الآلة الحاسبة المستخدمة هي CASIO fx-991ES

الأعداد الحقيقية				
أعداد صحيحة			أعداد غير صحيحة	
الأعداد الطبيعية	الصفر	الأعداد الصحيحة السالبة	الأعداد القياسية	الأعداد غير القياسية
مثل ١،٢،٣ وتسمي أعداد موجبة يمثل الرقم ١ وحدة قياس و ٢،٣ هو تكرار وحدة القياس	٠ وعند إضافة إلى الفئتين الأخريين تنتج الأعداد الصحيحة مثل ١٠،-٢٠،١٠	هي الأعداد الطبيعية مسبوقة بإشارة سالب وتعبر عن بعض الظواهر مثل سحب من الرصيد أو المخزون مثل -١،-٢،-٣	هي عبارة عن النسبة بين عددين صحيحين ويكون المقام لا يساوي صفر مثل الكسور ٣/٦، ٥/٣	عدد لا يمكن كتابته على صورة قياسية مثل الجذور √٩، √٣

القيمة المطلقة

القيمة المطلقة لأي عدد هي قيمة العدد بدون النظر إلى الإشارة التى سبق العدد. هذا يعنى أن القيمة المطلقة هي عدد موجب دائماً.
ويرمز للقيمة المطلقة للعدد س بـ |س|

مثال : القيمة المطلقة للعدد (- ٥) = |-٥| = ٥

القيمة المطلقة للعدد (١١) = |١١| =١١

القيمة المطلقة لـــ س- ص = |س-ص| = س – ص

العمليات الجبرية

يوجد فى الجبر أربع عمليات أساسية وهى: الجمع الطرح الضرب القسمة

جمع المقادير الجبرية

لجمع المقادير فأننا نستخدم العلامة (+) لدلالة على عملية الجمع والتي تمثل عملية إضافة.

يشترط لجمع أى مقدران جبريان أن يكونا من نفس النوع

مثال : ١١ + ٤ = ١٥ ٢ س + ٥ س = ٧س

٢ س + ٥ ص لا يمكن جمعهما ويظل المقدار كما هو

مثال : أوجد ناتج حاصل جمع المقادير التالية:

٧ س + ٥ ص + ٩ س ص و ٨ س + ٢ص

الحل: يمكن ترتيب المقدران السابقان كما يلي:

٧س + ٥ص + ٩ س ص
٨ س + ٢ص

١٥س + ٧ص + ٩س ص

في الحاسبة (المعد العادي ا SET UP)
ندخل الارقام وعملياته
الجمع العادية (اللي يبرنا أستخدمها)
في المثال : ١١ + ٤ = ١٥
بسيط وواضح
المثال ٢ س + ٥ س
نأخذ الارقام
يعني ٢ + ٥ والناتج ٧
وهكذا

نلاحظ من المثال السابق أن كلاً من س و ص تختلف عن س ص لذلك عند الجمع يتم التعامل مع كل مقدار على حدي.

طرح المقادير الجبرية

لطرح المقادير فأننا نستخدم العلامة (-) لدلالة على عملية الطرح والتي تمثل عملية صرف أو سحب.أي أن المقدار المصروف أو المسحوب نضع أمامه أشارة سالب. لذلك عند إجراء عملية الطرح يتم تغيير أشارة العدد أو المقدار الجبري المراد طرحة ثم نطبق قاعدة الجمع.

(SETUP ١) في الحاسبة (في المود العادي)

الطرح مثل الجمع
بس ننتبه للاشارات

مثال : ٧ – ٥ = ٢

٧ – ١٠ = - ٣

أوجد ناتج ٧ص – ١٢ ص ؟

٧ ص – ١٢ ص = - ٥ ص

نلاحظ أن أشارة المقدار الأكبر هي سالبة لذلك عند الطرح نضع الفرق بين المقداران مع أشارة المقدار الأكبر.

مثال:

اوجد حاصل جمع المقادير الجبرية التالية: ٢س + ٤ ص - ٣ ع و - ٤ س – ٥ ع + ٢ ص و ٦ ع + ٧ س – ٨ ص

الحل : نلاحظ أن المقادير الثالث السابقة غير مرتبة لذلك فأننا عند جمعها لابد من ترتيبها مع مراعاة كتابة أي مقدار بنفس الإشارة التي هو عليها كما يلي:

	٢س	+	٤ص	–	٣ع
–	٤س	+	٢ص	–	٥ع
+	٧ س	–	٨ص	+	٦ع
	٥س	–	٢ص	–	٢ع

مثال:

أوجد ناتج (٤س + ٢ص) - (٢س + ٥ص)

الحل:نلاحظ وجود أشارة سالب أمام القوس الثاني لذلك عنك فك القوس لابد من تغيير جميع إشارات المقادير التى بداخل القوس كما يلى:(
٤ س + ٢ ص) - (٢س + ٥ ص) = ٤ س + ٢ ص – ٢ س – ٥ ص = ٢ س – ٣ ص

مثال : أطرح المقدار – س من س + ٢ ؟ الحل : - س + ٢ – س = ٢ وذلك لان س – س = صفر. كذلك المقدار الذى بعد من يأتى أولاً

إيجاد قيمة المقادير الجبرية

ويقصد به عملية التعويض بقيمة المتغيرات الموجود ه بالمقدار الجبري لإيجاد قيمه هذا المقدار.

(SETUP ١) في الحاسبة (في المود العادي)
(لعدم وجود س، ص، ع في الحاسبة
تستبدل ب A ، B ، C (
س = A ، ص = B ، ع = C
نبدأ بإدخال المعادلة على النحو التالي
٣ ALPHA (−) − ٧ ALPHA °'" + ٩ ALPHA
hyp وسوف تظهر لك على الشاشة
3A − 7B + 9C
وبعد ذلك اضغط على CALC وتظهر A? (أدخل
قيمة A) ٢ = وتظهر B? ٣ = تظهر C? ٥ =
وبعدها تظهر النتيجة ٣٠

مثال: إذا كان س = ٢ و ص = ٣ وع = ٥

أوجد قيمة المقدار ٣ س – ٧ ص + ٩ ع ؟

الحل: ٣ س – ٧ ص + ٩ ع

= ٣ (٢) - ٧ (٣) + ٩ (٥) = ٦ – ٢١ + ٤٥ = ٣٠

محاضرة ٢ ضرب المقادير الجبرية

عملية الضرب تعرف حسابياً على أنها عدد مرات تكرار الجمع لعدد معين.

فمثلاً ٦ + ٦ + ٦ + ٦ + ٦ = ٦ x ٥ = ٣٠

عند ضرب المقادير الجبرية لابد من مراعاة قاعدة الإشارات أي أنه إذا اتحدت الإشارات تكون الإشارة " + " أما إذا اختلفت الإشارات تكون "–" كما في الجدول التالي:

+	×	+	=	+
+	×	−	=	−
−	×	+	=	−
−	×	−	=	+

مثال: ٣ × ٧ = ٢١

٧ × ٤ س = ٢٨ س

٢ س × - ٥ ص = - ١٠ س ص   نلاحظ أن س ص هي نفسها س × ص وهى أيضا س . ص

مثال: أوجد ناتج ٢ أ (٣ – ٤ ب) – ٤ ب (٥ – ٣ أ) ؟

الحل: ٢ أ (٣ – ٤ ب) – ٤ ب (٥ – ٣ أ) = ٦ أ – ٨ أ ب – ٢٠ ب + ١٢ أ ب = ٦ أ – ٢٠ ب + ٤ أ ب

<u>قاعدة هامة:</u> إذا اتحدت الأساسات فأنة عند الضرب تجمع الأساس

مثال : إذا كان المقدار س٥ فأن

س^{٥} ⟵ أس

↓

أساس

مثال: أوجد ناتج س^{٥} × س^{٣} ؟ الحل: س^{٥} × س^{٣} = س$^{٥+٣}$ = س^{٨}

في الكاسيو (في المود العادي SETUP)

REPLEY ▸ ٥ $\boxed{x^{\square}}$ > × REPLAY ▸ ٧- $\boxed{x^{\square}}$ >

وسوف تظهر لك المعادلة على الشاشة > $\boxed{x^{\square}}$ >

اضغط = وتظهر النتيجة ١

<u>قاعدة هامة:</u> أي مقدار أس صفر = ١

مثال: أوجد ناتج ٢$^{-٧}$ × ٢^{٥} × ٢^{٢} = ٢^{صفر} = ١ ⟵

مثال: أوجد ناتج (٤م + ن)^{٢} ؟

الحل: (٤م + ن)^{٢} = (٤م + ن) (٤م + ن)

= ١٦م^{٢} + ٤ م ن + ٤ م ن + ن^{٢} = ١٦م^{٢} + ٨ م ن + ن^{٢}

في التمرين السابق كان من <u>الممكن</u> <u>إيجاد الناتج</u> مباشرة <u>بتطبيق القاعدة التالية</u> :

الحل = <u>مربع المقدار الأول + ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى</u> = ١٦م^{٢} + ٨ م ن + ن^{٢}

<u>محاضرة ٣ قسمة المقادير الجبرية</u>

يقصد بالقسمة هي <u>النسبة بين عددين</u> .

لإجراء عملية القسمة تتبع نفس قاعدة الإشارات المستخدمة في الضرب **<u>أي أنه إذا اتحدت الإشارات تكون الإشارة " + " أما إذا اختلفت الإشارات تكون "–"</u>** كما في الجدول التالي:

+	=	+	÷	+
–	=	–	÷	+
–	=	+	÷	–
+	=	–	÷	–

<u>تذكر أن :</u>

$\frac{\text{صفر}}{\text{أي مقدار}}$ = صفر

$\frac{\text{أي مقدار}}{\text{صفر}} = \infty$

$\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ = **كمية غير محددة(معروفة)**

لذلك **<u>يشترط</u>** لإجراء عملية القسمة **<u>أن المقام لا يساوى صفر</u>.**

<u>قاعدة هامة:</u> عند القسمة إذا اتحدت الأساسات تطرح الأسس.

مثال:

$\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}}$ $\frac{\text{س}^{٦}}{\text{س}^{٢}} = \text{س}^{٦-٢} = \text{س}^{٤}$

مثال:

اختصر المقدار الجبري $\frac{٧٢\ \text{ع}^{٣}\ \text{ل}^{٩}\ \text{م}^{٥}}{٦\ \text{ع}^{٧}\ \text{ل}^{٣}\ \text{م}^{٥}}$

الحل: $= ١٢\ \text{ع}^{٣-٧}\ \text{ل}^{٩-٣}\ \text{م}^{٥-٥} = ١٢\ \text{ع}^{-٤}\ \text{ل}^{٦}$ **<u>لاحظ أن</u>** $\text{م}^{\text{صفر}} = ١$

<u>محاضرة ٤ تابع قسمة المقادير الجبرية</u>

إيجاد خارج قسمة مقدار جبري كثير الحدود على مقدار جبري ذو حد واحد

في هذه الحالة <u>يتم توزيع المقام على جميع حدود البسط</u> <u>بشرط</u> <u>أن</u> <u>يتساوى مجهول المقام مع مجهول البسط</u>

مثال: أوجد ناتج $\frac{٧\ \text{ع}^{٣}\ \text{م}^{٥} + ٥\ \text{ع}^{٢}\ \text{م}^{٤}}{\text{ع}^{٢}\ \text{م}^{٢}}$

الحل : $\frac{٧\ \text{ع}^{٣}\ \text{م}^{٥} + ٥\ \text{ع}^{٢}\ \text{م}^{٤}}{\text{ع}^{٢}\ \text{م}^{٢}} = \frac{٧\ \text{ع}^{٣}\ \text{م}^{٥}}{\text{ع}^{٢}\ \text{م}^{٢}} + \frac{٥\ \text{ع}^{٢}\ \text{م}^{٤}}{\text{ع}^{٢}\ \text{م}^{٢}}$

$= ٧\ \text{ع}\ \text{م}^{٣} + ٥\ \text{م}^{٢}$

إيجاد خارج قسمة مقدار جبري كثير الحدود على مقدار جبري كثير الحدود

في هذه الحالة يتم إجراء القسمة المطولة كما يتضح من المثال التالي:

مثال: أوجد قيمة ل التي تجعل المقدار س٣ – ٣ س٢ + ٥ س + ل يقبل القسمة على س٢ - س + ٣ ؟

الحل: حتى يمكن إيجاد قيمة ل لابد من إجراء عملية القسمة المطولة كما يلي:

في عملية القسم المطولة لابد من ثلاث خطوات ١ أقسم (المعمل الأول من المقسوم علية على المعامل الأول من المقسوم). ٢ أضرب (حاصل القسمة في المقسوم) ٣ أطرح (غير إشارة ناتج عملية الضرب)

س٣ – ٣ س٢ + ٥ س + ل	س٢ - س+ ٣
- س^{٣} + س٢ - ٣ س	س - ٢
= –٢ س٢ + ٢ س + ل	
٢ س٢ - ٢ س + ٦	

لابد من أن يكون الناتج يساوي صفر

أقسم $\frac{\text{س٣}}{\text{س٢}}$ = س

أضرب س(س٢ - س+ ٣)

= س^{٣} - س٢ +٣س

أطرح = - س^{٣} +س٢ -٣ س

نكرر العملية حتى ننتهي

أقسم $\frac{\text{- ٢ س٢}}{\text{س٢}}$ = - ٢

أضرب أطرح ٢ س٢ - ٢ س + ٦

نلاحظ حتى يكون المقدار س٣ –٣ س٢ + ٥ س + ل يقبل القسمة على س٢ - س + ٣ فلابد أن يكون ل + ٦ = صفر

أي أن ل = -٦

محاضرة ٥ و ٦ و ٧ تحليل المقادير الجبرية

<u>يقصد بتحليل المقدار الجبرى هو إيجاد المكونات الأساسية لهذا المقدار. أى إيجاد العوامل الأولية المكونة للمقدار الجبرى</u>

الطرق التحليلية	تعريف	قوانين	ملاحظات
العامل المشترك	هو المقدار المجود في جميع عناصر المقدار الجبري	في حالة الأسس نأخذ اصغر أس. الأعداد الصحيحة نأخذ أصغر رقم ويكون ناتج قسمة المقادير يساوي عدد صحيح	مثال: ٥ س ص + س٢ العامل المشترك = س الحل = س (٥ ص + س)
الفرق بين المربعين	إذا كان لدينا مقدران مربعان وبينهما إشارة سالب.أو يطلق علي هذا المقدار الفرق بين المربعين مثل س٢ – ص٢	= (الجذر التربيعي للأول – الجذر التربيعي للثاني) (الجذر التربيعي للأول + الجذر التربيعي للثاني)	مثال:حلل المقدار ٢٥ س^{٢} – ص^{٢} = (٥س – ص) (٥س + ص)

الفرق بين المكعبين	يطلق على المقدارين المكعبين اللذان بينهما إشارة سالب.أو الفرق بين المكعبين مثل : $س^3 - ص^3$	(جذر الأول-جذر الثاني) (مربع الأول +جذر الأول*جذر الثاني+مربع الثاني)	$س^3 - ص^3$ $= (\underline{س - ص}) (س^2 \underline{+ س ص} + ص^2)$
مجموع المكعبين	يطلق على المقدارين المكعبين اللذان بينهما إشارة موجب.أو مجموع المكعبين مثل : $س^3 + ص^3$	(جذر الأول+جذر الثاني) (مربع الأول -جذر الأول*جذر الثاني+مربع الثاني)	$س^3 + ص^3$ $= (\underline{س + ص}) (س^2 \underline{- س ص} + ص^2)$
مجموع المربعين	إذا كان لدينا مقدران مربعان وبينهما إشارة موجب.أو مجموع المربعين مثل س٢ + ص٢	لا يمكن تحليله لا يحلل	لا يمكن تحليله لا يحلل
تحليل المقدار الثلاثي	يقصد بالمقدار الثلاثي الذي يكون علي الشكل التالي: $أ س^2 + ب س \underline{+ جـ}$ تحليل المقدار الثلاثي يتوقف علي إشارة الحد الثالث أي هل هي موجبة أم سالبة ؟	أشارة الحد الثالث موجبة $أ س^2 + ب س \underline{+ جـ}$ (نبحث عن عددين حاصل ضربهما = الحد الثالث و حاصل جمعهما = الطرف الأوسط و ألإشارات متشابهه نفس أشارة الحد الأوسط	مثال: حلل المقدار س٢ + ٥ س +٦ الحل: س٢ + ٥ س +٦ = (س + ٢) (س + ٣) نلاحظ ٢ X ٣ = ٦ و ٢ س X ٣ س = ٥ س والإشارات دخل القوس متشابهه وتساوي أشارة الحد الأوسط
		الحد الثالث سالب $أ س^2 + ب س \underline{+ جـ}$ (نبحث عن عددين حاصل ضربهما = الحد الثالث و الفرق بينهما = الطرف الأوسط و ألإشارات مختلفة اى احدهما موجب والأخرى سالب وإشارة الأكبر نفس إشارة الحد الأوسط	مثال: حلل المقدار س٢ – س – ١٢ الحل: س٢ - س – ١٢ = (س -٤) (س + ٣) نلاحظ ٤ X ٣ =١٢ - ٤س X ٣س = - س والإشارات دخل القوس مختلفة لذلك أشارة الأكبر سالب مثل الأوسط والأخر موجب

<u>مثال على الفرق بين المربعين</u> : حلل المقدار ٦٤ $س^3$ – ٤ س $ص^2$

الحل: ٦٤ $س^3$ – ٤ س $ص^2$ أولا نوجد العامل المشترك وهو ٤ س

= ٤ س (١٦ $س^2$ – $ص^2$) =٤ س (٤ س – ص) (٤ س + ص)

<u>مثال على الفرق بين المكعبين</u>: حلل المقدار ٢٧ س٣ – ٢١٦ ص٣

الحل: ٢٧ س٣ – ٢١٦ ص٣

= (٣ س – ٦ ص) (٩س٢ +١٨ س ص + ٣٦ ص٢) = ٣ (س-٢ص) ٩ (س٢ +٢ س ص + ٤ ص٢)

= ٢٧ (س – ٢ ص) (س٢ + ٢ س ص + ٤ص٢)

حل أخر لتحليل المقدار ٢٧ س٣ – ٢١٦ ص٣

= ٢٧ (س٣ – ٨ ص٣) أيجاد العامل المشترك وهو ٢٧

= ٢٧ (س – ٢ ص) (س٢ + ٢ س ص + ٤ ص٢)

<u>**مثال على مجموع المكعبين**</u> **: حلل المقدار ٢٤ ب جـ^{٤} + ٨١ ب^{٤} جـ**

الحل: ٢٤ ب جـ^{٤} + ٨١ ب^{٤} جـ

= ٣ ب جـ (٨ جـ^{٣} + ٢٧ ب^{٣}) أيجاد العامل المشترك وهو ٣ ب جـ

= ٣ ب جـ (٢ جـ + ٣ ب) (٤جـ^{٢}- ٦ ب جـ + ٩ ب^{٢})

<u>**مثال على المقدار الثلاثي و أشارة الحد الثالث موجبة**</u> **: حلل المقدار ص٢ – ١٠ ص + ٢١**

الحل: ص٢ – ١٠ ص + ٢١

= (ص – ٣) (ص- ٧)

نلاحظ أننا نبحث عن عددان حاصل ضربهما ٢١ ومجموعهما ١٠ كما أن الإشارات متشابهة نفس إشارة الحد الأوسط سالب

<u>**مثال على المقدار الثلاثي و أشارة الحد الثالث موجبة**</u>**: حلل المقدار س^{٣} + س^{٢} -٤٢ س**

الحل : س^{٣} + س^{٢} -٤٢ س = س (س^{٢} + س -٤٢) أيجاد العامل المشترك وهو س

= س (س + ٧) (س-٦)

نلاحظ أننا أخذنا س عامل مشترك أولا ثم

نبحث عن عددان حاصل ضربهما ٤٢ والفرق بينهما ١

كما أن الإشارات مختلفة والعدد الأكبر موجب مثل الأوسط والأخر سالب

<u>تابع المحاضرة السابعة الأسس</u>

<u>**١- إذا اتحدت الأساسات فأنة عند الضرب تجمع الأسس**</u>

<u>**٢- عند القسمة إذا اتحدت الأساسات تطرح الأسس.**</u>

مثال أختصر المقدار التالي

$$\frac{\text{ع}^{٥}\ \text{ن}^{٣}\ \text{ع}^{٤}}{\text{ن}^{٢}\ \text{ع}^{٢}\ \text{ن}^{٣}}$$

الحل

$$\frac{\text{ع}^{٥}\ \text{ن}^{٣}\ \text{ع}^{٤}}{\text{ن}^{٢}\ \text{ع}^{٢}\ \text{ن}^{٣}} = \frac{\text{ع}^{٩}\ \text{ن}^{٣}}{\text{ع}^{٢}\ \text{ن}^{٥}} = \text{ع}^{٧}\ \text{ن}^{-٢}$$

٣ قاعدة هامة : $(س^{م})^{ن} = س^{م \times ن}$

مثال : $(٢^{٣})^{٥} = ٢^{١٥}$

٤ قاعدة هامة : $س^{صفر} = ١$

مثال $س^{٩}$ X $س^{-٤}$ X $س^{-٥}$ = $س^{٩-٤-٥}$ = $س^{صفر}$ = ١

محاضرة ٨ اللوغاريتمات

هي قوة الأس المرفوع لأساس معين

$١٠٠٠ = ١٠^{٣}$ لذلك يكون

$لو_{١٠} ١٠٠٠ = ٣$

مثال أوجد قيمة المجهول اذا كان $لو_{٢} س = ٧$

الحل: $س = ٢^{٧} = ١٢٨$

REPLAY ▶ (SETUP 1)

في الحاسبة (في المود العادي)
(فستبدل س ب x)
نبدأ بإدخال المعادلة على النحو التالي

7 CALC ALPHA) ALPHA REPLAY ▶ > log□□

وسوف تظهر لك على الشاشة $Log_{2}(x)=7$

بعد ذلك SHIFT CALC وبدون أي إدخال

أضغط على = ثم انتظر وتظهر لك $X = 128$

قوانين اللوغاريتمات

القانون	مثال
$لوس^{ن} = ن لو س$	$لو ٥^{٤} = ٤ لو ٥$
لو (س x ص) = لو س + لو ص	لو ٢٠ = لو (٤x ٥) = لو ٤ + لو ٥
لو (س / ص) = لو س – لو ص	لو (٣٥ / ٢) = لو ٣٥ – لو ٢ = لو (٥x ٧) – لو ٢ = لو ٥ + لو ٧ – لو ٢
هام جداً: $لو_{أ} أ = ١$	$لو_{٥} ٥ = ١$ لو ١٠=١ إذا لم يكتب الأساس تحت اللوغاريتم يكون ١٠

في الحاسبة (في المود العادي SETUP)

▭ 1 REPLAY ▶ log ٦٢٥) - log ٣٥) + log ١٤) - log ١٠) وسوف تظهر لك على الشاشة نفس المعادلة بعدها أضغط على = والناتج صفر

مثال: أوجد قيمة المقدار

$\frac{١}{٢} لو_{٥} ٦٢٥ – لو_{٥} ٣٥ + لو_{٥} ١٤ – لو_{٥} ١٠$

$= \frac{١}{٢} لو_{٥} ٥^{٤} - لو_{٥} (٧ \times ٥) + لو_{٥} (٧ \times ٢) – لو_{٥} (٥ \times ٢)$

$=٢لو_{٥} ٥ – لو_{٥} ٧ – لو_{٥} ٥ + لو_{٥} ٧ + لو_{٥} ٢ – لو_{٥} ٥ – لو_{٥} ٢$

= ٢ -١ -١ = صفر

مثال ٢ $٢لو_{٥} ٥ - لو_{٥} ٥ = ٢ \times ١ - ١ = ١$
في الحاسبة

< log□□ 5 REPLAY ▶ 5 REPLAY ▶ - log□□ 5 REPLAY ▶

وسوف تظهر لك $2Log_{5}(5) - Log_{5}(5) =$ أضغط الناتج 1

محاضرة ٩ التباديل والتوافيق

التباديل

وهى تشير إلى عدد طرق ترتيب الأشياء. ويمز لها بالرمز ل

فإذا كان لدينا ن من الأشياء نريد ترتيبها ر من الترتيبات فأن عدد طرق الترتيب هي ل

ل= ن !

(ن –ر) ! علامة التعجب تعني مضروب

ن

ل = ن (ن-١) (ن -٢) ..... (ن-ر+١)

ر

ن ٣

لاحظ أن ل = ن! أي أن ل = ٣! = ٣x٢ x١= ٦

ن ٣

في الحاسبة (في الوضع العادي ا SETUP 1)

٦ SHIFT × ٣ = والناتج 120

وسوف تظهر لك 6P3

مثال: أوجد قيمة ل

٦

ل = ٦ x ٥ x ٤ = ١٢٠

٣

مثال: بكم طريقة يمكن جلوس ٤ أشخاص على ٥ كراسي ؟

الحل: (مهمة دائما نضع الكبير فوق و الصغير تحت ل)

٥

عدد الطرق = ل = ٥ x ٤ x ٣x ٢ =١٢٠ طريقة

٤

التوافيق

وتشير إلى عدد طرق الاختيار. ويرمز لها بالرمز ق

فإذا كان لدينا ن من الأشياء ونريد أن نختار منها عدد ر فأن عدد طرق الاختيار هي ق .

ن

ق = ل = ن (ن-١) (ن-٢) .... (ن-ر+١)

ر ر! ر (ر-١) (ر-٢) ... ٣x ٢x ١

أعدا محمد الشهري ولا تنسونا من صالح الدعاء

في الحاسبة (في العدد العادي ١ SETUP)
٧ SHIFT ÷ ٤ = والناتج 35
وسوف تظهر 7C4

٧

مثال أوجد قيمة ق ؟

٤

الحل:

ق = ٧ x ٦ x ٥ x ٤ / ٤ x ٣ x ٢ x ١ = ٣٥ طريقة

الملاحظة مهم جداً

ن
ق = ١
ن

ن
ق = ١
صفر

ن
ق = ن
١

مثال

٦
ق = ١
٦

٦
ق = ١
صفر

٦
ق = ٦
١

مثال: إدارة بها ١٢ موظف نريد أن نختار منهم ٣ لتكوين لجنة أحسب عدد طرق الاختيار؟

الحل:

١٢

عدد طرق الاختيار = ق = ١٢ x ١١ x ١٠ / ٣ x ٢ x ١ = ٢٢٠ طريقة

٣

المحاضرة العاشرة نظرية ذات الحدين

هي التي تأتي عل صورة $(\text{س} + \text{أ})^{\text{ن}}$

حيث س هو الحد الأول أ هو الحد الثاني ن هو الأس

ما يهمنا هو ثلاث أشياء ١ الحد العام ٢ الحد الأوسط ٣ الحد الخالي

١ الحد العام (تستطيع إيجاد أي حد من حدود المفكوكة)

القانون

$$\text{ح}_{\text{ر}+1} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}} \, (\text{الحد الثاني})^{\text{ر}} \, (\text{الحد الأول})^{\text{ن}-\text{ر}}$$

دائماً ر أقل من رتبة الحد بمقدار واحد

أوجد الحد الخامس فى مفكوك $(\text{س} + 3)^{9}$ ؟

الحل

$$\text{ح}_{\text{ر}+1} = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{ر}} \, (\text{الحد الثانى})^{\text{ر}} \, (\text{الحد الأول})^{\text{ن}-\text{ر}}$$

نجد أننا نريد ح٥ لذلك ر= ٤ ن= ٩

$$\text{ح}_{5} = {}^{9}\text{ق}_{4} \, (3)^{4} \, (\text{س})^{5} = 126 \times 81 \, \text{س}^{5} = 10206 \, \text{س}^{5}$$

٢ الحد الأوسط (تستطيع إيجاد الحد الأوسط للمفكوكة)

يتوقف الحد الأوسط على الأس إذا كان فردى أو زوجي:

<u>الأس زوجي</u> يكون رتبة الحد الأوسط <u>= (ن+٢)/٢</u>

أما إذا كان لدينا <u>الأس فردي</u> يوجد حدان أوسطان رتبتهما هي <u>(ن+١)/٢ و (ن+٣) /٢</u>

مثال: أوجد الحد الأوسط في مفكوك $(\text{س} - 2)^{10}$

الحل رتبة الحد الوسط هي (١٠ +٢)/٢ = ٦ ١ إيجاد الحد الأوسط

نجد أننا نريد ح٦ لذلك ر= ٥ ن= ١٠

$$\text{ح}_{6} = {}^{10}\text{ق}_{5} \, (-2)^{5} \, (\text{س})^{5} = 252 \times -32 \, \text{س}^{5}$$

٢ أستخدم القانون العام

$$= -8064 \, \text{س}^{5}$$

٣ الحد الخالي (تستطيع إيجاد <u>أى خاصية</u> من أي من حدود المفكوكة أو الحد <u>الخالي من</u> المجهول)

أوجد الحد الخالي من س في مفكوك $\left(\text{س} - \frac{4}{\text{س}}\right)^{12}$ ؟

أستخدم القانون العام

$$\textbf{الحل } \text{ح}_{\text{ر}+1} = {}^{12}\text{ق}_{\text{ر}} \left(\frac{-4}{\text{س}}\right)^{\text{ر}} (\text{س})^{12-\text{ر}}$$

$$= \text{ق} \, (-4)^{\text{ر}} \, \text{س}^{-\text{ر}} (\text{س})^{12-\text{ر}} = \text{ق} \, (-1)^{\text{ر}} \, \text{س}^{12-2\text{ر}}$$

بما أننا نريد الحد الخالي من س لذلك نضع ١٢-٢ر = صفر

١٢ – ٢ر =صفر

١٢ = ٢ر

ر= ٦

أي هو الحد السابع (وهو الحد الخالي من س)

وعند طلب الحد الذي يحتوى على س^{4} في نفس المسألة ١٢-٢ر = ٤

محاضرة ١١ حل المعادلات

تتكون من

أولا- المعادلات الخطية في مجهول واحد

ثانياً- المعادلات الخطية في مجهولين

ثالثاً- المعادلات من الدرجة الثانية في مجهول واحد

في الحاسبة (المود العادي 1 SETUP)
(نستبدل س ب x)
٥ ALPHA (ALPHA CALC = ALPHA) + ١٢
وسوف تظهر لك 5x = 2x+12
أضغط SHIFT CALC = وتظهر لك
الناتج <u>4</u>

يعني إدخل المعادلة
زي ما هي
بعدين أضغط SHIFT CALC =
ويظهر الناتج

أولا- المعادلات الخطية في مجهول واحد

مثال: حل المعادلة التالية ٥س = ٢ س + ١٢ ؟

الحل ٥ س – ٢ س = ١٢

٣ س = ١٢

س = ٤

مثال : حل المعادلة التالية

(٣ س + ١) / ٥ = (٢ س – ١) / ٣

الحل: في هذه الحالة حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

أي أن ٣ (٣س + ١) = ٥ (٢ س – ١)

٩س + ٣ = ١٠ س – ٥

٩س – ١٠ س = -٥ -٣

- س = -٨

س= ٨

مثال: حل المعادلة التالية (٢س+١) / ٢ + (س-١) / ٥ = (٧س -٢) / ٤

الحل: في هذه الحالة لابد من توحيد المقامات اولاً للطرف الأيمن

[٥ (٢س+١) + ٢ (س -١)] / ١٠ = (٧س -٢) / ٤

(١٠س +٥ + ٢ س – ٢) / ١٠ = (٧س-٢) / ٤

(١٢س + ٣) / ١٠ = (٧س -٢) / ٤

ثم حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

٤ (١٢س + ٣) = ١٠ (٧س – ٢)

٤٨س + ١٢ = ٧٠س -٢٠

٤٨ س - ٧٠س = -٢٠ -١٢

-٢٢س = -٣٢

س = -٣٢/ -٢٢= ١,٤٥٤٥

في الحاسبة (مود المعادلات SETUP 5
ونختار 1)

ثانياً- حل المعادلات الخطية في مجهولين

مثال حل المعادلات التالية :

٥س + ٢ ص = ١٢ ———— ١

٧س – ٣ ص = ١١ ———— ٢

سوف تظهر لك الشاشه

$$\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

نبدأ بإدخال المعاملات (<u>نلاحظ</u>
<u>س = x وص = y</u>)

٥ = ٢ = ١٢ = ٧ = -٣ = ١١ =

الحل : يتم ضرب المعادلة (١) x ٧ والمعادلة (٢) x ٥ لتكون

٣٥س + ١٤ص = ٨٤

<u>٣٥ س – ١٥ ص= ٥٥</u> وبطرح المعادلتين ينتج

٢٩ ص = ٢٩

ص=١

وبالتعويض في معادلة (١) عن قيمة ص =١ ينتج أن

٥ س + ٢ ص = ١٢

٥ س + ٢ (١)= ١٢

٥ س +٢ = ١٢

٥ س = ١٢ -٢

٥ س = ١٠

س = ٢

ونضغط على = وتظهر x = 2
يعني س = 2
ونضغط على = وتظهر y = 1
يعني ص = 1

أي أن الحل هو س = ٢ و ص =١

محاضرة ١٢ تابع حل المعادلات

ثالثاً- حل المعادلات من الدرجة الثانية في مجهول واحد

تكون صورة المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد هي

أ س^{٢} + ب س + جـ = صفر

ويمكن حلها باستخدام **طريقتين** **أولاً تحليل المقدار الثلاثي** ،**ثانياً باستخدام القانون** كما يلي:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

في الحاسبة (مود المعادلات ٥ $\boxed{SETUP}$ واختيار ٣)

سوف تظهر لك شاشة

[$\overset{a}{0}$ $\overset{b}{0}$ $\overset{c}{0}$]

نبدأ بإدخال المعاملات

١ = -٧ = ١٠ =

ونضغط على = وتظهر $X_1 = 5$

يعني س = ٥

ونضغط على = وتظهر $X_2 = 2$

يعني س = ٢

مثال: حل المعادلة التالية س٢ – ٧س + ١٠ =صفر

الحل: يتم **تحليل المقدار الثلاثي** كما يلي

(س – ٢) (س- ٥) = صفر

أي أن س-٢ =صفر ومنها س= ٢

أو س-٥ = صفر ومنها س=٥

حل أخر باستخدام القانون

أ= ١ ب= -٧ جـ = ١٠

$$س = \frac{-(-٧) \pm \sqrt{(-٧)^{٢} - ٤ (١)}}{٢ (١)}$$

$$س = \frac{٧ \pm ٣}{٢}$$

س= (٧+٣)/٢= ٥

س= (٧-٣)/ ٢= ٢

نلاحظ أنة عند وجود س٢ فأن الناتج دائماً يحتوي على قيمتين

محاضرة ١٣ المتواليات

سيتم تدريس:

١ - المتواليات (المتسلسلة) العددية (الحسابية)

٢ - المتواليات الهندسية

أولاً- المتواليات العددية

يطلق على متسلسلة الأعداد التي يكون الفرق فيها بين أى حد والحد السابق له مباشرة مقدار ثابت المتوالية العددية.

فمثلاً ٢، ٥ ، ٨ ، ..

يطلق عليها المتوالية العددية حيث أن

٨-٥ = ٣

٥-٢ = ٣

الفرق الثابت يسمى أساس المتوالية ويرمز له بالرمز " د"

الرموز المستخدمة:

أ	الحد الأول	د	أساس المتوالية (الفرق الثابت)
ل	الحد الأخير	ن	رتبة الحد أو عدد الحدود المجموعة
ح ن	الحد العام	جـ ن	مجموع المتوالية

المطلوب في المتولية العددية الحد العام و مجموع المتوالية

الحد العام

ح ن = أ + (ن – ١) د

مجموع المتوالية يمكن إيجاده بطريقتين:

١- بمعلوميه الحد الأخير

جـ ن = ن/٢ (أ+ل)

٢- بمعلوميه أساس المتوالية

جـ ن = ن/٢ (٢أ + (ن-١) د)

مثال في المتوالية التالية ٣ ، ٧ ، ١١ ، ... أوجد:

١- حدد نوع المتوالية؟

٢- أساس المتوالية ؟

٣- الحد التاسع ؟

٤- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ؟

الحل بما أن ١١- ٧ =٤ و ٧- ٣ = ٤ أذن الفرق مقدار ثابت

١- نوع المتوالية : متوالية عددية

٢- أساس المتوالية د= ٤

٣- الحد التاسع = ح ٩ = أ + ٨ د = ٣ + ٨x ٤ = ٣٥

٤- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية

جـ ن = ن/٢ (٢أ + (ن-١) د)

جـ ١٠ = ١٠/٢ (٢ x ٣ + ٩ x ٤)

= ٥ (٦+ ٣٦) = ٥ (٤٢) = ٢١٠

مثال متوالية عددية مجموعها ٨٦٤ وحدها الأول ٩ وحدها الأخير ٩٩ أوجد عدد حدود المتوالية وأساس المتوالية ؟

جـ ن = ٨٦٤ = ن/٢ (أ + ل)

٨٦٤ = ن/٢ (٩+٩٩)

٨٦٤ = ٥٤ ن ن = ١٦ عدد الحدود ١٦

إيجاد أساس المتوالية: يوجد طريقتين أما مجموع المتوالية بمعلوميه الحد الأخير أو أساس المتوالية **واستخدمنا معلومية الحد الأخير**

ح١٦ = أ + ١٥ د

٩٩ = ٩ + ١٥ د

٩٠ = ١٥ د د = ٦ أساس المتوالية هو ٦

ثانياً: المتوالية الهندسية

يطلق علي متسلسلة الأعداد التي يكون خارج قسمة أي حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت (يطلق عليه أساس المتوالية (ر)) بالمتوالية الهندسية.

الرموز المستخدمة

أ	الحد الأول	ر	أساس المتوالية
جـ ن	مجموع ن من الحدود	جـ ∞	مجموع المتوالية إلى ما لانهاية

<u>المطلوب في المتولية العددية الحد العام و مجموع المتوالية</u>

الحد العام $\text{ح}_{\text{ن}} = \text{أ ر}^{\text{ن}-١}$

مجموع عدد معين من الحدود

$$\text{جـ ن} = \frac{\text{أ}\,(\text{ر}^{\text{ن}}-١)}{\text{ر}-١}$$

مجموع المتوالية إلى مالانهاية (شرط القيمة المطلقة للأساس أصغر من ١)

$$\text{جـ}_{\infty} = \frac{\text{أ}}{١-\text{ر}}$$

مثال: في المتوالية ٧٢٩ ، ٢٤٣ ، ٨١ ، .... أوجد الحد الثامن و مجموع العشر حدود الأولى ومجموع المتوالية إلى ما لانهاية ؟

الحل: نجد أن خارج قسمة أي حد على السابق له مقدار ثابت لذلك هي متوالية هندسية

أساسها ر = (٧٢٩/٢٤٣) = (٨١/ ٢٤٣) = ١ / ٣

الحد الثامن = ح ٨ = أ ر٧ = ٧٢٩x (١ / ٣)^{٧}= ٠,٣٣٣

مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية.

$$\text{جـ ن} = \frac{\text{أ}\,(\text{ر}^{\text{ن}}-١)}{\text{ر}-١}$$

$$\text{جـ}_{١٠} = \frac{٧٢٩\,((١/٣)^{١٠}-١)}{(١/٣)-١} = ١٠٩٣,٥$$

مجموع المتوالية إلى مالانهاية

$$\text{جـ}_{\infty} = \frac{\text{أ}}{١-\text{ر}}$$

$$\text{جـ}_{\infty} = \frac{٧٢٩}{١-(١/٣)} = ١٠٩٣,٥$$

مثال: أوجد مجموع المتوالية ١٩٩ ، -٩٩,٥ ، ٤٩,٧٥ ،... إلى ما لانهاية ؟

الحل أ = ١٩٩ ر =(-٩٩,٥ / ١٩٩) = (٤٩,٧٥ /-٩٩,٥) = - ٠,٥

مجموع المتوالية إلى مالانهاية

$$\text{جـ}_{\infty} = \frac{\text{أ}}{١-\text{ر}} = ١٩٩ / (١-(-٠,٥)) = ١٣٢,٦٦$$

<u>محاضرة ١٤ المحددات والمصفوفات</u>

أولاً- المحددات

<u>المطلوب في المحددات إيجاد قيمة المحدد و حل المعادلات الخطية في مجهولين و ٣ مجاهيل</u>

وتنقسم الى قسمين

١ المحددات من الرتبة الثانية

٢ المحددات من الرتبة الثالثة

أولاً :المحدد من الرتبة الثانية يكون على الصورة التالية

$$\begin{vmatrix} \text{أ ١١} & \text{أ ٢١} \\ \text{أ ١٢} & \text{أ ٢٢} \end{vmatrix}$$

ويمكن الحصول على قيمة المحدد = (أ١١ x أ٢١) – (أ١٢xأ٢٢)

القطر الرئيسي

مثال: أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} \text{-١٢} & \text{٤} \\ \text{-٣} & \text{-٢} \end{vmatrix}$$

الحل: قيمة المحدد = (-١٢ x -٢) - (-٣x ٤)

= ٢٤ + ١٢ = ٣٦

استخدام المحددات في حل المعادلات

باستخدام المحددات حل المعادلات التالية :

٥ س + ٢ ص= ١٩

٤ س - ص = ١٠

الحل : حتى يمكن إيجاد قيمتي كلاً من س و ص يتم حساب Δ وΔس وΔص كما يلى :

Δ ويحتوى على معاملات س و ص

$$\Delta = \begin{vmatrix} \text{٥} & \text{٢} \\ \text{٤} & \text{-١} \end{vmatrix}$$

= (٥ x -١) – (٤x ٢)

= -٥ – ٨ = -١٣

Δس ويتم استبدال معاملات س بقيم النواتج كما يلي:

$$\Delta\text{ س} = \begin{vmatrix} \text{١٩} & \text{٢} \\ \text{١٠} & \text{-١} \end{vmatrix}$$

= (١٩x -١) – (١٠x ٢)

= -١٩ – ٢٠ = -٣٩

Δص ويتم استبدال معاملات ص بقيم النواتج كما يلى:

$$\Delta\text{ص} = \begin{vmatrix} \text{٥} & \text{١٩} \\ \text{٤} & \text{١٠} \end{vmatrix}$$

= (٥x ١٠) – (٤x ١٩)

= ٥٠ – ٧٦ = -٢٦

وبالتالي يمكن الحصول على قيمة س و ص كما يلى :

س= Δس / Δ = -٣٩ / -١٣ = ٣

ص= Δص / Δ = -٢٦ / -١٣ = ٢

ثانياً : المحددات من الرتبة الثالثة

مثال أوجد قيمة المحدد

$$\begin{vmatrix} \text{٥} & \text{٤} & \text{٢} \\ \text{١} & \text{-١} & \text{٣} \\ \text{٠} & \text{٧} & \text{٢} \end{vmatrix}$$

حتى يمكن إيجاد قيمة هذا المحدد يتم استخدام عناصر الصف الأول كما يلي:

$$\text{قيمة المحدد} = \text{٥} \begin{vmatrix} \text{-١} & \text{٣} \\ \text{٧} & \text{٢} \end{vmatrix} \;\text{-٤}\; \begin{vmatrix} \text{١} & \text{٣} \\ \text{٠} & \text{٢} \end{vmatrix} \;+\text{٢}\; \begin{vmatrix} \text{١} & \text{-١} \\ \text{٠} & \text{٧} \end{vmatrix}$$

= ٥ (-٢ -٢١) - ٤ (٢ -٠) + ٢ (٧ – ٠)

= ٥ x -٢٣ -٤ x ٢ + ٢ x٧

= -١١٥ -٨ + ١٤ = -١٠٩

ثانياً- المصفوفات

يتم التركيز على العمليات الجبرية للمصفوفات (جمع ، طرح ، ضرب ، مقلوب)كما يلي :

$$\begin{vmatrix} -٢ & ٧ \\ -١ & ٠ \end{vmatrix} = \text{ط} \qquad \begin{vmatrix} -١ & ٤ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = \text{ك}$$

١ جمع المصفوفات ك + ط

<u>في الجمع يجمع كل رقم من المصفوفة الأولى مع المقابل له من المصفوفة الثانية</u>(شرط أساسي تساوي الصفوف والأعمدة)

$$\begin{vmatrix} -٣ & ١١ \\ ١ & ٥ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (-٢)+ -١ & ٧+٤ \\ (-١)+٢ & ٠+٥ \end{vmatrix} = \text{ك+ ط}$$

٢ طرح المصفوفات ك - ط

<u>في الطرح يطرح كل رقم من المصفوفة الأولى مع المقابل له من المصفوفة الثانية</u>(شرط أساسي تساوي الصفوف والأعمدة)

$$\begin{vmatrix} ١ & -٣ \\ ٣ & ٥ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (-٢)- -١ & ٧-٤ \\ (-١)-٢ & ٠-٥ \end{vmatrix} = \text{ك+ ط}$$

٣ ضرب المصفوفات ك X ط

<u>يتم ضرب عناصر الصفوف في المصفوفة ك x عناصر أعمدة المصفوفة ط ثم جمع الناتج</u>

$$\begin{vmatrix} -٧ & ٢٨ \\ -١٢ & ٣٥ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (-١ X -١)+(-٢ X٤) & (٠ X -١)+(٧ X٤) \\ (-١ X٢)+(-٢ X٥) & (٠ X٢)+(٧ X٥) \end{vmatrix} = \text{ك X ط}$$

٤ مقلوب المصفوفة ك-١

مقلوب المصفوفة = $\frac{١}{\text{المحدد}}$ x مصفوفة المرافقات المبدلة

ويمكن الحصول على مصفوفة المرافقات المبدلة بتبديل أماكن عناصر القطر الرئيسي وتبديل أشارات عناصر القطر الأخر

$$\begin{vmatrix} ٤ & -١٢ \\ -٢ & -٣ \end{vmatrix}$$

محدد المصفوفة ك = (-١٢ x -٢) – (-٣x٤) = ٢٤ + (-١٢) = ١٢

$$\begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & -٥ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -١ & ٤ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = \text{مصفوفة المرافقات المبدلة}$$

$$\begin{vmatrix} ١ & ٢ \\ ٤ & -٥ \end{vmatrix} \frac{١}{١٢} = \text{مقلوب المصفوفة ك}^{-١}$$

لإدخال ١٢ داخل المصفوفة نقوم بقسمة جميع أرقام المصفوفة على ١٢

٥ يمكن الحصول على مدور المصفوفة ك (ك/) بتبديل الصفوف أعمدة والأعمدة صفوف كما يلي:

$$\begin{vmatrix} ٥ & ٤ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -١ & ٤ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = \text{ك/}$$