تبويب قوانين محاضرة 1+ 2 للتحليل الإحصائي

المجموعات و الحوادث

المجموعات

العمليات على المجموعات	خواص العمليات الجبرية
١. الاتحاد ∪ : $A \cup B$: عناصر A+ عناصر B –المكرر ٢. التقاطع ∩ : $A \cap B$: العناصر المشتركة ٣. المتمم أو المكمل: $\bar{A}$: عناصر المجموعة الكلية U – A ٤. الفرق: A-B: نحذف العناصر المشتركة بين A وB، ثم نكتب عناصر A فقط	١. خواص الاتحاد : $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ٢. خواص التقاطع : $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

الحوادث

أنواع الحوادث / العمليات على الحوادث	الجمع ∪ أو	الضرب ∩ و
١.الحوادث المتنافية: لا يمكن وقوعهم معاً، تقاطعهم =θ	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cap B) = 0$
٢.الحوادث المستقلة: وقوع أحدهما أو عدم وقوعه لا يؤثر على الآخر	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$	$P(A \cap B) = P(A) \times (B)$
٣.الحوادث الشاملة: لابد من وقوع أحدها	-	

على الأقل: ∪ (أو) **+**

معاً: ∩ (و) **×**

توفر: A

عدم توفر: $\bar{A}$

توفر نوع واحد ""فقط"" : $A \cap \bar{B}$

توفر نوع واحد : (إما أو) : $(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$

التوزيع الاحتمالي P(x) للمتغير العشوائي

المتغير العشوائي المنفصل "المتقطع"

التوزيع ذو الحدين	توزيع بواسون
$P(x)= ncr\ p^x\ q^{n-x}$	$P(x)= \frac{e^{-\mu}\ \mu^x}{x!}$
الوسط الحسابي $\mu=np$ التباين $\sigma^2=npq$ الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$	الوسط الحسابي = التباين $\mu=np$ $\sigma^2=np$ $e= 2.718$
شكل التوزيع: التوزيع متماثل P= 0.5 التوزيع سالب الالتواء P> 0.5 التوزيع موجب الالتواء P< 0.5	**شكل التوزيع:** توزيع بواسون دائماً موجب الالتواء

لا بد من التفريق بين مسائل ذو الحدين و بواسون و ذلك مهم جداً عندما يسأل عن التباين فكما قلنا بأن تباين ذو الحدين =npq، و تباين بواسون= np "أي نفس الوسط الحسابي"، و قد يعطينا في المسألة n و p و منها نحصل على μ التي تستخدم في بواسون، و للتفريق بينهما فإن مسائل ذو الحدين n<30 أما بواسون فإن n>30 "تكون كبيرة جداً" و النجاحات P صغيرة عادةً تكون مسائل بواسون عن أخطاء مطبعية، حوادث سيارات، مصانع.. و غالباً سيذكر الدكتور "توزيع بواسون" و إذا لم يُذكر شيء فيعني أنه توزيع ذو الحدين.

المتغير العشوائي المتصل "المستمر"

التوزيع الطبيعي

لإيجاد p(x)،نوجد أولاً قيمة z

$$Z= \frac{x-\mu}{\sigma}$$

إذا كان -1<z<1 فإن p = 68.26%

إذا كان -2<z<2 فإن p = 95.45%

إذا كان -3<z<3 فإن p = 99.74%

نطرح إذا كان:

$z>1\ ,\ p= 0.5-\frac{68.26\%}{2}$	$Z<-1\ \ p= 0.5-\frac{68.26\%}{2}$
$z>2\ ,\ p= 0.5-\frac{95.45\%}{2}$	$Z<-2,\ p= 0.5-\frac{95.45\%}{2}$
$z>3\ ,\ p= 0.5-\frac{99.74\%}{2}$	$Z<-3,\ p= 0.5-\frac{99.74\%}{2}$

نجمع إذا كان:

$z>-1\ ,\ p= 0.5+\frac{68.26\%}{2}$	$Z<1\ \ p= 0.5+\frac{68.26\%}{2}$
$z>-2\ ,\ p= 0.5+\frac{95.45\%}{2}$	$Z<2,\ p= 0.5+\frac{95.45\%}{2}$
$z>-3\ ,\ p= 0.5+\frac{99.74\%}{2}$	$Z<3,\ p= 0.5+\frac{99.74\%}{2}$

إذا كانت Z محصورة بين 0 و 1أو 2 أو 3 سواء موجب أو سالب، الاحتمال يقسم على 2 فقط بدون جمع أو طرح لأن من الـ0 إلى قيمة المعامل تعني نصف المساحة، مثل:

$0<Z<1\ \ p=\frac{68.26\%}{2}$ أو $0<Z<2\ \ p=\frac{95.45\%}{2}$

التوزيع الطبيعي المعياري

-

توزيع t

-

الاستدلال الإحصائي للمتغير العشوائي المتصل

التقدير "محاضرة6"
تقدير الوسط الحسابي للمجتمع μ

التقدير بنقطة

الوسط الحسابي للمجتمع
=
الوسط الحسابي للعينة

$$\mu = \bar{x}$$

التباين للمجتمع = التباين للعينة

$$\sigma^2 = \sigma$$

التقدير بفترة

التوزيع الطبيعي:

1- إذا كان σ معلوم، و n>30:

$$\mu = \bar{X} \mp Z\frac{e}{\sqrt{n}}$$

2- إذا كان σ مجهول ، و n>30 :

$$\mu = \bar{X} \mp Z\frac{s}{\sqrt{n}}$$

تقدير فترة النسبة للمجتمع

$$P = \bar{P} \mp Z\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$$

حيث $\bar{P} = \frac{\text{الحالات المحققة}}{\text{العدد}}$

توزيع t:

1- إذا كان σ مجهول ، و n<30 :

$$\mu = \bar{X} \mp t\frac{n}{\sqrt{n}}$$

تحديد حجم العينة لتقدير الوسط الحسابي للمجتمع:

$$n = \frac{z^2\ \sigma^2}{e^2}$$

اختبار الفروض
إيجاد قيمة إحصائي الاختبار

"محاضرة7"

1- اختبار النسبة:

$$Z_{\bar{p}} = \frac{\bar{P}-P}{\sqrt{\frac{P(1-p)}{n}}}$$

2- عينتين مستقلتين "مختلفتين":

$$Z_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2{}_1}{n_1}+\frac{\sigma^2{}_2}{n_2}}}$$

نلاحظ وجود تباين σ^2

الفروض المعلمية"محاضرة 8,9،10" اختبار z،t، F

1- اختبار عينة واحدة:

أ- إذا كان σ معلوم: $Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

أ- إذا كان σ مجهولة: $t = \frac{\bar{x}-\mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$

دائماً مع اختبار t نحسب درجات الحرية:

درجات الحرية= n-1

2- اختبار عينتين مستقلتين:

نفس العينة نقسم نصفين

$$t = \frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

$$S^2 = \frac{(n_1-1)(s^2{}_1)+(n_2-1)(s^2{}_2)}{(n_1+n_2)-2}$$

درجات الحرية= $(n_1+n_2)-2$

3- اختبار عينتين مرتبطتين:

نفس العينة تتكرر مرتين بدون تقسيم

$$t = \frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s^2{}_1}{n_1}+\frac{s^2{}_2}{n_2}-2r\left(\frac{s_1}{\sqrt{n_1}}\right)\left(\frac{s_2}{\sqrt{n_2}}\right)}}$$

درجات الحرية= n-1

4- اختبار تعدد العينات:

خطوات حل استخراج إحصائي الاختبار F من الملخص محاضرة "9"

5- اختبار معنوية معامل الارتباط:

$$r_{1.2.3} = \frac{r_{1.2}-[(r_{1.3})(r_{2.3})]}{\sqrt{(1-(r_{1.3})^2)(1-(r_{3.2})^2)}}$$

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}$$

درجات الحرية = n-2

الفروض اللامعلمية "محاضرة11،12" اختبار كا²

أولاً: اختبار جودة التوفيق

1- لمتغير واحد:

1- توفيق توزيع منتظم

نكوّن جدول و الخانات كما يلي:

1: الفئات

2: التكرار"ش "

3: التوقع ت= المجموع الكلي ÷ عدد الفئات

4: (ش-ت)²

5: (ش-ت)² ÷ت

مجموع الخانة الأخيرة= كا²

درجات الحرية =عدد الفئات -1

2- توفيق ذات الحدين

خطوات حساب ت:

1: نحسب μ= حاصل مجموع ضرب كل خليتين÷ المجموع الإجمالي

2: نحسب P حيث: μ=np ومنه P=$\frac{\mu}{n}$

3: نكوّن جدول توزيع احتمالي كما في محاضرة3 لذو الحدين مع ضرب كل احتمال في المجموع الإجمالي، نجمع النواتج مجموع النواتج=ت..

4: نكرر نفس خطوات التوزيع المنتظم أعلاه في تكوين الجدول و حساب قيمة كا²

درجات الحرية = عدد الخلايا-عدد المعلمات

2- اختبار جودة التوفيق لمتغيرين:

خطوات حساب ت:

ت= مج الصفوف× مج الأعمدة ÷ الإجمالي

نكرر نفس خطوات التوزيع المنتظم أعلاه في تكوين الجدول و حساب قيمة كا²

درجات الحرية =(الصفوف-1)(الأعمدة-1)

ثانياً: اختبار تباين المجتمع:

$$X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

ملاحظات:

صيانة الفروض:

- الفرض العدمي :
  - إذا كان يسأل عن وجود فرق أو الاختلاف : فالفرض العدمي إما يساوي أو يتبع التوزيع المستخدم أو يتفق. (لأن الفرض العدمي يعني انعدام وجود فرق أو اختلاف)
  - إذا كان يسأل عن وجود علاقة : لا توجد علاقة (لأن الفرض العدمي يعني انعدام وجود علاقة)
  - دائماً في العلاقات المنطقية فالفرض العدمي يحمل إشارة = ، ماعدا في محاضرة 12 في تباين المجتمع يحمل إشارة متباينة.
  - في اختبار كروسكال والس الفرض العدمي: الفرق غير معنوي (أي لا يوجد فرق)

- الفرض البديل:
- إذا كان يسأل عن وجود فرق أو الاختلاف : إما ≠ أو > أو < أو لا يتبع التوزيع المستخدم أو لا يتفق.
- إذا كان يسأل عن علاقة: توجد علاقة.
- في اختبار كروسكال والس الفرض البديل: الفرق معنوي (أي يوجد فرق)

اختصاراً:

الفرض العدمي : = ، يتبع التوزيع المستخدم، يتفق، الفروق غير معنوية، لا توجد علاقة.

الفرض البديل : ≠ أو > أو < ، لايتبع التوزيع المستخدم ، لا يتفق، الفروق معنوية، توجد علاقة.

- معامل Z يُحفظ:
  - إذا كان مستوى المعنوية 5% فإن $Z=\pm 1.95$ لاختبار الطرفين أي أن الفرض البديل≠ ، أما إذا كان اختبار طرف يمين فإن $z= 1.65$ و إذا كان اختبار طرف يسار $z= -1.65$
  - إذا كان مستوى المعنوية 1% فإن $Z= 2.58$ لاختبار الطرفين أي أن الفرض البديل≠ ، أما إذا كان اختبار طرف يمين فإن $z= 2.33$ و إذا كان اختبار طرف يسار $z= -2.33$
  - هذه المستويات المعنوية الغالبة في الاختبارات، و إذا لم يُذكر مستوى المعنوية في الاختبار فإنه = 5%

- قيمة إحصائي الاختبار إذا كان:
  - إحصائي الاختبار المحسوب أكبر من إحصائي الاختبار الجدولي = نقبل الفرض البديل
  - إحصائي الاختبار المحسوب أصغر من إحصائي الاختبار الجدولي = نقبل الفرض العدمي
  - إذا كان : $Sig > .05$ نقبل الفرض العدمي (ناتج طرحهما = موجب)
  - إذا كان : $Sig < .05$ نقبل الفرض البديل (ناتج طرحهما = سالب)

ملاحظات على اختبارات الفروض المعلمية:

1- عينتين مستقلتين محاضرة 7:

- نلاحظ أن العينتين مختلفتين عن بعضهما و السؤال يحتوي على تباين، إذاً نستخدم إحصائي اختبار $Z_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2{}_1}{n_1}+\frac{\sigma^2{}_2}{n_2}}}$

2- اختبار عينتين مستقلتين"منفصلتين" محاضرة 8:

- نلاحظ أن العينة هي نفسها و تقسم مرتين أو تُجرى على مجموعتين.
- المجموعة التجريبية = μ_1
- المجموعة الضابطـة = μ_2
- نستخدم إحصائي اختبار $t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{s\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$ ، حيث $S^2=\frac{(n_1-1)(s^2{}_1)+(n_2-1)(s^2{}_2)}{(n_1+n_2)-2}$
- ملاحظات مهمة على اختبار عينين مستقلتين:
  - لحل قانون S^2لابد من **التركيز في معطيات السؤال**، فلو أُعطي في السؤال انحراف S بدون تربيع في هذه الحالة لابد من أن نربع الانحراف في القانون، و لو أُعطي في السؤال S^2 مع تربيع لا حاجة للتربيع في القانون.
  - **نركز في المطلوب أيضاً من السؤال** فلو طلب لانحراف المعياري لابد من حساب الجذر للناتج.

3- اختبار عينتين مرتبطتين محاضرة8:

- نلاحظ أن العينة لا تقسم إنما تتكرر مرتين ، يُجرى نفس الاختبار على نفس المجموعة مرة قبل و مرة بعد.
- طالما هناك ارتباط بين العينين إذاً القانون يشتمل على معامل ارتباط r.
- نستخدم إحصائي اختبار $t=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s^2{}_1 1}{n_1}+\frac{s^2{}_2}{n_2}-2r\,(\frac{s_1}{\sqrt{n_1}})(\frac{s_2}{\sqrt{n_2}})}}$

ملاحظات على اختبارات الفروض اللامعلمية:

- **محاضرة 12:**
  - في اختبار توفيق توزيع ذو الحدين: درجات الحرية= عدد الخلايا – عدد المعلمات ، عدد الخلايا بعد الدمج إذا كان هنالك دمج أو عدد الخلايا فقط إذا لم يوجد دمج، و عدد المعلمات دائماً = 2 لأن هناك معلمتين فقط n و p.
  - في تباين المجتمع يجب التركيز في المعطى في السؤال إذا كان **تباين لا** يتم تربيعه في القانون $X^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$ ، أما إذا كان انحراف فيجب تربيعه.
- **تصاغ الفروض بناءً على تباين المجتمع R و ليس تباين العينة r.**

- **محاضرة 13:**
  - **المطلوب في سؤال الاختبار (وفقاً لما تكرر في أسئلة الاختبارات السابقة)**

١. اختبار مان وتني:
- يسأل عن اسم الاختبار في الجدول
- و هل نقبل الفرض العدمي (Sig > .05)
- أو نقبل الفرض البديل (Sig < .05)
- **قيمة إحصائي الاختبار *__فقط__* في مان وتني تكون نفسها قيمة Sig لان الأرقام بجانب اسم الاختبار كبيرة جداً و لا تصلح للمقارنة.**

٢. اختبار ويلكوكسن:
- يسأل عن التأثير القبلي و البعدي
- و هل نقبل الفرض العدمي (Sig > .05)
- أو نقبل الفرض البديل (Sig < .05)

٣. اختبار كروسكال والس:
- يسأل هل نقبل الفرض العدمي (Sig > .05) (الفرض العدمي الفروق غير معنوية)
- أو نقبل الفرض البديل (Sig < .05) (الفرض البديل الفروق معنوية)

٤. اختبار كولومجروف سيمرنوف:
- **يسأل عن:**
- المتوسط Mean
- الانحراف المعياري Std. Deviation
- قيمة إحصائي الاختبار Kolmogorov-samirnov Z
- هل نقبل الفرض العدمي (Sig > .05) **(الفرض العدمي يتبع التوزيع المستخدم)**
- أو نقبل الفرض البديل (Sig < .05) **(الفرض البديل لا يتبع التوزيع المستخدم)**
- اسم التوزيع المستخدم يظهر آخر الجدول: إما يكون طبيعي Normal أو بواسون Poisson أو منتظم Uniform أو أُسي Exponetial .