بداية محاضرة يوم السبت من الأسبوع الثاني

الباب الثالث: تحليل المقادير الجبرية

(٣) الفرق بين مربعين:

الصيغة العامة للفرق بين مربعين:-

$$س^٢ - ص^٢ = (س - ص)(س + ص) = (س + ص)(س - ص)$$

مثال: حلل المقدار الجبري التالي

١) $س^٢ - ٩ = س^٢ - ٣^٢ = (س - ٣)(س + ٣)$

٢) $٤س^٢ - ٩ص^٢ = (٢س)^٢ - (٣ص)^٢$

$= (٢س - ٣ص)(٢س + ٣ص)$.

٣) $س^٤ - ١ =$ ~~$(س^٢ + ١)(س^٢ - ١)$~~

$= (س^٢)^٢ - (١)^٢$

فرق بين مربعين → $= (س^٢ - ١)(س^٢ + ١)$

$= (س - ١)(س + ١)(س^٢ + ١)$ (فكتور في أبسط صورة)

تأكد من صحة الحل:-

$(س - ١)(س + ١)(س^٢ + ١)$

$= (س^٢ - ١)(س^٢ + ١) = س^٤ + س^٢ - س^٢ - ١$

$= س^٤ - ١$

٤) $(١٦ - ص^٤) = (٤^٢ - (ص^٢)^٢) = (٤ - ص^٢)(٤ + ص^٢)$

$= (٢ - ص)(٢ + ص)(٤ + ص^٢)$.

٣ الفرق بين مكعبين :-

الصيغة العامة للفرق بين مكعبين تكتب على الصورة التالية :-

$$(\text{الحد الأول})^3 - (\text{الحد الثاني})^3 = (\text{الحد الأول} - \text{الحد الثاني})(\text{مربع الحد الأول} + \text{الحد الأول} \times \text{الحد الثاني} + \text{مربع الحد الثاني})$$

$$(س^3 - ص^3) = (س - ص)(س^2 + س ص + ص^2)$$

- مثال :- حلل المقادير الجبرية التالية إلى عواملها :-

١) $٢٧ س^3 - ص^3 = (٣س)^3 - (ص)^3$

$= (٣س - ص)(٩س^2 + ٣س ص + ص^2)$

٢) $٨ س^6 - ١٢٥ ص^9 = (٢س^2)^3 - (٥ص^3)^3$

$= (٢س^2 - ٥ص^3)(٤س^4 + ١٠ س^2 ص^3 + ٢٥ ص^6)$

٤ مجموع مكعبين :

الصيغة العامة لهذا القانون تكتب كالتالي :-

$$(\text{الحد الأول})^3 + (\text{الحد الثاني})^3 = (\text{الحد الأول} + \text{الحد الثاني})(\text{مربع الحد الأول} - \text{الحد الأول} \times \text{الحد الثاني} + \text{مربع الحد الثاني})$$

$$(س^3 + ص^3) = (س + ص)(س^2 - س ص + ص^2)$$

- مثال :- $(٢٧ س^3 + ١) = (٣س)^3 + (١)^3$

$= (٣س + ١)(٩س^2 - ٣س + ١)$

$(١٢٥ س^6 + ٨) = (٥س^2)^3 + (٢)^3$

$= (٥س^2 + ٢)(٢٥ س^4 - ١٠ س^2 + ٤)$

٥ تحليل المقدار التالي :-

نستخدم الآن طريقة تحليل كثيرة حدود من الدرجة الثانية وهي الصيغة :-

$أ س^{٢} + ب س + ج$ ، حيث أ ، ب ، ج : أعداد ثابتة .

السير لإعادة كتابة المقدار :-

$أ س^{٢} + ب س + ج = (هـ س + و)(هـ س + و)$

والمطلوب إيجاد قيمة كل من هـ ، د ، هـ ، و .

مثال :- حلل المقدار التالي :-

أ) $س^{٢} + ١٠ س - ٦ = (س + ٣)(س - ٢)$

$-٢ + ٣ = ١$

٢ أو ١ × ، ٣ أو ٦ ×

ب) $س^{٢} + ٥ س + ٦ = (س + ٢)(س + ٣)$

إشارة الحد الثابت موجب تكتب الإشارة نفسها

٦ أو ٢ ×

١ أو ٣

٣) $س^{٢} - ٥س - ١٤ = (س + ٢)(س - ٧)$

اشارة الطرف سالبة ← مختلفة

اشارة الوسط تعطي للعدد الأكبر

٤) $س^{٢} - ٣س - ٨ = ؟؟$

$س$	$+ ؟$
$س$	$- ٨$

أو

$س$	$+ ١$
$س$	$- ٤$

اشارة الوسط تذهب للعدد الأكبر

$س^{٢} - ٣س - ٨ = (س - ٤)(س + ؟)$.

تحدد شكل اشارة المقادير
فإذا كانت سالبة، تكون اشارة المقادير مختلفتين (+ و -) .
أما اذا كانت اشارة الطرف (الحد الثابت) موجبة فتكون اشارة المقادير إما الاثنين موجبة أو الاثنين سالبة.

٥) $(س^{٢} - ٣س + ١) = (س - ١)(س - ١)$

٦) $٦س^{٢} + ٥س - ٤ = (٣س - ١)(٢س + ٤)$ ✓ الحل الصحيح

أو $(٣س + ٤)(٢س - ١)$ ✗

أو $(٣س - ٢)(٢س + ٤)$ ✗

أو $(٣س + ٢)(٢س - ٤)$ ✗

$٣س$	$- ١$ أو $- ٢$
$٢س$	$+ ٤$
	$+ ٢$

نهاية الباب الثالث (من تحليل المقادير الجبرية) نتابع المحاضرة إلى

الفصل الرابع : المقادير الكسرية

ما هو المقدار الكسري :-

تعريف :- المقدار الكسري (النسبي) هو عبارة عن خارج قسمة كثيرة حدود بحيث يسمى المقسوم بالبسط والمقسوم عليه بالمقام .

وهو الأشكال على ذلك :-

مقادير كسرية .

① $\frac{\text{ب}^{2}-٤}{\text{ب}^{2}+٢\text{ب}}$ ← البسط ، ← المقام

② $\frac{٣\text{ب}^{٢}+\text{ب}+٢}{١-\text{ب}^{٢}\text{ج}}$ ← البسط ، ← المقام

③ $\text{س}^{-٤}+\text{ص}^{-٢} = \frac{١}{\text{س}^{٤}}+\frac{١}{\text{ص}^{٢}}$.

$= \frac{١}{\text{ص}^{٢}}+\frac{\text{ص}^{٢}\times\text{ص}^{٤}}{\text{س}^{٤}\times\text{ص}^{٢}}$

$= \frac{١}{\text{ص}^{٢}}+\frac{\text{ص}^{٦}}{\text{س}^{٤}\text{ص}^{٢}} = \frac{١+\text{ص}^{٦}}{\text{س}^{٤}\text{ص}^{٢}}$.

العمليات الجبرية على المقادير الكسرية :-

١ جمع وطرح المقادير الكسرية :

عند جمع أو طرح مقادير كسرية ، يجب ملاحظة مايلي :-

أ) إذا كانت المقادير الكسرية لها نفس المقام ، فيكون المجموع الجبري لها له نفس المقام وبسطه يكون ناتج جمع بسط المقدار الأول مع بسط المقدار الثاني .

بصورة الرموز :-

$$\frac{س}{ص} + \frac{ع}{ص} = \frac{س + ع}{ص} \qquad (ص \neq صفر)$$

$$\frac{س}{ص} - \frac{ع}{ص} = \frac{س - ع}{ص} \qquad (ص \neq صفر)$$

مثال :- اوجد ناتج المقادير النسبية بابسط صورة :

أ) $\frac{س + ٣}{س - ٢} - \frac{س}{س - ٢} = \frac{(س + ٣) - (س)}{س - ٢}$

$= \frac{٣}{س - ٢}$.

ب) $\frac{٣ - س}{٤ - س} + \frac{٢ س}{٤ - س} = \frac{٣ - ٢ س}{٤ - س} = \frac{٥ ج}{٤ - س}$.

ب) اذا كانت المقادير الكسرية لها مقامات مختلفة، نقوم بتحويلها الى كسور متكافئة وذلك بضرب بسط ومقام كل كسر بكمية محدودة مناسبة لكي تحصل على كسور لها نفس المقام ثم نتبع الطريقة السابقة في أ.

صورة رمزية:-

$$\frac{س}{ص} + \frac{ع}{ل} = \frac{ل \times س}{ل \times ص} + \frac{ص \times ع}{ص \times ل}$$

$$= \frac{ل س}{ل ص} + \frac{ع ص}{ل ص}$$

$$= \frac{ل س + ع ص}{ل ص}$$

$$\frac{س}{ص} - \frac{ع}{ل} = \frac{ل \times س}{ل \times ص} - \frac{ص \times ع}{ص \times ل}$$

$$= \frac{ل س - ع ص}{ل ص}$$

مثال:- اوجد ناتج ما يلي:-

$$\frac{٥}{٣} + \frac{٣}{١+س}$$

الحل:

$$\frac{٣}{١+س} \times \frac{س}{س} + \frac{١+س}{١+س} \times \frac{٥}{س}$$

$$= \frac{٥(١+س)}{س(١+س)} + \frac{٣س}{(١+س)س} = \frac{٥+٥س+٣س}{س+س^{٢}} = \frac{٥+٨س}{س+س^{٢}}$$

مثال :- اختصر ناتج الكسرين التاليين إلى أبسط صورة :-

$$\frac{٣}{س} - \frac{٥}{س-٢}$$

الحل :

$$\frac{٣ \times (س-٢)}{س \times (س-٢)} - \frac{س \times ٥}{س \times س-٢}$$

$$= \frac{٣(س-٢)}{س(س-٢)} - \frac{٥س}{(س-٢)س} = \frac{٣س-٦-٥س}{س^{٢}-٢س}$$

$$= \frac{-٢س-٦}{س^{٢}-٢س}$$

ملاحظة : (في عملية جمع وطرح مقادير كسرية)
عند استخدام الطريقة (ب) ، يجب تحليل مقامات الكسور
الى عواملها الأولية إن أمكن .

مثال :- اوجد ناتج طرح المقدارين

$$\frac{٢س}{١-س^{٢}} - \frac{٢}{س+١}$$

الحل :

$$\frac{٢س}{(١-س)(١+س)} - \frac{٢}{(١+س)}$$

$$= \frac{٢س-٢(١-س)}{(١-س)(١+س)} = \frac{٢س-٢+٢س}{(١-س)(١+س)}$$

$$= \frac{٢}{(١-س)(١+س)} \times \frac{(١-س)}{(١-س)}$$

$$= \boxed{\frac{٢}{١-س^{٢}}}$$

مثال :- اوجد ناتج جمع المقدارين

$$\frac{٤}{٥س} + \frac{٥}{س^{٢}}$$

الحل : $\frac{٤ \times س}{٥س \times س} + \frac{٥ \times ٥}{س^{٢} \times ٥}$

$$= \frac{٤س + ٢٥}{٥س^{٢}}$$

ج) ضرب وقسمة المقادير الكسرية :

أ) ضرب المقادير الكسرية :-

القاعدة : لضرب كسرين $\frac{س}{ص}$ ، $\frac{ع}{ل}$ ، نستخدم القاعدة التالية :

$$\frac{س}{ص} \times \frac{ع}{ل} = \frac{س ع}{ص ل}$$

(ضرب بسط الأول × بسط الثاني) / (ضرب مقام الأول × مقام الثاني)

مثال :- بسط المقادير التالية :-

$$\frac{٣س}{١-س} \times \frac{٤-س}{١+س}$$

الحل : $\frac{٣س \times ٤-س}{(١+س)(١-س)} = \frac{١٢س - ٣س^{٢}}{١-س^{٢}}$

مثال :- اوجد ناتج مايلي

$$\frac{٥}{س^{٢}} \times س$$

الحل : $\frac{س}{١} \times \frac{٥}{س^{٢}} = \frac{٥س}{س^{٢}} = \frac{٥}{س}$

ب) عملية قسمة مقادير جبرية :

القاعدة :- لقسمة مقدارين كسريين $\frac{س}{ص}$ ، $\frac{ع}{ل}$ فإننا نستخدم القاعدة التالية :-

$$\frac{س}{ص} \div \frac{ع}{ل} = \frac{س}{ص} \times \frac{ل}{ع} = \frac{س ل}{ص ع}$$

(لقسمة مقدار كسري على مقدار كسري آخر، نقوم بتحويل إشارة القسمة إلى ضرب ونأخذ مقلوب الكسر الثاني)

مثال :- اوجد ناتج مايلي :-

١) $\frac{٣}{س^{٢}} \div \frac{٥}{س^{٤}}$

الحل : $\frac{٣}{س^{٢}} \times \frac{س^{٤}}{٥} = \frac{٣س^{٤}}{٥س^{٢}} = \frac{٣س^{٢}}{٥}$

٢) $\frac{س^{٢}+١}{١-س} \div \frac{س-١}{س+١}$

الحل :-

$$\frac{س^٣+١}{س-١} \times \frac{س+١}{١-س^٢}$$

$$= \frac{س^٣+١}{س-١} \times \frac{س+١}{(١-س)(١+س)}$$

$$= \frac{س^٣+١}{(١-س)(١-س)}$$

$$= \frac{س^٣+١}{(١-س)^٢}$$

$$= \frac{س^٣+١}{١+٢س-س^٢}$$

نهاية الفصل الرابع

(مفهوم المقدار الكسري)

+

(العمليات الجبرية على المقادير الكسرية)

نهاية محاضرة يتم الاختبار
في الاسبوع الخامس