



مراجعة مقرر مبادئ الإحصاء [طلاب وطالبات كلية الآداب/المستوى الثاني] الفصل الأول ١٤٣٣/١٤٣٢ هـ

بسم الله الرحمن الرحيم والصلوة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

بني وأبنائي طلاب وطالبات كلية التربية

أقدم لكم هذا الملخص الذي أطمع أن يكون معيناً نافعاً لمراجعة مقرر الإحصاء ، وأعتقد أن المتابع للمحاضرات المسجلة ومطلع على محتوى المقرر لن يجد [إذن الله] أية صعوبة في تتبع هذا الملخص الذي يمكنه من "لم" المقرر يوم الاختبار النهائي بسرعة ، أما من لم يطلع على المحاضرات المسجلة أو المحتوى فلا أعرف مدى استفادته من هذا الملخص .

وقد تم وضع المراجعة على صورة ٤ وحدات :

الوحدة الأولى : خاصة بالباب الأول [تجميع للنظري + تدريبات + حلول لهذه التدريبات] .

الوحدة الثانية : خاصة بالباب الثاني [تجميع للنظري + تدريبات + حلول لهذه التدريبات] ، وقد تم تقسيم هذه الوحدة إلى جزئين : الأول خاص بالكميات المفصلة ، والثاني خاص بالكميات المتصلة .

الوحدة الثالثة : خاصة بالأبواب من الثالث حتى الخامس [تجميع للنظري + تدريبات + حلول لهذه التدريبات] ، وقد تم تجميع هذه الأبواب معاً نظراً لارتباط معلومات هذه الأبواب بعضها ، وقد تم تعليم هذه الجزء بعض الأمثلة المخلولة [من المحاضرات] للتذكير والربط بين هذه الأبواب .

الوحدة الرابعة : خاصة بالباب السادس والأخير [تجميع للنظري + تدريبات + حلول لهذه التدريبات] .

وأود أن أنبه أن الاختبار النهائي سيكون عبارة عن ٧٠ سؤالاً [اختيار متعدد] : (ما بين أجزاء نظرية (التعريفات وما شابه) + مسائل بسيطة لن يستغرق حل أي منها أكثر من دقيقة)

أيضاً :

أود أن أنبه أن الصفحة الأولى من الاختبار سوف تشمل القوانين العامة التي قد يحتاجها الطالب/الطالبة والموضحة في الصفحة التالية [أي أن الصفحة الأولى من الاختبار النهائي سوف تكون هي الصفحة التالية بالضبط]

بالتوفيق والنجاح بإذن الله

د. سعيد سيف الدين

محرم ١٤٣٣ هـ



إيجي الطالب ، إيجي الطالبة

في هذه الصفحة (الصفحة الأولى من هذا الاختبار) نقدم بياناً بالرموز التي تم استخدامها خلال هذا المقرر ، وأيضاً قائمة بالعلاقات والقوانين التي استخدمناها طوال دراستنا لهذا المقرر ، ويمكنك الاستعانة بها عند الحاجة لذلك .

وبالله التوفيق

الرموز المستخدمة :

d	= الانحراف عن الوسط الحسابي	c	= طول الفجة
D	= الفرق في الرتب بين قيم ظاهرتين y	$ d $	= القيمة المطلقة للانحراف عن الوسط الحسابي
f	= التكرار النسبي	f	= التكرار
$M.D$	= الانحراف المتوسط	M	= الوسيط
P_{90}	= المئين التسعون	P_{10}	= المئين العاشر
Q_3	= الربع الثالث	Q_1	= الربع الأول
s	= الانحراف المعياري	R	= المدى
x_0	= مركز الفجة	s^2	= التباين
\hat{X}	= المنوال	\bar{x}	= الوسط الحسابي

القوانين والعلاقات الهامة المستخدمة :

- [بيانات مفردة أو توزيعات تكرارية متقطعة أو متصلة]

$$\frac{\sum fx_0}{\sum f} \text{ أو } \frac{\sum fx}{\sum f} \text{ أو } \frac{\sum x}{n} \quad \diamond$$

$$\frac{\sum f|d|}{\sum f} \text{ أو } \frac{\sum |d|}{n} \quad \diamond$$

$$\frac{\sum fd^2}{\sum f} \text{ أو } \frac{\sum d^2}{n} \quad \diamond$$

$$\frac{x - \bar{x}}{s} = \text{الدرجة المعيارية لقيمة } x \quad \text{معامل الاختلاف} = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 \quad \bullet$$

$$\text{المدى المئيني} = \text{ضعف الانحراف المعياري} = Q_3 - Q_1 \quad \bullet$$

$$\frac{Q_3 - 2M + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \text{معامل الاتوء الرباعي} \quad , \quad \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 = \text{معامل الاختلاف الرباعي} \quad \bullet$$

$$\frac{P_{90} - 2M + P_{10}}{P_{90} - P_{10}} = \text{معامل الاتوء المئيني} \quad \bullet$$

$$\text{معامل التفريغ المئيني} = (\text{نصف المدى الرباعي}) \div \text{المدى المئيني} \quad \bullet$$

• للمنحنيات وحيدة المنوال وبسيطة الاتوء :

$$\diamond \text{ الوسط} - \text{المنوال} = 3 \times (\text{الوسط} - \text{الوسيط})$$

$$\diamond \text{ النسبة} \text{ بين الانحراف المعياري إلى الانحراف الرباعي} \text{ كالنسبة} \text{ بين} 12 \text{ إلى} 15 \text{ إلى} 10$$

$$\bullet \text{ معامل ارتباط الرتب} r \text{ (معامل سيرمان)} \text{ بين ظاهرتين } y, x \text{ يعطى بـ :}$$

$$r = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n(n^2 - 1)} \quad [\text{حيث } n \text{ عدد أزواج الظاهرتين}]$$



الوحدة الأولى : الباب الأول [مفاهيم أساسية]

(١) ينقسم علم الإحصاء إلى قسمين رئيسيين :

* الإحصاء الوصفي : وهو يهتم بجمع وتبويب وعرض البيانات وحساب بعض المقاييس الخاصة بها دون الوصول إلى نتائج أو استدلالات خاصة .

* الإحصاء الاستقرائي (أو الاستدلال الإحصائي) : وهو يبحث في استقراء النتائج واتخاذ القرارات .

(٢) البيانات : هي مجموعة من "الشاهدات أو القياسات" التي تخص الظاهرة تحت الدراسة ، والكمية التي تقوم بمشاهدتها أو قياسها تُسمى بالمتغير ، وعادةً نرمز له برمز مثل .. , y , A , B , x . والمتغير (أي الظاهرة تحت الدراسة) إما أن يكون :

* متغير نوعي : أي لا يمكن التعبير عنه بعدد [مثل لون العين أو تقدير الطالب] ، و^{تُسمى} البيانات التي يكون فيها المتغير نوعياً بـ البيانات النوعية .

أو

* متغير كمي : أي يمكن التعبير عنه بعدد [مثلاً الأطوال أو الأوزان أو أعداد الطالب] ، و^{تُسمى} البيانات التي يكون فيها المتغير كمياً بـ البيانات الكمية . والمتغير الكمي إما أن يكون :

متغير متصل وفيها يمكن أن يأخذ المتغير أي قيمة بين قيمتين معينتين [أو بتعبير آخر هو كمية يمكن أن تنقسم ولا تُعد] .

أو متغير متقطع وفيها يمكن أن يأخذ المتغير قيمة محددة دون أي قيمة بينها [أو بتعبير آخر هو كمية يمكن أن تُعد ولا تنقسم] .

(٣) خطوات أي عملية إحصائية

(أ) جمع البيانات : وهي عملية الحصول على القياسات الخاصة بظاهرة معينة وعادةً ما ^{تُسمى} البيانات المجمعة بـ البيانات الخام .

(ب) تنظيم وعرض البيانات : وهي عملية وضع البيانات السابقة في جداول خاصة وعرضها بطرق مناسبة

(ج) تحليل البيانات : وهي عملية إيجاد مقاييس تتحدد قيمها من البيانات السابقة وتعطي بعض الدلالات عن الظاهرة تحت الدراسة

(د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات : وهي الاستنتاجات التي يتوصل إليها الباحث من خلال تحليله للبيانات السابقة وعادةً ما تكون على شكل تقديرات أو تنبؤات أو تعميمات أو قرارات بالرفض أو القبول



تَدْرِيُّبٌ (١)

اختر الإجابة الصحيحة

- (١) هو العلم الذي يهتم بجمع وتبسيب وعرض ووصف البيانات وحساب بعض المقاييس الخاصة بها دون الوصول إلى نتائج أو استدلالات خاصة
- (أ) علم الإحصاء الوصفي (ب) علم الإحصاء الاستقرائي
(ج) علم تكنولوجيا المعلومات (د) علم تكنولوجيا المعلومات
- (٢) هو العلم الذي يبحث في استقراء النتائج واتخاذ القرارات
- (أ) علم الإحصاء الوصفي (ب) علم الإحصاء الاستقرائي
(ج) علم تكنولوجيا المعلومات (د) علم تكنولوجيا المعلومات
- (٣) هي عملية الحصول على القياسات والبيانات الخاصة بظاهره معينة
- (أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات
- (٤) هي عملية وضع البيانات الخاصة بظاهره معينة في جداول منسقة وعرضها بطرق مناسبة .
- (أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات
- (٥) هي عملية إيجاد قيم مقاييس تتعدد قيمها من البيانات الخاصة بظاهره معينة وتعطي بعض الدلالات عن تلك الظاهرة .
- (أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات
- (٦) هي عملية الوصول إلى استنتاجات وتوقعات وتنبؤات الخاصة بظاهره معينة .
- (أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات
- (٧) عدد الأيام N في كل شهر هو :
- (أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع
(ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق
- (٨) لون السيارات C في أحد مواقيف السيارات هو :
- (أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع
(ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق
- (٩) المسافات d التي يقطعها شخص خلال ساعات يوم معين
- (أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع
(ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق
- (١٠) وزن البطاطس W التي تنتجه مزارع مختلفة في أحد المواسم هو :
- (أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع
(ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١١) الزمن t الذي يأخذه طالب في حل عدد من مسائل الإحصاء هو :

- (أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١٢) عدد حبات البطيخ N الذي تبيّعه إحدى محلات السوبر ماركت في يوم معين هو :

- (أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١٣) اللعبة الرياضية G المفضلة لدى مجموعة من الطلاب هي :

- (أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(٤) البيانات المجمعة عن تقديرات الطلبة في أحد المقررات الدراسية هي :

- (أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(٥) البيانات المجمعة عن درجات الطلبة (مقربة لأقرب عدد صحيح) في أحد المقررات الدراسية هي :

- (أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(٦) البيانات الخاصة بالمعدلات التراكمية لطلاب التعليم المطور للاتساب هي :

- (أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

هل لاحظت الفرق بين الأسئلة (١٤) ، (١٥) ، (١٦) ؟

(١٧) البيانات المجمعة عن الحالة الاجتماعية لسكان منطقة معينة هي :

- (أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(١٨) البيانات المجمعة عن درجة الحرارة ساعة الظهيرة في عدد من مدن المملكة هي :

- (أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(١٩) البيانات المجمعة عن نوع [أو ماركات] السيارات في أحد المواقف هي :

- (أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

أجوبة تدريبات (١)

(١) أ	(٢) ب	(٣) أ	(٤) ب	(٥) ج	(٦) د
(٧) ب	(٨) أ	(٩) ج	(١٠) ج	(١١) ج	(١٢) ب
(١٣) أ	(١٤) أ	(١٥) ب	(١٦) ج	(١٧) أ	(١٨) ج
(١٩) أ					



الوحدة الثانية : الباب الثاني [التوزيعات التكرارية]

البيانات المنفصلة : هي بيانات إما أن تكون بيانات نوعية [تلك البيانات التي لا يمكن التعبير عن متغيرها بعده] أو بيانات كمية متقطعة [تلك البيانات التي يأخذ فيها المتغير قيمةً عدديّة معينة دون أي قيمة بينها ، أي بيانات كمية تُعد ولا تُقياس] .

البيانات المتصلة : هي بيانات عدديّة يمكن أن تُقياس [أي يأخذ المتغير فيها أي قيمة ممكنة بين قيمتين محددتَين] .

ويمكن تقسيم هذا الباب إلى جزئين : الأول ويخص البيانات المنفصلة ، والثاني ويخص البيانات المتصلة

الجزء الأول : البيانات المنفصلة

(1) عرض البيانات المنفصلة بواسطة الجداول :

أرقام الأعمدة			
(1)	(2)	(3)	(4)
المتغير x	التكرار f	التكرار النسبي \bar{f}	الزاوية المركبة المناظرة لقيمة x
8	20	$\frac{20}{100} = 0.2$ or 20%	$\frac{20}{100} \times 360 = 72^\circ$
2	30	$\frac{30}{100} = 0.3$ or 30%	$\frac{30}{100} \times 360 = 108^\circ$
4	35	$\frac{35}{100} = 0.35$ or 35%	$\frac{35}{100} \times 360 = 126^\circ$
6	15	$\frac{15}{100} = 0.15$ or 15%	$\frac{15}{100} \times 360 = 54^\circ$
		100	360°
$\sum f$		$\sum \bar{f}$	مجموع الزوايا المركبة

الجدول المكون من العمودين (2) ، (1) بالمجدول التكراري [أو التوزيع التكراري] .

ويمكن إضافة العمود (3) له [فقط عند الحاجة له] فيُسمى بالمجدول (أو التوزيع) التكراري النسبي .

ويمكن إضافة العمود (4) له [فقط عند تمثيل البيانات بيانياً بطريقة الدائرة] .

وفي هذا الجدول يكون :

- مجموع التكرارات $\sum f$: [نقوم بجمع تكرارات القيم معاً].
- التكرار النسبي \bar{f} لأي قيمة : هو خارج قسمة تكرار تلك القيمة على مجموع التكرارات ويمكن أن يوضع كسبة عادية أو نسبة مئوية [بضرب النسبة العادية في ١٠٠] .
- مجموع التكرارات النسبة \bar{f} : يجب أن يساوي ١ [٥٠٪١٠٠] أو [١٠٠٪٥] .
- الزاوية المركبة المناظرة لقيمة معينة $-x$: نقوم بقسمة تكرار القيمة على مجموع التكرارات ثم نضرب الناتج في ٣٦٠ [أو نضرب التكرار النسبي (كتسبة) في ٣٦٠] .
- مجموع الزوايا المركبة : يجب أن يساوي ٣٦٠

اللدي R يجموعه من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة فيها

تذكرة أن :

$$\frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \frac{\text{التكرار النسيي لقيمة ما}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

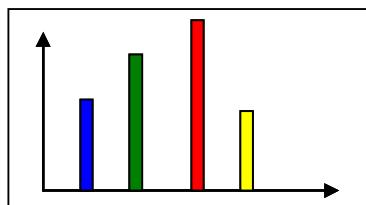
وأن :

$$\frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360 = \frac{\text{الزاوية المركزية لقيمة ما}}{\text{الزاوية المركزية لقيمة ما}}$$

وأن

$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \frac{\text{التكرار النسيي لقيمة ما}}{360} \times 360$$

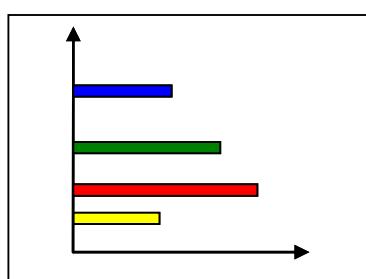
أو



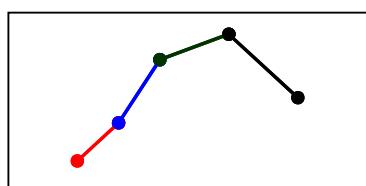
عرض البيانات المنفصلة بيانياً

(٢)

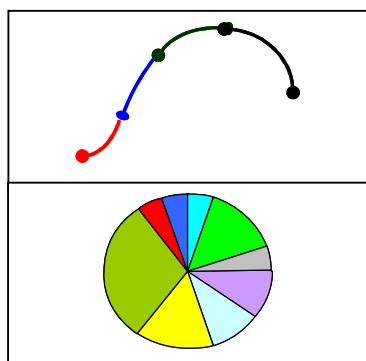
طريقة الأعمدة البسيطة : حيث تمثل كل قيمة من قيم المتغير بعمود (خط رأسى)
 طوله يعبر عن تكرار تلك القيمة [لا يهم عرض الأعمدة أو المسافات بينها ولكن المهم جداً أن تكون الأعمدة منفصلة عن بعضها] .



طريقة القضايان البسيطة : حيث تمثل كل قيمة من قيم المتغير بقضيب (خط أفقى)
 طوله يعبر عن تكرار تلك القيمة [لا يهم سمك القضايان أو المسافات بينها ولكن المهم جداً أن تكون القضايان منفصلة عن بعضها] .



طريقة المضلع التكراري : حيث تمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)



طريقة المنحنى التكراري : حيث تمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط مهد (باليد)

طريقة الدائرة : حيث تمثل كل قيمة من قيم المتغير بقطاع من دائرة وذلك طبقاً لتكرارها



تَدْرِيُّس (٢)

اختر الإجابة الصحيحة

(١) البيانات المنفصلة هي :

- (أ) بيانات نوعية فقط
- (ب) بيانات كمية متقطعة فقط
- (ج) أي بيانات كمية يمكن أن تُقاس
- (د) بيانات نوعية أو كمية متقطعة

(٢) البيانات المتصلة هي :

- (أ) بيانات نوعية فقط
- (ب) بيانات كمية متقطعة فقط
- (ج) أي بيانات كمية يمكن أن تُقاس
- (د) بيانات نوعية أو كمية متقطعة

(٣) المدى R يمكن تحديده لـ :

- (أ) البيانات النوعية فقط
- (ب) البيانات الكمية المتقطعة فقط
- (ج) أي بيانات كمية
- (د) أي بيانات

(٤) المدى R لمجموعة من البيانات هو :

- (أ) أكثر القيم تكراراً في البيانات
- (ب) أكبر قيمة في البيانات
- (ج) أصغر قيمة في البيانات
- (د) الفرق بين أكبر وأصغر قيمة من البيانات

(٥) المدى R لمجموعة القيم $7, 5, 5, 4, 10, 2$ هو :

- (أ) 5
- (ب) 8
- (ج) 2
- (د) 10

(٦) التكرار النسبي \bar{x} لأي قيمة في مجموعة من القيم هو :

- (أ) خارج فسمة تكرار القيمة على مجموع القيم .
- (ب) خارج فسمة تكرار القيمة على مجموع التكرارات .
- (ج) خارج فسمة مجموع التكرارات على تكرار القيمة
- (د) خارج فسمة القيمة على مجموع التكرارات .

(٧) الزاوية المركزية لأي قيمة في مجموعة من القيم هو :

- (أ) $(\text{القيمة} \div \text{مجموع القيم}) \times 360$
- (ب) تكرار القيمة $\times 360$
- (ج) تكرار القيمة $\div 360$
- (د) التكرار النسبي للقيمة $\times 360$

(٨) في طريقة **الأعمدة البسيطة** لعرض البيانات المنفصلة تمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

- (أ) بعمود (خط رأسى) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .
- (ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .
- (ج) بنقطة إحداثياها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)
- (د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

(٩) في طريقة **القضبان البسيطة** لعرض البيانات المنفصلة تمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

- (أ) بعمود (خط رأسى) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .



(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطعان من دائرة طبقاً لتكرارها .

(١٠) في طريقة المضلع التكراري لعرض البيانات المنفصلة تمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

(أ) بعمود (خط رأسى) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطعان من دائرة طبقاً لتكرارها .

(١١) في طريقة المنحنى التكراري لعرض البيانات المنفصلة تمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

(أ) بعمود (خط رأسى) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط مهد (باليد)

(د) بقطعان من دائرة طبقاً لتكرارها .

(١٢) في طريقة الدائرة لعرض البيانات المنفصلة تمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

(أ) بعمود (خط رأسى) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطعان من دائرة طبقاً لتكرارها .

خاص بالأسئلة من (١٣) إلى (١٨) : الجدول التالي يبين الجدول التكراري لأعمار ١٠ مرضيات تعملن في أحد أقسام إحدى المستشفيات ،

من هذا الجدول :

(١٣) مجموع التكرارات $\sum f$ يساوي :

18 (د)

10 (ج)

2 (ب)

3 (أ)

(١٤) المدى R للعمر هو :

13 (د)

10 (ج)

2 (ب)

3 (أ)

المتغير (العمر) x	التكرار f
22	2
25	3
28	2
31	1
32	1
35	1
	$\sum f$

خاص بالمسائل من ١٣ إلى ١٨

(١٥) زاوية القياس المناظرة للعمر 31 تساوي :

(د) 108°

(ج) 72°

(ب) 360°

(أ) 36°

(١٦) التكرار النسبي للعمر 25 سنة هو :

(د) 1

(ج) 0.1

(ب) 0.3

(أ) 0.2

(١٧) عدد الممرضات اللاتي يزيدنّ أعمارهن عن 32 سنة هو :

(د) 5

(ج) 3

(ب) 2

(أ) 1

(١٨) النسبة المئوية للممرضات اللاتي يزيدنّ أعمارهن عن 31 سنة فأقل هي :

(د) 80%

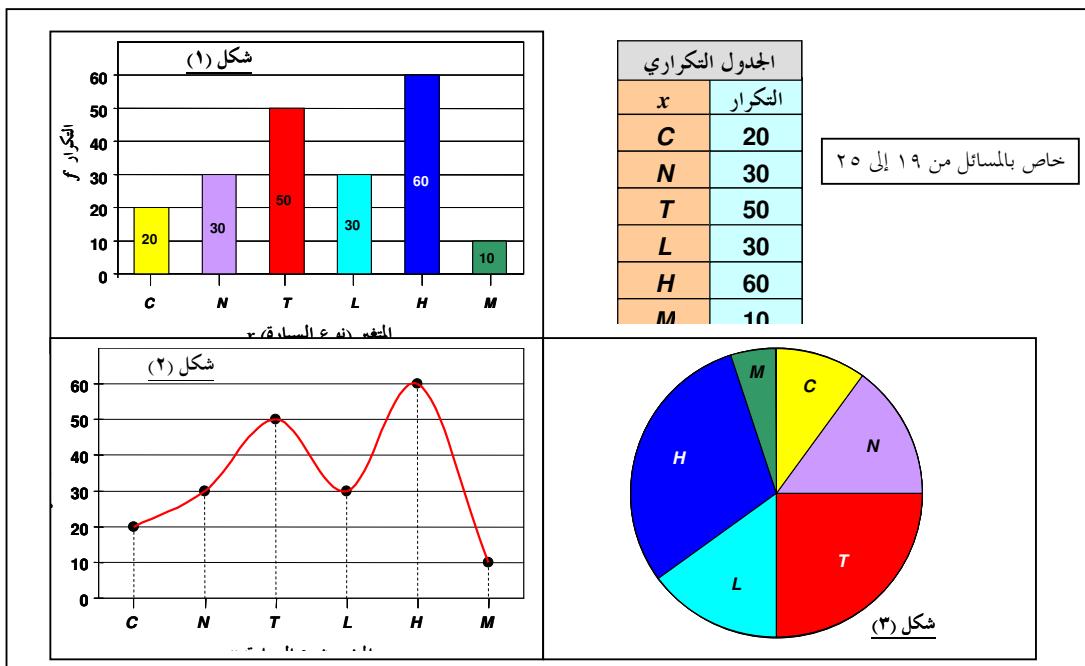
(ج) 70%

(ب) 0.7

(أ) 0.8

خاص بالأسئلة من (١٩) إلى (٢٥) : الجدول التكراري المعطى يبين عدد السيارات الموجودة في أحد المواقف طبقاً لنوع السيارة

[C, N, T, L, H, M]



(١٩) شكل (١) يبين طريقة لتمثيل هذه البيانات بيانياً .

- (أ) المضلع التكراري (ب) المنحنى التكراري (ج) الأعمدة البسيطة (د) الدائرة

(٢٠) بينما شكل (٢) يبين طريقة لتمثيل هذه البيانات بيانياً .

- (أ) المضلع التكراري (ب) المنحنى التكراري (ج) الأعمدة البسيطة (د) الدائرة

(٢١) شكل (٣) يبين طريقة لتمثيل هذه البيانات بيانياً .

- (أ) المضلع التكراري (ب) المنحنى التكراري (ج) الأعمدة البسيطة (د) الدائرة

(٢٢) عدد السيارات الموجودة بالموقف هو :



(د) 250

(ج) 200

(ب) 150

(أ) 100

(٢٣) التكرار النسبي للسيارات من النوع C هو :

(د) 0.2

(ج) 0.1

(ب) 10%

(أ) 10

(٢٤) النسبة المئوية للسيارات من النوع T هي :

(د) 25%

(ج) 0.25

(ب) 50%

(أ) 50

(٢٥) الزاوية المركزية للسيارات من النوع H تساوي

(د) 18°

(ج) 90°

(ب) 36°

(أ) 108°

خاص بالأسئلة من (٢٦) إلى (٢٩) : الجدول المرافق يبين درجات ٢٠ طالباً في أحد المقررات الدراسية :

الدرجة	النكرار	100	99	98	97	96	95	94	93	92
النكرار	1	3	1	1	1	6	3	2	2	7

(٢٦) عدد الطلاب الحاصلين على 94 فأقل هو

(د) 7

(ج) 4

(ب) 0.15

(أ) 3

(٢٧) عدد الطلاب الحاصلين على درجة أقل من 94 هو

(د) 7

(ج) 4

(ب) 0.15

(أ) 3

(٢٨) نسبة الطلاب الحاصلين على 94 فأقل هي

(د) 7

(ج) 4

(ب) 0.35

(أ) 0.35

(٢٩) النسبة المئوية للطلاب الحاصلين على 94 فأقل هي

(د) 7

(ج) 4

(ب) 35%

(أ) 0.35

خاص بالأسئلة من (٣٠) على (٣٣) : الجدول المرافق يبين أعمار عدد من العاملات في إحدى المؤسسات (لأقرب سنة) :

(٣٠) عدد العاملات ذات العمر 25 سنة هو :

(ب) 20

(أ) 10

(د) 40

(ج) 30

(٣١) الزاوية المركزية المناظرة للعمر 30 سنة تساوي

(ب) 72°

(أ) 36°

(د) 144°

(ج) 108°

(٣٢) الزاوية المركزية المناظرة للعمر 35 سنة تساوي

(ب) 72°

(أ) 36°

(د) 144°

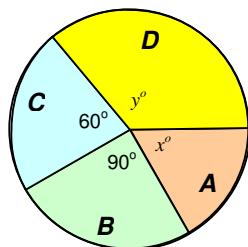
(ج) 108°

المتغير (العمر) f	النكرار (العدد)	الزاوية المركزية
20	20	72°
25	?	36°
30	30	?
35	?	?
$\sum f$		



(٣٣) عدد العاملات الكلية [أي مجموع التكرارات]

- (د) 110 (ج) 105 (ب) 100 (أ) 95



خاص بالأسئلة من (٣٤) إلى (٣٧) : الشكل المقابل بين مبيعات أربع شركات A, B, C, D لبيع لعبة الأطفال وذلك خلال أحد الأعياد ، فإذا كان عدد اللعبة الكلية التي تم بيعها بواسطة هذه الشركات هو 5400 لعبة ، فإن :

(٣٤) النسبة المئوية لمبيعات الشركة B هي

- (ب) 30% (أ) 25%
 (د) 60% (ج) 40%

(٣٥) عدد اللعبة التي باعها الشركة C هو

- (د) 1350 (ج) 3150 (ب) 2250 (أ) 900

(٣٦) عدد اللعبة التي باعها الشركة D معاً هو

- (د) 1350 (ج) 3150 (ب) 2250 (أ) 900

(٣٧) نسبة مبيعات الشركة B إلى مبيعات الشركة C هي كالتالي بين

- (د) 3 إلى 2 (ج) 3 إلى 4 (ب) 2 إلى 3 (أ) 4 إلى 3

طلاب M	طلاب F	
1480	480	إدارة أعمال
3000	2000	آداب
2000	2560	التربية خاصة

خاص بالأسئلة من (٣٨) إلى (٤٢) : في إحصائية لعمادة التعليم الإلكتروني والتعليم عن بعد بجامعة الملك فيصل عن أعداد الطلاب والطالبات الذين تقدموا لاختبارات التعليم المطور للانتساب في الفصل الدراسي الثاني للعام الجامعي ١٤٣١/١٤٣٠ هـ في تخصصات إدارة أعمال وتربية خاصة وآداب كانت البيانات كما هو موضح بالجدول المزدوج التالي :

(٣٨) عدد الطالبات اللاتي تقدمن للاختبارات هو

- (د) 5040 (ج) 2580 (ب) 2000 (أ) 480

(٣٩) عدد الطلبة (طالبات وطلاب) الذين تقدموا للاختبارات في تخصص تربية خاصة

- (د) 5000 (ج) 6480 (ب) 11520 (أ) 4560

(٤٠) عدد الطلبة (طالبات وطلاب) الذين تقدموا للاختبارات

- (د) 11520 (ج) 5040 (ب) 5000 (أ) 5040

(٤١) النسبة المئوية لطلاب (الذكور) تخصص آداب الذين تقدموا للاختبارات وذلك بالقياس لجميع المتقدمين للاختبارات هي (تقريباً)

- (د) 59.5% (ج) 26% (ب) 46.3% (أ) 60%

(٤٢) النسبة المئوية لطالبات (الإناث) تخصص تربية الذين تقدمن للاختبارات وذلك بالقياس لجميع المتقدمين للاختبارات من تخصص تربية هي (تقريباً)

- (د) 39.5% (ج) 22.2% (ب) 50.8% (أ) 56.1%



(٤٣) لمحومة من القيم ، إذا كان التكرار النسبي لإحدى القيم هو 0.15 و كان تكرار تلك القيمة هو 30 ، فإن مجموع تكرارات جميع القيم يكون :

200 (د) 300 (ج) 4.5 (ب) 30.15 (أ)

(٤٤) لمحومة من القيم ، إذا مُثلت إحدى القيم (في طريقة الدائرة) بقطاع دائري زاويته المركبة 45° ، فإن التكرار النسبي لتلك القيمة يكون :

0.125 (د) 8 (ج) 0.45 (ب) 45% (أ)

(٤٥) لمحومة من القيم ، إذا مُثلت إحدى القيم (في طريقة الدائرة) بقطاع دائري زاويته المركبة 30° ، وكان تكرار تلك القيمة يساوي 6 ، فإن مجموع تكرارات جميع القيم يكون :

180 (د) 0.2 (ج) 5 (ب) 72 (أ)

(٤٦) لمحومة من القيم ، إذا كان مجموع التكرارات لتلك القيمة هو 200 وكان تكرار إحدى هذه القيم هو 25 ، فإن التكرار النسبي لتلك القيمة هو :

225 (د) 8 (ج) 12.5% (ب) 0.125 (أ)

(٤٧) إذا كان مجموع تكرارات مجموعة من القيم هو 50 وكان التكرار النسبي (كتسبة مئوية) لإحدى تلك القيم هو 20% ، فإن تكرار تلك القيمة يكون :

1000 (د) 250 (ج) 10 (ب) 2.5 (أ)

أجوبة تدريبات (٢)

(٦) ب	(٥) ب	(٤) د	(٣) ج	(٢) ج	(١) د
(١٢) د	(١١) ج	(١٠) ج	(٩) ب	(٨) أ	(٧) د
(١٨) د	(١٧) أ	(١٦) ب	(١٥) أ	(١٤) د	(١٣) ج
(٢٤) د	(٢٣) ج	(٢٢) ج	(٢١) د	(٢٠) ب	(١٩) ج
(٣٠) أ	(٢٩) ب	(٢٨) أ	(٢٧) ج	(٢٦) د	(٢٥) أ
(٣٦) ج	(٣٥) أ	(٣٤) أ	(٣٣) ب	(٣٢) د	(٣١) ج
(٤٢) أ	(٤١) ج	(٤٠) د	(٣٩) أ	(٣٨) د	(٣٧) د
	(٤٧) ب	(٤٦) أ	(٤٥) أ	(٤٤) د	(٤٣) د



تابع الوحدة الثانية [الباب الثاني : التوزيعات التكرارية]

الجزء الثاني : البيانات المتصلة

الفئة	المتغير x
الأولى	$0 \leq x < 20$
الثانية	$20 \leq x < 30$
الثالثة	$30 \leq x < 35$
الرابعة	$35 \leq x < 40$
الخامسة	$40 \leq x < 50$
السادسة	$50 \leq x < 60$

(١) البيانات المتصلة :

- في حالة البيانات الكمية المتصلة تكون قيم المتغير x هنا معطاة على صورة فترات أو ما يُسمى الفئات كما هو مبين [٦ فئات] حيث :
 - الفئة الأولى : $0 \leq x < 20$ يكون المتغير أكبر من أو يساوي 0 إلى ما قبل 20
 - الفئة الثانية : $20 \leq x < 30$ يكون المتغير أكبر من أو يساوي 20 إلى ما قبل 30
 -
 - الفئة السادسة : $50 \leq x < 60$ يكون المتغير أكبر من أو يساوي 50 إلى ما قبل 60
- لكل فئة حدان : حد أدنى وحد أعلى ، فالفئة الأولى : حد الأدنى 0 والأعلى 20

والفئة الثانية : حدتها الأدنى 20 والأعلى 30

والفئة السادسة : حدتها الأدنى 50 والأعلى 60

والحد الأدنى لفئة هو الحد الأعلى للفئة السابقة لها ، والحد الأعلى لفئة هو الحد الأدنى للفئة التالية
 أي أن الفئات متصلة ولا فراغات بينها

• لكل فئة طول c حيث :

$$\text{طول الفئة} = \text{حدها الأعلى} - \text{حدها الأدنى}$$

بالرجوع للجدول السابق يكون طول :

$$30 - 20 = 10 \quad \text{والفئة الثانية : } , \quad 20 - 0 = 20 \quad \text{الفئة الأولى : } , \\ 60 - 50 = 10 \quad \text{والفئة السادسة : } , \quad \dots \dots \dots$$

أي أن أطوال الفئات (بوجه عام) تكون غير متساوية

- لكل فئة مركز x_0 وهو قيمة المتغير الواقعية في منتصف تلك الفئة ويتحدد كالتالي :

$$\text{مركز أي فئة} = \frac{\text{حد الفئة الأدنى} + \text{حدها الأعلى}}{2}$$

بالرجوع للجدول السابق يكون مركز :

$$\frac{20 + 30}{2} = 25 \quad \text{والفئة الثانية : } , \quad \frac{0 + 20}{2} = 10 \quad \text{الفئة الأولى : } , \\ \frac{50 + 60}{2} = 55 \quad \text{والفئة السادسة : } , \quad \dots \dots \dots$$



• ويمكن تجميع كل ما تقدم من معلومات في الجدول التالي :

الفئة	المتغير x	طول الفئة c	مِركَز الفئة x_n
الأولى	$0 \leq x < 20$	$20 - 0 = 20$	$(0 + 20) \div 2 = 10$
الثانية	$20 \leq x < 30$	$30 - 20 = 10$	$(20 + 30) \div 2 = 25$
الثالثة	$30 \leq x < 35$	$35 - 30 = 5$	$(30 + 35) \div 2 = 32.5$
الرابعة	$35 \leq x < 40$	$40 - 35 = 5$	$(35 + 40) \div 2 = 37.5$
الخامسة	$40 \leq x < 50$	$50 - 40 = 10$	$(40 + 50) \div 2 = 45$
السادسة	$50 \leq x < 60$	$60 - 50 = 10$	$(50 + 60) \div 2 = 55$

عرض البيانات المتصلة بواسطة الجداول :

- أولاً : **الجدول (التوزيع) التكراري** : وهو جدول يوضح فئات المتغير x مع تكرار كل فئة [أي عدد القيم الواقعه في تلك الفئة].
- ثانياً : **الجدول (التوزيع) التكراري النسبي**: حيث يُضاف للجدول المبين عمود ثالث يوضح التكرار النسبي لكل فئة (كسبة عاديّة أو نسبة مئوية) حيث :

$$\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} = \text{التكرار النسبي لفئة ما}$$

المتغير x	التكرار f	التكرار النسبي \bar{f}
$0 \leq x < 20$	4	$4 \div 50 = 0.08$ or 8%
$20 \leq x < 30$	16	$16 \div 50 = 0.32$ or 32%
$30 \leq x < 35$	12	$12 \div 50 = 0.24$ or 24%
$35 \leq x < 40$	10	$10 \div 50 = 0.20$ or 20%
$40 \leq x < 50$	6	$6 \div 50 = 0.12$ or 12%
$50 \leq x < 60$	2	$2 \div 50 = 0.04$ or 4%
$\sum f = 50$		$\sum \bar{f} = 1$ or 100%

←—————
 الجدول (التوزيع) التكراري
 ←—————→
 الجدول (التوزيع) التكراري النسبي

ثالثاً : **الجدول (التوزيع) التكراري المتجمع الصاعد والمتجمع المابط(النازل)** :

تعريف التكرار المتجمع الصاعد :

التكرار المتجمع الصاعد المناظر لقيمة معينة a هو مجموع تكرارات جميع قيم المتغير **الأقل من a**

فمثلاً ، التكرار المتجمع الصاعد المناظر للقيمة 40 [في الجدول السابق] هو مجموع تكرارات كل القيم الأقل من 40 [أي مجموع تكرارات الفئات الأولى والثانية والثالثة والرابعة] ، أي :

$$4 + 16 + 12 + 10 = 42$$

تعريف التكرار المتجمع المابط (أو النازل) :



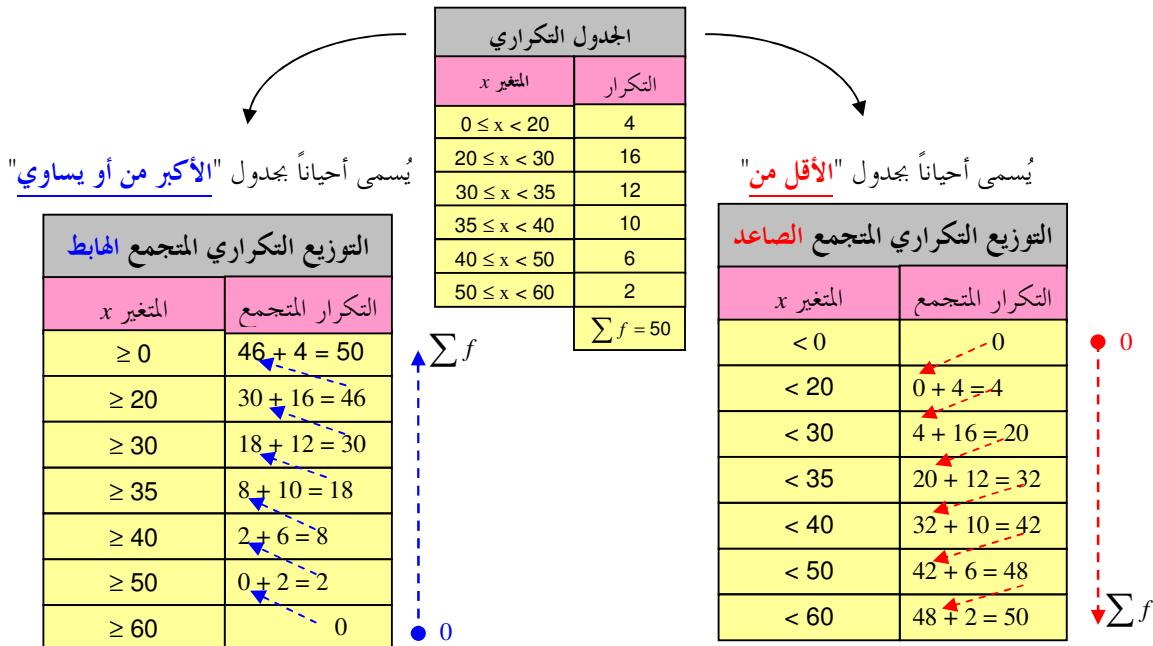
النحو المجموع الماء الماء الماء معاً "x" هو مجموع تكرارات جميع قيم الأكبر من أو يساوي "x"

فمثلاً ، التكرار المتجمع الماء الماء الماء معاً "x" هو مجموع تكرارات كل القيم الأكبر من أو يساوي 40 [في الجدول السابق] ، أي مجموع تكرارات الفئات الخامسة والسادسة] ، أي :

$$6 + 2 = 8$$

وعلى هذا الأساس يمكن تكوين ما يسمى **بجدول التكراري المتجمع الصاعد** **والجدول التكراري المتجمع الماء** كما هو مبين ، مع مراعاة الآتي :

1. في الجدول التكراري المتجمع **الصاعد** تكون عناصر العمود الأول [عمود المتغير x] هي **الحدود الدنيا للفئات** مسبوقة بعلامة "**أقل من**" **والعنصر الأخير** هو الحد الأعلى للفئة الأخيرة مسبوقة أيضاً بعلامة "**أقل من**". نفس الشيء في الجدول التكراري المتجمع **الماء** لكن العلامة تكون "**أكبر من أو يساوي**" بدلاً من "**أقل من**".
2. في الجدول التكراري المتجمع **الصاعد** يزداد التكرار المتجمع [العمود الثاني] كلما اتجهنا لأسفل الجدول بادئين بالقيمة 0 (أعلى الجدول) ثم نضيف تكرارات الفئات فئة تلو الأخرى كلما اتجهنا للأسفل حتى ننتهي بالقيمة $\sum f$ [مجموع التكرارات (أسفل الجدول)] ، أما في الجدول التكراري المتجمع **الماء** يزداد التكرار المتجمع [العمود الثاني] كلما اتجهنا لأعلى الجدول بادئين بالقيمة 0 (أسفل الجدول) ثم نضيف تكرارات الفئات فئة تلو الأخرى كلما اتجهنا لأعلى الجدول حتى ننتهي بالقيمة $\sum f$ [مجموع التكرارات (أعلى الجدول)].



ويمكن إضافة [لأي من الجداولين] عمود يمثل **النحو الماء الماء معاً** حيث :



$$\frac{\text{التكرار المتجمع}}{\text{مجموع التكرارات}} = \frac{\text{التكرار المتجمع النسبي}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

الجدول (التوزيع) التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار المتجمع النسبي
< 0	0	$0 \div 50 = 0$ [0%]
< 20	$0 + 4 = 4$	$4 \div 50 = 0.08$ [8%]
< 30	$4 + 16 = 20$	$20 \div 50 = 0.40$ [40%]
< 35	$20 + 12 =$	$32 \div 50 = 0.64$ [64%]
< 40	$32 + 10 = 42$	$42 \div 50 = 0.84$ [84%]
< 50	$42 + 6 = 48$	$48 \div 50 = 0.96$ [96%]
< 60	$48 + 2 = 50$	$50 \div 50 = 1$ [100%]

يصبح الجدول المتجمع الصاعد (مثلاً) على الصورة المقابلة .

ملحوظة : الجداول (التوزيعات) التكرارية المفتوحة :

هي جداول إما أن تكون مفتوحة من أسفل أو من أعلى أو من الطرفين .

مفتوح من الطرفين

x	f
$x < 6$	20
$6 \leq x < 12$	25
$12 \leq x < 15$	35
$x \geq 15$	18

الحد الأدنى (لفته الأولى) والأعلى
(لفته الأخيرة) غير معلوم

مفتوح من أعلى

x	f
$6 \leq x < 12$	20
$12 \leq x < 15$	25
$15 \leq x < 18$	35
$x \geq 18$	18

الحد الأدنى للفة الأولى غير معلوم

مفتوح من أسفل

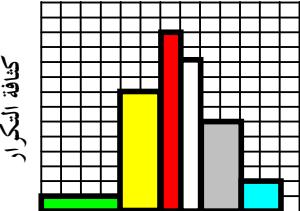
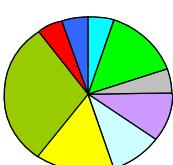
x	f
$x < 6$	20
$6 \leq x < 12$	25
$12 \leq x < 15$	35
$15 \leq x < 18$	18

الحد الأدنى للفة الأولى غير معلوم

عرض البيانات المتصلة بيانياً :

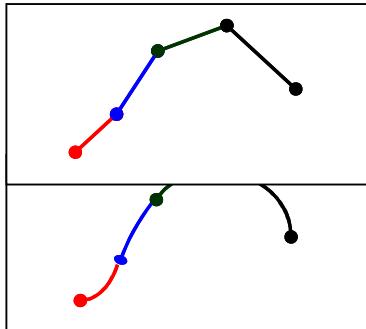
(٣)

طريقة الدائرة : مثل حالة البيانات المنفصلة حيث تمثل كل فئة من الفئات بقطاع من دائرة وذلك طبقاً لتكرارها .



طريقة المدرج التكراري : حيث تمثل الفئات بمستويات متلاصقة بحيث يمثل كل مستطيل إحدى الفئات ، بحيث تقع قاعدة المستطيل (الممثل لفئة ما) على المحور الأفقي [محور المتغير] ومتندة بين الحد الأدنى للفة وحدتها الأعلى [أي طول قاعدة المستطيل يساوي طول الفئة]
وارتفاعه هو كثافة تكرار الفئة ومساحته هي تكرار الفئة .

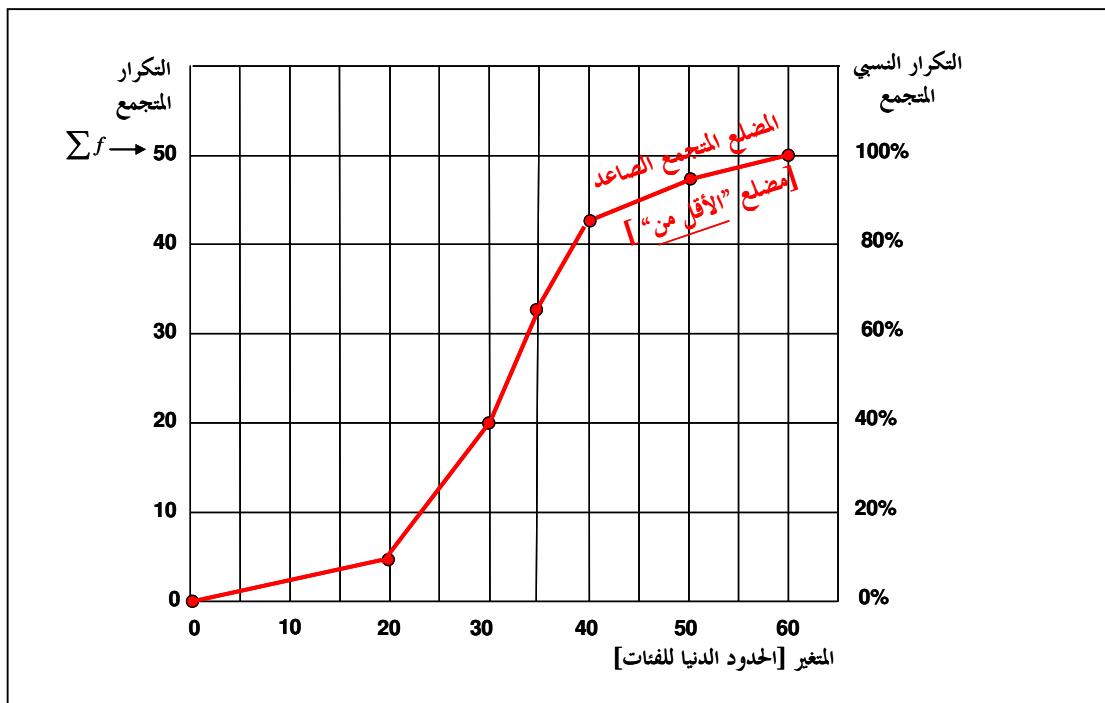
$$\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{طول الفئة}} = \frac{\text{كثافة التكرار لفئة}}{\text{كثافة التكرار لفترة}}$$



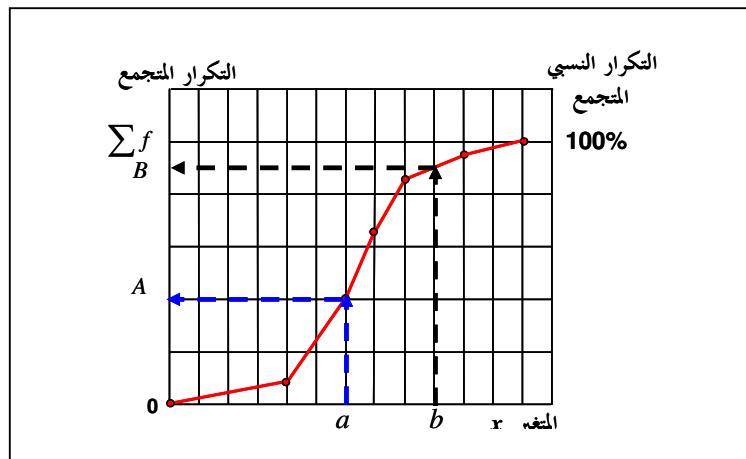
طريقة المضلع التكراري : حيث تمثل كل فئة من الفئات بنقطة إحداثياتها هي مركز الفئة و كثافة تكرارها ثم تقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة) .

طريقة المنحنى التكراري : حيث تمثل كل فئة من الفئات بنقطة إحداثياتها هي مركز الفئة و كثافة تكرارها ثم تقوم بتوصيل هذه النقاط بخط ممهد (باليد) .

طريقة المضلع التكراري المتجمع الصاعد: حيث تمثل كل فئة من الفئات بنقطة إحداثياتها هي الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع الصاعد المناظر ثم تقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة) ، وهنا لابد من تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد . وأحياناً يُسمى هذا المضلع بـ "مضلع الأقل من" .

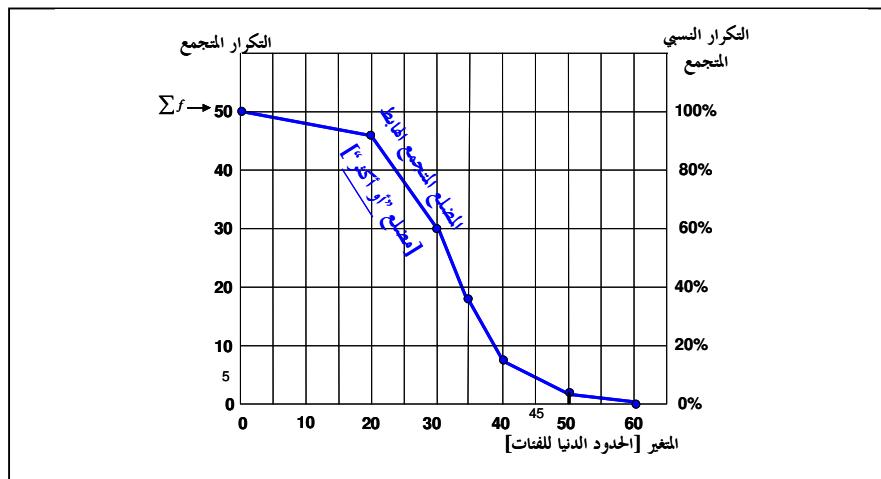


ويفيد المضلع التكراري المتجمع الصاعد في الرد على العديد من الأسئلة مثل :

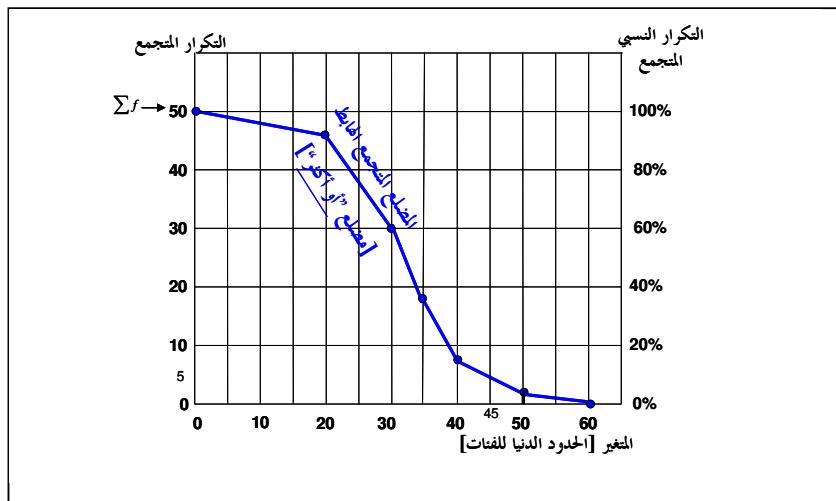


- حسب التكرار المجموع المناظر لـ $x < a$. الإجابة A
- احسب التكرار المجموع المناظر لـ $x \geq a$: مجموع التكرارات مطروح منها A .
- احسب التكرار المجموع المناظر لـ $a \leq x < b$: الإجابة B مطروح منها A .

طريقة المضلع التكراري المجموع المابط: وهو مشابه للمضلع التكراري المجموع الصاعد مع الاختلاف أن كل فئة تمثل بنقطة إحدائياً لها هي **الحد الأدنى للفئة والتكرار المجموع المابط المناظر** ثم تقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة) وهنا لابد من تكوين الجدول التكراري المجموع المابط . وأحياناً يسمى هذا المضلع بـ **"مضلع الأكبر من أو يساوي"** .



- ويتقاطع المضلعان التكراريان الصاعد والمابط في نقطة تكون قيمة المتغير المناظرة لها هي **الوسيط** M للبيانات ، وهي قيمة :
- تقسّم مجموعة البيانات إلى مجموعتين متتساويتين في العدد .
 - يناظرها تكرار متجمع قدره $\frac{1}{2} \sum f$
 - يناظرها تكرار متجمع نسبي قدره 50%



تدريبات (٣)

اختر الإجابة الصحيحة

(١) التكرار النسبي لفئة من الفئات هو :

(أ) النسبة بين الحد الأعلى للفئة ومجموع التكرارات

(ج) نسبة تكرار الفئة إلى مجموع التكرارات

في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية تكون مساحة أي مستطيل من المستطيلات هي :

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل

(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل

في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية تكون طول قاعدة أي مستطيل من المستطيلات هي :

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل

(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل

في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية يكون ارتفاع أي مستطيل من المستطيلات هو :

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل

(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل

في المدرج التكراري لبيانات متصلة تكون المستطيلات الممثلة للفئات :

(أ) متلاصقة تماماً (أي لا مسافات بينها)

(ج) متداخلة

(٦) في المضلع التكراري تمثل كل فئة بنقطة إحداثياها :

(ب) منفصلة عن بعضها

(د) فوق بعضها



(أ) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأقل من هذا الحد .

(ب) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأكبر من أو تساوي هذا الحد .

(ج) مركز الفئة وكثافة تكرارها .

(د) مركز المستطيل الممثل لتلك الفئة

(٧) في المضلع التكاري المتجمع الصاعد تمثل كل فئة بنقطة إحداثياها :

(أ) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأقل من هذا الحد .

(ب) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأكبر من أو تساوي هذا الحد .

(ج) مركز الفئة وكثافة تكرارها .

(د) مركز المستطيل الممثل لتلك الفئة

(٨) في المضلع التكاري المتجمع المابط تمثل كل فئة بنقطة إحداثياها :

(أ) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأقل من هذا الحد .

(ب) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأكبر من أو تساوي هذا الحد .

(ج) مركز الفئة وكثافة تكرارها .

(د) مركز المستطيل الممثل لتلك الفئة

الفئة	المتغير x	التكرار f
الأولى	$0 \leq x < 20$	10
الثانية	$\dots \leq x < \dots$	15
الثالثة	$30 \leq x < \dots$	20
الرابعة	$50 \leq x < 60$	5

خاص بالأسئلة من (٩) إلى (١٤) : في التوزيع التكاري المبين :

(٩) مجموع التكرارات $\sum f$ يساوي

(أ) 200

(ب) 100

(ج) 50

(د) 1

(١٠) التكرار النسيي للفئة الرابعة يساوي :

(أ) 0.4

(ب) 0.1

(ج) 0.3

(د) 0.2

(١١) مركز الفئة الأولى عند x تساوي :

(أ) 20

(ب) 15

(ج) 10

(د) 0

(١٢) كثافة تكرار الفئة الرابعة تساوي :

(أ) 55

(ب) 5

(ج) 0.5

(د) 0.1

(١٣) الحد الأعلى للفئة الثالثة هو :

(أ) 50

(ب) 40

(ج) 30

(د) 20

(١٤) مركز الفئة الثانية عند x تساوي :

(أ) 15

(ب) 35

(ج) 30

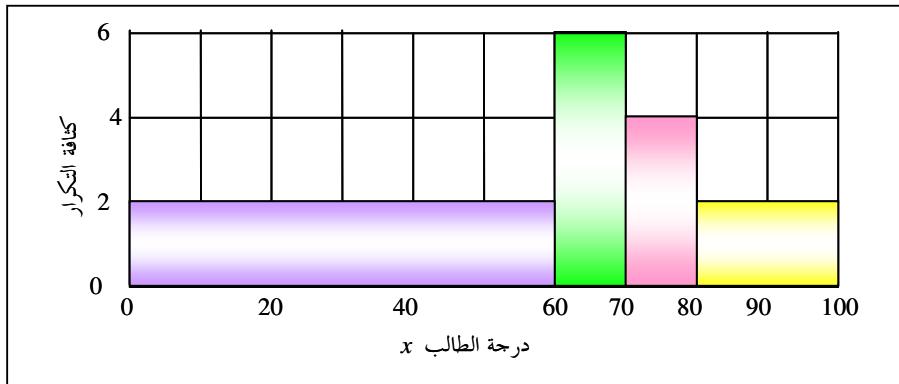
(د) 25

خاص بالأسئلة من (١٥) إلى (٢٠) : المدرج التكاري المبين

يوضح الدرجة x لعدد من الطلاب في مقرر مبادئ الإحصاء

الفئة	(1)	(2)	(3)	(4)
الدرجة	$0 \leq x < 60$	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 100$

مقسمين على ٤ فئات ، من هذا المدرج يمكن استنتاج الآتي :



(١٥) العدد الكلي للطلاب :

- 260 (د) 220 (ج) 180 (ب) 120 (أ)

(١٦) عدد الطلاب الراسبين [الحاصلين على درجة أقل من 60] :

- 120 (د) 100 (ج) 60 (ب) 40 (أ)

(١٧) عدد الطلاب الحاصلين على 80 فأكثر :

- 120 (د) 100 (ج) 60 (ب) 40 (أ)

(١٨) عدد الطلاب الحاصلين على تقدير C+ [أكثر من 75 وأقل من 80] :

- 20 (د) 40 (ج) 60 (ب) 120 (أ)

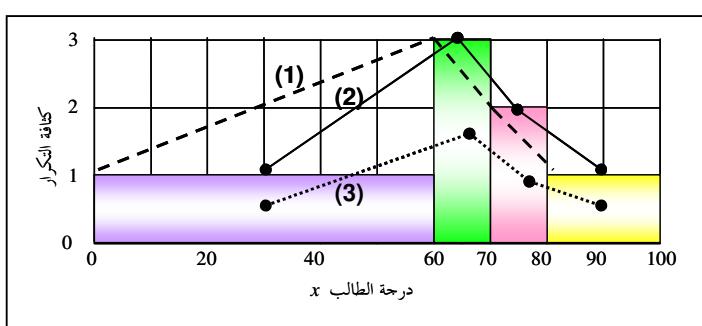
(١٩) عدد الطلاب الناجحين والحاصلين على تقدير B على الأكثـر [أكـثر من 60 وأقل من 80] :

- 120 (د) 100 (ج) 60 (ب) 40 (أ)

(٢٠) الخط المنكسر الذي يمثل المضلع التكراري للبيانات

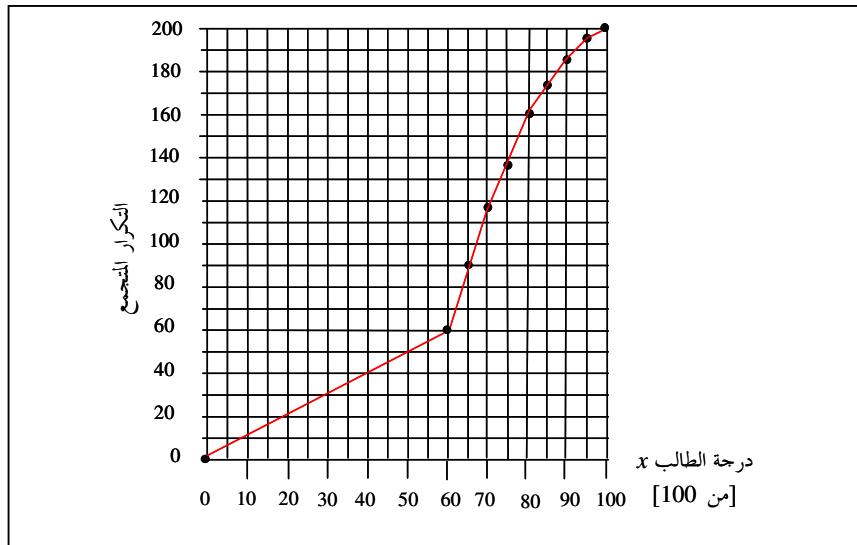
السابقة :

- (أ) الخط المنكسر (١)
 (ب) الخط المنكسر (٢)
 (ج) الخط المنكسر (٣)
 (د) ليس أي خط مما سبق .



خاص بالأسئلة من (٢١) إلى (٢٥) : الشكل المرافق بين المضلع التكراري المتجمع الصاعد لدرجات عدد من الطلاب في مقرر مبادئ

الإدارة ، من هذا الشكل يمكن أن نستنتج ن :



(٢١) العدد الكلي للطلاب هو :

- (أ) 50 (ب) 100 (ج) 150 (د) 200

(٢٢) الوسيط M للدرجات الطلاب يقع بين :

- (أ) 40 , 45 (ب) 50 , 55 (ج) 65 , 70 (د) 75 , 80

(٢٣) عدد الطلاب الحاصلات على درجة أقل من 40 هو :

- (أ) 20% (ب) 40 (ج) 160 (د) 80%

(٤) نسبة الطلاب الحاصلين على تقدير $D+$ على الأقل [أي على درجة 65 فأكثر] هي :

- (أ) 55% (ب) 40% (ج) 45 (د) 65%

(٥) عدد الطلاب الناجحين والحاصلين على درجة أقل من 80 هو :

- (أ) 60 (ب) 80 (ج) 100 (د) 120

أجوبة تدريبات (٣)

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (٥) أ | (٤) ج | (٣) د | (٢) أ | (١) ج |
| (١٠) ج | (٩) د | (٨) ب | (٧) أ | (٦) ج |
| (١٥) د | (١٤) أ | (١٣) د | (١٢) ب | (١١) ب |
| (٢٠) ب | (١٩) ج | (١٨) د | (١٧) أ | (١٦) د |
| (٢٥) ج | (٢٤) أ | (٢٣) ب | (٢٢) ج | (٢١) د |



الوحدة الثالثة

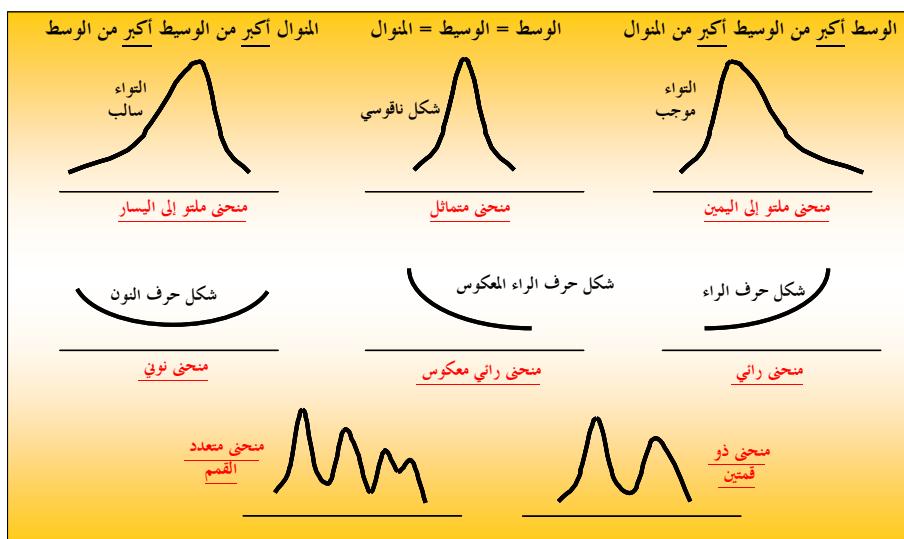
الأبواب : الثالث (مقاييس التزعة المركزية) + الرابع (مقاييس التشتت) + الخامس (الالتواء)

والنفرطح

نظراً لارتباط هذه الأبواب معاً فمن المناسب تجميع معلومات هذه الأبواب معاً ، والله الموفق

- **مقاييس التزعة المركزية (أو المتوسطات) :** هي قيم نموجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات بحيث تعطي دلالات معينة لتلك البيانات . **أمثلة :** الوسط الحسابي – الوسيط – المنوال .
- **مقاييس التشتت :** هي مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة . **أمثلة :** المدى – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري – المدى الربيعي – الانحراف الربيعي – الانحراف المئين .
- **مقاييس التشتت النسبي :** هي مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة . **أمثلة :** معامل الاختلاف [أو معامل التشتت] – معامل الاختلاف الربيعي .
- **مقاييس الالتواء :** هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو بعد عن التمايز لتوزيع ما . **أمثلة :** معامل بيرسون الأول للالتواء – معامل بيرسون الثاني للالتواء – معامل الالتواء الربيعي – معامل الالتواء المئين .
- **مقاييس التفرطح :** هي مقاييس ترصد درجة التدبب (الارتفاع أو الانخفاض) في قمة المحنن مقارنةً بقمة منحنى التوزيع الطبيعي ، فإذا كانت قمة المحنن أعلى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي سُمي المحنن مدبب ، وإذا كانت قمة المحنن أدنى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يكون المحنن مفرطحاً ، أما إذا كانت القمة ليست مدبة أو مسطحة يُسمى المحنن متوسط التفرطح . **أمثلة :** معامل التفرطح المئين .

بعض أشكال المحننات التكرارية :





أولاً : الوسط الحسابي - الانحراف المعياري :

- الوسط = $\frac{\sum f x_0}{\sum f}$ أو $\frac{\sum f x}{\sum f}$ أو $\frac{\sum x}{n}$ [بيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات كمية متصلة]
- الانحراف المتوسط = $\frac{\sum f |d|}{\sum f}$ أو $\frac{\sum |d|}{n}$ [بيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات متصلة]
- التباين = مربع الانحراف المعياري = $\frac{\sum f d^2}{\sum f}$ أو $\frac{\sum d^2}{n}$ [بيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات متصلة]
- الانحراف المعياري = $\sqrt{\frac{\sum f d^2}{\sum f}}$ أو $\sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$ [بيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات متصلة]

مع مراعاة أنه في حالة البيانات الكمية المتصلة تكون القيمة x_0 هي مركز الفئة

- يرتبط بالوسط الحسابي والانحراف المعياري كل من معامل الاختلاف (أو معامل التشتت) والدرجة المعيارية ، حيث :

$\frac{s}{\bar{x}} \times 100$	أي :	معامل الاختلاف = $100 \times \frac{\text{انحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}}$
--------------------------------	------	---

$$\text{الدرجة المعيارية } z \text{ لقيمة ما } x \text{ تُعطى بـ} . \quad z = \frac{x - \bar{x}}{s}$$

ملاحظات هامة :

1. **التباين** هو مربع الانحراف المعياري ، والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين .
2. جموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي يساوي صفرًا ، أي أن : $\sum d = 0$ [بيانات المفردة] ، في حالة البيانات ذات التكرارات أو البيانات المتصلة
3. إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الوسط الحسابي والانحراف المتوسط والانحراف المعياري ، وبعد ذلك أضفنا لكل قيمة من القيم العدد ثابت c فإن الوسط الحسابي الجديد = الوسط القديم + c ، أما الانحراف المتوسط (أو المعياري) الجديد يظل كما هو القديم (أي لا يتأثر) .

مثال : الوسط القديم 10 والانحراف المتوسط القديم 3 والانحراف المعياري القديم 2.5 ، وبالتالي إذا أضفنا لكل قيمة من القيم العدد 1 فإن : الوسط الجديد = $1 + 10 = 11$ ، أما الانحراف المتوسط الجديد يظل كما هو 3 والانحراف المعياري الجديد يظل كما هو 2.5

4. أما إذا ضربنا كل قيمة من القيم في عدد ثابت c فإن الوسط الجديد = القديم مضروباً في c ، أما الانحراف المتوسط (المعياري) الجديد فيساوي القديم مضروباً في **القيمة المطلقة** $-c$.

مثال : الوسط القديم 10 والانحراف المتوسط القديم 3 والانحراف المعياري القديم 2.5 ، وبالتالي إذا ضربنا كل قيمة من القيم في العدد -2 فإن : الوسط الجديد = $10 \times (-2) = -20$ ، أما الانحراف المتوسط الجديد فيصبح $3 \times 2 = 6$ [وليس -2] أي يصبح 6 والانحراف المعياري الجديد يصبح $2.5 \times 2 = 5$.

5. يرتبط بالوسط الحسابي والانحراف المعياري الكميات التالية :



معامل الاختلاف (أو معامل التشتت) : وهو مقياس للتشتت السسي [ويُعبر عنه كنسبة مئوية كالآتي]

$\frac{s}{\bar{x}} \times 100$	أي :	$100 \times \frac{\text{انحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} = \text{معامل الاختلاف}$
--------------------------------	------	--

- الدرجة المعيارية z لقيمة x : وهي ذات أهمية كبيرة في مقارنة نتائج مختلفة ببعضها .

٦. للوسط الحسابي والانحراف المتوسط والانحراف المعياري والتباين نفس المزايا ونفس العيوب :

- المزايا : سهولة الحساب - جميع البيانات تُؤخذ في الاعتبار - لا تحتاج إلى ترتيب معين للبيانات عند حسابها

- العيوب : تتأثر بشدة بالقيم المتطرفة - لا يمكن إيجادها بالرسم - لا يمكن حسابها في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة

- لا يمكن تحديدها للبيانات النوعية [أي يمكن حسابها فقط للبيانات الكمية]

ويُكتفى بحل الأمثلة التالية لثبت المفاهيم السابقة [وكفاية تفهم كيف ثبتت المفاهيم السابقة ، يعني مش لازم تعملها كلها ، لكن تكون فاهم من أين جاءت تلك القيم]

مثال (٣) [سلبي نفسك/الحاضرنة ١١/الشريحة ٤/س ١ مع تغيير بسيط] :

أوجد الوسط الحسابي \bar{x} ، الانحراف المتوسط $M.D$ ، التباين s^2 ، والانحراف المعياري s ومعامل الاختلاف لمجموعة القيم : ٥ ٣ ٨ ٤ ٧ ٦ ١٢ ٤ ٣ ٨ .

• لابد أولاً من حساب الوسط الحسابي :

$$n=10, \quad \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{60}{10} = 6$$

• بعد ذلك نحدد الانحرافات d عن الوسط :

[كل انحراف يساوي القيمة - الوسط الحسابي]

• بعد ذلك نحدد القيم المطلقة $|d|$ للانحرافات :

بأن نأخذ القيمة العددية دون الإشارة

• ونحدد أيضاً مربعات هذه الانحرافات :

بأن نضرب كل قيمة في نفسها

• نحسب الانحراف المتوسط $M.D$ من :

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n} = \frac{22}{10} = 2.2$$

• ونحسب التباين من : $s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{76}{10} = 7.6$ فيكون الانحراف المعياري s هو :

$$\frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2.76}{6} \times 100 = 46\% \quad \bullet \text{معامل الاختلاف} :$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{12 - 6}{2.76} = \frac{6}{2.76} \cong 2.17 \quad \bullet \text{الدرجة المعيارية } z \text{ لقيمة } 12 :$$



مثال (٤) [سلبي نفسك/المحاضرة ١١/الشريحة ٦/س ٢ مع تغير بسيط] : أوجد الوسط الحسابي \bar{x} ، الانحراف المتوسط $M.D$ ، التباين s^2 ، والانحراف المعياري s ومعامل الاختلاف للبيانات المبينة بالجدول التكراري المرافق . ما هي الدرجة المعيارية للقيمة 2 ؟

x	8	2	4	6
f	20	30	35	15

نكون الجدول المبين [بالطبع لابد من تحديد الوسط الحسابي أولاً حتى نستطيع استكمال الجدول] ، فتكون الحسابات التالية :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{450}{100} = 4.5 , \quad M.D = \frac{\sum f|d|}{\sum f} = \frac{185}{100} = 1.85 , \quad s^2 = \frac{\sum fd^2}{\sum f} = \frac{475}{100} = 4.75 \rightarrow s = \sqrt{4.75} = 2.18$$

$$\text{أما معامل الاختلاف فيعطي بـ : } \frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2.18}{4.5} \times 100 \approx 48.44\%$$

$$z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{2 - 4.5}{2.18} \approx -1.15 \quad \text{والدرجة المعيارية للقيمة 2 هي :}$$

x	f	fx	$d = x - \bar{x}$	$ d $	$f d $	d^2	fd^2
8	20	160	$8 - 4.5 = 3.5$	3.5	$20 \times 3.5 = 70$	12.25	245
2	30	60	$2 - 4.5 = -2.5$	2.5	$30 \times 2.5 = 75$	6.25	187.5
4	35	140	$4 - 4.5 = -0.5$	0.5	$35 \times 0.5 = 17.5$	0.25	8.75
6	15	90	$6 - 4.5 = 1.5$	1.5	$15 \times 1.5 = 22.5$	2.25	33.75
100		450			185		475
$\sum f$		$\sum fx$			$\sum f d $		$\sum fd^2$

مثال (٥) [سلبي نفسك/المحاضرة ١١/الشريحة ٦/س ٣ مع تغير بسيط] : أوجد الوسط الحسابي \bar{x} ، الانحراف المتوسط $M.D$ ، التباين s^2 ، والانحراف المعياري s ومعامل الاختلاف للبيانات المبينة بالجدول التكراري المرافق .

x	$5 \leq x < 15$	$15 \leq x < 25$	$25 \leq x < 45$	$45 \leq x < 55$
f	20	30	40	10

بنفس الأسلوب السابق نكون الجدول المبين مع مراعاة أن x سوف تُستبدل بـ x_0 (مركز الفئة) وبالتالي لابد أولاً أن نحدد مراكز الفئات ثم (بالطبع) نحدد الوسط الحسابي ثانياً ، ثم نستكمل الجدول ، فتكون الحسابات التالية :

x	f	x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	$ d $	$f d $	d^2	fd^2
$5 \leq x < 15$	20	10	200	$10 - 27 = -17$	17	$20 \times 17 = 340$	289	5780
$15 \leq x < 25$	30	20	600	$20 - 27 = -7$	7	$30 \times 7 = 210$	49	1470
$25 \leq x < 45$	40	35	1400	$35 - 27 = 8$	8	$40 \times 8 = 320$	64	2560
$45 \leq x < 55$	10	50	500	$50 - 27 = 23$	23	$10 \times 23 = 230$	529	5290
100		2700				1100		15100
$\sum f$			$\sum fx_0$			$\sum f d $		$\sum fd^2$



$$\bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{2700}{100} = 27 , M.D = \frac{\sum f |d|}{\sum f} = \frac{1100}{100} = 11 , s^2 = \frac{\sum f d^2}{\sum f} = \frac{15100}{100} = 151 \rightarrow s = \sqrt{151} = 12.29$$

$$\frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{12.29}{27} \times 100 \approx 45.52\% \quad \text{اما معامل الاختلاف فيعطي بـ :}$$

ثانياً : الوسيط - الربعات - المئين - المدى الريعي - الانحراف المئي

- **الوسيط M لمجموعة من القيم [وهو أحد مقاييس النوعية المركبة] :** هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين متساويتين في العدد ، أي بحيث تقع 50% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 50% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $f \sum \frac{1}{2}$ في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 50%].
- **الربع الأول Q_1 لمجموعة من القيم :** هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 25% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 75% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $f \sum \frac{1}{4}$ في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 25%].
- **الربع ثالث Q_3 لمجموعة من القيم :** هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 75% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 25% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $f \sum \frac{3}{4}$ في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 75%].
- **المدين العاشر P_{10} لمجموعة من القيم :** هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 10% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 90% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $f \sum \frac{1}{10}$ (أو $\sum \frac{1}{100}$) في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 10%].
- **المدين التسعون P_{90} لمجموعة من القيم :** هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 90% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 10% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $f \sum \frac{9}{10}$ (أو $\sum \frac{9}{100}$) في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 90%].

تذكر أن : الوسيط هو نفسه الربع الثاني هو نفسه المدين الخمسين [أي $M = Q_2 = P_{50}$] ، وأن الربع الأول هو

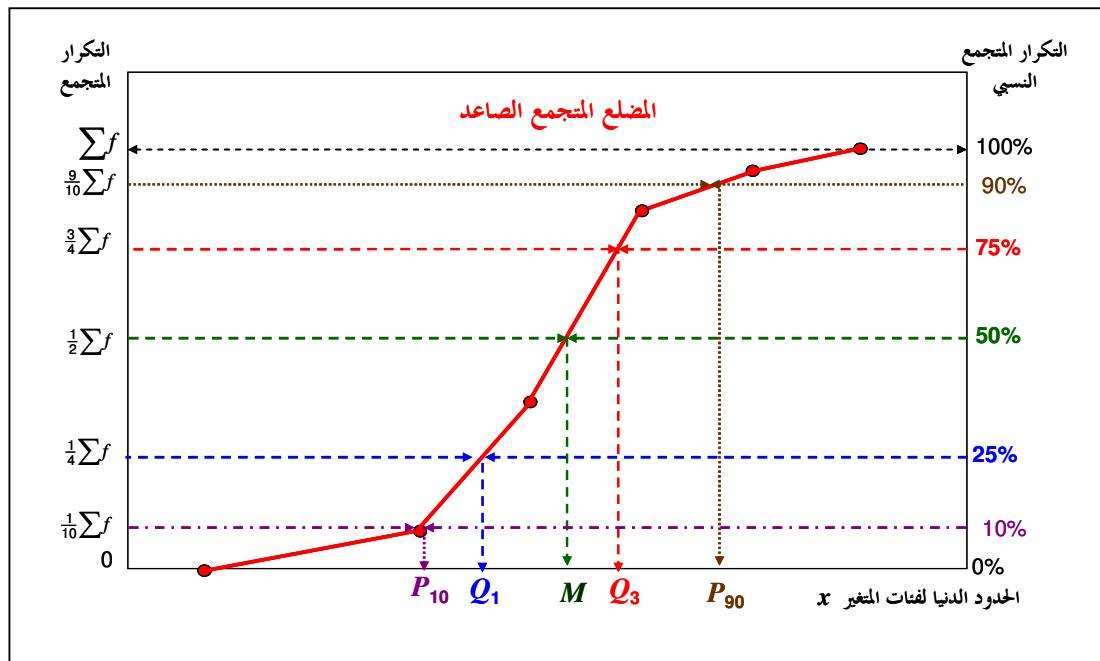
نفسه المدين 25 [أي $Q_1 = P_{25}$] وأن الربع الثالث هو نفسه المدين 75 [أي $Q_3 = P_{75}$]

وللبيانات الكمية المتصلة تتحدد القيم السابقة بيانياً من المضلع التكراري المتجمع الصاعد بنفس الأسلوب :

لتحديد الوسيط : نحدد على المحور الرأسى التكرار المتجمع الصاعد $f \sum \frac{1}{2}$ [أو التكرار المتجمع النسبي 50%] ثم نرسم خطأً أفقياً حتى المضلع ثم نتجه رأسياً لأسفل نحو المحور الأفقي ونرصد قيمة المتغير فتكون هي الوسيط M للبيانات .

لتحديد الربع الأول : نحدد على المحور الرأسى التكرار المتجمع الصاعد $f \sum \frac{1}{4}$ [أو التكرار المتجمع النسبي 25%] ثم نرسم خطأً أفقياً حتى المضلع ثم نتجه رأسياً لأسفل نحو المحور الأفقي ونرصد قيمة المتغير ف تكون هي الربع الأول Q_1 للبيانات .

لتحديد المدين التسعون : نحدد على المحور الرأسى التكرار المتجمع الصاعد $f \sum \frac{9}{10}$ [أو التكرار المتجمع النسبي 90%] ثم نرسم خطأً أفقياً حتى المضلع ثم نتجه رأسياً لأسفل نحو المحور الأفقي ونرصد قيمة المتغير ف تكون هي المدين التسعون P_{90} للبيانات . وهكذا .



• ويرتبط بالكميات السابقة الآتي :

$$P_{90} - P_{10} = \text{المدى المبين}$$

$$Q_3 - Q_1 = \text{المدى الرباعي}$$

$$\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) = \text{نصف المدى الرباعي}$$

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 = \text{معامل الاختلاف الرباعي}$$

$$[M = Q_2] \quad \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \text{معامل الالتواء الرباعي}$$

تذكر أن القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني التواء لليمين والقيمة السالبة تعني التواء لليسار

$$[M = P_{50}] \quad \frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}} = \text{معامل الالتواء المبين}$$

تذكر أن القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني التواء لليمين والقيمة السالبة تعني التواء لليسار

$$\text{معامل التفرطح المبين} = \frac{\text{نصف المدى الرباعي}}{\text{المدى المبين}} = \frac{\text{الانحراف الرباعي}}{\text{المدى المبين}}$$

تذكر أن القيمة الأكبر من 0.26 لمعامل التفرطح تعني أن التوزيع مدبب والقيمة الأقل من 0.26 تعني أن التوزيع مفرط

• المزيد عن الوسيط :

- لتحديد الوسيط لقيم المفردة [عددها n] يجب أولاً ترتيب القيم [تصاعدياً مثلاً] فيكون الوسيط هو القيمة التي تقع في المنتصف (إذا كانت n فردية) أو الوسط الحسابي للقيمتين بال المنتصف (إذا كانت n زوجية).



- في حالة البيانات الكمية المتصلة يمكن تحديد الوسيط حسابياً بطريقة الاستكمال كالتالي :
- نحدد أولاً الفتة الوسيطية بأن نحسب نصف مجموع التكرارات $\left[\frac{1}{2} \sum f \right]$ ثم نبدأ (من الصفر) في إضافة تكرارات الفئات الواحدة تلو الأخرى ، ومع كل إضافة نقارن الناتج بـ $\left[\frac{1}{2} \sum f \right]$ ، فإن كان أقل نستمر في إضافة التكرارات حتى نصل إلى قيمة أكبر من أو تساوي $\left[\frac{1}{2} \sum f \right]$ ف تكون آخر فئة أضفنا تكرارها هي الفتة الوسيطية .
- نحدد هذه الفتة الوسيطية الآتي : حد الأدنى - طولها - تكرارها
- نحسب ما يُسمى بالتكرار المجمع السابق [وهو مجموع تكرارات الفئات السابقة للفترة الوسيطية] .
- نحسب قيمة الوسيط من :

$$\text{الوسيط } M = \text{حد الأدنى للفترة الوسيطية} + \left[\frac{\text{نصف مجموع التكرارات} - \text{التكرار المجمع السابق}}{\text{تكرار الفتة الوسيطية}} \times \text{طول الفتة الوسيطية} \right]$$

ويكتفى بحل الأمثلة التالية لش熙ت المفاهيم السابقة [وكفاية تفهم كيف تمت الحسابات ، يعني مش لازم تعملها كلها ، لكن تكون فاهم من أين جاءت تلك القيم]

<p>مثال (٦) [الخاضرة ٨/الشريحة ٨] : احسب الوسيط لمجموعة القيم :</p>											
(أ) 2 5 6 9 3 3 7 4 6						(ب) 18 5 15 5 12 7 11 9					

لابد (عند تحديد الوسيط) من ترتيب القيم (تصاعدي مثلاً) :

(أ) القيم بعد ترتيبها تصاعدياً : 5 6 6 9 3 3 7 4 6 وسطها 5 [عدد القيم n فردي]

(أ) القيم بعد ترتيبها تصاعدياً : 9 11 7 5 5 وسطها هو $\frac{9+11}{2} = 10$ [عدد القيم n زوجي]

<p>مثال (٧) [الخاضرة ١١/الشريحة ١٠ ، ١٤ مع إضافات] : للتوزيع التكراري المبين :</p>																																			
<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$1 \leq x < 3$</td> <td>$3 \leq x < 5$</td> <td>$5 \leq x < 7$</td> <td>$7 \leq x < 10$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>14</td> <td>29</td> <td>18</td> <td>9</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>												x	$1 \leq x < 3$	$3 \leq x < 5$	$5 \leq x < 7$	$7 \leq x < 10$								f	14	29	18	9							
x	$1 \leq x < 3$	$3 \leq x < 5$	$5 \leq x < 7$	$7 \leq x < 10$																															
f	14	29	18	9																															
<p>احسب الآتي :</p>																																			
<p>(أ) الوسيط [بيانياً وحسابياً]</p>																																			
<p>(ب) الربعات Q_1 ، Q_2 والمدى الربعي والانحراف الربعي ومعامل الاختلاف الربعي ومعامل الانتواء الربعي [محدداً نوع الانتواء]</p>																																			
<p>(ج) المربعات P_{90} ، P_{10} والمدى المثنوي ومعامل الانتواء المثنوي [محدداً نوع الانتواء]</p>																																			
<p>(د) معامل التفرطح المثنوي (محدداً نوع التفرطح)</p>																																			

الوسيط :

* بيانياً : سبق حسابه [مثال (٢) من هذه المذكورة] .

* حسابياً [طريقة الاستكمال] : من الجدول التكراري ،

$$\bullet \text{ احسب } \frac{1}{2} \sum f = \frac{70}{2} = 35 \quad : \quad \frac{1}{2} \sum f$$



الجدول التكراري		
الفئة	x	الكرار f
الأولى	$1 \leq x < 3$	14
الثانية	$3 \leq x < 5$	29
الثالثة	$5 \leq x < 7$	18
الرابعة	$7 \leq x < 10$	9
		$\sum f = 70$

- نبدأ بالصفر [في ذهتنا] ثم نزود عليه تكرار الفئة الأولى [يتحقق 14] وهي قيمة أقل من $\frac{1}{2} \sum f$ فنضيف على الـ 14 تكرار الفئة الثانية وهو 29 [فيتحقق 43 وهو أكبر من $\frac{1}{2} \sum f$] ، إذن الفئة الثانية هي الفئة الوسيطية [حدها الأدنى 3 وطولها 2 وتكرارها 29] ويكون التكرار المتجمع السابق هو تكرار الفئات السابقة للفئة الوسيطية [أي تكرار الفئة الأولى (مفيش غيرها) أي 14] ، وبالتالي يكون الوسيط :

$$M = 3 + \left[\frac{35 - 14}{29} \right] \times 2 = 3 + \frac{21}{29} \times 2 = 3 + 1.45 = 4.45$$

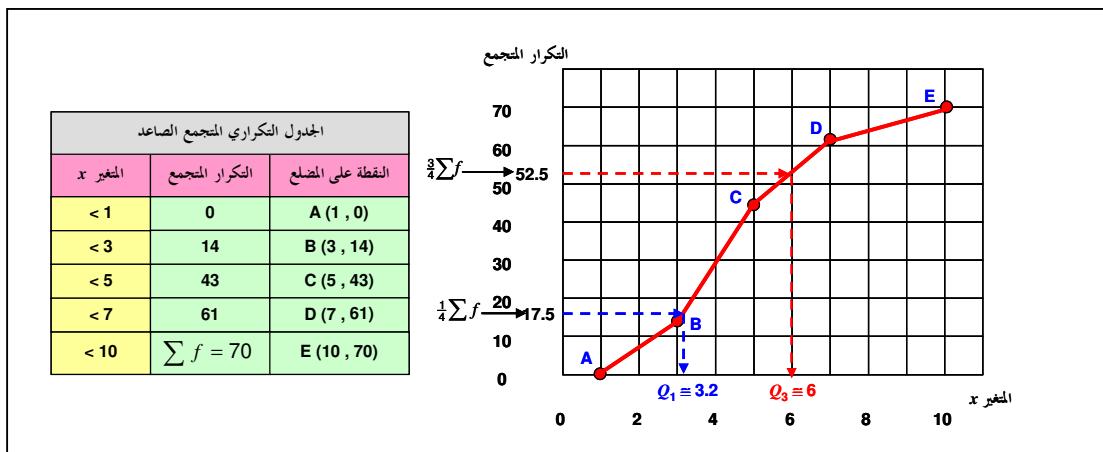
[قارن بالنتيجة التي حصلت عليها بيانياً في مثال (٢)].

الربعات وما يرتبط بها : (ب)

كما في مثال (٢) ، قم بتكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد ومنه ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ومنه حدد الربعين [المناظرة لتكرار متجمع صاعد قدره $Q_1 = \frac{1}{4} \sum f = 17.5$] ، $Q_3 = \frac{3}{4} \sum f = 52.5$ فنحصل [أنظر الرسم] على :

$$Q_1 \approx 3.2 , Q_3 \approx 6$$

ومنها نحصل على المدى الرباعي :



ويكون الانحراف الرباعي هو نصف المدى الرباعي ، أي 1.4 . أما معامل الاختلاف الرباعي فيتحدد من :

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 = \frac{6 - 3.2}{6 + 3.2} \times 100 = \frac{2.8}{9.2} \times 100 \approx 30.4\%$$

ويتحدد معامل الانتواء الرباعي من [نذكر أن $M = Q_2$] :

$$\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{6 - 2 \times 4.45 + 3.2}{6 - 3.2} = \frac{6 - 8.9 + 3.2}{2.8} = \frac{0.3}{2.8} \approx 0.1$$

وهو قيمة موجبة مما يعني أن الانتواء جهة اليمين .

المبيانات وما يرتبط بها : (ج)



وبنفس الطريقة ومن نفس المضلع التكراري المتجمع الصاعد يمكن تحديد المدين العاشر P_{10} [المناظرة لتكرار متجمع صاعد قدره $\frac{1}{10} \sum f = 7$] ، والمدين التسعين P_{90} [المناظرة لتكرار متجمع صاعد قدره $\frac{9}{10} \sum f = 63$] فنحصل [أنظر الرسم] على :

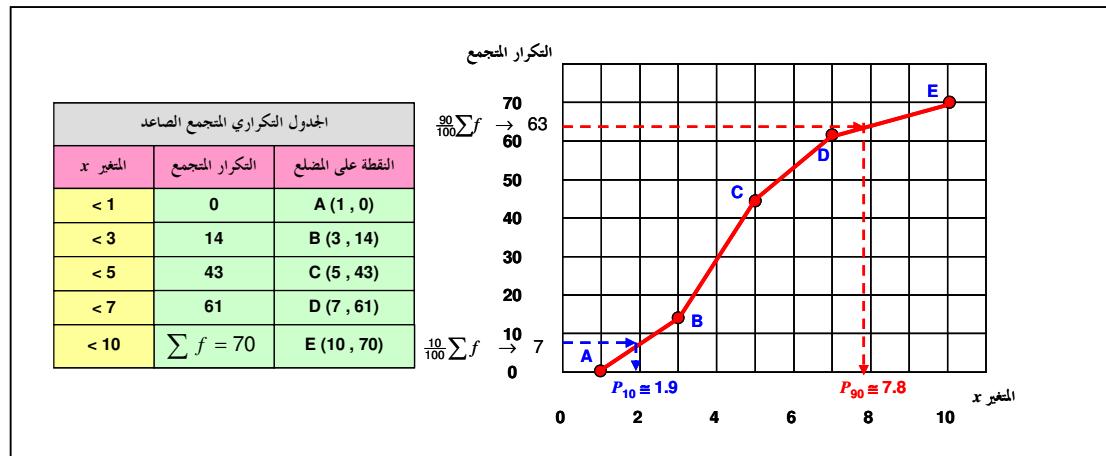
$$P_{10} \cong 1.9, \quad P_{90} \cong 7.8$$

ومنها نحصل على المدى المثنى :

$$P_{90} - P_{10} = 7.8 - 1.9 = 5.9$$

ويكون معامل الاختلاف المثنى هو :

$$\frac{P_{90} - P_{10}}{P_{90} + P_{10}} \times 100 = \frac{7.8 - 1.9}{7.8 + 1.9} \times 100 = \frac{5.9}{9.7} \times 100 \cong 60.8\%$$



ويتحدد معامل الالتواء الربيعي من [تذكرة أن $P_{50} = M$] :

$$\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}} = \frac{7.8 - 2 \times 4.45 + 1.9}{7.8 - 1.9} = \frac{7.8 - 8.9 + 1.9}{5.9} = \frac{0.8}{5.9} \cong 0.1$$

وهو قيمة موجبة مما يعني أن الالتواء جهة اليمين .

(د) **معامل التفرط المثنى** : وهو خارج قسمة الانحراف الربيعي على المدى المثنى ، أي [من نتائج الأجزاء السابقة] يساوي :

$$\frac{1.4}{5.9} \cong 0.24$$

وهي قيمة أقل من 0.26 [للتوزيع الطبيعي] مما يعني أن التوزيع المعطى مفرط .

ثالثاً : المتوال [الشائع] :

- لمجموعة القيم : 18 12 10 11 10 9 7 5 2 لها متواال وحيد هو 9 [مجموعة وحيدة المتواال]
- والمجموعة : 16 10 12 15 8 5 3 ليس لها متواال [عدمية المتواال]
- والمجموعة : 9 7 5 5 4 4 4 لها متواالان هما 4، 7 [ثنائية المتواال]
- والمجموعة : 7 6 6 5 5 4 ليس لها متواال [وليس رباعية المتواال]
- أما المجموعة : 8 7 6 6 5 5 4 فهي رباعية المتواال [هل لاحظت الفرق بين المجموعتين الأخيرتين]
- وللتوزيعات التكرارية المبنية يكون المتواال هو القيمة المناظرة لأكبر تكرار :



لون السيارة	عدد السيارات	الدرجة	عدد الطالب	الدرجة	عدد الطالب	الدرجة	عدد الطالب
R أحمر	10	12	25	12	23	12	28
B أزرق	23	14	25	14	30	14	24
W أبيض	12	16	25	16	30	16	39
Y أصفر	5	18	25	18	17	18	9

بيانات نوعية
لها متوازن وهو "اللون الأزرق"
ليس لها متوازن

بيانات كمية مقطعة
لها متوازن وهي "16 ، 16"
لها متوازن وحيده وهو "الدرجة 16"

- وللتوزيعات التكرارية المتصلة يكون المتوازن (تقريباً) هو مركز الفئة التي لها أكبر كثافة تكرار ، وفي حالة تساوي أطوال الفئات تكون هي الفئة المناظرة لأكبر تكرار .
- مزايا المتوازن : سهل تحديده (إن وُجد) – لا يتأثر بالقيم المتطرفة – لا يحتاج لترتيب البيانات – يمكن تحديده (في حالة وجوده) للبيانات النوعية .
- عيوب المتوازن : قد لا يتواجد – قد يكون غير وحيد

ملحوظات هامة :

ملحوظة (١) : في حالة المنحنيات وحيدة المتوازن وبسيطة الالتواء ، هناك علاقة اعتبارية (تقريبية) بين مقاييس الترعة المركزية : الوسط الحسابي ، الوسيط ، المتوازن على الصورة :

$$\text{الوسط - المتوازن} = \frac{(\text{الوسط - الوسيط})}{3}$$

وفي حالة المنحنى :

- المتماثل يكون : الوسط = الوسيط = المتوازن
- الملتوي لليمين (التواء موجب) يكون : الوسط أكبر من الوسيط أكبر من المتوازن
- المتوى لليسار (التواء سالب) يكون : الوسط أصغر من الوسيط أصغر من المتوازن

ملحوظة (٢) : هناك معاملان للالتواء يعتمدان على بعض مقاييس الترعة المركزية ومقاييس التشتت هما :

$$\text{معامل بيرسون الأول للالتواء} = \frac{(\text{الوسط - المتوازن})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{معامل بيرسون الثاني للالتواء} = \frac{(\text{الوسط - الوسيط})}{3} \div \text{الانحراف المعياري}$$

وللمنحنيات وحيدة المتوازن وبسيطة الالتواء ، إذا كان معامل بيرسون للالتواء (سواء الأول أو الثاني) :

- * صفرًا : فهذا يعني أن المنحنى متماثل
- * موجب : فهذا يعني أن المنحنى ملتوي لليمين
- * سالب : فهذا يعني أن المنحنى ملتوي لليسار



تدرییات (٤)

اختر الإجابة الصحيحة

مقاييس الترعة المركزية هي

- (أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات
- (ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة
- (ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة
- (د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما
- (هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في قيمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

الوسط الحسابي هو أحد مقاييس

- (أ) الترعة المركزية
- (ب) التشتت
- (ج) الانتواء
- (د) التفرطح

في المنحنى التماثلي يكون

- (أ) الوسط أكبر من المتوازن
- (ب) الوسط ضعف المتوازن
- (ج) المتوازن أكبر من الوسط
- (د) الوسط = المتوازن

في التوزيعات وحيدة المتوازن وبسيطة الانتواء لليمين يكون

- (أ) الوسط أكبر من المتوازن
- (ب) الوسط ضعف المتوازن
- (ج) المتوازن أكبر من الوسط
- (د) الوسط = المتوازن

في التوزيعات وحيدة المتوازن وبسيطة الانتواء لليسار يكون

- (أ) الوسط أكبر من المتوازن
- (ب) الوسط ضعف المتوازن
- (ج) المتوازن أكبر من الوسط
- (د) الوسط = المتوازن

لعدد من القيم ، يُعرف مجموع هذه القيم مقسوماً على عددها على أنه

- (أ) الوسط الحسابي للقيم
- (ب) الانحراف المتوسط للقيم
- (ج) تباين تلك القيم
- (د) الانحراف المعياري للقيم

(٧) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وأضفنا لكل قيمة من القيم 2 ، فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| (أ) 18 | (ب) 20 | (ج) 40 | (د) 22 |
|--------|--------|--------|--------|

(٨) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 و PTRINA كل قيمة من القيم في 2 ، فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون

- | | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| (أ) 18 | (ب) 20 | (ج) 40 | (د) 22 |
|--------|--------|--------|--------|

(٩) إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 و PTRINA كل قيمة من القيم في -2 ، فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون

- | | | | |
|---------|--------|--------|--------|
| (أ) -40 | (ب) 20 | (ج) 40 | (د) 22 |
|---------|--------|--------|--------|



(١٠) الوسيط لجموعة من القيم المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هو :

- (أ) القيمة التي تقسّم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساوietين في العدد
- (ب) القيمة الأكثر تكراراً
- (ج) متوسط أكبر وأقل قيمتين
- (د) مجموع القيم مقسوماً على عددها .

(١١) لمجموعة من القيم ، فإن القيمة الأكثر تكراراً (إن وجدت) تسمى :

- (أ) الوسيط الحسابي (ب) الوسيط (ج) المتوال (د) المدى

(١٢) لمجموعة من البيانات الكمية المتصلة (فإذ غير متساوية الطول) تكون الفئة المونالية هي الفئة :

- (أ) الأكبر طولاً (ب) الأكثر تكراراً (ج) الفئة الوسطى (د) الأكثر كثافة تكراراً

(١٣) أحد مقاييس الترعة المركزية الذي قد يمكن تحديده للبيانات النوعية :

- (أ) الوسيط الحسابي (ب) المتوال (ج) الوسيط (د) المدى

(٤) للمنحنيات التكرارية وحيدة المتوال وبسيطة الانثناء يكون :

- (أ) الوسيط - الوسيط = $3 \times (\text{الوسط} - \text{المتوال})$ (ب) الوسيط - المتوال = $3 \times (\text{الوسط} - \text{الوسط})$
- (ج) الوسيط - المتوال = $3 \times (\text{المتوال} - \text{الوسط})$ (د) المتوال - الوسيط = $3 \times (\text{الوسط} - \text{الوسط})$

خاص بالأسئلة من (١٥) إلى (١٧) : لمجموعة القيم 4 5 6 7 8 9 10 :

- (١٥) الوسيط الحسابي يساوي : (أ) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7

- (١٦) الوسيط يساوي : (أ) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7

- (١٧) المتوال يساوي : (أ) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7

خاص بالأسئلة من (١٨) إلى (٢٠) : لمجموعة القيم 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 :

- (١٨) الوسيط الحسابي : (أ) 6 (ب) 7 (ج) 8 (د) 9

- (١٩) الوسيط : (أ) 6 (ب) 7 (ج) 8 (د) 9

- (٢٠) المتوال : (أ) 6 (ب) 7 (ج) 8 (د) 9

خاص بالأسئلة من (٢١) إلى (٢٨) : الشكل المرافق بين عدة توزيعات لتغير متصل x :

(٢١) للتوزيع التكراري (١) ، الفئة المونالية هي :

- (أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثالثة (د) غير موجودة

(٢٢) للتوزيع التكراري (٢) ، الفئة المونالية هي :

- (أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثالثة (د) غير موجودة

(٢٣) للتوزيع التكراري (٣) ، الفئة المونالية هي :

- (أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثالثة (د) الرابعة

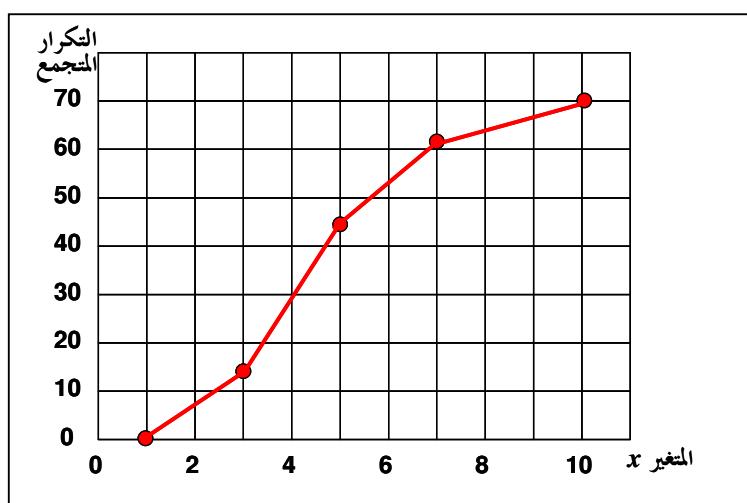


التوزيع التكراري (٢)				التوزيع التكراري (١)				
	x	f	كافة التكرار		x	f	كافة التكرار	
الفئة الأولى	$0 \leq x < 20$	4	20	0.2	الفئة الأولى	4	20	0.2
الفئة الثانية	$20 \leq x < 30$	18	10	1.8	الفئة الثانية	8	40	0.2
الفئة الثالثة	$30 \leq x < 45$	18	15	1.2	الفئة الثالثة	2	10	0.2
الفئة الرابعة	$45 \leq x < 55$	8	10	0.8	الفئة الرابعة	1	5	0.2

التوزيع التكراري (٤)				التوزيع التكراري (٣)				
	x	f	كافة التكرار		x	f	كافة التكرار	
الفئة الأولى	$0 \leq x < 10$	4	5	0.8	الفئة الأولى	4	5	0.8
الفئة الثانية	$10 \leq x < 20$	16	10	1.6	الفئة الثانية	16	10	1.6
الفئة الثالثة	$20 \leq x < 30$	8	8	1.6	الفئة الثالثة	8	5	1.6
الفئة الرابعة	$30 \leq x < 40$	20	40	0.5	الفئة الرابعة	20	40	0.5

خاص بالأسئلة من
(٢١) إلى (٢٨)

- (٤) للتوزيع التكراري (٤) ، الفئة المنوالية هي :
 (أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثالثة (د) الرابعة
- (٥) للتوزيع التكراري (١) ، المنوال هو (تقريباً) :
 (أ) 25 (ب) 10 (ج) 25 (د) غير موجود
- (٦) للتوزيع التكراري (٢) ، المنوال هو (تقريباً) :
 (أ) 10 (ب) 25 (ج) 25 , 37.5 (د) غير موجود
- (٧) للتوزيع التكراري (٣) ، المنوال هو (تقريباً) :
 (أ) 5 (ب) 10 (ج) 10 , 17.5 (د) 17.5
- (٨) للتوزيع التكراري (٤) ، المنوال هو (تقريباً) :
 (أ) 5 (ب) 15 (ج) 25 (د) 35



خاص بالأسئلة من (٢٩) إلى (٣٠) : الشكل

المرافق بين المصلح التكراري المتجمع الصاعد
للمتغير متصل x :

(٢٩) مجموع التكرارات يساوي :

(أ) 10 (ب) 5 (ج) 70 (د) 35

(٣٠) الوسيط يقع بين :

(أ) 4 , 5 (ب) 1 , 2 (ج) 9 , 10 (د) 7 , 8



أجوبة تدريبات (٤)

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (٥) ج | (٤) أ | (٣) د | (٢) أ | (١) أ |
| (١٠) أ | (٩) د | (٨) ج | (٧) ب | (٦) أ |
| (١٥) د | (١٤) ج | (١٣) ب | (١٢) د | (١١) ج |
| (٢٠) د | (١٩) أ | (١٨) ج | (١٧) ج | (١٦) ب |
| (٢٥) د | (٢٤) د | (٢٣) ج | (٢٢) ب | (٢١) د |
| (٣٠) ب | (٢٩) د | (٢٨) د | (٢٧) ج | (٢٦) ب |

تدريبات (٥)

اختر الإجابة الصحيحة

مقاييس التشتت هي (١)

- (أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات
- (ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية لانتشار حول قيمة متوسطة
- (ج) مقاييس تحديد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة
- (د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما
- (هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

مقاييس التشتت النسي هي (٢)

- (أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات
- (ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية لانتشار حول قيمة متوسطة
- (ج) مقاييس تحديد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة
- (د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما
- (هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

الانحراف المتوسط هو أحد مقاييس (٣)

- (أ) الترعة المركزية
- (ب) التشتت
- (ج) الالتواء
- (د) التفرطح

ويمكن أن يستبدل الانحراف المتوسط في رأس السؤال بالانحراف المعياري أو المدى الرباعي أو الانحراف الرباعي أو الانحراف المثنوي

معامل الاختلاف هو أحد مقاييس (٤)

- (أ) الترعة المركزية
- (ب) التشتت
- (ج) الالتواء
- (د) التشتت النسي


ويمكن أن يستبدل "معامل الاختلاف" في رأس السؤال بـ "معامل الاختلاف الريعي"

- (٥) عدد من القيم ، يُعرف متوسط القيم المطلقة لانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه
- (أ) الوسط الحسابي للقيم
 - (ب) الانحراف المتوسط للقيم
 - (ج) تباين تلك القيم
- (٦) عدد من القيم ، يُعرف متوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه
- (أ) الوسط الحسابي للقيم
 - (ب) الانحراف المتوسط للقيم
 - (ج) تباين تلك القيم
- (٧) عدد من القيم ، يُعرف الجذر التربيعي المتوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه
- (أ) الوسط الحسابي للقيم
 - (ب) الانحراف المتوسط للقيم
 - (ج) تباين تلك القيم

خاص بالأسئلة من (٨) إلى (١١) : إذا كان $\sum x$ هو مجموع عدد قدره n من القيم ، وكان $\sum d$ هو مجموع انحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابي ، $\sum |d|$ هو مجموع القيم المطلقة لتلك الانحرافات ، $\sum d^2$ هو مجموع مربعات تلك الانحرافات ، فإن

$$(٨) \quad \frac{\sum x}{n} \text{ هو :}$$

- (أ) الوسط الحسابي للقيم
 - (ب) الانحراف المتوسط للقيم
 - (ج) تباين تلك القيم
 - (د) صفر
- $$(٩) \quad \frac{\sum d}{n} \text{ هو :}$$

- (أ) الوسط الحسابي للقيم
 - (ب) الانحراف المتوسط للقيم
 - (ج) تباين تلك القيم
 - (د) صفر
- $$(١٠) \quad \frac{\sum |d|}{n} \text{ هو :}$$

- (أ) الوسط الحسابي للقيم
 - (ب) الانحراف المتوسط للقيم
 - (ج) تباين تلك القيم
 - (د) صفر
- $$(١١) \quad \frac{\sum d^2}{n} \text{ هو :}$$

- (أ) الوسط الحسابي للقيم
- (ب) الانحراف المتوسط للقيم
- (ج) تباين تلك القيم
- (د) صفر

خاص بالأسئلة من (١٢) إلى (١٥) : إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وانحرافها المتوسط 4 وانحرافها الريعي 5 وأضفنا لكل قيمة من القيم 2 ، فإن :

(١٢) الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

$$(أ) 20 \quad (ب) 22$$

(١٣) الانحراف المتوسط للقيم الجديدة يكون :

$$(أ) 4 \quad (ب) 6$$

(١٤) الانحراف الريعي للقيم الجديدة يكون :



3 (د)

10 (ج)

7 (ب)

5 (أ)

(١٥) التباين للفيقي الجديدة يكون :

49 (د)

7 (ج)

25 (ب)

 $\sqrt{5}$ (أ)**خاص بالأسئلة من (١٦) إلى (١٩) :** إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وانحرافها المتوسط 4 وانحرافها المعياري 5 وضربنا

كل قيمة من القيم في العدد 2 ، فإن :

(١٦) الوسط الحسابي للفيقي الجديدة يكون :

18 (د)

40 (ج)

22 (ب)

20 (أ)

(١٧) الانحراف المتوسط للفيقي الجديدة يكون :

2 (د)

8 (ج)

6 (ب)

4 (أ)

(١٨) الانحراف المعياري للفيقي الجديدة يكون :

10 (د)

7 (ج)

5 (ب)

3 (أ)

(١٩) التباين للفيقي الجديدة يكون :

100 (د)

10 (ج)

25 (ب)

 $\sqrt{5}$ (أ)**خاص بالأسئلة من (٢٠) إلى (٢٣) :** إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وانحرافها المتوسط 4 وانحرافها المعياري 5 وضربنا

كل قيمة من القيم في العدد 2 ، فإن :

(٢٠) الوسط الحسابي للفيقي الجديدة يكون :

-40 (د)

40 (ج)

22 (ب)

20 (أ)

(٢١) الانحراف المتوسط للفيقي الجديدة يكون :

-8 (د)

8 (ج)

6 (ب)

4 (أ)

(٢٢) الانحراف المعياري للفيقي الجديدة يكون :

-10 (د)

10 (ج)

7 (ب)

5 (أ)

(٢٣) التباين للفيقي الجديدة يكون :

-100 (د)

100 (ج)

25 (ب)

 $\sqrt{5}$ (أ)

(٢٤) التباين لمجموعة من القيم هو

(أ) الانحراف المعياري للفيقي

(ب) مربع الانحراف المعياري للفيقي

(ج) الجذر التربيعي للانحراف المعياري

(د) نصف الانحراف المعياري

(٢٥) الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو

(أ) تباين هذه القيم

(ب) نصف تباين للفيقي

(ج) الجذر التربيعي لتباين هذه القيم

(د) مربع تباين هذه القيم

(٢٦) معامل الاختلاف (أو معامل التشتت) يساوي :



- (أ) الوسط الحسابي \div الانحراف المعياري $\times 100$
 (ج) [الانحراف المعياري \div الوسط الحسابي] $\times 100$
- (٢٧) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 25% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 75% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .
- (أ) الربيع الأول (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر
- (٢٨) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 75% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 25% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .
- (أ) الربيع الأول (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر
- (٢٩) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 10% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 90% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .
- (أ) المئين العاشر (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر
- (٣٠) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 90% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 10% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .
- (أ) المئين التسعون (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر
- (٣١) الوسيط لمجموعة من القيم هو نفسه
- (أ) المئين العاشر (ب) الربيع الأول
- (٣٢) الوسيط لمجموعة من القيم هو نفسه
- (أ) المئين العاشر (ب) الربيع الأول
- (٣٣) الربيع الأول لمجموعة من القيم هو نفسه
- (أ) المئين رقم 25 (ج) المئين رقم 75
- (٣٤) الربيع الثالث لمجموعة من القيم هو نفسه
- (أ) المئين رقم 25 (ج) المئين رقم 75
- (٣٥) المدى الربيعي يساوي
- (أ) ضعف الانحراف الربيعي
- (ب) نصف الانحراف الربيعي
- (ج) الانحراف الربيعي
- (د) المدى المئين

خاص بالأسئلة من (٣٦) إلى (٣٩) : إذا كان [مجموعه من القيم] Q_1 هو الربيع الأول ، Q_3 هو الربيع الثالث ، P_{10} هو المئين العاشر ،

P_{90} هو المئين التسعون ، M هو الوسيط ، فإن :

(٣٦) المدى الربيعي لمجموعة القيم يساوي :

$$(P_{90} - P_{10}) \quad (د) \quad (Q_3 - Q_1) \quad (ج) \quad \frac{1}{2}(P_{90} - P_{10}) \quad (ب) \quad \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) \quad (أ)$$

(٣٧) المدى المئين لمجموعة القيم يساوي :

$$(P_{90} - P_{10}) \quad (د) \quad (Q_3 - Q_1) \quad (ج) \quad \frac{1}{2}(P_{90} - P_{10}) \quad (ب) \quad \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) \quad (أ)$$



(٣٨) الانحراف الريعي لمجموعة القيم يساوي :

$$(P_{90} - P_{10}) \quad (د) \quad (Q_3 - Q_1) \quad (ج) \quad \frac{1}{2}(P_{90} - P_{10}) \quad (ب) \quad \frac{1}{2}(Q_3 - Q_1) \quad (أ)$$

(٣٩) معامل الاختلاف الريعي لمجموعة القيم يساوي :

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 \quad (د) \quad \frac{Q_3 + Q_1}{Q_3 - Q_1} \times 100 \quad (ج) \quad \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})} \times 100 \quad (ب) \quad \frac{P_{90} - P_{10}}{2(Q_3 - Q_1)} \times 100 \quad (أ)$$

(٤٠) مقياس لا يتاثر بالقيم المتطرفة

$$(أ) الوسيط \quad (ب) الانحراف المعياري \quad (ج) المدى \quad (د) الوسط الحسابي$$

(٤١) مقياس لا يمكن حسابه للتوزيعات المفتوحة :

$$(أ) الوسيط \quad (ب) المدى \quad (ج) الربيع الأول \quad (د) الربيع الثالث$$

ويمكن أن يستبدل اختيار "المدى" في الإجابات بأي من : الوسط الحسابي وما يعتمد على الوسط [مثل الانحراف المتوسط
- الانحراف المعياري -]

(٤٢) للمنحنيات التكرارية وحيدة المنوال وبسيطة الاتوء يكون الانحراف المتوسط مساوياً (تقريباً) لـ :

(أ) $\frac{4}{5} \times \text{انحراف المعياري}$	(ب) $\frac{3}{2} \times \text{انحراف المعياري}$
(ج) $\frac{5}{4} \times \text{انحراف المعياري}$	(د) $\frac{2}{3} \times \text{انحراف المعياري}$

(٤٣) للمنحنيات التكرارية وحيدة المنوال وبسيطة الاتوء يكون الانحراف الريعي مساوياً (تقريباً) لـ :

(أ) $\frac{4}{5} \times \text{انحراف المعياري}$	(ب) $\frac{3}{2} \times \text{انحراف المعياري}$
(ج) $\frac{5}{4} \times \text{انحراف المعياري}$	(د) $\frac{2}{3} \times \text{انحراف المعياري}$

خاص بالأسئلة من (٤) إلى (٧) : مجموعة من القيم عددها 10 ولها البيانات التالية :

$$\sum x = 60 , \quad \sum |d| = 22 , \quad \sum d^2 = 76$$

حيث x هو مجموع القيم ، d هو الانحراف عن الوسط الحسابي للقيم ، $|d|$ هو القيمة المطلقة لهذا الانحراف ، إذن :

(٤٤) الوسط الحسابي للبيانات السابقة هو :

$$2.76 \quad (د) \quad 6 \quad (ج) \quad 7.6 \quad (ب) \quad 2.2 \quad (أ)$$

(٤٥) الانحراف المتوسط للبيانات السابقة هو :

$$2.76 \quad (د) \quad 6 \quad (ج) \quad 7.6 \quad (ب) \quad 2.2 \quad (أ)$$

(٤٦) التباين للبيانات السابقة هو :

$$2.76 \quad (د) \quad 6 \quad (ج) \quad 7.6 \quad (ب) \quad 2.2 \quad (أ)$$

(٤٧) الانحراف المعياري للبيانات السابقة هو :

$$2.76 \quad (د) \quad 6 \quad (ج) \quad 7.6 \quad (ب) \quad 2.2 \quad (أ)$$



خاص بالأسئلة من (٤٨) إلى (٥١) : في الجدول التكراري المبين [غير مهم البيانات المرصود لها] ، إذا كان d يمثل الانحراف [لكل

قيمة x] عن الوسط الحسابي ، فإن :

(٤٨) الوسط الحسابي للبيانات السابقة هو :

- 4.75 (د) 2.18 (ج) 1.85 (ب) 4.5 (أ)

x	f	fx	d	$ d $	$f d $	d^2	fd^2
.....
.....
2
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 450$			$\sum f d = 185$		$\sum fd^2 = 475$

(٤٩) الانحراف المتوسط للبيانات السابقة هو :

- 4.75 (د) 2.18 (ج) 1.85 (ب) 4.5 (أ)

(٥٠) التباين للبيانات السابقة هو :

- 4.75 (د) 2.18 (ج) 1.85 (ب) 4.5 (أ)

(٥١) الانحراف المعياري للبيانات السابقة هو :

- 4.75 (د) 2.18 (ج) 1.85 (ب) 4.5 (أ)

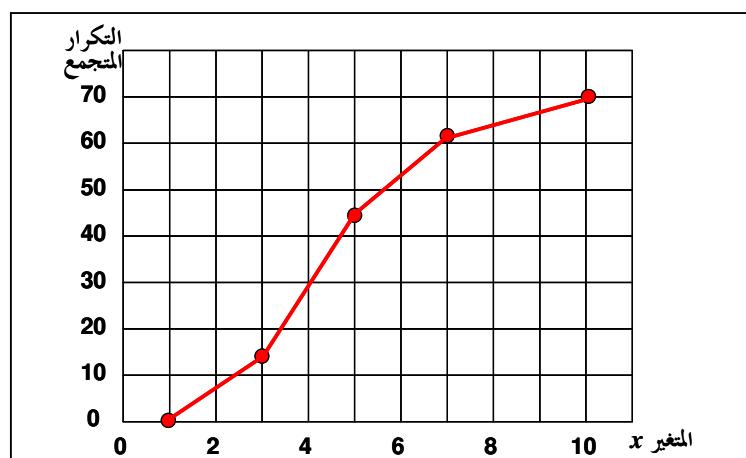
(٥٢) إذا كان الوسط الحسابي لدرجات عدد من الطلاب هو 50 وانحرافها المعياري 5 ، فإن معامل الاختلاف للدرجات يكون :

- 50% (د) 0.5 (ج) 10% (ب) 0.1 (أ)

(٥٣) الدرجة المعيارية للقيمة 13 في مجموعة من القيم وسطها الحسابي 10 وتباعتها 4 هي :

- 1.33 (د) 0.75 (ج) 0.67 (ب) 1.5 (أ)

خاص بالأسئلة من (٥٤) إلى (٦٠) : الشكل المرافق بين المضلعين التكراري المتجمع الصاعد لمتغير متصل x :





تدريبات (٦)

اختر الإجابة الصحيحة

مقاييس الالتواز هي (١)

- (أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات
- (ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة
- (ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة
- (د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما
- (هـ) مقاييس ترصد درجة التدبـب في قيمة المنحـنـي مقارنة بـقـيمـة منـحـنـي التوزـعـ الطـبـعـيـ

مقاييس التفرطـح هي (٢)

- (أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات
- (ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة
- (ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة
- (د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما
- (هـ) مقاييس ترصد درجة التدبـب في قيمة المنحـنـي مقارنة بـقـيمـة منـحـنـي التوزـعـ الطـبـعـيـ

خاص بالأسللة (٣) ، (٤) : إذا كان [مجموعة من القيم] Q_1 هو الربيع الأول ، Q_3 هو الربيع الثالث ، P_{10} هو المئين العاشر ، P_{90} هو المئين التسعون ، M هو الوسيط ، فإن :

(٣) معامل الالتواز الربعي لمجموعة القيم يساوي :

$$\frac{P_{90} - 2M + P_{10}}{P_{90} - P_{10}} \quad (د) \quad \frac{Q_3 - 2M + Q_1}{P_{90} - P_{10}} \quad (ج) \quad \frac{P_{90} - 2M + P_{10}}{Q_3 - Q_1} \quad (ب) \quad \frac{Q_3 - 2M + Q_1}{Q_3 - Q_1} \quad (أ)$$

(٤) معامل التفرطـح المئين لمجموعة القيم يساوي :

$$\frac{Q_3 - Q_1}{P_{90} - P_{10}} \quad (د) \quad \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})} \quad (ج) \quad \frac{P_{90} - P_{10}}{Q_3 - Q_1} \quad (ب) \quad \frac{Q_3 - Q_1}{P_{90} + P_{10}} \quad (أ)$$

(٥) لتحديد معامل بيرسون الأول للالتواز يلزم معرفة

- (أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال

(٦) لتحديد معامل بيرسون الثاني للالتواز يلزم معرفة

- (أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال

(٧) لتحديد معامل الالتواز الربعي يلزم معرفة

- (أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال

(٨) لتحديد معامل الالتواز المئين يلزم معرفة

- (أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال



أجوبة تدريبات (٦)

- (١) د (٢) هـ (٣) أ (٤) ج (٥) ب (٦) أ (٧) ج (٨) د

الوحدة الرابعة : الباب السادس [تحليل الارتباط]

المقصود بـ "تحليل الارتباط" هو أنه لو كان لدينا مجموعتين من البيانات : الأولى تخص متغير x والأخرى تخص متغير آخر y ، ندرس هذه البيانات ونحدد الآتي :

(١) هل هناك علاقة بين هاتين المجموعتين من البيانات أم لا : فإذا كانت هناك علاقة نقول أن المتغيرين y ، x مرتبطان وإلا فهما غير مرتبطين

(٢) مدى قوّة هذه العلاقة [إن وُجدت] : هل هي قوية جداً أم قوية أم متوسطة أم ضعيفة أم ضعيفة جداً

(٣) نوع هذه العلاقة [إن وُجدت] : هل هي طردية أم عكssية [في العلاقة الطردية : كلما زادت قيمة x زادت أيضاً قيمة y ، وفي العلاقة العكسية : كلما زادت قيمة x نقصت قيمة y]

ويمكننا ذلك عن طريق **"شكل الانتشار"** أو **"معامل ارتباط الرب"** حيث :

$$r = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n(n^2 - 1)}$$

والتي تحصر قيمته بين -1 ، $+1$ ، فإذا كانت قيمته :

- **موجبة** ، دل ذلك على أن هناك ارتباط **طردي** بين المتغيرين y ، x
- **سالبة** ، دل ذلك على أن هناك ارتباط **عكسى** بين المتغيرين y ، x
- **صفرًا** ، دل ذلك على أنه ليس هناك ارتباط بين المتغيرين y ، x

أما قوّة الارتباط فتحددتها القيمة المطلقة لمعامل الارتباط طبقاً للجدول التالي :

قوّة الارتباط	القيمة المطلقة لمعامل الارتباط
لا يوجد ارتباط	0
ارتباط ضعيف	$0 < r \leq 0.4$
ارتباط متوسط	$0.4 < r \leq 0.6$
ارتباط قوي	$0.6 < r < 1$
ارتباط تام	1
خطأ في الحسابات	> 1



وتذكر أن الإشارة الموجة لعامل الارتباط تعني أن الارتباط طريدي ، والإشارة السالبة تعني أنه عكسى

تدرییات (٧)

اختر الإجابة الصحيحة

(١) إذا كانت D تمثل الفرق في الرتب [بين قيم y] ، n هو عدد أزواج القيم (x,y) ، فإن معامل ارتباط الرتب r بين y ، x هو

$$r = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n(n-1)} \quad (د) \quad r = \frac{1-6\sum D^2}{n(n-1)} \quad (ج) \quad r = 1 - \frac{6 \sum D^2}{n(n^2-1)} \quad (ب) \quad r = \frac{1-6\sum D^2}{n(n^2-1)} \quad (أ)$$

إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين y ، x يساوي 0.45 فهذا يعني أن x ، y :

- (أ) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً متوسطاً
 (ب) مرتبطة ارتباطاً طريديّاً قوياً
 (ج) غير مرتبطتين
 (د) مرتبطة ارتباطاً طريديّاً متوسطاً

إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين y ، x يساوي 0.84 فهذا يعني أن x ، y :

- (أ) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً متوسطاً
 (ب) مرتبطة ارتباطاً طريديّاً قوياً
 (ج) غير مرتبطتين
 (د) مرتبطة ارتباطاً طريديّاً متوسطاً

إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين y ، x يساوي -0.92 . فهذا يعني أن x ، y :

- (أ) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً قوياً
 (ب) مرتبطة ارتباطاً طريديّاً قوياً
 (ج) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً تماماً
 (د) مرتبطة ارتباطاً طريديّاً متوسطاً

إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين y ، x يساوي -0.22 . فهذا يعني أن x ، y :

- (أ) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً قوياً
 (ب) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً متوسطاً
 (ج) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً تماماً
 (د) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً ضعيفاً

إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين y ، x يساوي -1 . فهذا يعني أن x ، y :

- (أ) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً قوياً
 (ب) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً متوسطاً
 (ج) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً تماماً
 (د) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً ضعيفاً

إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين y ، x يساوي -2 . فهذا يعني أن :

- (أ) x ، y مرتبطان ارتباطاً عكسيّاً قوياً
 (ب) x ، y مرتبطان ارتباطاً طريديّاً قوياً
 (ج) مرتبطة ارتباطاً عكسيّاً تماماً
 (د) هناك خطأ في الحسابات

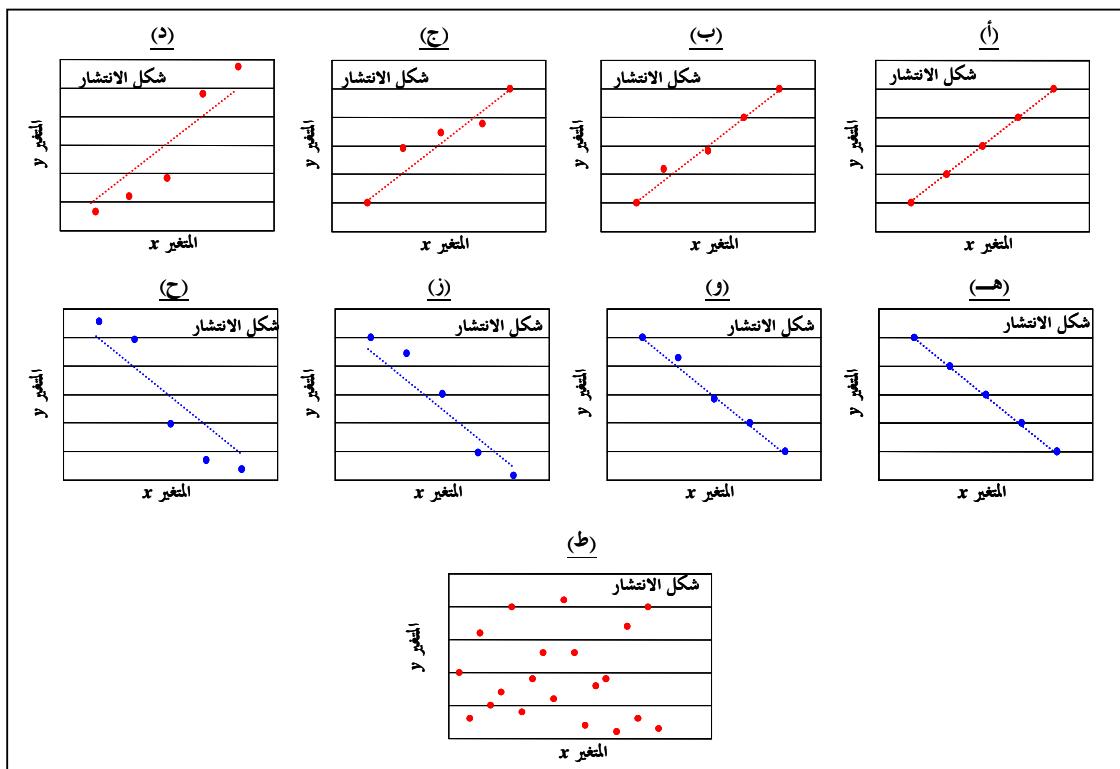
في شكل (أ) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين y ، x :

- (أ) مرتبطة عكسيّاً ارتباطاً قوياً
 (ب) مرتبطة طريديّاً ارتباطاً قوياً
 (ج) غير مرتبطتين
 (د) مرتبطة ارتباطاً طريديّاً تماماً

في شكل (ب) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين y ، x :



- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً
 (ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً قوياً
 (ج) غير مرتبطين
 (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً تماماً



(١٠) في شكل (ج) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً
 (ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً متواسطاً
 (ج) غير مرتبطين
 (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً متواسطاً

(١١) في شكل (د) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متواسطاً
 (ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً ضعيفاً
 (ج) غير مرتبطين
 (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً متواسطاً

(١٢) في شكل (ه) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً
 (ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً تماماً
 (ج) غير مرتبطين
 (د) مرتبطان ارتباطاً عكسياً ضعيفاً

(١٣) في شكل (و) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متواسطاً
 (ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قويًا
 (ج) غير مرتبطين
 (د) مرتبطان عكسياً ارتباطاً ضعيفاً

(١٤) في شكل (ز) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متواسطاً
 (ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قويًا



(ج) غير مرتبطين (د) مرتبطان عكسياً ارتباطاً ضعيفاً

(١٥) في شكل (ج) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x ، y :

- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متوسطاً
 (ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً
 (ج) غير مرتبطين

(١٦) في شكل (ط) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x ، y :

- (أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً ضعيفاً
 (ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً ضعيفاً
 (ج) غير مرتبطين

(١٧) إذا كان $D^2 = 15$ حيث D تمثل الفرق في الرتب بين 10 أزواج من قيم ظاهريتين y ، x ، فإن معامل ارتباط الرتب بين هاتين الظاهرتين يساوي :

- 0.91 (د) -0.09 (ج) -0.99 (ب) 0 (أ)

أجوبة تدريبات (٧)

- | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|
| (٥) د | (٤) أ | (٣) ب | (٢) د | (١) ب |
| (١٠) د | (٩) ب | (٨) د | (٧) د | (٦) ج |
| (١٥) د | (١٤) أ | (١٣) ب | (١٢) ب | (١١) ب |
| | | | (١٧) د | (١٦) ج |

بالتفوق والنجاح

د. سعيد سيف الدين

محرم ١٤٣٣ هـ