المحاضرةالثانية عشرة
التكامل

التكامل:

التكامل غير المحدد:

التكامل هو عملية عكسية للاشتقاق ، وتسمى عملية ايجاد y إذا علمت y' بعملية التكامل .

ويستعمل الرمز $\int$ للتعبير عن عملية عكس التفاضل ويطلق عليه رمز التكامل. فإذا كانت f دالة للمتغير x، فتكتب عملية التكامل غير المحدد بالشكل $\int f(x)\,dx$ ، حيث الرمز $\int$ يدل على عملية التكامل غير المحدد وان dxتدل على أن هذه العملية تجرى بالنسبة للمتغير المستقل x .

قواعد التكامل:

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \,, n \neq -1$

حيث c ثابت التكامل

2. $\int k\,dx = kx + c$

حيث k أي عدد حقيقي

3. $\int dx = x + c$

4. $\int [kf(x)]dx = k\int f(x)\,dx$

حيث k أي عدد حقيقي

5. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

6. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

7. $\int e^x dx = e^x + c$

8. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c \,, x \neq 0$

9. $\int \cos x\,dx = \sin x + c$

10. $\int \sin x\,dx = -\cos x + c$

11. $\int \sec^2 x\,dx = \tan x + c$

12. $\int \csc^2 x\,dx = -\cot x + c$

13. $\int \sec x \tan x\,dx = \sec x + c$

14. $\int \csc x \cot x\,dx = -\csc x + c$

تابع التكامل:

أمثلة:

1. $\int 5dx = 5x + c$

2. $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + c$

3. $\int 3x^2 dx = \frac{3x^3}{3} + c = x^3 + c$

4. $\int (7x+3)dx = \frac{7x^2}{2} + 3x + c$

5. $\int (3\sin x + 2x)dx = -3\cos x + \frac{2x^2}{2} + c$

$= -3\cos x + x^2 + c$

6. $\int (x^{\frac{1}{2}} + 4)dx = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{3/2} + 4x + c$

$= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 4x + c$

7. $\int (4e^x + x^{-1})dx = \int \left(4e^x + \frac{1}{x}\right)dx = 4e^x + \ln|x| + c$

8. $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x}dx = \int \frac{1}{\sin x}.\frac{\cos x}{\sin x}dx$

$= \int \csc x \cot x \, dx = -\csc x + c$

9. $\int \frac{t^2 - 2t^4}{t^4}dt = \int (t^{-2} - 2)dt$

$= \frac{t^{-2+1}}{-2+1} - 2t + c = -t^{-1} - 2t + c$

10. $\int (x + \sec^2 x)dx = \frac{x^2}{2} + \tan x + c$

11. $\int \left(\frac{x^3 + 2x - 7}{x}\right)dx = \int \left(x^2 + 2 - \frac{7}{x}\right)dx$

$= \frac{1}{3}x^3 + 2x - 7\ln|x| + c$

طلاب التعليم عن بعد - جامعة الملك فيصل > ادارة اعمال ١٤٣٣ > laly

تمارين

١. أوجد ناتج التكاملات الآتية:

i. $\int \left(5x^6 - 2x^4 + 3x^2 - 6\right)dx$

ii. $\int \left(x^{1/2} - 3x^{2/3} + 5x^{-1/2}\right)dx$

iii. $\int 2xdx$

iv. $\int (3\cos x + 2x)dx$

v. $\int \left(\sec^2 x - 1\right)dx$

vi. $\int -2e^x dx$

vii. $\int \frac{x^5 + 2}{x^3}dx$

طلاب التعليم عن بعد - جامعة الملك فيصل < ادارة اعمال ١٤٣٣ < laly