	8	9	7.34728
	الثانى	10	10	7.75287
	الثالث	12	11	8.15846
	الرابع	6	12	8.56405
المجموع		76	78	

3- إيجاد القيم المخلصة من أثر الاتجاه العام :

ويتم حساب القيم المخلصة من أثر الاتجاه العام بقسمة قيم الظاهرة الاصلية على القيم الاتجاهية فتكون النتيجة كما بالجدول السابق.

$$\hat{y}_t = 3.69697 + 0.40559\ t$$

السنة	الربع	الانتاج y	الزمن t	القيم الاتجاهية	القيم المخلصة من أثر الاتجاه العام
2008	الأول	3	1	4.10256	0.7313
	الثانى	7	2	4.50815	1.5527
	الثالث	9	3	4.91374	1.8316
	الرابع	2	4	5.31933	0.376
2009	الأول	4	5	5.72492	0.6987
	الثانى	5	6	6.13051	0.8156
	الثالث	6	7	6.5361	0.918
	الرابع	4	8	6.94169	0.5762
2010	الأول	8	9	7.34728	1.0888
	الثانى	10	10	7.75287	1.2898
	الثالث	12	11	8.15846	1.4709
	الرابع	6	12	8.56405	0.7006
المجموع		76	78		

4- إيجاد تأثير كل موسم:

حتى يمكن إيجاد تأثير كل موسم نعيد ترتيب القيم المخلصة من أثر الاتجاه العام السابق الحصول عليها كما يلي:

الموسم	2008	2009	2010
الأول	0.7313	0.6987	1.0888
الثانى	1.5527	0.8156	1.2898
الثالث	1.8316	0.918	1.4709
الرابع	0.376	0.5762	0.7006

ثم يتم إيجاد متوسط القيم المخلصة من أثر الاتجاه العام لكل ربع للتعبير عن أثر ذلك الموسم

فمثلا:

تأثيرالربع الأول =

$$0.8396=\frac{0.7313+0.6987+1.0888}{3}$$

وهكذا لباقى المواسم فتكون النتيجة كما يلي:

الموسم	2008	2009	2010	تأثير الموسم
الأول	0.7313	0.6987	1.0888	0.8396
الثانى	1.5527	0.8156	1.2898	1.2194
الثالث	1.8316	0.918	1.4709	1.4068
الرابع	0.376	0.5762	0.7006	0.5509
المجموع				4.0167

<u>ونلاحظ</u> أن مجموع تأثيرات المواسم (الدليل الموسمى) 4.0167 اى 401.67 % وحيث يوجد 4 مواسم لذا فأن مجموع تأثيرات المواسم لابد أن تساوى 400 %

- لذا لابد من تعديل قيم الدليل الموسمى بمعامل تصحيح قدرة $\frac{4}{4.0167}$

تأثير الموسم المعدل	تأثير الموسم	الموسم
0.836109	0.8396	الأول
1.21433	1.2194	الثانى
1.400951	1.4068	الثالث
0.54861	0.5509	الرابع
4	4.0167	المجموع

5- تقدير الانتاج المتوقع سنة 2012

نلاحظ أن قيم t فى الربع الاخير سنة 2010 بلغت 12 لذلك يتم الزيادة عليها سنة 2011 لتكون 13 ، 14 ، 15 ، 16 خلال المواسم الاربع ولذلك تكون القيم خلال سنة 2012 هى 17و 18 ، 19 ، 20 والتى يتم التعويض بها معادلة الاتجاه العام للحصول على القيم الاتجاهيه ويمكن تقدير القيم المتنبئ بها لكل ربع كما يلي:

القيم المتنبئ بها للموسم = القيمة الاتجاهية × تأثير الموسم المعدل

$$\hat{y}_t = 3.69697 + 0.40559\, t$$

- وعلى ذلك يمكن تقدير الانتاج المتوقع سنة 2012 كما يلي:

الانتاج المتوقع	تأثير الموسم المعدل	القيمة الاتجاهية	t	الموسم
8.856069	0.836109	10.592	17	الأول
13.35471	1.21433	10.99759	18	الثانى
15.9753	1.400951	11.40318	19	الثالث
6.478404	0.54861	11.80877	20	الرابع
44.66448				المجموع

ويتضح لنا أن الانتاج المتوقع سنة 2012 هو 44664.48 وحدة

3- التغيرات الدورية Cyclical Variations

ويعرف هذا النوع من التغيرات بدورات الأعمال، وهذا يمتد لفترة زمنية أطول من سنة، وتنشأ هذه التغيرات عن ظروف عامة تعزى إلى العوامل التي تتحكم في الحياة الاقتصادية للبلاد.
ويهتم الباحثون الاقتصاديون ورجال الأعمال بالتغيرات الدورية لغايات التخطيط لمواجهة المشاكل التي قد تنشأ عن حدوثها، وقد تمتد بعض التغيرات الدورية إلى 50 سنة وهذه دورة طويلة، أما الدورة المتوسطة فتمتد بين 8-12 سنة، أما الدورة القصيرة فتكون بين 3-4 سنوات، وتقع التقلبات الدورية أعلى وأسفل خط الاتجاه العام .

4- التغيرات العشوائية أو الفجائية Random (Irregular) Variations:

تؤثر هذه التغيرات على السلسلة الزمنية بشكل عشوائي أو مفاجئ وغير منتظم، فقد تكون هذه التغيرات ناتجة عن حدوث ظواهر طبيعية مثل الزلازل والبراكين أو حروب ونحوها، لذا فهذا النوع من التغيرات من الصعب التنبؤ بها ومن الصعب كذلك تحديد حجم هذه التغيرات ومدى تأثيرها على الظاهرة موضع الدراسة، وتمتاز هذه التغيرات بعدد من المميزات منها :

- إنها لا تحدث وفقا لقاعدة أو قانون
- قد تتكرر أو لا تتكرر
- تأثيرها غير ثابت فمرة تأثر بالنقص ومرة بالزيادة
- لا تستمر طويلا لذا يطلق عليها اسم التغيرات قصيرة الأجل

المحاضره الثالثة عشر

الأرقام القياسية

- تعريف الأرقام القياسية:

الرقم القياسي هو مؤشر إحصائي (رقم نسبي) يستخدم في قياس التغير النسبي الذي طرأ على ظاهرة من الظواهر الاقتصادية أو الاجتماعية، فهو يستخدم لقياس التغير في أسعار السلع أو في حجم انتاجها أو في كميات المبيعات منها أو في حجم السكان أو أجور العمال (وفقا لأساس معين) سواء كان هذا الأساس فترة زمنية معينة أو مكانا معينا

- فترة الأساس:

الأساس هو فترة زمنية معينة أو مكانا معينا، وعادة تكون فترة الأساس فترة سابقة للفترة التي نريد مقارنتها (وفي حالات نادرة جدا قد تكون فترة الأساس فترة لاحقة لفترة المقارنة) **ويجب أن تمتاز فترة الأساس بما يلي :**

- الاستقرار الاقتصادي
- خلوها من العوامل المؤثرة على الأسعار (الحروب)
- أن تكون بعيدة جدا عن سنوات المقارنة

أما عند **اختيار مكان الأساس** لابد أن يكون لهذا المكان أهمية خاصة وأن يكون مركزا أساسيا لإنتاج السلعة المراد استخراج الرقم القياسي لها .

- الأرقام القياسية للأسعار Price Index Numbers

تعتبر الأرقام القياسية للاسعار من أهم أنواع الأرقام القياسية وأكثرها شيوعا، فهي (أي الأرقام القياسية للأسعار) تساهم في قياس التغير في المستوى العام للأسعار أو التغير في تكاليف المعيشة في فترة زمنية معينة مقارنة بفترة زمنية أخرى ومن أشهرها:

- مؤشر أسعار المستهلكين Consumer Price Index ويرمز له (CPI)
- مخفض الناتج القومي الإجمالي Gross National Product Deflator
- مؤشر اسعار المنتجين Producer Price Index ويرمز له (PPI)
- مخفض الناتج المحلي الإجمالي Gross Domestic Product Deflator
- مؤشر أسعار الأسهم

- أمثلة على بعض الأرقام القياسية للاسعار في النظام الاقتصادي السعودي :

يهتم النظام الاقتصادي السعودي بنشر الأرقام القياسية للاسعار وتكاليف المعيشة على شكل تقارير شهرية، ومن هذه الأرقام مايلي:

- الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لمتوسطي الدخل: ويشمل هذا الرقم المواد الغذائية، السكن وتوابعه، الأقمشة والملابس، الأثاث المنزلي، الرعاية الطبية، النقل والمواصلات، التعليم والترفيه، النفقات والخدمات الأخرى، والرقم القياسي العام)
- الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لجميع السكان: ويشمل المواد الغذائية ، السكن وتوابعه، الأقمشة والملابس، الأثاث المنزلي، الرعاية الطبية، النقل والاتصالات، التعليم والترفيه، النفقات والخدمات الأخرى، والرقم القياسي العام)
- الرقم القياسي لأسعار الجملة: ويشمل المواد الغذائية، المشروبات، مواد الخام ماعدا الوقود، الوقود المعدني وزيوت التشحيم، الدهون والزيوت الحيوانية والنباتية، الكيماويات والمواد ذات الصلة، السلع المصنعة مصنفة حسب المادة، الآلات ومعدات النقل والاتصالات، التعليم والترفيه، النفقات والخدمات الأخرى، والرقم القياسي العام

- دور الأرقام القياسية في حساب معدلات التضخم :

المقصود بالتضخم هو الارتفاع المستمر في المستوى العام للاسعار والذي على ضوئه تنخفض القيمة الشرائية للوحدة النقدية (الريال مثلا)، وتقوم الجهات الاقتصادية في الدول باستخدام الأرقام القياسية للاسعار لإيجاد معدلات التضخم السنوية، وفي معظم الأحيان يستخدم مؤشر اسعار المستهلكين (CPI) لسنتين متتاليتين لحساب معدل التضخم السنوي في السنة الأخيرة وذلك من خلال العلاقة التالية:

$$i_{2010} = \frac{CPI_{2010} - CPI_{2009}}{CPI_{2009}}(100)$$

حيث :

i_{2010} = معدل التضخم في سنة2010م

CPI_{2009} =مؤشر اسعار المستهلكين في سنة2009م

CPI_{2010} =مؤشر اسعار المستهلكين في سنة2010م

مثال :

إذا افترضنا أن مؤشر اسعار المستهلكين في المملكة لسنة 2006م=120 وسنة 2007م=123 ، ما هو معدل التضخم في سنة 2007م

الحل :

معدل التضخم في سنة 2007م يتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$i_{2007} = \frac{CPI_{2007} - CPI_{2006}}{CPI_{2006}}(100) \qquad = \frac{123-120}{120}(100) = 2.5\%$$

أي أن معدل التضخم في سنة 2007 يساوي 2.5 %

- فوائد الأرقام القياسية واستعمالاتها :

تستخدم الأرقام القياسية عادة لقياس التغير الذي يطرأ على الحياة بمجملها بشكل عام والجوانب الاقتصادية بشكل خاص. كما تساعد الأرقام القياسية على تحليل العوامل التي تساهم في تغير الظاهرة فتبين مدى مساهمة كل من هذه العوامل في إحداث التغير الكلي، وتستخدم كذلك في الرقابة على تنفيذ الخطط .

الرقم القياسي المرجح :

وهو ذلك الرقم الذي يأخذ الأهمية النسبية للسلعة أو الأجر بعين الاعتبار فيعطي كل سلعة (أجر) وزنا يتلاءم مع أهميته، فعند تركيب رقم قياسي للكميات يجب ترجيحه بالأسعار، وعند تركيب رقم قياسي للأسعار يجب ترجيحه بالكميات وبالتالي يكون الناتج رقما قياسيا مرجحا.

- منسوب السعر لسلعة واحدة (ظاهرة بسيطة):

يمكن إيجاد رقم قياسي لسعر سلعة بمفردها (حيث يمثل هذا الرقم القياسي التغير في سعر السلعة أو الخدمة في سنة معينة مقارنة بسنة الأساس)، ويسمى الرقم القياسي للسعر بمنسوب السعر ويرمز له بالرمز Pr ويمكن حسابه بالطريقة التالية :

$$P_r = \frac{P_1}{P0}(100)$$

حيث أن :

P_r = منسوب السعر

P_1 =السعر سنة المقارنه

P_0 =السعر سنة الاساس

مثال :

إذا كانت لدينا البيانات التالية والممثلة لسعر سلعة معينة من الفترة 2006م وحتى 2010م .

السنة	سعر السلعة بالريال
2006	25
2007	30
2008	24
2009	32
2010	36

المطلوووب :

إيجاد منسوب السعر لهذه السلعة للفترة من سنة 2006م حتى سنة 2010م باعتبار سنة 2006م سنة أساس، مع تفسير النتائج التي يتم الحصول عليها .

الحل في الكتاب صفحه 240

- منسوب السعر لمجموعة من السلع-التجميعية (ظاهرة معقدة) :

الرقم القياسي السابق يوضح منسوب السعر لسلعة واحدة، إلا أن كثيرا من الحالات تكون أكثر تعقيدا فقد يكون لدينا عدة سلع متغيرة ونرغب حساب منسوب السعر أو الرقم القياسي لها، ففي حالة استخراج الرقم القياسي لمثل هذا الوضع فإنه يدخل في الحساب جميع قيم السلع التي تتألف منها الظاهرة ويتم ذلك من خلال استخدام الطرق التالية:

- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير)
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش)
- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر)

- حساب الأرقام القياسية التجميعية (مجموعة من السلع):

1- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار:

لهذا الرقم القياسي بالرمز "Is " ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$I_s = \frac{\sum P_1}{\sum P_0}(100)$$

حيث أن :

$\sum P_1$ = مجموع اسعار السلع والخدمات في سنة المقارنه .

$\sum P_0$ = مجموع اسعار السلع والخدمات في سنة الاساس .

- وتكمن مشكلة الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار في أنه لا يعطي للكميات المستهلكة من السلع والخدمات أوزانا، فبالتالي يكون حساسا عندما يكون هناك تباينا في الكميات المستهلكة .

2- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير):

ويسمى برقم لاسبير ويرمز له بالرمز Ir وهذا الرقم يعبر عن أثر التغير في السعر كما لو بقيت الكميات المشتراة في سنة الأساس هي نفسها في سنة المقارنة. ويتم حسابه بنفس الطريقة السابقة مع ترجيح وزن كل سعر بكميته المستهلكة في سنة الأساس، ويتم ذلك من خلال تطبيق العلاقة التالية:

$$I_r = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}(100)$$

حيث أن :

I_r =الرقم القياسي التجميعي للاسعار المرجح بكميات سنة الاساس(رقم لاسبير)

$\sum P_1Q_0$ =مجموع اسعار السلع والخدمات سنة المقارنه مرجحه بكميات سنة الاساس

$\sum P_0Q_0$ =مجموع اسعار السلع والخدمات سنة الاساس مرجحه بكميات سنة الاساس

- ويفضل استخدام هذه الطريقة عند حساب مؤشر اسعار المستهلكين (CPI) وذلك للاقتصاد في الجهد والوقت والمال، لأن كمية سنة الأساس ثابتة عند إيجاد رقم لاسبير لأي سنة لاحقة لسنة الأساس .

3- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش):

ويسمى برقم باش ويرمز له بالرمز Ip وهذا الرقم يعبر عن اثر التغير في السعر كما لو أن الكميات المشتراة في سنة المقارنة كانت قد اشتريت في سنة الأساس. وتختلف طريقة حساب هذا الرقم من حيث أنه يرجح كل سعر بكميته المستهلكة في سنة المقارنة ، ويتم ذلك من خلال تطبيق العلاقة التالية:

$$I_p = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}(100)$$

حيث أن :

I_p =الرقم القياسي التجميعي للاسعار المرجح بكميات سنة الاساس (رقم باش)

$\sum P_1Q_1$ =مجموع اسعار السلع والخدمات سنة المقارنه مرجحه بكميات سنة المقارنه

$\sum P_0Q_1$ =مجموع اسعار السلع والخدمات سنة الاساس مرجحه بكميات سنة المقارنه

والمشكلة الأساسية في هذه الطريقة هي الحاجة لتحديد الكميات المستهلكة من كل سلعة سنويا حتى يتسنى لنا حساب هذا الرقم .

4- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر):

ويسمى برقم فيشر ويرمز له بالرمز If، وهو عبارة عن الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش، أي أنه الجذر التربيعي لحاصل ضرب رقم لاسبير برقم باش، (وهذا الرقم يهتم بالناحية الرياضية ولكنه لا معنى اقتصادي له) وهذا هو أهم عيوبه . ويتم ذلك من خلال العلاقة التالية:

$$I_f = \sqrt{I_r \quad \mathrm{I_p}}$$

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum p_1 Q_1}{\sum p_0 Q_1}}$$

مثال لحساب الأرقام القياسية التجميعية :

يبين الجدول التالي أسعار وكميات ثلاث منتجات استهلاكية للسنتين 2007م و 2010م على اعتبار أن سنة 2007م هي سنة الأساس .

السنوات / المنتجات	سنة 2007م (سنة الأساس) الكمية Q0	سنة 2007م (سنة الأساس) السعر P0	سنة 2010م (سنة المقارنة) الكمية Q1	سنة 2010م (سنة المقارنة) السعر P1
السلعة الأولى	5000	9	8500	12
السلعة الثانية	8000	25	15000	31
السلعة الثالثة	9000	14	19000	17

المطلوب :

- حساب الرقم التجميعي البسيط للأسعار.
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير).
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش).
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر).
- تفسير نتائج الفقرات السابقة.

الحل في الكتاب صفحة 243 - 246:

- ملاحظات عامة على الأرقام القياسية :

هناك مجموعة من الملاحظات المتعلقة بتفسير الأرقام القياسية لسنوات الأساس والمقارنة، وهذه الملاحظات كالتالي:

- الرقم القياسي للظاهرة في سنة الأساس يساوي 100 .
- إذا كان الرقم القياسي للظاهرة في سنة المقارنة أكبر من 100 فهذا يعني أن هناك ارتفاع في المستوى العام للظاهرة مقارنة بسنة الأساس .
- إذا كان الرقم القياسي للظاهرة في سنة المقارنة أصغر من 100 فهذا يعني أن هناك انخفاض في المستوى العام للظاهرة مقارنة بسنة الأساس