حل تمارين:

1. إذا كانت المجموعة الكلية هي مجموعة الأعداد الطبيعية الأصغر من 10، وكانت $A=\{1,3,5\}$ ، $B=\{2,4,6\}$

• كون المجموعات الآتية:

$(i)\ A\cup B \quad (ii)\ A\cap B \quad (iii)\ \overline{A} \quad (iv)\ \overline{A\cup B} \quad (v)\ \overline{A\cap B}$

الحل:

$\boxed{A=\{1,3,5\}}$ ، $\boxed{B=\{2,4,6\}}$ و $\boxed{U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}}$

$(i)\ A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\}$

$(ii)\ A\cap B=\phi$

$(iii)\ \overline{A}=\{2,4,6,7,8,9\}$

$(iv)\ \overline{A\cup B}=\{7,8,9\}$

$(v)\ \overline{A\cap B}=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}=U$

2. اذا كان $f(x)=x^2-7x+2$ ، $g(x)=x+4$ ، فأوجد

$(i)\ (f+g)(x)$

$(ii)\ (f-g)(x)$

$(iii)\ (f\cdot g)(x)$

$(iv)\ \dfrac{f}{g}(x)$

$(v)\ (f o g)(x)$

الحل:

$f(x)=x^2-7x+2 \quad , \quad g(x)=x+4$

$$(i)\ (f+g)(x)=f(x)+g(x)=x^2-7x+2+x+4$$
$$=x^2-6x+6$$

$$(ii)\ (f-g)(x)=f(x)-g(x)$$
$$=x^2-7x+2-(x+4)$$
$$=x^2-7x+2-x-4$$
$$=x^2-8x-2$$

$$(iii)\ (f\cdot g)(x)=f(x)\cdot g(x)=(x^2-7x+2)(x+4)$$
$$=x^3+4x^2-7x^2-28x+2x+8$$
$$=x^3-3x^2-26x+8$$

$f(x) = x^2 - 7x + 2 \quad , \quad g(x) = x + 4$

$$(iv)\ \frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 7x + 2}{x + 4}$$

$$\begin{aligned}(v)(f \circ g)(x) = f(g(x)) &= f(x+4) \\ &= (x+4)^2 - 7(x+4) + 2 \\ &= x^2 + 8x + 16 - 7x - 28 + 2 \\ &= x^2 + x - 10\end{aligned}$$

3. أوجد معكوس الدالة $f(x) = \dfrac{x-4}{3}$

الحل:

$$f(x) = \frac{x-4}{3} \rightarrow y = \frac{x-4}{3}$$

$$x = \frac{y-4}{3}$$

$$3x = y - 4$$

$$3x + 4 = y$$

$$y = 3x + 4 \rightarrow f^{-1}(x) = 3x + 4$$

1- حل المتباينة $5 > 2 - 9x > -4$

الحل:

$$5 - 2 > -9x > -4 - 2$$

$$3 > -9x > -6$$

$$-\frac{1}{9} \times 3 < x < -\frac{1}{9} \times -6$$

$$-\frac{1}{3} < x < \frac{2}{3}$$

مجموعة الحل هي الفترة $\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$

2- حل المتباينة $4 \le 2x + 2 \le 10$

الحل:

$$4-2 \le 2x+2-2 \le 10-2$$

$$2 \le 2x \le 8$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \le \frac{1}{2} \times 2x \le \frac{1}{2} \times 8$$

$$1 \le x \le 4$$

مجموعة الحل هي الفترة $[1, 4]$

3- حل المتباينة $|3x| > 12$

الحل:

$3x < -12$ أو $3x > 12$

$\frac{1}{3} \times 3x < \frac{1}{3} \times -12$ أو $\frac{1}{3} \times 3x > \frac{1}{3} \times 12$

$x < -4$ أو $x > 4$

مجموعة الحل هي الفترة $(-\infty,-4) \cup (4,\infty)$

1. للدالة $f(x)=2x^2-1$ أوجد $f(1)+f(2)+f(3)$

الحل:

$f(1) = 2(1)^2 - 1 = 2 - 1 = 1$

$f(2) = 2(2)^2 - 1 = 8 - 1 = 7$

$f(3) = 2(3)^2 - 1 = 18 - 1 = 17$

$\therefore f(1) + f(2) + f(3) = 1 + 7 + 17 = 25$

2. للدالة $f(x)=x^2+2x-3$ أوجد $\underline{f(2c-3)-5f(c)}$

الحل:

$$f(2c-3)=(2c-3)^2+2(2c-3)-3$$
$$=4c^2-12c+9+4c-6-3$$
$$=4c^2-8c$$

$$f(c)=c^2+2c-3$$

$$\therefore f(2c-3)-5f(c)=4c^2-8c-5(c^2+2c-3)$$
$$=4c^2-8c-5c^2-10c+15$$
$$=-c^2-18c+15$$

3. للدالة $f(x)=x^2-5x+8$ أوجد $g(5a-2)+3g(2a)$

الحل:

$$f(5a-2)=(5a-2)^2-5(5a-2)+8$$
$$=25a^2-20a+4-25a+10+8$$
$$=25a^2-45a+22$$

$$f(2a)=(2a)^2-5(2a)+8=4a^2-10a+8$$

$$\therefore f(5a-2)+3f(2a)=25a^2-45a+22+3(4a^2-10a+8)$$
$$=25a^2-45a+22+12a^2-30a+24$$
$$=37a^2-75a+46$$

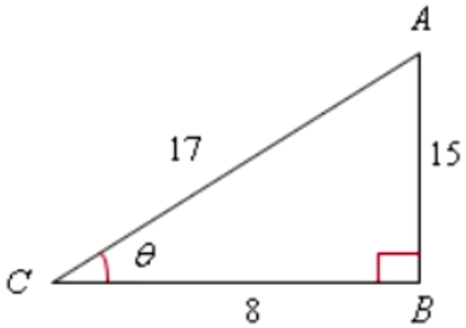
4. اذا كان $\tan\ \theta = \dfrac{15}{8}$

فأوجد $\sin\theta$ ، $\cos\theta$ ، $\sec\theta$ ، $\csc\theta$ ، $\cot\theta$

الحل:

$$\boxed{\tan\ \theta = \frac{15}{8}}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$
$$= 15^2 + 8^2$$
$$= 225 + 64 = 289$$
$$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{289} = 17$$



$$\sin\ \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{15}{17},\ \cos\ \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{8}{17}$$

$$\sec\ \theta = \frac{1}{\cos\ \theta} = \frac{17}{8},\ \csc\ \theta = \frac{1}{\sin\ \theta} = \frac{17}{15},\ \cot\ \theta = \frac{1}{\tan\ \theta} = \frac{8}{15}$$

أوجد مشتقات الدوال التالية:

1. $y = \log_2 3x$
2. $y = 7^{x^3}$

الحل:

1. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{3x} \cdot \dfrac{1}{\ln 2} \cdot 3 = \dfrac{1}{x \ln x}$

2. $\dfrac{dy}{dx} = 7^{x^3} \cdot \ln 7 \cdot (3x^2)$

أوجد مشتقات الدوال التالية:

1. $y = \log_2 3x$
2. $y = 7^{x^3}$

الحل:

1. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{3x} \cdot \dfrac{1}{\ln 2} \cdot 3 = \dfrac{1}{x \ln x}$

2. $\dfrac{dy}{dx} = 7^{x^3} \cdot \ln 7 \cdot (3x^2)$