جامعة الملك فيصل
KING FAISAL UNIVERSITY
١٩٧٥ ١٣٩٥

المستوى الثالث

الإحصاء في الإدارة

STATISTICS

مقرر الإحصاء في الإدارة
للدكتور عبد الله النفيعي

الملخص من إعداد لوسيندآ العصاميه
الفصل الدراسي الأول
من العام 2018-2019

Designed By مستعينة بربي

المحاضره الاولى

مقدمة الى الإحصاء

الإحصاء

من الفعل أحصى بمعنى جمع و أحاط

قال تعالى :
« و كل شيء أحصيناه كتاباً»

تعريف علم الإحصاء Statistics

هو العلم الذي يبحث في تصميم أساليب جمع البيانات و التقنيات المختلفة لتنظيم و تصنيف و عرض البيانات و تلخيصها في صورة مؤشرات رقمية لوصف و قياس خصائصها الأساسية و تحليلها بغرض اتخاذ القرارات المناسبة

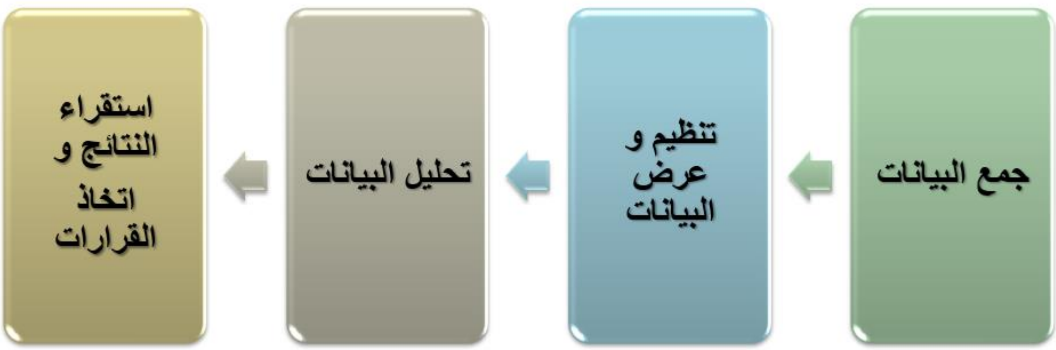
الإحصاء قديماً

مجرد جمع المعلومات و ترتيبها في جداول أو ابرازها في رسوم بيانية أو أشكال تصويرية.

الإحصاء الحديث

العلم الذي يبحث في جمع البيانات و تنظيمها و عرضها و تحليلها و استقراء النتائج و اتخاذ القرارات.

الخطوات المنهجية للتحليل الإحصائي في البحث العلمي



- جمع البيانات

عملية الحصول على المعلومات أو قيم المشاهدات أو القياسات للتجارب التي يجريها الإحصائي.

- تنظيم و عرض المعلومات

عملية وضع المعلومات في جداول منسقة و عرضها بطرق مناسبة كالأشكال الهندسية و الرسوم البيانية و غيرها.

- تحليل البيانات

عملية إيجاد قيم لمقاييس و اقترانات معينة تحدد قيمها من البيانات موضع الدراسة.

- الاستقراء و اتخاذ القرارات

الاستنتاجات التي يصل إليها الباحث و تكون على شكل تقديرات أو تنبؤات أو تعميمات أو قرار برفض أو قبول الفرضيات الإحصائية.

البيانات (Data)

مجموعة القيم التي يتم جمعها من مفردات المجتمع أو العينة لخاصية معينة (متغير).

ما هو المتغير ..؟

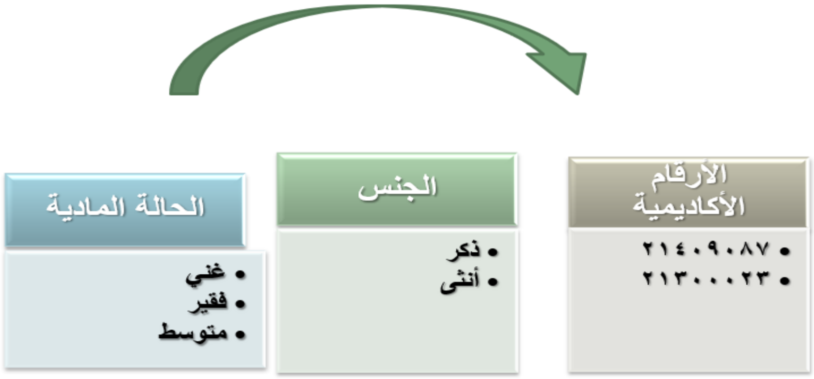
What is variable?

أنواع البيانات

تنقسم البيانات إلى قسمين:

بيانات نوعية (وصفية)

البيانات التي يمكن حصرها في عدة أوجه وصفية و لا يمكن إجراء العمليات الحسابية عليها كالجمع و الطرح



البيانات الكمية

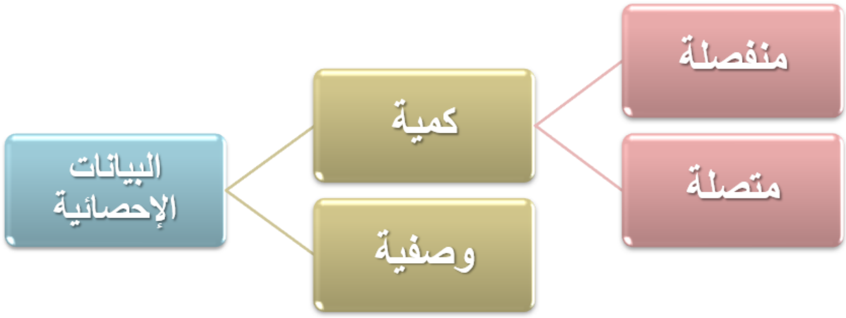
البيانات التي يتم الحصول عليها على شكل أعداد و يمكن ترتيبها.

و تنقسم إلى قسمين

- **البيانات الكمية المنفصلة**
  - البيانات التي يمكن عدها
  - تكون منفصلة عن بعضها.
  - مثل عدد المحاضرات المباشرة.

- **البيانات الكمية المتصلة**
  - البيانات التي لا يمكن عدها .
  - يتم الحصول عليها عن طريق القياس.
  - تأخذ أي قيمة داخل مدى معين سواء كانت صحيحة أو كسرية.
  - مثل أطوال الطلاب.

العلاقة بين أنواع البيانات



قياس البيانات

تقاس البيانات من المجتمع أو العينة بأحد المقاييس الأربعة التالية:

المقياس الاسمي (التصنيفي)

المقياس الترتيبي (التفضيلي)

المقياس الفتري (الفئوي- الفترة)

المقياس النسبي (النسبة)

المقياس الاسمي

- مجموعة من الأوجه أو الصفات التي يأخذها المتغير الوصفي (تحتوى على الأسماء ، العناوين أو الأصناف فقط).

- يمكن أن تعطى الصفات أرقام تعكس مدلول الصفة و لكن ليس لها معنى رياضي في مفهوم أكبر أو أصغر (لا يمكن ترتيبها).

أمثلة

تصنيف الأفلام حسب النوع	كوميدي – أكشن – رومانسي – تاريخي....
التصنيف حسب نوع الجنس	ذكر- أنثى
التصنيف حسب الجنسية	سعودي – مصري – كويتي...

المقياس الترتيبي

- مجموعة من الأوجه أو الصفات التي يأخذها المتغير الوصفي مع إمكانية ترتيبها.
- يمكن أن تعطى الصفات أرقام تعكس مدلول الصفة ولها معنى رياضي في مفهوم أكبر أو أصغر.
- لا تعكس معنى حقيقي للفروق (لا يمكن تحديدها أو لا معنى لها)

أمثلة

الحالة الاقتصادية	فقير – متوسط – غني –
مستوى الذكاء	منخفض – متوسط –مرتفع..
الرتب الوظيفية	الرتبة الأولى- الثانية- الثالثة...

المقياس الفتري

- مجموعة من القيم أو الأعداد التي يأخذها المتغير الكمي.
- يمكن أن تعطى الصفات أرقام تعكس مدلول الصفة ولها معنى رياضي في مفهوم أكبر أو أصغر(يمكن ترتيبها).

- تعكس معنى حقيقي للفروق.
- الصفر ليس له معنى حقيقي (لا يعني انعدام الصفة)فلا توجد نقطة بداية حقيقية بل تكون افتراضية أو اختيارية.

أمثلة

درجة الحرارة

- ١٠ – ٢٢ - ١- – ٠ **(هل يعنى لا توجد حرارة؟؟)**
- **هل يمكن القول بأن درجة الحرارة ٨٠ هي ضعف ٤٠ ؟**

درجة اختبار الذكاء

- **هل الدرجة صفر تعني انعدام الذكاء؟؟**

المقياس النسبي

- مجموعة من القيم أو الأعداد التي يأخذها المتغير الكمي.
- يمكن أن تعطى الصفات أرقام تعكس مدلول الصفة ولها معنى رياضي في مفهوم أكبر أو أصغر(يمكن ترتيبها).
- تعكس معنى حقيقي للفروق.
- الصفر له معنى حقيقي (يعني انعدام الصفة).

أمثلة

المسافات التي تقطها السيارة

أوزان المولودين

- **يمكن ترتيبها.**
- **يمكن حساب الفروق بينها**
- **توجد نقطة بداية أي أن الصفر له معنى حقيقي**

المحاضره الثانيه

مصادر جمع البيانات

مصادر مباشرة (ميدانية/أولية) :جمع البيانات عند ظاهرة أثناء حدوثها في ميدان العمل مثل (المشاهدة ,الملاحظة , والتسجيل ,الاتصال الهاتفي, المقابلة الشخصية, الاستبيان).

مصادر غير مباشرة (تاريخية/ثانوية): جمع البيانات من خلال سجلات سبق نشرها وتكون معده مسبقا عن ظاهرة ما ويستطيع الباحث الرجوع اليها واخذ المعلومات المطلوبه من مصادر رسميه مثل (دائرة الاحصاءات العامة ,الاحوال المدنية ,هيئات دولية).

أساليب جمع البيانات

جمع البيانات

- الأسلوب التجريبي
- أسلوب المسح
- السلاسل الزمنية

1) الأسلوب التجريبي

يتم الحصول على البيانات عن طريق تصميم تجربة يتم فيها قياس تأثير العامل موضع الدراسة مع تثبيت العوامل الأخرى

يتم الحصول على البيانات عن طريق المشاهدة

أمثلة

تطبيق عدة طرق إعلانية لتسويق منتج جديد

اختيار طريقة التدريس المناسبة

تطبيق أسلوبين لزيادة درجة الإيجابية عند الأفراد

2) أسلوب المسح

نحصل على البيانات عن طريق السجلات, التقارير, قواعد البيانات, الانترنت, الاستبيانات و المقابلات الشخصية.

الاستبيان

أسئلة موجهة لفئة معينة مختارة من الناس حسب عوامل معينة و محاور الدراسة لاستطلاع و استقصاء أراءهم.

عند إجراء أية دراسة إحصائية نبدأ بجمع المعلومات و تسمى البيانات الخام

المجتمع الإحصائي

المجموعة الكلية لمفردات الدراسة سواء كانت أفراد أو أشياء

العينة

مجموعة جزئية من مفردات المجتمع يتم اختيارها بحيث تكون ممثلة للمجتمع تمثيل صحيح

طرق جمع البيانات

طريقة المسح الشامل

تجمع البيانات من جميع أفراد المجتمع الإحصائي

لمعرفة المستوى الثقافي لطلاب كلية إدارة الأعمال (جمع البيانات من جميع طلاب الكلية)

طريقة العينة (المعاينة)

تجمع المعلومات من جزء من المجتمع لإجراء دراسة حول الدخل الشهري لسكان المملكة نختار سكان المنطقة الشرقية

متى نحتاج لاستخدام العينة عوضاً عن دراسة المجتمع بالكامل

- دراسة صلاحية البيض الذي تنتجه مزرعة ما
  - فساد عناصر المجتمع نتيجة أخذ المشاهدات
- دراسة كمية العسل الذي ينتجه النحل
  - تعذر الوصول إلى جميع أفراد المجتمع
- عندما تكون الميزانية و الوقت محدودين
  - تقييد الدراسة بمقدار محدد من تكاليف و الزمن و الجهد المخصص لإنجازها.
- إجراء دراسة على جميع طلاب جامعات المملكة
  - تسبب المسح الشامل بحصول أخطاء في البيانات لأنه يحتاج إلى عدد كبير من الأشخاص لجمع البيانات.

- طرح علاج لإنفلونزا الشطيور
  - الحاجة إلى اتخاذ قرار سريع
- دراسة نسبة التلوث في مياه الأمطار.
  - عندما يكون المجتمع الإحصائي متصلاً أو عندما يكون منفصلاً و لكنه كبير الحجم بحيث قد تحصل فيه تغيرات أثناء الدراسة.

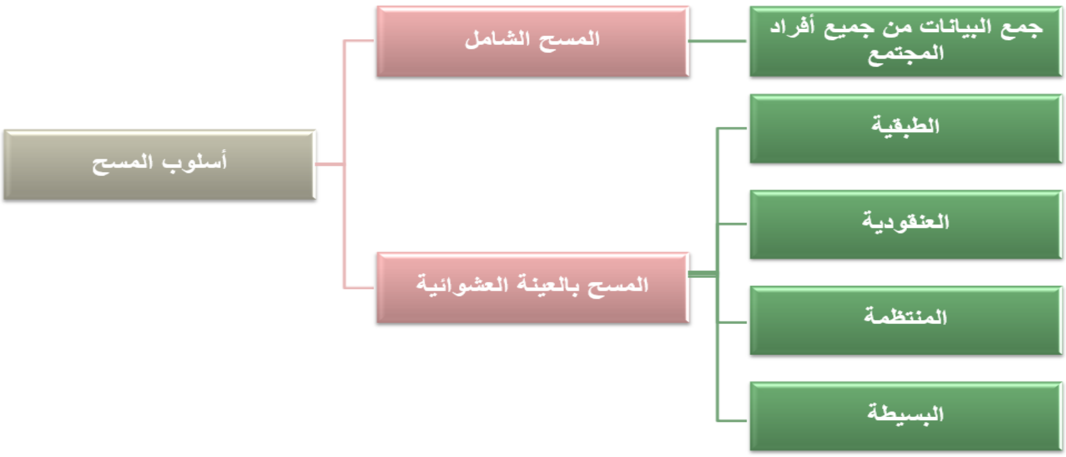
المجتمع الإحصائي

- مجتمع الهدف : المجتمع المقصود بالدراسة.
- مجتمع العينة : المجتمع الذي يتم اختيار العينة منه فعلاً.

عند اجراء دراسة لمعرفة مستوى طلاب جامعات المملكة في مقرر الإحصاء , تم اختيار عينة من جامعة الملك فيصل

مجتمع الهدف : طلاب جامعات المملكة

مجتمع العينة : طلاب الجامعة



العينة العشوائية البسيطة

تعطي كل مفردة من مفردات المجتمع نفس فرصة الاختيار عن طريق

إعطاء كل مفردة رقم ثم تكوين العينة باختيار مجموعة أرقام عشوائياً يدوياً أو عن طريق الكومبيوتر.

مثال

أردنا إجراء دراسة لمعرفة عدد مرات زيارة طلبة مقرر الإحصاء المكونة من ٢٠٠٠ طالب لمكتبة الجامعة. كيف يمكن اختيار عينة عشوائية بسيطة من ١٠٠ طالب؟

يمكن اختيار العينة عن طريق إعطاء كل طالب رقم من ١ إلى ٢٠٠٠ ثم نختار عشوائياً ١٠٠ رقم.

يمكن إدخال الأرقام الأكاديمية للطلبة في جهاز الكومبيوتر ثم ندع الجهاز يختار ١٠٠ رقم عشوائياً.

العينة العشوائية الطبقية

يتم تقسيم المجتمع إلى مجموعات متجانسة و غير متداخلة تسمى الطبقات ثم نختار عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة.

يجب أن يتناسب حجم العينة المختارة من كل طبقة مع حجم الطبقة باستخدام القانون

$$\text{حجم العينه} \times \frac{\text{حجم الطبقه}}{\text{حجم ألمجتمع}}$$

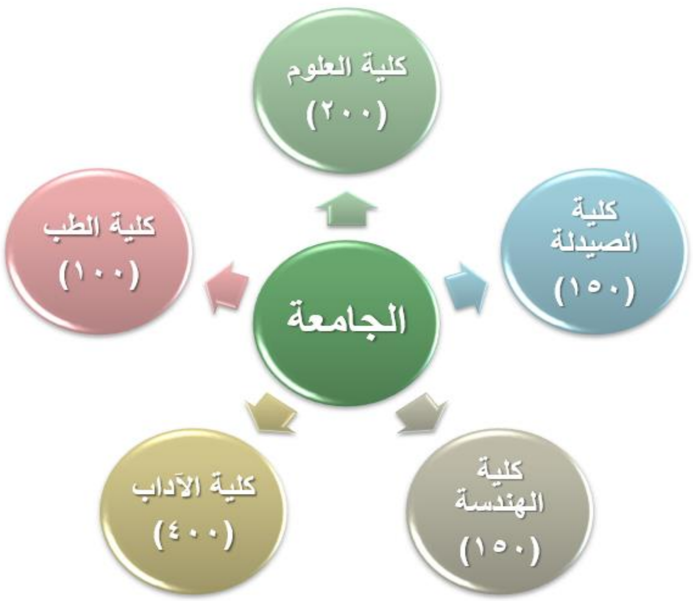
مثال

عند اجراء دراسة لمعرفة المستوى الثقافي لطالبات الجامعة أردنا اختيار عينة طبقية حجمها ٥٠٠

نجزئ المجتمع (الجامعة) إلى كليات و نختار من كل كلية عينة عشوائية بسيطة تتناسب و عدد طالباتها و يكون مجموع جميع هذه العينات ٥٠٠

نحدد حجم عينة كل طبقة من القانون السابق

$$\text{حجم العينة} \times \frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع}}$$



حجم المجتمع = 200+100+400+150+150=1000 طالب

حجم العينة المطلوبة = 500

حجم عينة كلية العلوم :

$$n_1 = 500 \times \frac{200}{1000} = 100$$

حجم عينة كلية الطب:

$$n_2 = 500 \times \frac{100}{1000} = 50$$

حجم عينة كلية الآداب:

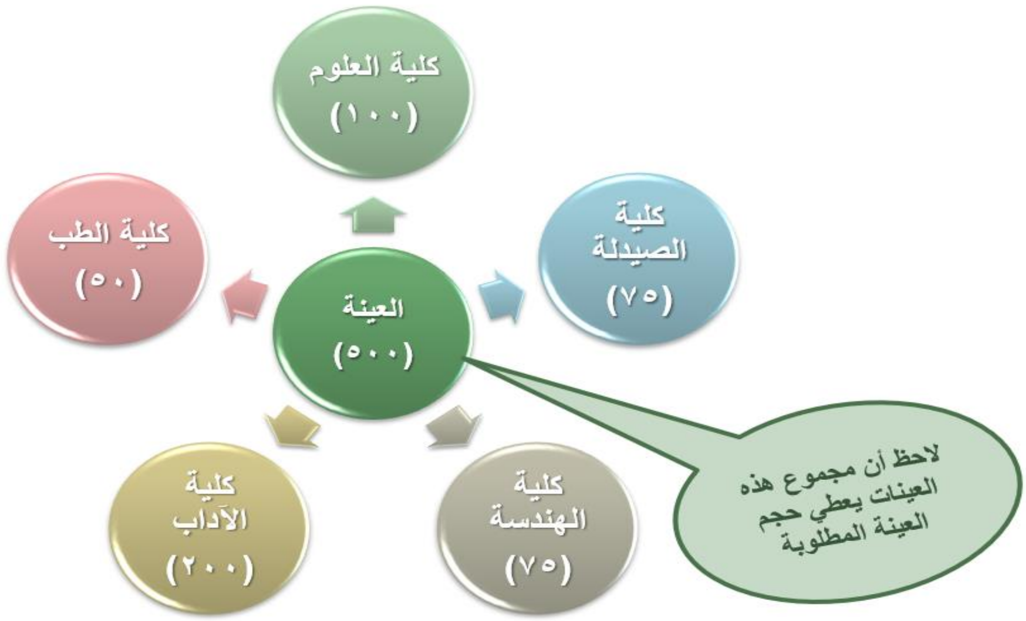
$$n_3 = 500 \times \frac{400}{1000} = 200$$

حجم عينة كلية الهندسة:

$$n_4 = 500 \times \frac{150}{1000} = 75$$

حجم عينة كلية الصيدلة:

$$n_5 = 500 \times \frac{150}{1000} = 75$$



العينة العشوائية المنتظمة

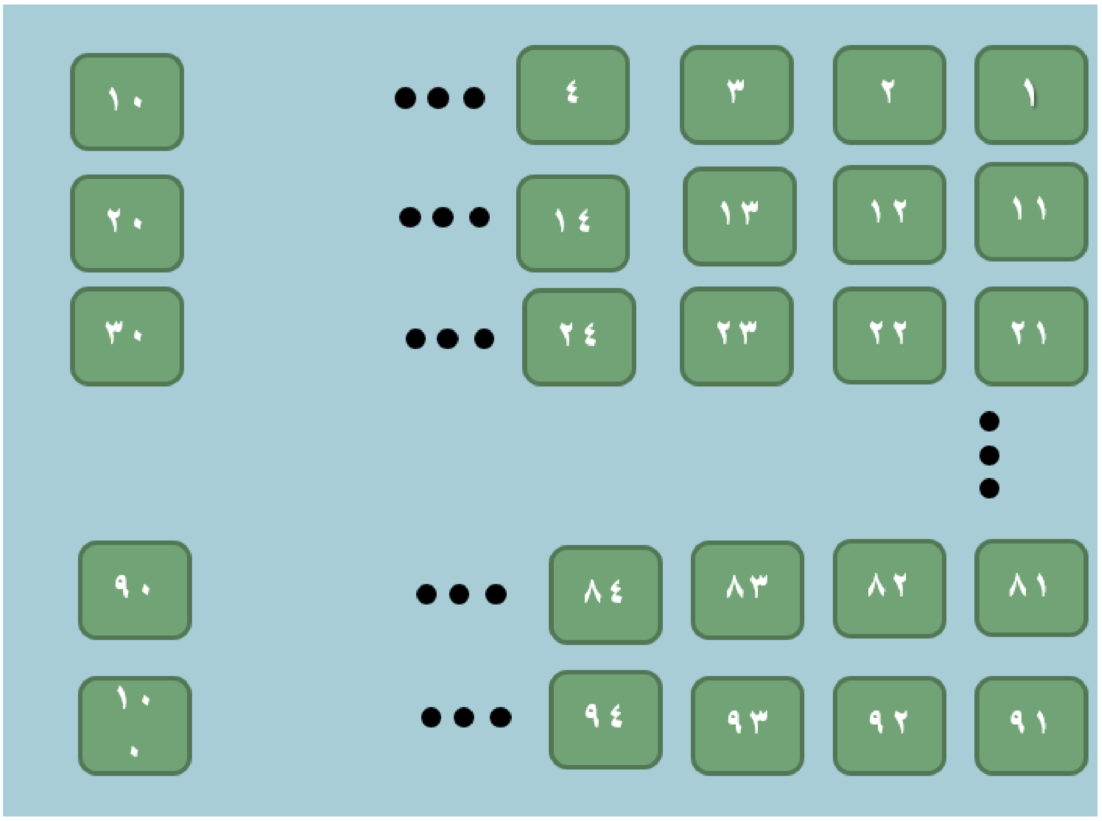
يتم تقسيم المجتمع إلى مجموعات عددها مساوي لعدد مفردات العينة ثم نختار من المجموعة الأولى عشوائياً و نختار من باقي المجموعات المفردة التي لها نفس الترتيب

إذا كانت المفردة المختارة من المجموعة الأولى هي الرابعة فنختار من كل مجموعات الباقية المفردة الرابعة لنكون العينة.

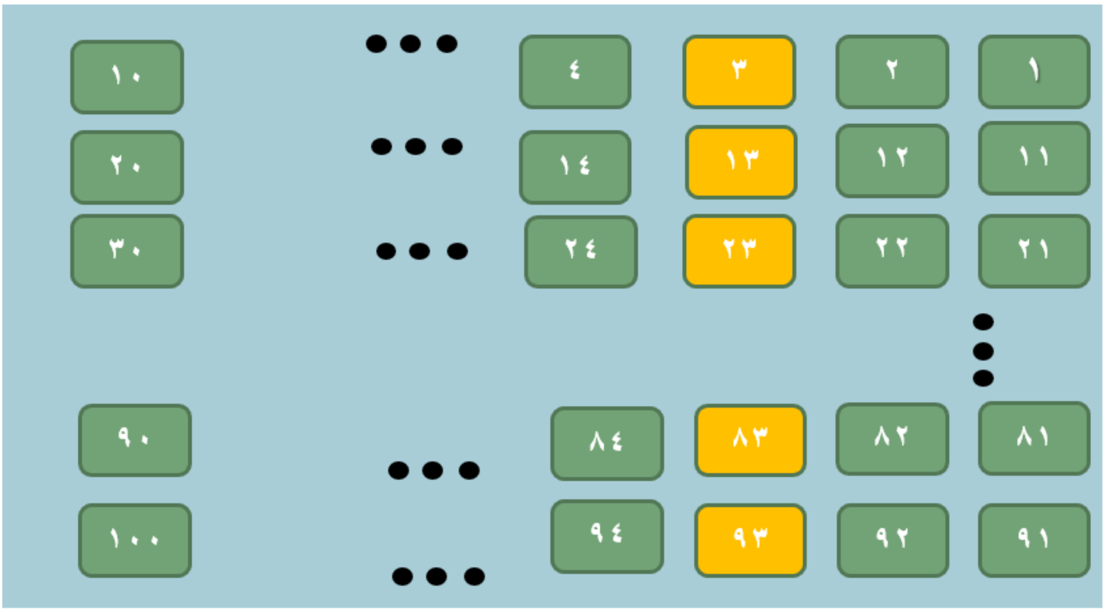
مثال

ينتج مصنع 100 قطعة أثاث في اليوم, أردنا اختبار جودة المنتج فكيف نختار عينة منتظمة من 10 قطع لاختبارها؟

نجزئ الإنتاج الكلي إلى 10 مجموعات بعد إعطاء كل قطعة رقم.



نفرض أنا اخترنا عشوائياً من المجموعة الأولى فكان العدد هو 3 فنختار من كل مجموعة المفردة الثالثة.



إذن العينة مكونة من القطع التي تحمل الأرقام

3,13,23,33,43,53,63,73,83,93

العينة العشوائية العنقودية

يكون فيها المجتمع مقسماً إلى تجمعات أو عناقيد كل منها تحتوي مجموعة من المفردات فيتم اختيار بعض هذه العناقيد عشوائياً ثم نقوم بدراسة جميع مفردات العناقيد المختارة

تسمى هذه العينة بالعينة العنقودية ذات المرحلة الواحدة.

مثال

أجريت دراسة لمعرفة مستوى أداء مستشفيات المملكة نكون عينة عنقودية.

نقسم المملكة على حسب المناطق كل منطقة تمثل عنقود.

نختار عشوائيا منطقتين مثلا و نقوم بدراسة جميع المستشفيات فيهما.

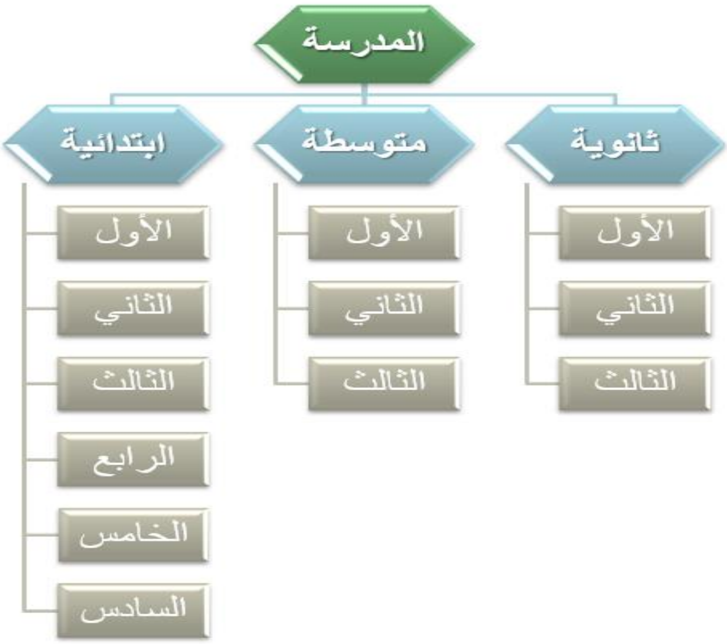
العينة العشوائية العنقودية متعددة المراحل

يكون فيها المجتمع مقسماً إلى تجمعات أو عناقيد كل منها يتكون أيضاً من مجموعة عناقيد .

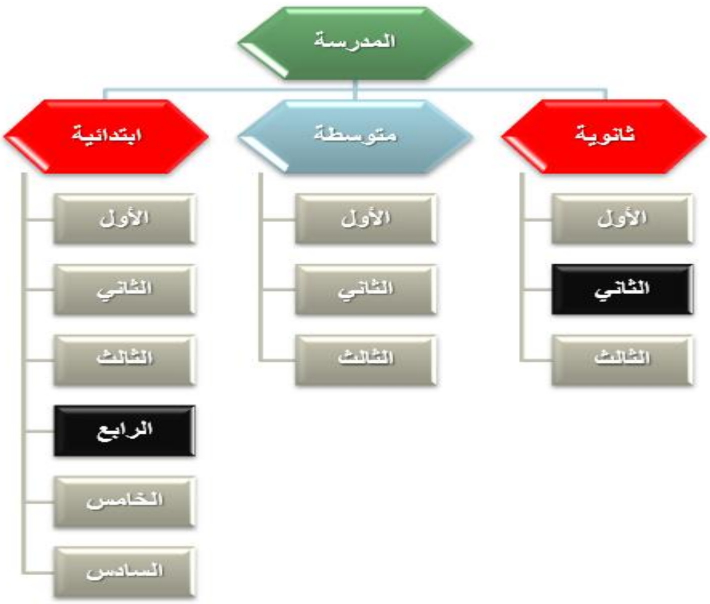
نختار عشوائياً عدد من العناقيد ثم نختار عشوائياً من كل منها عدد من العناقيد و هكذا

مثال

لإجراء دراسة تحدد قدرة طالبات مجمع مدرسي ما على استخدام برامج الكومبيوتر نختار عينة عنقودية.



نختار عشوائياً مرحلتين مثلاً ثم نختار من كل منهما عشوائياً أيضاً صف و ندرس جميع طالبات ذلك الصف.



هل يعتبر استخدام أسلوب العينة أفضل أم المسح الشامل؟

تكون المفاضلة بينهما خاضعة للضوابط التالية

- **حجم الميزانية و الوقت اللازم لإجراء الدراسة.**
- **مدى تعرض مفردات المجتمع للتلف.**
- **مدى تشعب و دقة البيانات المطلوبة.**
- **مدى إمكانية حصر جميع مفردات المجتمع.**

يمكن أن تتعرض البيانات لبعض الأخطاء عند جمعها

- خطأ التحيز

مصدره : الباحث أو المبحوث

إمكانية حدوثه : المسح الشامل أو العينة العشوائية.

- خطأ المعاينة العشوائية

مصدره : يرجع للصدفة فقط و ليس لخطا الباحث أو المبحوث

إمكانية حدوثه: في المعاينة العشوائية

عند تصميم الاستبيان يجب مراعاة الشروط التالية

- أن تكون الأسئلة محددة وواضحة الصياغة مع مراعاة الترتيب المنطقي للأسئلة.
- تحديد اختيارات للإجابة عن أسئلة الاستبيان من خلالها.
- تجنب الأسئلة التي تعتمد على الذاكرة لفترة زمنية طويلة.
- التقليل من الأسئلة المقالية المفتوحة.

المحاضره الثالثه

1- تنظيم وعرض البيانات

تنظيم وعرض البيانات :

تواجهنا في الحياة العملية كميات كبيرة من البيانات في الإحصاء , وهنا كان لابد من عرض هذه البيانات بطريقة سهلة وشيقة , لاجل يسهل استيعابها والمقارنة بين مفرداتها تسهّل على المتلقي قراءة البيانات وعقد المقارنات بين القيم المختلفة بطريقة سهلة جداً، ممّا يسهل أيضاً عملية اتخاذ القرارات المختلفة اعتماداً على ما يراه أمامه، ومن هذه الطرق مايلي :

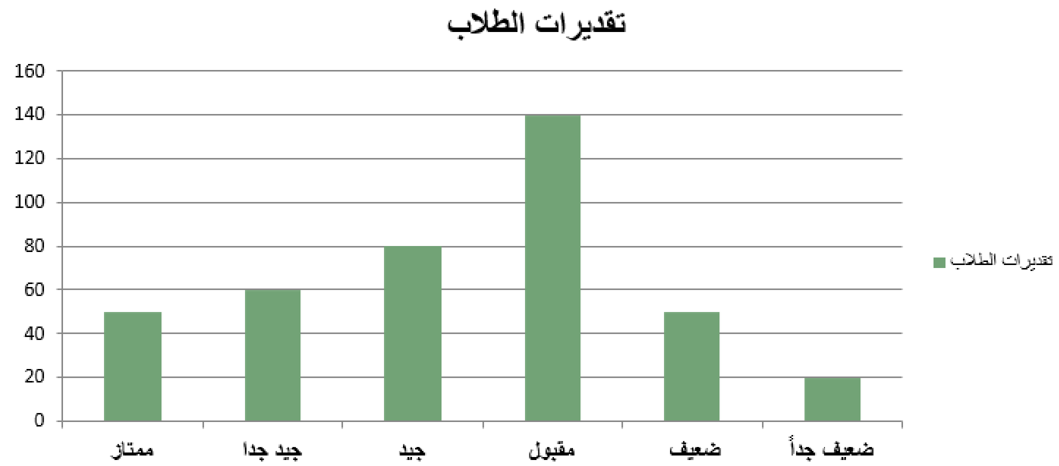
1 – طريقة الجدول: وهي عبارة عن وضع البيانات في جداول وكثيرا ماتستعمل في عرض ظاهرة مع الزمن أومع مسميات كالبلدان والمصانع والمدارس وغيرها

مثال : عدد الطلاب الحاصلين على تقدير معين في مقرر الاحصاء في الادارة :-

التقدير	عدد الطلاب
ممتاز	٥٠
جيد جدا	٦٠
جيد	٨٠
مقبول	١٤٠
ضعيف	٥٠
ضعيف جداً	٢٠
المجموع	٤٠٠

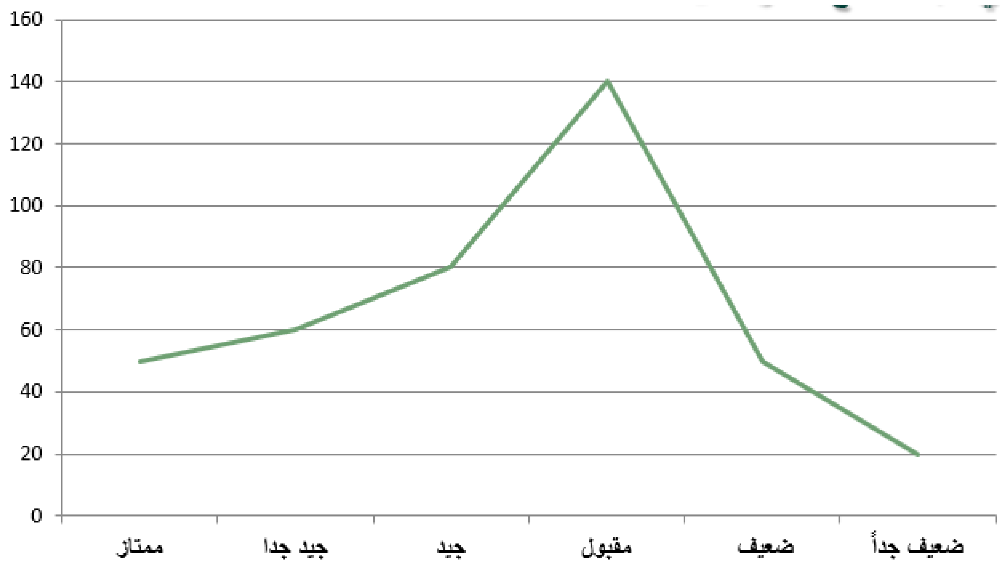
2-طريقة الأعمدة أو المستطيلات

وتتلخص هذة العملية بوضع المسميات على محور افقي أوعمودي ورسم مستطيل على كل مسمى بحيث يكون ارتفاع كل مستطيل ممثلا للقيمة المقابلة لذلك المسمى وذلك باستعمال مقياس رسم مناسب , وتستعمل هذة الطريقة للمقارنة بين قيم الظواهر حسب الزمن أو المسميات



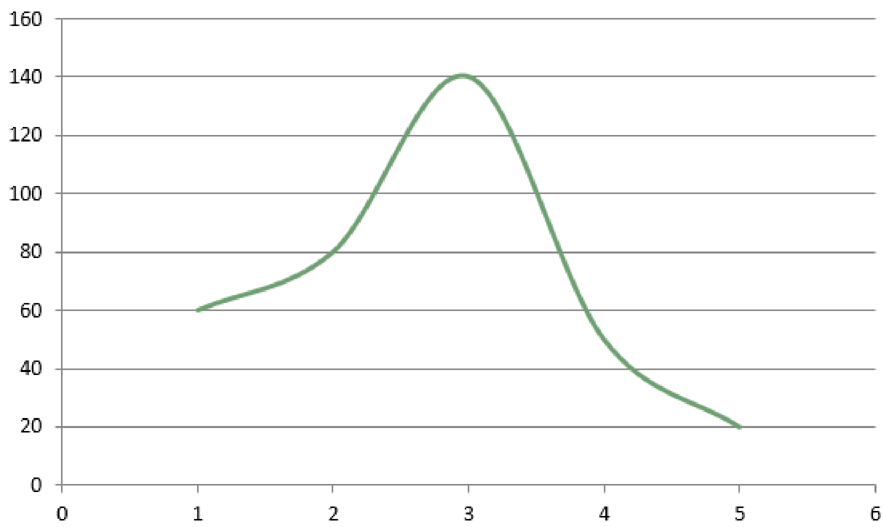
3- طريقة الخط المنكسر :

تستعمل هذه الطريقة لعرض البيانات الناتجة من تغير ظاهرة أوعدة ظواهر مع مسميات أو مع الزمن أوكليهما مثل تغير أعداد الطلاب في الجامعة مع السنوات .



4 - طريقة الخط المنحني :

وهي طريقة تماثل طريقة الخط المنكسر ونحصل عليها بتمهيد الخط المنكسر ليصبح على شكل منحني بدون زو ايا وتستخدم هذه الطريقة عندما تتغير الظاهرة على فترات زمنية قصيرة وكثيرة .



2- مقاييس النزعة المركزية

هي مقاييس عددية تستخدم لقياس موضع تمركز أو تجمع البيانات. إذ أن بيانات أي ظاهر تنزع في الغالب إلى التمركز والتجمع حول قيم معينة . هذه القيم هي ما يسمى بمقاييس النزعة المركزية. ومقاييس النزعة المركزية تستخدم لتلخيص البيانات عدديا إذ أنها تعتبر قيم نموذجية أو مثالية للبيانات. كما أن هذه المقاييس تستخدم لوصف مجموعة البيانات وكذلك لمقارنة مجموعات البيانات المختلفة .

1- الوسط الحسابي .

2- الوسيط .

3- المنوال .

أولاً : الوسط الحسابي (المتوسط) :-

يعتبر المتوسط من أهم و أفضل مقاييس النزعة المركزية ومن أكثرها شيوعا واستخداما في التحليل الإحصائي وذلك لما يتمتع به من خصائص وصفات إحصائية جيدة. ولإيجاد المتوسط للبيانات فإننا لابد أن نفرق بين البيانات المفردة (غير مبوبة في جدول تكراري) والبيانات المبوبة (الملخصة في جدول تكراري).

أ- البيانات غير المبوبة :-

إذا كانت $x_1, x_2, \dots . x_n$ تمثل بيانات عينة من المجتمع

الوسط الحسابي يعطى بالعلاقة:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots . x_n}{n}$$

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

مثال :-

البيانات التالية تمثل درجات أحد الطلاب في الفصل الدراسي الاول:-

8 , 5 , 7 , 6 , 10 , 5 , 7 , 11

المطلوب : حساب الوسط الحسابي لدرجات الطالب ؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots . x_n}{n}$$

$$= \frac{8+5+7+6+10+5+7+11}{8} = 6.25$$

ب – البيانات المبوبة :-

تأخذ البيانات المبوبة في العادة الشكل التالي :-

الفئات	التكرارات f	مراكز الفئات x	fx
0 – 10	8	5	40
10 – 20	10	15	150
المجموع	$\sum f$		$\sum xf$

المتوسط =

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

مثال :-

الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرر المحاسبة المالية :-

فئات الدرجات	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 – 50	المجموع
عدد الطلاب	20	50	90	60	30	250

المطلوب : حساب الوسط الحسابي لدرجات الطلاب .

الحل :-

فئات الدرجات	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	40 – 50	المجموع
عدد الطلاب	20	50	90	60	30	250

الفئات	التكرارات f	مراكز الفئات x	f x
المجموع	$\sum f=$		$\sum x_i f_i=$

الفئات	التكرارات f	مراكز الفئات x	f x
0 – 10	20	5	100
10 - 20	50	15	750
20 – 30	90	25	2250
30 – 40	60	35	2100
40 - 50	30	45	1350
المجموع	$\sum f=250$		$\sum x_i f_i= 6550$

نحسب المتوسط

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{6550}{250} = 26.2 \text{ درجة}$$

مثال :-

الجدول التالي يمثل الأجر الأسبوعي للعامل بالريال في مائتين محل بمنطقة الرياض:-

فئات الأجر	5 -	15 -	25 -	35 -	45 - 55	المجموع
عدد المحالات	30	20	60	50	40	200

المطلوب : حساب متوسط الاجر الأسبوعي للعامل .

- نوجد طول الفئة = الحد الأعلى للفئة الأولى – الحد الأدنى للفئة الأولى
طول الفئة= 15 - 5= 10
- نوجد مركز الفئة الأولى

$$x_1 = \frac{15+5}{2} = 10$$

مراكز الفئات الاخرى يتم الوصول لها عن طريق إضافة طول الفئة ١٠ على مركز الفئة الاولى

الفئات	التكرارات f	مراكز الفئات x	f x
5 -	30	10	300
15 -	20	20	400
25 -	60	30	1800
35 -	50	40	2000
45 - 55	40	50	2000
المجموع	$\sum f$=200		$\sum x_i f_i$= 6500

نحسب المتوسط

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{6500}{200} = 32.5 \text{ ريال}$$

مزايا وعيوب الوسط الحسابي

المزايا

- تدخل جميع القيم في حسابه.
- سهولة حسابه والتعامل معه جبرياً.
- يعتبر الأساس في معظم عمليات الإحصاء الاستدلالي.
- لا يحتاج في حسابه إلى ترتيب البيانات

العيوب

- لا يمكن إيجاده للبيانات الوصفية.
- يتأثر بالقيم الشاذة (المتطرفة).
- لا يمكن إيجاده بالرسم.

2- الوسيط

هو أحد مقاييس النزعة المركزية المشهورة. ويعرف الوسيط لمجموعة من البيانات على أنه تلك القيمة التي تتوسط البيانات عند ترتيبها تصاعديا (أو تنازليا) أي أنه تلك القيمة التي تقسم البيانات بعد ترتيبها إلى جز أين متساويين فتكون البيانات في الجزء الأول تقل عن أو تساوى الوسيط والبيانات في الجزء الثاني تزيد عن أو تساوى الوسيط. أي أن 50% من البيانات تساوي أو تقل عن الوسيط و 50% من البيانات تساوي أو تزيد عن الوسيط.

طريقة حسابه (في حالة البيانات غير المبوبة)

أ- الوسيط من البيانات غير المبوبة :-

إذا كانت $x_1, x_2, \dots . x_n$ تمثل بيانات عينة من المجتمع

فإن الوسيط يحسب كالتالي:

١. نرتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً.

٢. نوجد موقع الوسيط $\frac{n+1}{2}$.

٣. إذا كان n عدد فردي فإن الناتج يكون عدد صحيح و بالتالي الوسيط هو $x_{\frac{n+1}{2}}$.

٤. إذا كان n عدد زوجي فإن الناتج يكون عدد غير صحيح و بالتالي الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين يقع بينهما العنصر $x_{\frac{n+1}{2}}$.

مثال :-

أوجد الوسيط من البيانات التالية :-

20, 50 , 60 , 10 , 40 ,

الحل

1- ترتيب البيانات تصاعدياً :

60 , 50 , 40 , 20 , 10

2- ترتيب الوسيط = $\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

3- الوسيط هو القيمة الثالثة :- الوسيط = 40

مثال :-

أوجد الوسيط من البيانات التالية :-

20, 80 , 50 , 60 , 10 , 40 ,

الحل

1- ترتيب البيانات تصاعدياً :

80 , 60 , 50 , 40 , 20 , 10

2- ترتيب الوسيط = $\frac{n+1}{2} = \frac{6+1}{2} = 3.5$

3- ترتيب الوسيط هو رقم كسري إذاً الوسيط هو متوسط القيمتين التي موقعهما 3 و 4

الوسيط = $\frac{40+50}{2} = 45$

ب- الوسيط من البيانات المبوبة :-

1- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد .

2- ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2} = \frac{\sum f}{2}$

3- الوسيط =

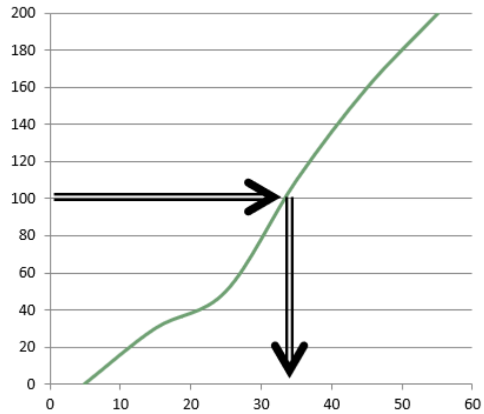
الحد الادنى للفئة الوسيطة + $\frac{\text{ترتيب الوسيط} - \text{الترتيب السابق}}{\text{الترتيب اللاحق} - \text{الترتيب السابق}}$ **× طول الفئة الوسيطة**

الوسيط من الرسم :-

- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 5
30	أقل 15
50	أقل 25
110	أقل 35
160	أقل 45
200	أقل 55

٢- المنحنى التكراري المتجمع الصاعد



4- المنوال :-

المنوال هو أحد مقاييس النزعة المركزية شائعة الاستخدام ولاسيما في حالة البيانات الوصفية (النوعية). ويعرف المنوال لمجموعة من البيانات على أنه تلك القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها أي أنها القيمة ذات التكرار الأكبر (إن وجدت). ومن تعريف المنوال تتضح لنا عدة أنواع من البيانات:

١. بيانات ليس لها منوال وتسمى عديمة المنوال.

٢. بيانات لها منوال واحد وتسمى وحيدة المنوال.

٣. بيانات لها أكثر من منوال وتسمى متعددة المنوال.

أولاً : البيانات غير المبوبة :-

مثال :-

الدرجات التالية تمثل نتائج مجموعة من الطلاب في مقرر المحاسبة أوجد المنوال لهذه الدرجات ؟

10 , 12 , 14 , 10 , 12 , 15 , 10

المنوال هو 10 و هو القيمة الأكثر تكراراً

ثانياً المنوال من البيانات المبوبة :-

1- جدول تكراري بسيط (بدون فئات) :-

المنوال هي القيمة التي تقابل أكبر تكرار

مثال :-

الجدول التالي يوضح أجور مجموعة من الموظفين خلال العام الماضي المطلوب حساب قيمة منوال الاجر ؟

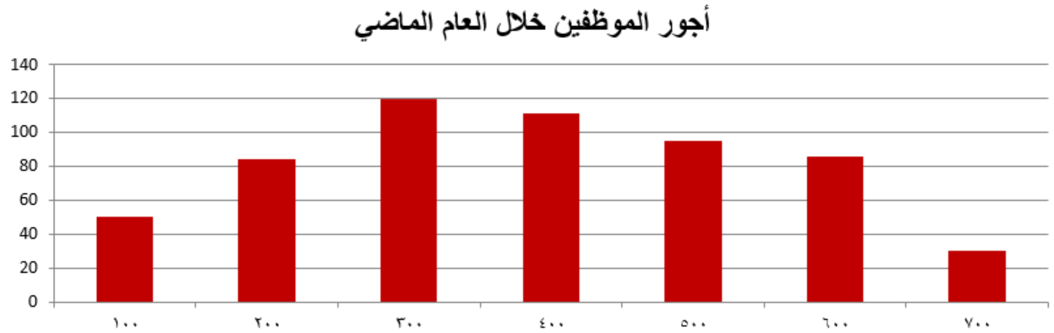
الأجر	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠
عدد العمال	٥٠	٨٤	١٢٠	١١١	٩٥	٨٦	٣٠

الحل

المنوال = 300 ريال و هي القيمة التي تقابل أكبر تكرار و هو 120 موظف

المنوال من الرسم :-

الأجر	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠	٤٠٠	٥٠٠	٦٠٠	٧٠٠
عدد العمال	٥٠	٨٤	١٢٠	١١١	٩٥	٨٦	٣٠



المعدل (المتوسط)	تعريفه	مدى استخدامه	إيجاده	تأثره بالقيم المتطرقة	تأثره بجميع القيم	مميزاته وعيوبه
الوسط الحسابي	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	الأكثر استخداما	دائما	نعم	نعم	يعمل بكفاءة مع جميع الطرق الإحصائية
الوسيط	القيمة التي تتوسط القيم	غالبا	دائما	لا	لا	غالبا ما يستخدم في حالة وجود قيم متطرقة
المنوال	القيم الأكثر تكرارا	أحيانا	أحيانا لا يوجد وأحيانا أكثر من واحد	لا	لا	صالح للبيانات من المستوى الاسمي

المحاضره الر ابعه

تابع … مقاييس النزعة المركزية

أولاً : الوسط الحسابي :

أ- البيانات غير المبوبة :-

مثال(1): البيانات التالية تمثل أسعار 10 شقق سكنية (بالألف ريال) في أحد الاحياء السكنية في إحدى المدن خلال شهر محرم الجاري:

15, 20 , 25 , 18, 10 , 12 , 11 ,18,15,16

المطلوب: حساب متوسط سعر الشقة في هذا الحي؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots . x_n}{n}$$

$$= \frac{15+20+25+18+10+12+11+18+15+16}{10} = 16$$

مثال(2): اذا كان الأجر (بالريال) في الساعة لخمسة عاملين في مكتب ما كما يلي:

36, 35, 32, 92, 37

احسب الوسط الحسابي للأجور. هل الوسط الحسابي يعتبر المقياس الأفضل في هذه الحالة؟ ولماذا؟

مثال(2): اذا كان الأجر (بالريال) في الساعة لخمسة عاملين في مكتب ما كما يلي:

36, 35, 32, 92, 37

احسب الوسط الحسابي للأجور. هل الوسط الحسابي يعتبر المقياس الأفضل في هذه الحالة؟ ولماذا؟

$$x \frac{36+35+33+95+37}{5} = 54 \text{ ريال}$$

التعليق: في هذا المثال الوسط ليس مقياسا مناسبا لقياس متوسط الأجور لأنه تأثر بالقيمة الشاذة 92 حيث أصبحت قيمته بعيدة عن جميع البيانات..

ب- البيانات المبوبة :-

مثال(1): الجدول التالي يمثل التوزيع التكراري لدرجات 20 طالب في مقرر التحليل الإحصائي في أحد الفصول الدراسية:

التكرار	الدرجة
4	50
7	60
11	80
12	90
6	95
5	100

احسب الوسط الحسابي لدرجات هذا المقرر.

الدرجة (x_i)	التكرار (f_i)	$X_i f_i$
50	٣	١٥٠
60	7	٤٢٠
80	٢	١٦٠
90	٣	٢٧٠
95	٢	١٩٠
100	٣	٣٠٠
المجموع	٢٠	١٤٩٠

$$\sum_{i=1}^{6} x_i f_i = 1490 \quad , \quad \sum_{i=1}^{6} f_i = 20$$

$$\bar{x} = \frac{1490}{20} = 74.5$$

مثال(2): الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرر الاقتصاد :-

فئات الدرجات	0 - 10	10 - 20	20 – 30	30 - 40	المجموع
عدد الطلاب	3	6	9	7	25

المطلوب : حساب الوسط الحسابي لدرجات الطلاب .

الفئات	التكرارات f	مراكز الفئات x	f x
0 – 10	٣	5	15
10 - 20	٦	15	90
20 – 30	٩	25	225
30 – 40	٧	35	245
المجموع	$\sum f=25$		$\sum x_i f_i = 560$

نحسب المتوسط

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{560}{25} = 22.4 \text{ درجة}$$

ثانيا: الوسيط :-

أ- البيانات غير المبوبة :-

مثال(1):- أوجد الوسيط من البيانات التالية :-

5, 8, 7, 5, 6, 9, 4

الحل

1- ترتيب البيانات تصاعدياً :

4, 5, 5, 6, 7, 8, 9

2- ترتيب الوسيط = $\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$

3- الوسيط هو القيمة الرابعة:- الوسيط = 6

مثال(2) :- أوجد الوسيط من البيانات التالية :-

10, 8, 7, 5, 4, 3, 3, 6

الحل

1- ترتيب البيانات تصاعدياً :

3, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10

2- ترتيب الوسيط = $\frac{n+1}{2} = \frac{8+1}{2} = 4.5$

3- الوسيط هو القيمة التي تتوسط القيمتين الرابعة والخامسة

الوسيط = $\frac{5+6}{2} = 5.5$

ب- البيانات المبوبة :-

مثال(1) :- الجدول التالي يمثل الأجر الأسبوعي للعامل في مائتي معرض تجاري بمنطقة الرياض :-

فئات الأجر	5 -	15 -	25 -	35 -	45 - 55	المجموع
عدد المحالات	30	20	60	50	40	200

المطلوب : حساب الوسيط للأجور.

الجدول التمرين :-

فئات الأجر	f
5 -	30
15 -	20
25 -	60
35 -	50
45 - 55	40
المجموع	200

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 5	0
أقل 15	30
أقل 25	50
أقل 35	110
أقل 45	160
أقل 55	200

الجدول التكراري المتجمع الصاعد:-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 5
30	أقل 15
50	أقل 25
110	أقل 35
160	أقل 45
200	أقل 55

ترتيب الوسيط

٢- ترتيب الوسيط :-

$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2} = = \frac{200}{2} = 100$

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

٣- حساب الوسيط :-

الوسيط $= 25 + \frac{50-100}{50-110} \times 10 = 33.33$ ريال

مثال (2) :- الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرر المحاسبة المالية :-

فئات الدرجات	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	المجموع
عدد الطلاب	20	50	90	60	30	250

المطلوب : حساب الوسيط لدرجات الطلاب .

الجدول التمرين :-

f	فئات الدرجات
20	0 – 10
50	10 – 20
90	20 – 30
60	30 – 40
30	40 – 50
250	المجموع

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 0
20	أقل 10
70	أقل 20
160	أقل 30
220	أقل 40
250	أقل 50

الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 0
20	أقل 10
70	أقل 20
160	أقل 30
220	أقل 40
250	أقل 50

ترتيب الوسيط

٢- ترتيب الوسيط :-

$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2} = = \frac{250}{2} =$ ١٢٥

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- حساب الوسيط :-

الوسيط $= 20 + \frac{70-125}{70-160} \times 10 = 26.11$ ريال

ثالثا: المنوال:-

أ- البيانات غير المبوبة :-

مثال(1) :- أوجد المنوال من البيانات التالية :-

5, 8, 7, 5, 6, 9, 4

الحل

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارا:- المنوال = 5

مثال(2) :- أوجد المنوال من البيانات التالية :-

5, 8, 7, 5, 6, 9, 4, 7

الحل

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارا:- المنوال = 5 و 7 (يوجد أكثر من منوال)

ب- المنوال من بيانات مبوبة:-

1- تحديد الفئة المنوالية: وهي الفئة التي تقابل أكبر تكرار

(مطلوب تحديد كل من: الحد الأدنى وطول هذه الفئة).

2- المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + $\frac{f_1}{f_1+f_2}$ × طول الفئة المنوالية

f_1 = أكبر تكرار – التكرار السابق

f_2 = أكبر تكرار – التكرار اللاحق

مثال (1) :-

الجدول التالي يوضح درجات مجموعة من الطلاب في مقرر الاحصاء :-

المطلوب :-

الدرجة	0 -	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 -	90 - 100
عدد الطلاب	15	20	40	90	80	45	35	22	15	12

حساب قيمة المنوال لدرجات الطلاب

الحل

الفئة المنوالية

الدرجة	0 -	10 -	20 -	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 -	90 - 100
عدد الطلاب	15	20	40	90	80	45	35	22	15	12

التكرار السابق

أكبر تكرار

التكرار اللاحق

f1 = 90 - 40 = 50

f2 = 90 – 80 = 10

المنوال = $30 + \frac{50}{50+10} \times 10 = 38.33$ درجة

مثال (2) :-

الجدول التالي يوضح توزيع مجموعة من الدخول بالريال لمجموعة من الاسر :-

الدرجة	100-	200-	300-	400-	500-	600-	700- 800
عدد الطلاب	55	68	87	95	76	52	3

المطلوب :-

حساب قيمة منوال لدخل بالنسبة لهذه الاسر .

الحل

الفئة المنوالية

الدرجة	100-	200-	300-	400-	500-	600-	700- 800
عدد الطلاب	55	68	87	95	76	52	3

التكرار السابق

أكبر تكرار

التكرار اللاحق

f1 = 95 – 87 = 8

f2 = 95 – 76 = 19

المنوال = $400 + \frac{8}{8+19} \times 100 = 429.63$ ريال

مزايا وعيوب المنوال

المزايا

- سهولة حسابه أو إيجاده.
- لا يتأثر بالقيم الشاذة.
- يعتبر المقياس الوحيد للنزعة المركزية الذي يمكن إيجاده للبيانات الوصفية (الأسمية).
- يمكن إيجاده بالرسم .

العيوب

- عدم دخول جميع القيم في حسابه أو إيجاده.
- يعاب على المنوال أنه قد لا يوجد و ذلك في الحالات التى تتساوى فيها تكرارات المشاهدات، وقد يوجد أكثر من منوال.

المحاضره الخامسه

تابع ... مقاييس النزعة المركزية

رابعا: الربيع الأدنى والربيع الأعلى :-

الربيع الأدنى: هو القيمة العددية التي تقل عنها ربع البيانات (25%) ويزيد عنها (75%).

أ- الربيع الأدنى من البيانات غير المبوبة :-

إذا كانت $x_1, x_2, \dots . x_n$ تمثل بيانات عينة من المجتمع، فإن الربيع الأدنى يحسب كالتالي:

١. نرتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً.
٢. نوجد موقع الربيع الأدنى: $\frac{n+1}{4}$.
٣. إذا كان موقع الربيع الأدنى يمثل عددا صحيحا، فإن الربيع الأدنى يكون هو القيمة التي ترتيبها يساوي $\frac{n+1}{4}$.
٤. إذا كان موقع الربيع الأدنى لا يمثل عددا صحيحا، فإن الربيع الأدنى يساوي:

القيمة التي ترتيبها هو الجزء الصحيح من موقع + الجزء الكسري من موقع الربيع × (القيمة التي تقع في الترتيب الصحيح التالي لموقع الربيع الأدنى - القيمة التي ترتيبها هو الجزء الصحيح

الربيع الأعلى: هو القيمة العددية التي تقل عنها ثلاث أربع البيانات (75%) ويزيد عنها (25%).

أ- الربيع الأعلى من البيانات غير المبوبة :-

إذا كانت $x_1, x_2, \dots . x_n$ تمثل بيانات عينة من المجتمع، فإن الربيع الأعلى يحسب كالتالي:

١. نرتب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً.
٢. نوجد موقع الربيع الأعلى: $\frac{3(n+1)}{4}$
٣. إذا كان موقع الربيع الأعلى يمثل عددا صحيحا، فإن الربيع الأعلى يكون هو القيمة التي ترتيبها يساوي $\frac{3(n+1)}{4}$.
٤. إذا كان موقع الربيع الأعلى لا يمثل عددا صحيحا، فإن الربيع الأعلى يساوي:

القيمة التي ترتيبها هو الجزء الصحيح من موقع + الجزء الكسري من موقع الربيع × (القيمة التي تقع في الترتيب الصحيح التالي لموقع الربيع الأعلى - القيمة التي ترتيبها هو الجزء الصحيح

مثال (1): من البيانات التالية، مطلوب حساب كل من الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

19, 12, 16, 0, 14, 9, 6, 1, 12, 13, 10, 19, 7, 5, 8

١. ترتيب البيانات تصاعدياً:

0, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 12, 13, 14, 16, 19, 19

٢. موقع الربيع الأدنى: $\frac{n+1}{4} = \frac{15+1}{4} = 4$

3. موقع الربيع الأدنى يمثل عددا صحيحا، وبالتالي:

4. الربيع الأدنى = القيمة الرابعة في الترتيب = 6

١. ترتيب البيانات تصاعدياً:

0, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 12, 13, 14, 16, 19, 19

٢. موقع الربيع الأعلى: $\frac{3(n+1)}{4} = \frac{3(15+1)}{4} = 12$

3. موقع الربيع الأعلى يمثل عددا صحيحا، وبالتالي:

4. الربيع الأعلى = القيمة الثانية عشرة في الترتيب = 14

مثال (2): من البيانات التالية، مطلوب حساب كل من الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

131, 138, 118, 125, 110, 160, 155, 145, 112, 145

١. ترتيب البيانات تصاعدياً:

110, 112, 118, 125, 131, 138, 145, 145, 155, 160

٢. موقع الربيع الأدنى: $\frac{n+1}{4} = \frac{10+1}{4} = 2.75$

الجزء الصحيح من موقع الربيع الأدنى

الجزء الكسري من موقع الربيع الأدنى

٣. موقع الربيع الأدنى لا يمثل عددا صحيحا، وبالتالي:

٤. الربيع الأدنى = 112 + $\mathbf{0.75}$ × (112-118) = 116.5

١. ترتيب البيانات تصاعدياً:

110, 112, 118, 125, 131, 138, 145, 145, 155, 160

٢. موقع الربيع الأعلى: $\frac{3(n+1)}{4} = \frac{3(10+1)}{4} = 8.25$

الجزء الصحيح من موقع الربيع الأعلى

الجزء الكسري من موقع الربيع الأعلى

٣. موقع الربيع الأعلى لا يمثل عددا صحيحا، وبالتالي:

4. الربيع الأعلى = 145 + $\mathbf{0.25}$ × (145-155) = 147.5

<u>(ب) الربيع الأدنى والربيع الأعلى من البيانات المبوبة:-</u>

<u>أولاً : خطوات إيجاد الربيع الادني :-</u>

1- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد .

2- ترتيب الربيع الادني = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{\sum f}{4}$

3- الربيع الأدنى = الحد الادنى لفئة الربيع الادنى + $\frac{\text{ترتيب الادنى الربيع} - \text{السابق الترتيب}}{\text{اللاحق الترتيب} - \text{السابق الترتيب}}$ × طول الفئة الربيع الادنى

<u>ثانياً : خطوات إيجاد الربيع الأعلى :-</u>

1- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد .

2- ترتيب الربيع الاعلى = $\frac{3\text{ مجموع التكرارات}}{4} = \frac{\sum f \times 3}{4}$

3- الربيع الأعلى = الحد الادنى لفئة الربيع الاعلى + $\frac{\text{ترتيب الاعلى الربيع} - \text{السابق الترتيب}}{\text{اللاحق الترتيب} - \text{السابق الترتيب}}$ × طول الفئة الربيع الاعلى

مثال :-

الجدول التالي يمثل الأجر الأسبوعي للعامل بالجنية في مائتين محل بمنطقة الرياض :-

فئات الأجر	5 -	15 -	25 -	35 -	45 - 55	المجموع
عدد المحالات	30	20	60	50	40	200

المطلوب : حساب الربيع الادنى و الربيع الاعلى لأجر العامل .

١- الجدول التمرين :-

فئات الدرجات	f
5 -	30
15 -	20
25 -	60
35 -	50
45 - 55	40
المجموع	200

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 5	0
أقل 15	30
أقل 25	50
أقل 35	110
أقل 45	160
أقل 55	200

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 5	0
أقل 15	30
أقل 25	50
أقل 35	110
أقل 45	160
أقل 55	200

ترتيب الربيع الادنى

٢- ترتيب الربيع الادنى :-

$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{200}{4} = 50$

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

٣- الربيع الادنى = ٢٥ريال

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 5
30	أقل 15
50	أقل 25
110	أقل 35
160	أقل 45
200	أقل 55

ترتيب الربيع الاعلى

٢- ترتيب الربيع الاعلى :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}\times 3}{4} = \frac{200\times 3}{4} = 150$$

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

٣- الربيع الاعلى =

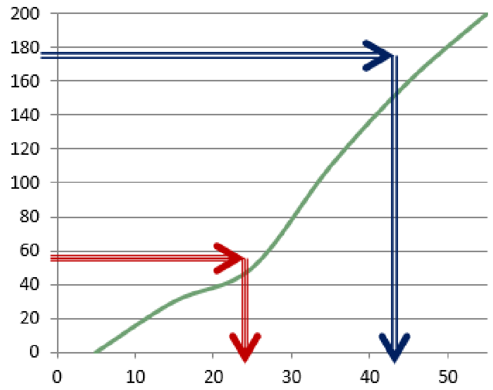
$$= 35 + \frac{150-110}{160-110} \times 10 =$$

43 ريال

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 5
30	أقل 15
50	أقل 25
110	أقل 35
160	أقل 45
200	أقل 55

٢- المنحنى التكراري المتجمع الصاعد



مثال :-

الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرر المحاسبة المالية :-

فئات الدرجات	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	المجموع
عدد الطلاب	20	50	90	60	30	250

المطلوب : حساب الربيع الادنى و الربيع الاعلى لدرجات الطلاب .

١- الجدول التمرين :-

فئات الدرجات	f
0 – 10	20
10 – 20	50
20 – 30	90
30 – 40	60
40 – 50	30
المجموع	250

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 0	0
أقل 10	20
أقل 20	70
أقل 30	160
أقل 40	220
أقل 50	250

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 0	0
أقل 10	20
أقل 20	70
أقل 30	160
أقل 40	220
أقل 50	250

ترتيب الربيع الادنى

٢- ترتيب الربيع الأدنى :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = = \frac{250}{4} = 62.5$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الربيع الادنى =

$$= 10 + \frac{62.5 - 20}{70 - 20} \times 10 = 18.5$$ درجة

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الحد الادنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل 0	0
أقل 10	20
أقل 20	70
أقل 30	160
أقل 40	220
أقل 50	250

ترتيب الربيع الاعلى

٢- ترتيب الربيع الأعلى :-

$$= \frac{\text{مجموع التكرارات} \times 3}{4} = \frac{250 \times 3}{4} = 187.5$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الربيع الأعلى =

$$= 30 + \frac{187.5 - 160}{220 - 160} \times 10 = 34.58$$ درجة

تمرين شامل:-

الجدول التالي يوضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقرر المحاسبة المالية :-

فئات	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 -	90 -100
تكرارات	7	13	15	30	15	13	7

المطلوب :

١. حساب الوسط الحسابي
٢. حساب الوسيط
٣. حساب المنوال
٤. حساب الربيع الأدنى والأعلى
٥. ما هي ملاحظاتك عن النواتج السابقة

١- الوسط الحسابي

الفئات	التكرارات f	مراكز الفئات x	f x
30 -	7	35	245
40 -	13	45	585
50 -	15	55	825
60 -	30	65	1950
70 -	15	75	1125
80 –	13	85	1105
90 - 100	7	95	665
المجموع	100		6500

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{6500}{100} = 65$$

٢- الوسيط

١- الجدول المتجمع الصاعد

الحد الأدنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل من 30	0
أقل من 40	7
أقل من 50	20
أقل من 60	35
أقل من 70	65
أقل من 80	80
أقل من 90	93
أقل من 100	100

ترتيب الوسيط

٢- ترتيب الوسيط :-

$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2} = \frac{100}{2} = $ ٥٠

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

٣- حساب الوسيط :-

الوسيط $= 60 + \frac{35-50}{35-65} \times 10 = 65$

3- المنوال

لمنوال

الفئة المنوالية

فئات	30 -	40 -	50 -	60 -	70 -	80 -	90 -100
تكرارات	7	13	15	30	15	13	7

التكرار السابق   أكبر تكرار   التكرار اللاحق

$f_1 = 30 - 15 = 15$ (اكبر تكرار - السابق)

$f_2 = 30 - 15 = 15$ (اكبر تكرار - اللاحق)

المنوال = الحد الأدنى للفئة المنوالية + $\frac{f_1}{f_1+f_2}$ × طول الفئة المنوالية

المنوال = 60 + $\frac{15}{15+15}$ × 10 = 65

4- الربيع الأدنى والأعلى

أولاً: الجدول المتجمع الصاعد

الحد الأدنى للفئة	التكرار المتجمع
أقل من 30	0
أقل من 40	7
أقل من 50	20
أقل من 60	35
أقل من 70	65
أقل من 80	80
أقل من 90	93
أقل من 100	100

ترتيب الربيع الأدنى

ترتيب الربيع الأعلى

ثانياً: الربيع الأدنى

ثالثاً: الربيع الأعلى

ترتيب الربيع الأدنى :-

$$\frac{\text{التكرارات مجموع}}{٤} = = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

الربيع الادنى =

$$= 50 + \frac{25-20}{35-20} \times 10 = 53.33$$

ترتيب الربيع الأعلى :-

$$= \frac{\text{التكرارات مجموع}\times 3}{٤} \quad = \frac{100\times 3}{٤} = \quad 75$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

الربيع الأعلى =

$$= 70 + \frac{70-65}{80-65} \times 10 = 73.33$$

5- ملاحظات على النواتج السابقة

من الملاحظ ان

الوسط الحسابي = الوسيط = المنوال

وهذا يدل على أن التوزيع التكراري المعطى في التمرين هو توزيع متماثل (سوف ندرس ذلك في مقاييس التشتت)، ويلاحظ تماثل التوزيع من الجدول المعطى من خلال ملاحظة أن التكرارات حول التكرار (30) هي تكرارات متماثلة في الناحيتين.

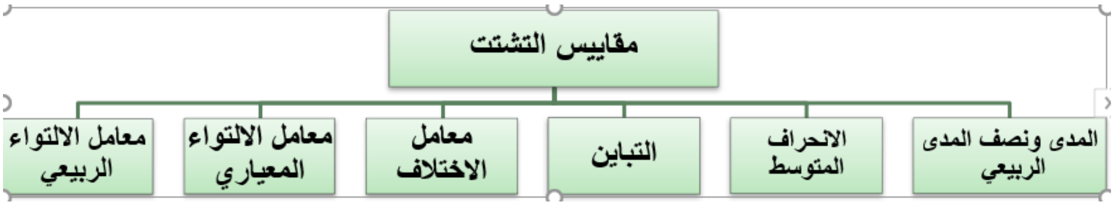
المحاضره السادسه

مقاييس التشتت

مقاييس التشتت :-

إن درجة التباعد أو التقارب بين البيانات تسمى تشتتاً , و تستخدم مقاييس التشتت في المقارنة بين مجموعات البيانات من حيث تشتتها.

كلما قل تشتت البيانات و كلما اقتربت من متوسطها كلما كانت أقرب للتجانس .



1 – المدى :-

أولاً : البيانات غير المبوبة :-

يعرف المدى لمجموعة من البيانات الكمية بأنه الفرق بين أكبر مفردة في البيانات و أقل مفردة.

مثال :-

البيانات التالية تمثل أسعار مجموعة من تذاكر الطيران من الرياض إلى القاهرة و المطلوب حساب قيمة المدى لأسعار هذه التذاكر :-

1100 , 500 , 675 , 1300 , 968 , 1150

الحل

المدى = 1300 – 500 = 800ريال

مثال :-

البيانات التالية توضح درجات مقياس الذكاء لمجموعتين من الطلاب و المطلوب المقارنة بين المجموعتين :-

المجموعة الاولى { 100,110,50,90,130,200,160 }

المجموعة الثانية { 150,160,120,100,170,165,155 }

الحل

المدى للمجموعة الاولى = 200 - 50 = 150 درجة

المدى للمجموعة الثانية = 170 – 100 = 70 درجة

إذاً تشتت المجموعة الأولى أكبر من المجموعة الثانية

ثانياً : المدى من البيانات المبوبة :-

المدى = الحد الأعلى للفئة الاخيرة – الحد الادنى للفئة الاولى

مثال :-

الجداول التالية توضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقررين دراسيين المحاسبة و الاحصاء و المطلوب بيان أي من المقررين أكثر تشتتاً ؟

درجات المحاسبة	10-	20-	30-	40-	50-60
عدد الطلاب	100	120	210	300	150

درجات الاحصاء	50-	55-	60-	65-	70-75
عدد الطلاب	250	310	420	260	100

1- المدى لدرجات المحاسبة = 60 - 10 = 50 درجة .

2- المدى لدرجات الاحصاء= 75 - 50 = 25 درجة .

إذا درجات المحاسبة أكثر تشتتاً من درجات الاحصاء

مزايا وعيوب المدى

المزايا

- سهولة حسابه .
- مقياس يعطي فكرة سريعة عن تشتت البيانات.

العيوب

- لا يدخل في حسابه إلا قراءتين.
- يتأثر بالقيم الشاذة.

2 – نصف المدى الربيعي (الانحراف الربيعي)

لمجموعة من البيانات يعرف المدى الربيعي على أنه الفرق بين الربيع الأعلى والربيع الأدنى، وبالتالي فإن نصف المدى الربيعي يساوي:

$$\text{نصف المدى الربيعي} = \frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{2}$$

وبالطبع لاستخدام هذا المقياس لابد أولاً من حساب الربيعين الأعلى والأدنى كما سبق دراستهم في المحاضرة السابقة

أولاً : البيانات غير المبوبة :-

مثال (1): من البيانات التالية، مطلوب حساب نصف المدى الربيعي.

19, 12, 16, 0, 14, 9, 6, 1, 12, 13, 10, 19, 7, 5, 8

- لحساب الربيع الأدنى:

١. نرتب البيانات تصاعدياً:

0, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 12, 13, 14, 16, 19, 19

٢. نحدد موقع الربيع الأدنى: $\frac{n+1}{4} = \frac{15+1}{4} = 4$

٣. موقع الربيع الأدنى يمثل عددا صحيحا، وبالتالي الربيع الأدنى = القيمة الرابعة في الترتيب = 6

2 – نصف المدى الربيعي (الانحراف الربيعي)

- لحساب الربيع الأعلى:

١. نرتب البيانات تصاعدياً:

0, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 12, 13, 14, 16, 19, 19

٢. نحدد موقع الربيع الأعلى: $\frac{3(n+1)}{4} = \frac{3(15+1)}{4} = 12$

3. موقع الربيع الأعلى يمثل عددا صحيحا، وبالتالي الربيع الأعلى = القيمة الثانية عشرة في الترتيب = 14

- نصف المدى الربيعي:

$$= \frac{\text{الاعلى} - \text{الادنى ا}}{2} = \frac{14-6}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

ثانياً : نصف المدى الربيعي من البيانات المبوبة :-

مثال :-

الجدول التالي يمثل الأجر الأسبوعي للعامل بالجنية في مائتين محل بمنطقة الرياض :-

فئات الأجر	5 -	15 -	25 -	35 -	45 - 55	المجموع
عدد المحالات	30	20	60	50	40	200

المطلوب : حساب نصف المدى الربيعي لأجر العامل .

- حساب الربيع الأدنى:

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 5
30	أقل 15
50	أقل 25
110	أقل 35
160	أقل 45
200	أقل 55

2- ترتيب الربيع الادنى :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{4} = \frac{200}{4} = 50$$

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

3- الربيع الادنى = 25ريال

- **حساب الربيع الأعلى:**

1- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى للفئة
0	أقل 5
30	أقل 15
50	أقل 25
110	أقل 35
160	أقل 45
200	أقل 55

2- ترتيب الربيع الاعلى :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}\times 3}{4} = \frac{200\times 3}{4} = 150$$

البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع

3- الربيع الاعلى =

$$43 = 10 \times \frac{150 - 110}{160 - 110} + 35 = \text{ريال}$$

- نصف المدى الربيعي:

$$9 = \frac{18}{2} = \frac{43 - 25}{2} = \frac{\text{الاعلى الربيع} - \text{الادنى الربيع}}{2} =$$

3 – الانحراف المتوسط

يعرف الانحراف المتوسط بأنه متوسط الانحرافات المطلقة (القيمة المطلقة هي قيمة الانحراف بدون الإشارة السالبة)لمجموعه من القيم عن وسطها الحسابي، وهو أحد مقاييس التشتت ويعطي مؤشراً على مدى تباعد أو تقارب مجموعة من القيم عن وسطها الحسابي.

أولاً : البيانات غير المبوبة :-

$$M.D = \frac{\sum |(x - \bar{x})|}{n}$$

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجموع الانحرافات المطلقه}}{\text{ا عدد لقيم}}$$

مثال: احسب الانحراف المتوسط للقيم:

5, 6, 9, 12, 15, 7, 7

الحل

x	$x-\bar{x}$	$\lvert x-\bar{x}\rvert$
5	-4	4
6	-3	3
8	-1	1
12	3	3
15	6	6
7	-2	2
10	1	1
63 $\sum x$		20 $\sum\lvert x-\bar{x}\rvert$

عدد القيم (n) = 7 قيم

أولاً: الوسط الحسابي ($\bar{x}$) = $\frac{63}{7}$ = 9

ثانياً: الانحراف المتوسط:

$$M.D=\frac{\sum|x-\bar{x}|}{n}=\frac{20}{7}=2.9$$

ثانياً: الانحراف المتوسط من البيانات المبوبة :-

$$M.D=\frac{\sum f|(x-\bar{x})|}{\sum f}$$

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\text{مجموع}\left(\text{التكرارات} \times \text{الانحرافات المطلقة}\right)}{\text{مجموع التكرارات}}$$

حيث (x) مراكز الفئات و ($\bar{x}$) الوسط الحسابي

مثال: إذا كان لديك التوزيع التكراري التالي:

فئات	20 -	25 -	30 -	35 -	40 -	45 -	50 - 55
تكرارات	16	21	37	51	42	24	19

المطلوب: حساب الانحراف المتوسط

الحل

في البداية يجب حساب الوسط الحسابي ($\bar{x}$)، ومن ثم حساب الانحرافات المطلقة عن الوسط الحسابي، وفي النهاية استخدام مجموع حاصل ضرب الانحرافات المطلقة في التكرارات لحساب الانحراف المتوسط

يمكن إعداد جدول واحد نستطيع من خلاله حساب جميع القيم المطلوبة لحساب الانحراف المتوسط كما يلي:

الفئات	التكرارات (f)	مراكز الفئات (x)	xf	$\lvert x-\bar{x}\rvert$	$f\lvert x-\bar{x}\rvert$
20 -	16	22.5	360	15.5	248
25 -	21	27.5	577.5	10.5	220.5
30 -	37	32.5	1202.5	5.5	203.5
35 -	51	37.5	1912.5	0.5	25.5
40 -	42	42.5	1785	4.5	189
45 -	24	47.5	1140	9.5	228
50 - 55	19	52.5	997.5	14.5	275.5
المجموع	210		7975		1390

أولاً: الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{7975}{210} = 38$$

ثانياً: الانحراف المتوسط

$$M.D = \frac{\sum f\lvert(x-\bar{x})\rvert}{\sum f} = \frac{1390}{210} = 6.62$$

4- التباين و الانحراف المعياري :-

1 – التباين :-

التباين هو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي و يرمز له بالرمز σ^2.

2- الانحراف المعياري :-

الجذر التربيعي للتباين و يرمز للانحراف المعياري بالرمز σ.

أولاً التباين و الانحراف المعياري من البيانات غير المبوبة :-

إذا كانت $X_1, X_2, \dots \dots \dots, X_n$ تمثل n من بيانات المجتمع و لها المتوسط الحسابي μ فإن

التباين و الانحراف المعياري يحسبان بالعلاقة:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال :-

البيانات التالية توضح أجور اليومية مجموعة من العمال بالريال و المطلوب حساب قيمة التباين و الانحراف المعياري لأجور هؤلاء العمال :-

25 , 30 , 60 , 15 ,50 ,35

الحل :-

x	25	30	60	15	50	35	$\sum x = 215$
x^2	625	900	3600	225	2500	1225	$\sum x^2 = 9075$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = \frac{9075}{6} - \left(\frac{215}{6}\right)^2 = 228.47$$ ريال

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{228.47} = 15.1153$$ ريال

مثال :-

البيانات التالية توضح درجات مجموعة من الطالب في مقرري الاحصاء و بحوث العمليات و المطلوب تقرير أي من درجات المقررين تعتبر أكثر تشتتاً :-

درجات الاحصاء { 13 , 18, 40 , 20 ,45 }

درجات بحوث العمليات { 35 , 40 , 28 ,30 ,48 }

الحل:-

درجات الاحصاء x	13	18	40	20	45	136
x^2	169	324	1600	400	2025	4518
درجات بحوث العمليات x	35	40	28	30	48	181
x^2	1225	1600	784	900	2304	6813

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = 163.76 = \frac{4518}{5} - \left(\frac{136}{5}\right)^2$$ ريال

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 12.797 = \sqrt{163.76}$$ درجة

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - \left(\frac{\sum x}{n}\right)^2 = 52.16 = \frac{6813}{5} - \left(\frac{181}{5}\right)^2$$ ريال

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 7.222 = \sqrt{52.16}$$ درجة

أي أن درجات الطلاب في مقرر الاحصاء أكثر تشتتاً من درجات بحوث العمليات

المحاضره السابعه

تابع مقاييس التشتت

4- التباين و الانحراف المعياري :-

ثانياً : التباين و الانحراف المعياري من البيانات المبوبة :-

إذا كانت بيانات الظاهرة ، مبوبة في جدول توزيع تكراري ، فإن التباين والانحراف المعياري يحسب بتطبيق المعادلة التالية :-

$$\sigma^2 = \frac{\sum f x^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum f x}{\sum f}\right)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال :-

الجدول التالي يتضمن فئات الانفاق الشهري للأسرة و المطلوب حساب الانحراف المعياري و التباين :-

عدد الاسر	فئات الانفاق
120	50 -
140	60 -
160	70 -
180	80 -
150	90 - 100
750	المجموع

الحل :-

فئات الانفاق	عدد الاسر f	مركز الفئة x	f x	$f x^2$
50 -	120	55	6600	363000
60 -	140	65	9100	591500
70 -	160	75	12000	900000
80 -	180	85	15300	1300500
90 - 100	150	95	14250	1353750
المجموع	750		57250	4508750

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 = \frac{4508750}{750} - \left(\frac{57250}{750}\right)^2 = 184.8889$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 13.5974$$

مثال :-

الجدول التالي يتضمن فئات الاجر الشهري لمجموعة من العاملين و المطلوب حساب الانحراف المعياري والتباين :-

فئات الانفاق	عدد الاسر
100 -	55
200 -	65
300 -	80
400 -	75
500 - 600	35
المجموع	310

الحل :-

فئات الانفاق	عدد الاسر f	مركز الفئة x	f x	f^2x
100 -	55	150	8250	1237500
200 -	65	250	16250	4062500
300 -	80	350	28000	9800000
400 -	75	450	33750	15187500
500 - 600	35	550	19250	10587500
المجموع	310		105500	40875000

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 = \frac{40875000}{310} - \left(\frac{105500}{310}\right)^2 = 16035.38$$ ريال

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 126.6309$$ ريال

5- معامل الاختلاف المعياري :-

هو معامل نسبي يستخدم للمقارنة بين تشتت ظاهرتين أو أكثر مختلفتين في وحدة القياس أو في القيمة المتوسطة لهما. والظاهرة التي معامل اختلافها أكبر تكون أكثر تشتتاً من الأخرى. ويرمز له بالرمز c.v.(x) .

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

مثال :-

في دراسة لمستوى أداء طلاب التعليم عن بعد في مقررين وهما مقرر المحاسبة و الاحصاء تم تجميع البيانات التالية :-

المقرر	المقاييس الوصفية لاختبار مستوى الطلاب	
	الوسط الحسابي $\bar{X}$	الانحراف المعياري σ
المحاسبة	70	5
الاحصاء	80	8

المطلوب : أي من المقررين أكثر تشتتاً ؟

الحل :

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

$$C.V\ 1 = \frac{5}{70} \times 100 = 7.143\%$$

$$C.V\ 2 = \frac{8}{80} \times 100 = 10\%$$

بما أن معامل الاختلاف لدرجات الطلاب في مقرر الاحصاء أكبر من معامل الاختلاف بالنسبة لدرجات الطلاب في مقرر المحاسبة فيمكن القول أن التشتت النسبي لدرجات الاحصاء أكبر من المحاسبة أي أن درجات المحاسبة أكثر تجانساً من درجات الاحصاء .

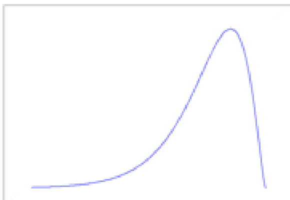
6- معامل الالتواء :-

هو درجة بُعد المنحنى التكراري عن التماثل. ويقصد بالتماثل أنه إذا أسقطنا عموداً من قمة المنحنى التكراري وقسمه إلى قسمين منطبقين يكون التوزيع متماثلاً. والعكس فيكون التوزيع غير متماثل أي ملتو إما إلى جهة اليمين أو إلى جهة اليسار.

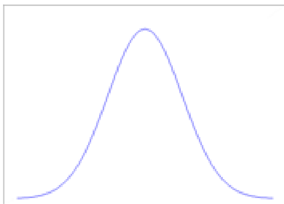
معامل الالتواء = صفر يعني أن المنحنى متماثل أي إذا قسمنا هذا المنحنى قسمين فإنهما يكونا متماثلان تماما، ويسمى لذلك توزيع طبيعي. أما إذا انحرف المنحنى نحو القيم الكبيرة (جهة اليمين) فيوصف بأنه موجب الالتواء، وإذا انحرف نحو القيم الصغيرة (جهة اليسار) فيوصف بأنه سالب الالتواء.

يمكن الاستفادة من هذا التعريف في ناحيتين:

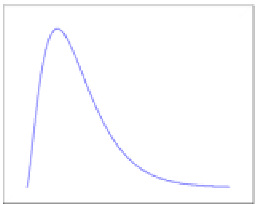
- معرفة نوع الالتواء موجب أو سالب على حسب الإشارة.
- المقارنة بين توزيعين تكرارين . المجموعة التي لها معامل التواء أكبر يكون توزيعها ملتوياً أكثر.



التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليسار
معامل الالتواء = قيمة سالبة



التوزيع متماثل
معامل الالتواء = 0



التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليمين
معامل الالتواء = قيمة موجبة

١- معامل الالتواء المعياري :-

$$\text{معامل الالتواء المعياري} = \frac{3(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

الناتج :-

1- صفر أو يقترب من الصفر إذا فالتوزيع معتدل أو متماثل أو طبيعي .

2- موجب إذا التوزيع ملتوي جهة اليمين .

3- سالب إذا التوزيع ملتوي جهة اليسار .

مثال :-

إذا كان متوسط درجات الطلاب في مقرر الاحصاء 85 درجة و ذلك بانحراف معياري قدره 10 درجات فإذا علمت أن قيمة وسيط الدرجات لهذا المقرر هو 80 درجة المطلوب حساب معامل الالتواء المعياري لدرجات الطلاب في هذا المقرر ؟

الحل

$$\text{معامل الالتواء المعياري} = \frac{3\left(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط}\right)}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{عامل الالتواء المعياري} = \frac{3\times(85-80)}{10} = 1.5$$

حيث أن الناتج قيمة موجبة إذا فهذا التوزيع ملتوي جهة اليمين .

٢- معامل الالتواء الربيعي:-

$$\text{معامل الالتواء الربيعي} = \frac{(\text{الربيع الاعلى} - \text{الوسيط}) - (\text{الوسيط} - \text{الربيع الادنى})}{(\text{الربيع الاعلى} - \text{الربيع الادنى})}$$

وبنفس نواتج الالتواء المعياري يكون الناتج :-

1- صفر أو يقترب من الصفر إذا فالتوزيع معتدل أو متماثل أو طبيعي .

2- موجب إذا التوزيع ملتوي جهة اليمين .

3- سالب إذا التوزيع ملتوي جهة اليسار .

مثال :-

البيانات التالية توضح مجموعة من المقاييس الاحصائية للأجور الشهرية لعينتين من العاملين أحدهما في قطاع التعليم و الاخرى في القطاع الصناعي :-

العاملين في قطاع	الربيع الأدنى	الوسيط	الربيع الأعلى
التعليم	110	500	900
الصناعي	250	850	1100

المطلوب :-

باستخدام معامل الالتواء الربيعي قارن بين نوع كل من التوزيعين .

1- معامل الالتواء الربيعي للعاملين في قطاع التعليم =

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{(900-500)-(500-110)}{(900-110)} = 0.01$$

يتضح من النتائج السابقة أن قيمة معامل الالتواء تقترب من الصفر و لذلك فيمكن اعتبار أن هذا التوزيع متماثل .

2- معامل الالتواء الربيعي للعاملين في القطاع الصناعي =

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{(1100-850)-(850-250)}{(1100-250)} = -0.41176$$

يعتبر التوزيع السابق توزيع ملتوي جهة اليسار.

تمرين شامل :-

الجدول التالي يوضح توزيع فئات الدخل بالريال بالنسبة لمجموعة من الاسر:-

عدد الأسر	فئات الدخل
30	100 -
65	200 -
80	300 -
75	400 -
50	500 - 600
300	المجموع

المطلوب :-

١. الوسط الحسابي والانحراف المعياري
٢. الوسيط
٣. معامل الاختلاف المعياري ومعامل الالتواء المعياري

1- الوسط الحسابي و التباين و الانحراف المعياري :-

فئات الدخل	f	x	f x	fx²
100 -	30	150	4500	675000
200 -	65	250	16250	4062500
300 -	80	350	28000	9800000
400 -	75	450	33750	15187500
500 - 600	50	550	27500	15125000
المجموع	300		110000	44850000

1- الوسط الحسابي :-

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{110000}{300} = 366.67 \text{ ريال}$$

2- التباين :-

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fx}{\sum f}\right)^2 = \frac{44850000}{300} - \left(\frac{110000}{300}\right)^2 = 15055.56$$

3- الانحراف المعياري :-

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{15055.56} = 122.7011 \text{ ريال}$$

2- الوسيط :-

1- تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

الجدول الاصلي

فئات الدخل	عدد الأسر
100 -	30
200 -	65
300 -	80
400 -	75
500 - 600	50
المجموع	300

الجدول التكرارى المتجمع الصاعد

التكرار المتجمع	الحد الادنى لفئة
0	أقل من 100
30	أقل من 200
95	أقل من 300
175	أقل من 400
250	أقل من 500
300	أقل من 600

١- الجدول التكراري المتجمع الصاعد :-

التكرار المتجمع	الحد الادنى لفئة
0	أقل من 100
30	أقل من 200
95	أقل من 300
175	أقل من 400
250	أقل من 500
300	أقل من 600

ترتيب الوسط

٢- ترتيب الوسيط :-

$$\frac{\text{مجموع التكرارات}}{2} = \frac{300}{2} = 150$$

(البحث عن هذه القيمة في عمود التكرار المتجمع)

٣- الوسيط =

$$= 300 + \frac{150-95}{175-95} \times 100 =$$

368.75 ريال

3- معامل الاختلاف المعياري و معامل الالتواء المعياري :-

أ- معامل الاختلاف المعياري :-

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100 = \frac{122.7011}{366.67} \times 100 = 33.46\ \%$$

ب- معامل الالتواء المعياري :-

$$\text{معامل الالتواء المعياري} = \frac{3\left(\text{الوسط الحسابي} - \text{الوسيط}\right)}{\text{الانحراف المعياري}}$$

$$\text{عامل الالتواء المعياري} = \frac{3 \times (366.67 - 368.75)}{122.7011} = -0.05$$

حيث أن الناتج قيمة تقترب من الصفر إذا فهذا التوزيع متماثل .

المحاضره الثامنه

الارتباط

Correlation

مفهوم الارتباط

الارتباط هو علاقة بين متغيرين يمثل كل متغير ظاهرة معينة فإن تغيرت إحدى الظاهرتين في اتجاه معين فالثانية تتغير في اتجاه الأولى أو في اتجاه معاكس للأولى.

الارتباط البسيط

الارتباط بين متغيرين أو ظاهرتين فقط

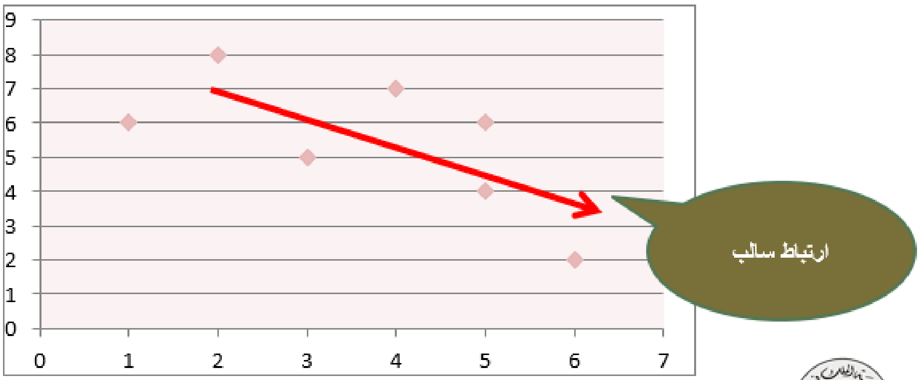
قام باحث بدراسة تأثير الانترنت على التواصل الاجتماعي عند الأطفال فحصل على البيانات التالية

الطفل	استخدام الانترنت x	التواصل الاجتماعي y
A	3	5
B	5	6
C	5	4
D	4	7
E	2	8
F	1	6
G	6	2

لدراسة العلاقة بين المتغيرين و تحديد طبيعتها نحتاج لحساب نوع خاص من المعاملات يقيس مدى الارتباط بين الظاهرتين

شكل الانتشار

رسم كل زوج من القراءات المناظر لكل مفردة من المفرادت



الارتباط الموجب (الطردي)

علاقة بين المتغيرين (x,y) بحيث إذا تغير أحدهما فإن الأخر يتبعه في نفس الاتجاه

الارتباط السالب (العكسي)

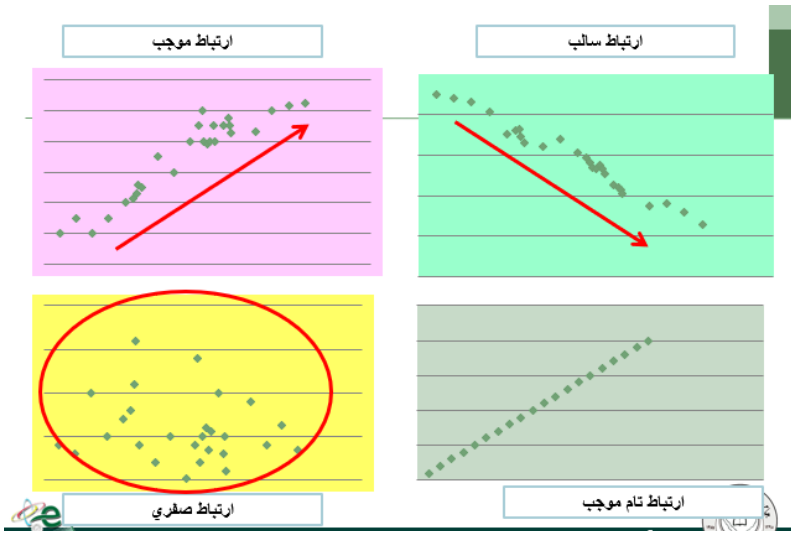
علاقة بين المتغيرين (x,y) بحيث إذا تغير أحدهما فإن الأخر يتبعه في اتجاه مضاد

الارتباط الصفري

الارتباط الذي تقترب قيمته من الصفر , عندما لا يوجد ارتباط بين المتغيرين

الارتباط التام

الارتباط الذي يكون شكل الانتشار له عبارة عن خط مستقيم



قياس الارتباط

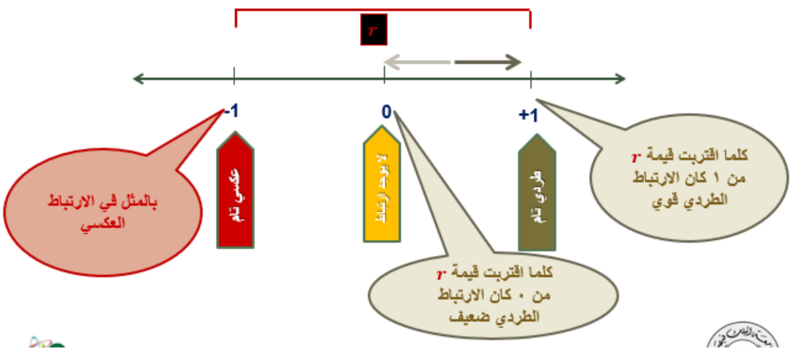
تستخدم معاملات الارتباط لقياس درجة الارتباط بين متغيرين

معامل الارتباط

مقياس رقمي يقيس قوة و نوع الارتباط بين متغيرين. و يرمز له بالرمز r

لاحظ أن ...

- $-1 \leq r \leq +1$
- **الاشارة الموجبة تدل على أن الارتباط طردي.**
- **الاشارة السالبة تدل على أن الارتباط عكسي.**



الجدول التالي قاعدة لتفسير معامل الارتباط

قيمة معامل الارتباط	المعنى
+1	ارتباط طردي تام
من ٠,٧٠ إلى ٠,٩٩	ارتباط طردي قوي
من ٠,٥٠ إلى ٠,٦٩	ارتباط طردي متوسط
من ٠,٠١ إلى ٠,٤٩	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط

يمكن تفسير الارتباط العكسي بنفس الطريقة مع المعاملات السالبة

معامل بيرسون للارتباط الخطي

إذا كان لدينا n من البيانات في المتغيرين X , Y

فإن معامل بيرسون للارتباط الخطي يحسب بالعلاقة :

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

مثال

سجلت درجات الطلاب في مقرري الرياضيات و الإحصاء كما في الجدول التالي

درجات الرياضيات x	15	11	10	12	19	20
درجات الإحصاء y	15	6	10	15	22	25

ادرس وجود علاقة ارتباط بين درجات الطلاب في المقررين.

	x	y	xy	x^2	y^2
	20	25	٥٠٠	٤٠٠	٦٢٥
	19	22	٤١٨	٣٦١	٤٨٤
	12	15	١٨٠	١٤٤	٢٢٥
	10	10	١٠٠	١٠٠	١٠٠
	11	6	٦٦	١٢١	٣٦
	15	15	٢٢٥	٢٢٥	٢٢٥
Σ	٨٧	٩٣	١٤٨٩	١٣٥١	١٦٩٥

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$= \frac{6(1489) - (87)(93)}{\sqrt{[(6\times 1351) - (87)^2][(6\times 1695) - (93)^2]}}$$

$$= \frac{8934 - 8091}{\sqrt{[8106 - 7569][10170 - 8649]}} = \frac{843}{\sqrt{537 \times 1521}} = \frac{843}{903.757}$$
$$= 0.933$$

يوجد ارتباط طردي قوي بين درجات الطلاب في الرياضيات و الإحصاء

مثال

لدراسة العلاقة بين الدخل x و الاستهلاك y بمئات الريالات في مدينة ما , أخذت عينة من الأسر فأعطت النتائج التالية:

x	5	4	6	10	9
y	5	4	5	6	6

احسب معامل بيرسون للارتباط الخطي.

	x	y	xy	x^2	y^2
	5	5	٢٥	٢٥	٢٥
	4	4	١٦	١٦	١٦
	6	5	٣٠	٣٦	٢٥
	10	6	٦٠	١٠٠	٣٦
	9	6	٥٤	٨١	٣٦
∑	34	26	185	258	138

$$r_p = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2][n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$
$$= \frac{5(185) - (34)(26)}{\sqrt{[(5 \times 258) - (34)^2][(5 \times 138) - (26)^2]}}$$
$$= \frac{925 - 884}{\sqrt{[1290 - 1156][690 - 676]}} = \frac{41}{\sqrt{134 \times 14}} = \frac{41}{\sqrt{1876}}$$
$$\approx \frac{41}{43.313} \approx 0.947$$

الارتباط الخطي بين دخل الأسر و استهلاكها طردي قوي

المحاضره التاسعه

تابع الارتباط

لدراسة العلاقة بين تقدير الطالب في الإحصاء و تقديره في الرياضيات ، اخترنا أربع طلاب و كانت تقديراتهم كالتالي:

تقدير الإحصاء X	C	D	F	A
تقدير الرياضيات y	C	B	D	A

هل يمكن حساب معامل بيرسون ..؟ لا يمكن لأن المتغيرات لبست كمية

معامل سبيرمان لارتباط الرتب

يستخدم هذا المعامل لدراسة الإرتباط بين البيانات النوعية ،أي أنه توجد بعض المتغيرات لايمكن قياسها كمياً. وتعتمد هذه الطريقة على إعطاء المتغيرات رتباً لتحل محل القياس العددي

هو أقل دقة من معامل ارتباط بيرسون ويتعامل مع البيانات الكمية وغير الكمية ويستخدم لقياس الارتباط بين المتغيرين إذا كان كلاهما قابل للترتيب حيث يتم فيه استبدال البيانات بإعطائها رتب محددة للترتيب مثل جيد، جيد جدا، ... ويرمز له بالرمز rs

إذا كان المتغير x له الرتب R_x و المتغير Y له الرتب R_y .

و كان $d = R_x - R_y$. حيث d الفرق بين رتبه حسب المتغير الأول x ورتبه حسب المتغير الثاني y (الفرق بين رتب القيم لكل زوج من البيانات) وفي حالة التساوي يأخذ المتوسط الحسابي. فإن معامل سبيرمان لارتباط الرتب تحسب قيمته من الصيغة الرياضية التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

مثال

أوجد معامل الارتباط بين تقدير الطلاب في الإحصاء و تقديرها في الرياضيات كما هو موضح في الجدول

تقدير الإحصاء X	C	D	F	A
تقدير الرياضيات y	C	B	D	A

نكون جدول نبين فيه رتب كل من x و y الفرق d و مربع الفرق d

x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
C	C	2	3	-1	1
D	B	3	2	1	1
F	D	4	4	0	0
A	A	١	1	0	0
∑					2

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_s = 1 - \frac{6\times 2}{4(4^2-1)} = 1 - \frac{12}{4\times 15} = 1 - \frac{12}{60}$$

$$= 0.8$$

الارتباط طردي قوي

يمكن اعادة حل المثال السابق باستخدام معامل سبيرمان

مثال

سجلت درجات الطلاب في مقرري الرياضيات و الإحصاء كما في الجدول التالي

درجات الرياضيات x	٢٠	١٩	12	10	11	15
درجات الإحصاء y	٢٥	22	15	10	6	15

ادرس وجود علاقة ارتباط بين درجات الطلاب في المقررين.

x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
20	25	1	1	0	0
19	22	2	2	0	0
12	15	4	3.5	0.5	0.25
10	10	6	5	1	1
11	6	5	6	-1	1
15	15	3	3.5	-0.5	0.25
المجموع					2.5

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_S = 1 - \frac{6 \times 2.5}{6(6^2-1)} = 1 - \frac{15}{6 \times 35} = 1 - \frac{15}{210}$$

$$= 0.928 \approx 0.93$$

الارتباط طردي قوي

مثال

في دراسة لمعرفة العلاقة بين عدد حقول النفط المكتشفة و طول الأنابيب بالكيلومتر الناقلة للنفط خلال عدة سنوات ، سجلت ٦ قراءات . و المطلوب ايجاد معامل الارتباط.

عدد حقول النفط X	55	54	56	61	62	63
طول الأنابيب y	21906	22300	23100	23203	23200	23600

يمكن استخدام معامل بيرسون لأن المتغيرين كميين و لكن لوجود أرقام كبيرة نستخدم معامل سبيرمان

x	y	رتب x	رتب y	d	d^2
٥٥	21906	2	1	1	1
٥٤	22300	1	2	-1	1
٥٦	23100	3	3	0	0
٦١	23203	4	5	-1	1
٦٢	23200	5	4	1	1
٦٣	23600	6	6	0	0
$\sum$					4

$$r_S = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

$$r_S = 1 - \frac{6 \times 4}{6(6^2-1)} = 1 - \frac{24}{6 \times 35} = 1 - \frac{24}{210}$$

$$= 1 - 0.114 = 0.886$$

الارتباط طردي قوي

ملاحظات على معامل سبيرمان

- يمكن استخدامه للبيانات الكمية أو للبيانات الوصفية الترتيبية.
- يتميز بسهولة حسابه.
- من عيوبه إهماله للفروق بين الأعداد عند حساب الرتب و بالتالي فهو أقل دقة.
- يصعب حسابه للبيانات الكمية إذا كانت كبيرة العدد و لذا يفضل استخدامه إذا كانت البيانات الكمية أقل من ٣٠.

3 - معامل الاقتران (فاي)

- معامل اقتران "فاى" يستخدم لقياس العلاقة بين متغيرين اسميين كل منهما ثنائي التقسيم، كالنوع (ذكر/أنثى) والإصابة بالمرض (مصاب/غير مصاب) والتدخين (مدخن/غير مدخن)...الخ.

المجموع	X_2	X_1	X / Y
a+b	b	a	Y_1
c+d	d	c	Y_2
	b+d	a+c	المجموع

معامل فاي للاقتران يعطى في الصورة التاليه:

$$r_\phi = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

مثال (1):

أوجد قيمة معامل الاقتران بين النوع x (ذكر/ أنثى) والإصابة بمرض الاكتئاب Y

(مصاب/ غير مصاب) حسب البيانات التالية :

الاكتئاب / النوع	مصاب	غير مصاب
ذكر	12	8
أنثى	4	6

الحل :

نوجد أولاً المجاميع الهامشية كما في الجدول التالي : وعليه فإن :

$a = 12$

$b = 8$

$c = 4$

$d = 6$

الاكتئاب / النوع	مصاب	غير مصاب	المجموع
ذكر	12 a	8 b	20
أنثى	4 c	6 d	10
المجموع	16	14	30

$$r_\phi = \frac{(ad)-(bc)}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} = \frac{(12\times 6)-(8\times 4)}{\sqrt{20\times 10\times 16\times 14}}$$

$$= \frac{72-32}{\sqrt{44800}} = \frac{40}{211.66} \approx 0.19$$

أي أنه توجد علاقة ضعيفة بين النوع والإصابة بمرض الاكتئاب .

مثال (2): الجدول التالي يلخص دراسة لقياس العلاقة بين التطعيم ضد مرض الانفلونزا والإصابة بهذا المرض.

المطلوب: حساب معامل الاقتران

التطعيم / الاصابة	نعم	لا
نعم	٩٠٠	٣٥٠
لا	٣٠٠	٣٠٠

الحل : نوجد أولاً المجاميع الهامشية كما في الجدول التالي : وعليه فإن :

a= 900

b = 350

c = 300

d = 300

$$r_\emptyset = \frac{(ad)-(bc)}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

$$= \frac{(900\times 300)-(350\times 300)}{\sqrt{1250\times 600\times 1200\times 650}} =$$

$$\frac{165000}{764852.9} = 0.215$$

أي أنه توجد علاقة ضعيفة بين التطعيم والإصابة بمرض الانفلونزا.

المحاضره العاشره

الانحدار

Regression

تحليل الانحدار

- تحليل الانحدار هو كل طريقة إحصائية يتم فيها التنبؤ بمتوسط متغير عشوائي أو عدة متغيرات عشوائية اعتمادا على قيم وقياسات لمتغيرات عشوائية أخرى، وله عدة أنواع مثل (الانحدار الخطي البسيط، الانحدار اللوجستي، انحدار بواسون .... الخ)
- ويعد الانحدار الخطي البسيط أحد الأساليب الاحصائية التي تستخدم في قياس العلاقة بين متغيرين على هيئة علاقة دالة ويسمى أحد المتغيرات (متغير تابع) والأخر (متغير مستقل) وهو الذى يتسبب في تغير المتغير التابع

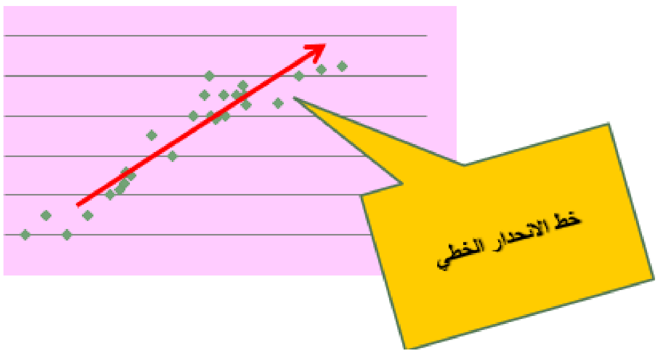
يعتبر تحليل الانحدار أكثر طرق التحليل الاحصائي استخداما، حيث يتم من خلاله التنبؤ بقيمة أحد المتغيرات (التابع) عند قيمة محددة لمتغير أو متغيرات أخرى (مستقلة)، وتسمى العلاقة الرياضية التي تصف سلوك المتغيرات محل الدراسة والتي من خلالها يتم التنبؤ بسلوك أحد المتغيرين عند معرفة الآخر بمعادلة خط الانحدار.

ولها صورتان هما:

- معادلة انحدار y على x (y/x)
- معادلة انحدار x على y (x/y)

وسوف يتم دراسة النوع الأول فقط.

عند دراسة الارتباط الخطي بين ظاهرتين ندرس شكل الانتشار



خطوات التنبؤ

الخطوة الأولى : تعيين خط الانحدار و يمثل بمعادلة رياضية.

الخطوة الثانية : استخدام المعادلة في التنبؤ.

معادلة انحدار y على x (y/x):

وهي التي تحدد قيمة المتغير y تبعا لقيمة المتغير x (أي أننا نعتبر أن x هو المتغير المستقل و y هو المتغير التابع) لذلك يمكن التعبير عن تلك العلاقة بالمعادلة التالية:

$$\hat{y} = a + bx$$

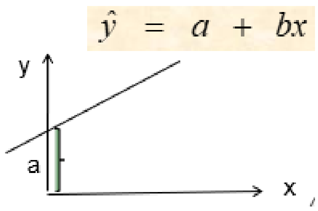
حيث:

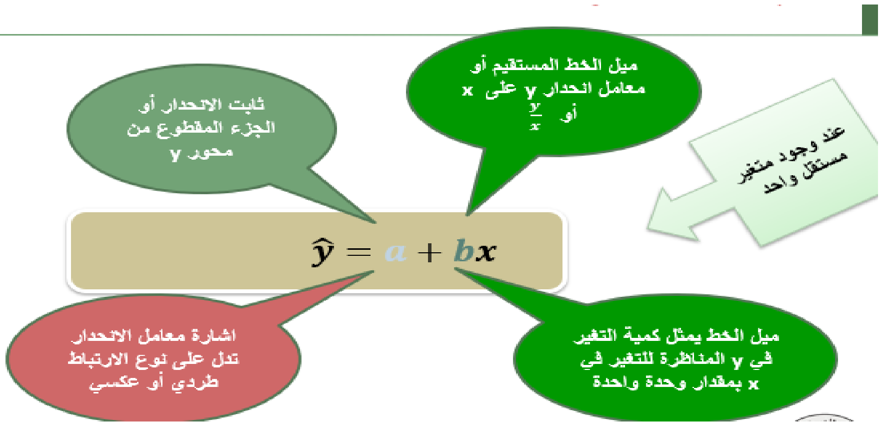
a: يسمى **ثابت الانحدار** (يمثل طول الجزء المقطوع من المحور الرأسي)

b: يسمى **معامل الانحدار** أو **ميل الخط المستقيم**

- بعد تمثيل الأزواج المرتبة بالمستوى نحصل على شكل الانتشار فإذا أظهر الشكل الانتشاري للبيانات أن هناك علاقة خطية بين المتغيرين نقوم بتقدير خط الانحدار بواسطة العلاقة:

$$\hat{y} = a + bx$$





لإيجاد قيمة a و b

<u>مثال</u>: لدراسة علاقة الاستهلاك المحلي (y) بالإنتاج (x) لمادة الإسفلت (بالمليون برميل) خلال عدة سنوات، أخذنا عشر قراءات تقريبية كما يلي :

y	6	8	9	8	7	6	5	6	5	5
x	10	13	15	14	9	7	6	6	5	5

أوجد <u>معادلة الانحدار الخطي البسيط</u>، ثم تنبأ بقيمة الاستهلاك عندما يصل الإنتاج الى 16 مليون برميل.

في البداية يجب علينا إعداد جدول لحساب قيم المجاميع التي سوف تستخدم في القوانين الخاصة بإيجاد قيم a و b كما يلي:

	x	y	xy	x^2
	10	6	60	100
	13	8	104	169
	15	9	135	225
	14	8	112	196
	9	7	63	81
	7	6	42	49
	6	5	30	36
	6	6	36	36
	5	5	25	25
	5	5	25	25
$\sum$	90	65	632	942
	$=\sum x$	$=\sum y$	$=\sum xy$	$=\sum x^2$

$$b=\frac{n\sum xy-(\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2-(\sum x)^2}=\frac{6320-(90)(65)}{9420-90^2}=\frac{6320-5850}{9420-8100}=\frac{470}{1320}=0.36$$

$$a=\frac{\sum y-b\sum x}{n}=\frac{65-(0.36\times 90)}{10}=3.26$$

معادله خط الانحدار البسيط في هذه الحالة

$$\hat{y}=3.26+0.36x$$

من خلال المعادلة السابقة نستطيع أن نحدد مايلي:

الجزء الثابت (المقطوع من المحور الرأسي) = 3.26

ميل الخط المستقيم = 0.36

وللتنبؤ بقيمة الاستهلاك عند حجم إنتاج 16مليون برميل، يتم التعويض $x = 16$ ومن ثم نحسب قيمة $\hat{y}$

$$\hat{y} = 3.26 + 0.36 \times 16 = 9.02$$

أي أن الاستهلاك سيصل تقريبا الى 9.02 مليون برميل إذا كان حجم الإنتاج 16 مليون برميل

مثال: سجلت درجات الطلاب في مقرري الإحصاء والرياضيات كما في الجدول التالي:

درجات الرياضيات x	20	19	12	10	11	15
درجات الإحصاء y	25	22	15	10	6	15

المطلوب: تقدير درجة أحد الطلاب في مقرر الإحصاء إذا علمت أنه قد حصل في مقرر الرياضيات على 18 درجة.

ملاحظة: رغم انه لم يطلب معادلة الانحدار إلا أننا لابد من اعدادها لكي نستطيع التنبؤ بدرجة الطالب في مقرر الإحصاء.

في البداية يجب علينا إعداد جدول لحساب قيم المجاميع التي سوف تستخدم في القوانين الخاصة بإيجاد قيم a و b كما يلي:

x	y	xy	x^2
20	25	500	400
19	22	418	361
12	15	180	144
10	10	100	100
11	6	66	121
15	15	225	225
$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$
87	93	1489	1351

$$b = \frac{n\sum xy \ - \ (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 \ - \ (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{6(1489) - (87)(93)}{6(1351) - (87)^2} = \frac{8934 - 8091}{8106 - 7569} = \frac{843}{537} = 1.57$$

$$a = \frac{\sum y \ - b\sum x}{n}$$

$$a = \frac{93 \ - 1.57 \times 87}{6} = \frac{93 - 136.59}{6} = -7.27$$

من خلال المعادلة السابقة نستطيع أن نحدد مايلي:

الجزء الثابت (المقطوع من المحور الرأسي) = -7.27

ميل الخط المستقيم = 1.57

معادلة الانحدار $\hat{y} = -7.27 + 1.57x$

وللتنبؤ بدرجة مقرر الاحصاء عندما تكون درجة مقرر الرياضيات 18 درجة، يتم التعويض $x = 18$ ومن ثم نحسب قيمة $\hat{y}$

$$\hat{y} = -7.27 + 1.57 \times 18 = 22$$ درجة تقريبا

أي أن الطالب متوقع له الحصول على 22 درجة في مقرر الإحصاء إذا حصل على 18 درجة في مقرر الرياضيات.

المحاضره الحاديه عشر

تابع الانحدار

Regression

تحليل الانحدار

ملاحظة: في بعض الأحيان قد تعطى المجاميع المستخدمة في القوانين جاهزة في التمارين سواء في الارتباط أو الانحدار.

مثال:

أخذت عينة عشوائية من 12زوج من قيم (x, y) فكانت المجاميع كما يلي:

$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$	$\sum y^2$
300	342	9020	8040	11380

المطلوب: إيجاد معادلة الانحدار ثم التنبؤ بقيمة y إذا كانت قيمة $x = 30$

$$b = \frac{n\sum xy \; - \; (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 \; - \; (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{12(9020) - (300)(342)}{12(8040) - (300)^2} = \frac{108240 - 102600}{96480 - 90000} = \frac{5640}{6480}$$

$$= 0.87$$

$$a = \frac{\sum y \; - b\sum x}{n}$$

$$a = \frac{342 \; - 0.87 \times 300}{12} = \frac{342 - 261}{12} = 6.75$$

من خلال المعادلة السابقة نستطيع أن نحدد مايلي:

الجزء الثابت (المقطوع من المحور الرأسي) = 6.75

ميل الخط المستقيم = 0.87

وبذلك تكون معادلة الانحدار $\hat{y} = 6.75 + 0.87x$

وللتنبؤ بقيمة y عندما تكون قيمة x تساوي 30 ، يتم التعويض عن $x = 30$ ومن ثم نحسب قيمة $\hat{y}$

$$\hat{y} = 6.75 + 0.87 \times 30 = 32.85$$

استخدام معادلة الانحدار في السلاسل الزمنية:

- السلسلة الزمنية هي مجموعة من القياسات المسجلة لمتغير واحد أو أكثر مرتبة حسب زمن وقوعها، ورياضياً نعتبر أن متغير الزمن هو المتغير المستقل t، وأن كل قيمة في الزمن يقابلها قيم للمتغير التابع y ، أي أن y تعتبر دالة في الزمن t.

- وبذلك نستطيع ان نعرف السلسلة الزمنية بأنها مجموعة المشاهدات الإحصائية التي تسجل لفترات متتالية من الزمن، وقد تكون هذه السلسلة بالقيم المطلقة أو بالقيم النسبية أو بالمتوسطات.

ومن أمثلة السلاسل الزمنية:

- معدلات الانجاب السنوية.
- قياس الضغط لمريض ما يومياً
- الإنتاج الشهري من البترول

الاتجاه العام:

تغيرات الاتجاه العام تعنى بالزيادة أو النقصان طويل الاجل في البيانات عبر الزمن، ويتم التعرف على ذلك من خلال ما يسمى الاتجاه العام للسلسلة الزمنية، ويمكن تقدير الاتجاه العام بعدة طرق منها معادلة الانحدار الخطي البسيط.

تعد طريقة معادلة الانحدار لتقدير الاتجاه العام أكثر دقة من غيرها من الطرق الأخرى بسبب انها تجعل مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية أقل ما يمكن وذلك من خلال العلاقة التالية:

$$\hat{y} = a + bx$$

حيث:

x تمثل المتغير المستقل (الزمن) (بديل t في معادلة السلسلة الزمنية)

وباقي المتغيرات كما هي في مع

مثال:

بدراسة معدلات الإنتاج في أحد المصانع التي تعمل في مجال الطاقة، تبين تطور كمية الإنتاج خلال مدة الدراسة كما يلي: (الإنتاج بالألف طن)

السنة	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨	٢٠٠٩	٢٠١٠
كمية الانتاج	١٧	٢٥	٣٣	٤١	٣٩	٤٨	٥٣

المطلوب: تقدير معادلة الاتجاه العام لتطور الإنتاج في هذا المصنع، وما هي كمية الإنتاج المتوقعة في عام 2013.

طبعا في البداية كما نلاحظ أن قيم المتغير x هي قيم السنوات وهى تعد قيم كبيرة جدا عند إعداد الجدول المستخدم في إيجاد المجاميع التي تستخدم لتقدير قيم a, b في معادلة الاتجاه العام.

لذلك يتم تحويل قيم السنوات لقيم بسيطة كما يلي:

يتم وضع القيمة 1 امام السنة الأولى ثم 2 امام السنة الثانية .... وهكذا بالتوالي. ويتم استخدام هذه القيم على انها قيم المتغير x

يتم إعداد جدول للمجاميع كما يلي:

السنوات	x	y	xy	x^2
2004	1	17	17	1
2005	2	25	50	4
2006	3	33	99	9
2007	4	41	164	16
2008	5	39	195	25
2009	6	48	288	36
2010	7	53	371	49
	$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$
	28	256	1184	140

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{7(1184) - (28)(256)}{7(140) - (28)^2} = \frac{8288 - 7168}{980 - 784} = \frac{1120}{196} = 5.71$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

$$a = \frac{256 - 5.71 \times 28}{7} = \frac{256 - 159.88}{7} = 13.72$$

من خلال المعادلة السابقة نستطيع أن نحدد مايلي:

معادلة الاتجاة العام $\hat{y} = 13.72 + 5.71x$

وللتنبؤ بحجم الإنتاج في عام 2013 يتم تقدير هذا العام في السلسلة الزمنية ونجد أن ترتيبه هو 10،

ولذلك يتم التعويض $x = 10$ ومن ثم نحسب قيمة $\hat{y}$

$\hat{y} = 13.72 + 5.71 \times 10 = 70.82$ الف طن

أي أن الإنتاج المتوقع في عام 2013 تم التنبؤ به وتقديره من خلال معادلة الاتجاه العام التي تم تقديرها،

ومن خلالها يمكن تقدير حجم الإنتاج خلال أي عام تالي على حسب موقعة في السلسلة الزمنية.

مثال:

البيانات التالية تمثل إنتاج إحدى الشركات خلال 6 أعوام بدءً من عام 2011 وحتى عام 2016.

$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$
21	121	484	91

المطلوب: تقدير حجم الإنتاج عام 2021

$$b = \frac{n\sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{6(484) - (21)(121)}{6(91) - (21)^2} = \frac{2904 - 2541}{546 - 441} = \frac{363}{105} = 3.46$$

$$a = \frac{\sum y - b\sum x}{n}$$

$$a = \frac{121 - 3.46 \times 21}{6} = \frac{121 - 72.66}{6} = 8.06$$

من خلال المعادلة السابقة نستطيع أن نحدد مايلي:

معادلة الاتجاة العام $\hat{y} = 8.06 + 3.46x$

وللتنبؤ بحجم الإنتاج في عام 2021 يتم تقدير هذا العام في السلسلة الزمنية ونجد أن ترتيبه هو 11،حيث أن عام 2016 كان يساوي الترتيب 6 ولذلك يتم التعويض $x = 11$ ومن ثم نحسب قيمة $\hat{y}$

$$\hat{y} = 8.06 + 3.46 \times 11 = 46.12$$

أي أن الإنتاج المتوقع في عام 2021 تم التنبؤ به وتقديره من خلال معادلة الاتجاه العام التي تم تقديرها، ومن خلالها يمكن تقدير حجم الإنتاج خلال أي عام تالي على حسب موقعة في السلسلسة الزمنية.

المحاضره الثانية عشر

الارقام القياسية

تعريف الأرقام القياسية:

الرقم القياسي هو مؤشر إحصائي (رقم نسبي) يستخدم في قياس التغير النسبي الذي يطرأ على ظاهرة من الظواهر الاقتصادية أو الاجتماعية، فهو يستخدم لقياس التغير في أسعار السلع أو في حجم إنتاجها أو في كمية المبيعات منها أو في حجم السكان، وذلك وفقا لأساس معين سواء كان هذا الأساس فترة زمنية معينة أو مكانا معينا.

فترة الأساس

الأساس هو فترة زمنية معينة أو مكانا معينا (أو أي خاصية أخرى مثل الدخل أو الاستهلاك وغير ذلك)، وعادة تكون فترة الأساس فترة سابقة للفترة التي نريد مقارنتها (وفي حالات نادرة جدا قد تكون فترة الأساس فترة لاحقة لفترة المقارنة).

ويجب أن تمتاز فترة الأساس بما يلي :

- **الاستقرار الاقتصادي**
- **الخلو من العوامل المؤثرة على الأسعار (الحروب)**
- **البعد عن سنوات المقارنة**

أما عند اختيار مكان الأساس لابد أن يكون لهذا المكان أهمية خاصة وأن يكون مركزا أساسيا لإنتاج السلعة المراد استخراج الرقم القياسي لها

الأرقام القياسية للأسعار Price Index Numbers

تعتبر الأرقام القياسية للأسعار من أهم أنواع الأرقام القياسية وأكثرها شيوعا، لانها تساهم في قياس التغير في المستوى العام للأسعار أو التغير في تكاليف المعيشة في فترة زمنية معينة مقارنة بفترة زمنية أخرى.

ومن أشهرها:

- **مؤشر أسعار المستهلكين Consumer Price Index ويرمز له (CPI)**
- **مخفض الناتج القومي الإجمالي Gross National Product Deflator**
- **مؤشر اسعار المنتجين Producer Price Index ويرمز له (PPI)**
- **مخفض الناتج المحلي الإجمالي Gross Domestic Product Deflator**

يهتم النظام الاقتصادي السعودي بنشر الأرقام القياسية للاسعار وتكالبف المعيشة على شكل تقارير شهرية.

ومن هذه الأرقام مايلي:

- الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لمتوسطي الدخل
- الرقم القياسي لتكاليف المعيشة لجميع السكان

ويشمل الرقمين السابقين الملابس والاثاث المنزلي والرعاية الطبية والسكن والاتصالات .... الخ

- الرقم القياسي لأسعار الجملة

ويشمل المواد الغذائية والمشروبات والمواد الخام ...... الخ

المقصود بالتضخم هو الارتفاع المستمر في المستوى العام للاسعار والذي على ضوئه تنخفض القيمة الشرائية للوحدة النقدية (الريال مثلا)، وتقوم أغلب الدول بإستخدام الأرقام القياسية للأسعار لإيجاد معدلات التضخم السنوية.

وغالبا ما يتم استخدام مؤشر أسعار المستهلكين (CPI) لسنتين متتاليتين لحساب معدل التضخم السنوي في السنة الأخيرة من خلال العلاقة:

$$i_r = \frac{CPI_r - CPI_{r-1}}{CPI_{r-1}} \times 100$$

حيث:

i_r معدل التضخم للسنة r

CPI_r مؤشر أسعار المستهلكين للسنة r

CPI_{r-1} مؤشر أسعار المستهلكين للسنة $r-1$

دور الأرقام القياسية في حساب معدلات التضخم

مثال:

إذا افترضنا أن مؤشر اسعار المستهلكين في المملكة لسنة $2006 = 120$ وسنة $2007 = 123$.

ما هو معدل التضخم في سنة 2007

الحل

$$i_{2007} = \frac{CPI_{2007} - CPI_{2006}}{CPI_{2006}} \times 100$$

$$i_{2007} = \frac{123 - 120}{120} \times 100 = 2.5\%$$

أي أن معدل التضخم في سنة 2007 يساوي 2.5%

مثال:

إذا افترضنا أن مؤشر اسعار المستهلكين في المملكة لسنة 2009 = 200، ومعدل التضخم في سنة 2010 يساوي 5% ، فما هو مؤشر أسعار المستهلكين في المملكة لعام 2010

الحل

$$i_{2010} = \frac{CPI_{2010} - CPI_{2009}}{CPI_{2009}} \times 100$$

$$0.05 = \frac{CPI_{2010} - 200}{200}$$

$$0.05 \times 200 = CPI_{2010} - 200$$

$$CPI_{2010} = 10 + 200 = 210$$

فوائد الأرقام القياسية واستعمالاتها :

- قياس التغير الذي يطرأ على الحياة بمجملها بشكل عام والجوانب الاقتصادية بشكل خاص.
- تحليل العوامل التي تساهم في تغير الظاهرة فتبين مدى مساهمة كل من هذه العوامل في إحداث التغير الكلي.
- الرقابة على تنفيذ الخطط .

الرقم القياسي المرجح

وهو ذلك الرقم الذي يأخذ الأهمية النسبية للسلعة أو الأجر بعين الاعتبار فيعطي كل سلعة (أجر) وزنا يتلاءم مع أهميته، فعند تركيب رقم قياسي للكميات يجب ترجيحه بالأسعار، وعند تركيب رقم قياسي للأسعار يجب ترجيحه بالكميات وبالتالي يكون الناتج رقما قياسيا مرجحا.

منسوب السعر لسلعة واحدة (ظاهرة بسيطة):

يمكن إيجاد رقم قياسي لسعر سلعة بمفردها، ويسمى الرقم القياسي للسعر بمنسوب السعر ويرمز له بالرمز Pr ويمكن حسابه بالطريقة التالية :

$$P_r = \frac{P_1}{P0}(100)$$

حيث ان

P_r = منسوب السعر

P_1 = السعر سنة المقارنة

P_0 = السعر سنة الاساس

مثال: إذا كانت لدينا البيانات التالية والممثلة لسعر سلعة معينة من الفترة **2006**وحتى **2010**.

السنة	سعر السلعة بالريال
2006	25
2007	30
2008	24
2009	32
2010	36

المطلوب:

إيجاد منسوب السعر لهذه السلعة للفترة من سنة 2006 حتى سنة 2010 باعتبار سنة 2006 سنة أساس، مع تفسير النتائج التي يتم الحصول عليها .

الحل: يتم استخدام قانون منسوب السعر كما يلي: $P_r = \frac{P_1}{P0}(100)$

السنة	السعر	منسوب السعر	تفسير النتائج
2006	25	$\frac{25}{25} \times 100 = 1$	سنة الأساس
2007	30	$\frac{30}{25} \times 100 = 120\%$	زادت الأسعار بنسبة 20%
2008	24	$\frac{24}{25} \times 100 = 96\%$	انخفضت الأسعار بنسبة 4%
2009	32	$\frac{32}{25} \times 100 = 128\%$	زادت الأسعار بنسبة 28%
2010	36	$\frac{36}{25} \times 100 = 144\%$	زادت الأسعار بنسبة 44%

المحاضره الثالثة عشر

تابع الارقام القياسية

منسوب السعر لمجموعة من السلع

الرقم القياسي السابق (في نهاية المحاضرة الثانية عشر) كان منسوب السعر لسلعة واحدة فقط، إلا أن كثيرا من الحالات تكون أكثر تعقيدا بأن تكون لدينا عدة سلع متغيرة ونرغب في حساب منسوب السعر (الرقم القياسي) لها. ففي حالة استخراج الرقم القياسي لمثل هذا الوضع فإنه يدخل في الحساب جميع قيم السلع التي تتألف منها الظاهرة.

وهذا الرقم التجميعي له عدة صور مختلفة سوف ندرس منها اربع صور فقط هي:

- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير)
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش)
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر)

١- الرقم التجميعي البسيط للأسعار

يرمز لهذا الرقم القياسي بالرمز (I_s) ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$I_s = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100$$

حيث:

$\sum P_1$ هو مجموع أسعار السلع والخدمات خلال فترة المقارنة

$\sum P_0$ هو مجموع أسعار السلع والخدمات خلال فترة الاساس

ومن عيوب هذا الرقم أنه لا يعطى للكميات المستهلكة في كل نوع من أنواع السلع وزناً وبالتالي فإنه حساس للغاية إذا حدث أي تباين في الكميات المستهلكة.

مثال: إذا كان سعر السلعة (أ) في عام 2006 يساوي 20 ريال وسعر نفس السلعة في 2009 يساوي 25 ريال، وكان سعر السلعة (ب) في 2006 يساوي 18 ريال وفي 2009 يساوي 21 ريال، احسب الرقم التجميعي للأسعار على إعتبار أن 2006 هي سنة الأساس.

$$I_s = \frac{\sum P_{2009}}{\sum P_{2006}} \times 100 = \frac{25 + 21}{20 + 18} \times 100 = \frac{46}{38} \times 100 = 121\%$$

٢- رقم لاسبير

يرمز لهذا الرقم القياسي بالرمز (I_r) ويعبر هذا الرقم عن أثر التغير في السعر كما لو بقيت الكميات المشتراة في سنة الأساس هي نفسها في سنة المقارنة ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$I_r = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$$

حيث:

$\sum P_1 Q_0$ هو مجموع أسعار السلع والخدمات خلال فترة المقارنة مرجحة بكميات سنة الاساس

$\sum P_0 Q_0$ هو مجموع أسعار السلع والخدمات خلال فترة الأساس مرجحة بكميات سنة الاساس

٣- رقم باش

يرمز لهذا الرقم القياسي بالرمز (I_p) ويعبر هذا الرقم عن أثر التغير في السعر كما لو أن الكميات المشتراة في سنة المقارنة كانت قد اشتريت في سنة الأساس ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$I_p = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$$

حيث:

$\sum P_1 Q_1$ هو مجموع أسعار السلع والخدمات خلال فترة المقارنة مرجحة بكميات سنة المقارنة

$\sum P_0 Q_1$ هو مجموع أسعار السلع والخدمات خلال فترة الأساس مرجحة بكميات سنة المقارنة

٣- رقم فيشر

يرمز لهذا الرقم القياسي بالرمز (I_f) وهو عبارة عن الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش (أي أنه الجذر التربيعي لحاصل ضرب رقم لاسبير ورقم باش، ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$I_f = \sqrt{I_r I_p}$$

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}} \times 100$$

ومن عيوب هذا الرقم أنه رقم رياضي فقط وليس له معني اقتصادى هام.

تمرين شامل:

تمرين:

يوضح الجدول التالي أسعار وكميات ثلاث سلع استهلاكية للسنتين 2012 و 2015:

المنتجات	سنة 2012 (الأساس)		سنة 2015 (المقارنة)	
	الكمية Q_0	السعر P_0	الكمية Q_1	السعر P_1
الأولى	300	5	500	8
الثانية	400	7	300	10
الثالثة	200	3	100	5

المطلوب:

١. الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار

٢. الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير)

٣. الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش)

٤. الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر)

الحل:

في البداية يتم تكوين جدول لإعداد جميع المجاميع المطلوبة في الحل

جدول المجاميع

المنتجات	2012		2015		P_0Q_0	P_1Q_0	P_0Q_1	P_1Q_1
	Q_0	P_0	Q_1	P_1				
الأولى	300	5	500	8	1500	2400	2500	4000
الثانية	400	7	300	10	2800	4000	2100	3000
الثالثة	200	3	100	5	600	1000	300	500
المجموع		$\sum P_0$		$\sum P_1$	$\sum P_0Q_0$	$\sum P_1Q_0$	$\sum P_0Q_1$	$\sum P_1Q_1$
		15		**23**	**4900**	**7400**	**4900**	**7500**

أولاً: الرقم القياسي التجميعي البسيط

$$I_s = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 = \frac{23}{15} \times 100 = 153.3\%$$

أي أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاثة قد ارتفع في سنة 2012 بمعدل 53.3% وذلك مقارنة بعام 2015

ثانياً: الرقم القياسى التجميعى للأسعار مرجح بكميات الأساس (لاسبير)

$$I_r = \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} \times 100 = \frac{7400}{4900} \times 100 = 151\%$$

أي أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاثة مرجح بكميات الأساس قد ارتفع في سنة 2012 بمعدل 51% وذلك مقارنة بعام 2015

ثالثاً: الرقم القياسى التجميعى للأسعار مرجح بكميات المقارنة (باش)

$$I_p = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} \times 100 = \frac{7500}{4900} \times 100 = 153\%$$

أي أن المستوي العام لأسعار المنتجات الثلاثة مرجح بكميات المقارنة قد ارتفع في سنة 2012 بمعدل 53% وذلك مقارنة بعام 2015

رابعاً: الرقم القياسى التجميعى للأسعار مرجح بكميات الأساس والمقارنة (فيشر)

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} \times \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1}} \times 100 = \sqrt{\frac{7400}{4900} \times \frac{7500}{4900}} \times 100 = 152\%$$

تمرين:

إذا تو افرت لديك المجاميع التالية:

$$P_0 = 48 \quad P_1 = 60 \quad P_0Q_0 = 37100$$
$$P_1Q_0 = 46100 \quad P_0Q_1 = 71750 \quad P_1Q_1 = 89000$$

المطلوب:

١. الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار
٢. رقم لاسبير
٣. رقم باش
٤. رقم فيشر

أولاً: الرقم القياسي التجميعي البسيط

$$I_s = \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \times 100 = \frac{60}{48} \times 100 = 125\%$$

ثانياً: الرقم القياسى التجميعى للأسعار مرجح بكميات الأساس (لاسبير)

$$I_r = \frac{\sum P_1Q_0}{\sum P_0Q_0} \times 100 = \frac{46100}{37100} \times 100 = 124.26\%$$

ثالثاً: الرقم القياسى التجميعى للأسعار مرجح بكميات المقارنة (باش)

$$I_p = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_1} \times 100 = \frac{89000}{71750} \times 100 = 124.04\%$$

رابعاً: الرقم القياسى التجميعى للأسعار مرجح بكميات الأساس والمقارنة (فيشر)

$$I_f = \sqrt{I_rI_p} \times 100 = \sqrt{124.26 \times 124.04} = 124.15\%$$

المحاضره الرابعه عشر

مراجـــــــعة

١. إذا كان X متغيراً عشوائياً يمثل أوزان اللاعبين في أحد الفرق، فإن هذا المغير:

أ- نوعي أسمي

ب- كمي منفصل

ج- وصفي ترتيبي

د- كمي متصل

٢. هو من مقاييس النزعة المركزية ويتطلب ترتيب للقيم لنتمكن من حسابه

أ- الوسيط

ب- الوسط الحسابي

ج- المنوال

د- المدى

٣. يطلق على البيانات الخام إذا تم التعامل معها كما هي ...

أ- غير مبوبة

ب- أولية

ج- مبوبة

د- خام

٤. المتغير الذي يعبر عن الحالة الاجتماعية للأفراد في مجتمع معين هو متغير ...

أ- كمي متصل

ب- وصفي أسمي

ج- وصفي ترتيبي

د- كمي منفصل

٥. البيانات الآتية تمثل تقديرات 10 طلاب في مادة الرياضيات: 3 ,5 ,6 ,5 ,1 ,9 ,3 ,5 ,2 ,7
المنوال هو:

أ- 3
ب- 9
ج- 5
د- لا يوجد منوال

<u>للسؤالين السادس والسابع</u>

إذا كان الربيع الأدنى = 20 والوسيط = 24 والربيع الأعلى = 30، والوسط الحسابي = 40 والانحراف المعياري = 4

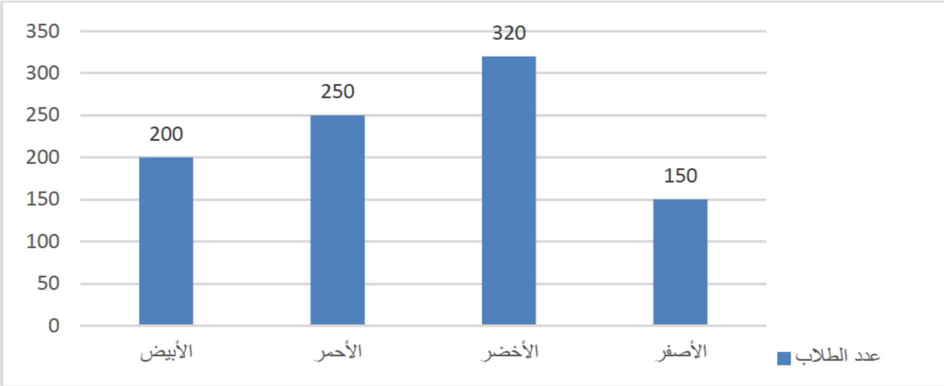
٦. معامل الالتواء المعياري يساوي:

أ- 1.5
ب- 4
ج- 16
د- 12

٧. معامل الالتواء الربيعي يساوي:

أ- 0.5
ب- 0.2
ج- 2
د- 5

للسؤالين الثامن والتاسع
الشكل أدناه يمثل التمثيل البياني لأربعة أنواع من الألوان المفضلة لمجموعة من طلاب المرحلة الثانوية.



٨. اللون الأكثر قبولاَ للطلاب هو اللون ...

أ- الأبيض
ب- الأحمر
ج- الأخضر
د- الأصفر

٩. عدد الطلاب الذين يفضلون اللون الابيض يساوي....

أ- ١٢٠
ب- ٢٠٠
ج- ٤٠٠
د- ١٤٠

١٠. التالي درجات الاختبار القصير لطلاب أحد المقررات:

المجموع	30 - 40	20 -	10 -	الفئات
50	18	22	10	التكرار

في الجدول أعلاه الفئة المنوالية هي:

أ- 20-30
ب- 10-20
ج- 30-40
د- لا يوجد فئة منوالية

١١. إذا كان التباين لمجموعة من البيانات يساوي 25 فان انحرافها المعياري يساوي:

أ- 625
ب- 225
ج- 4
د- 5

١٢. المدى للبيانات 10, 16 ,9, 7, 13, 12 5 يساوي:

أ- 5
ب- 11
ج- 16
د- 10

١٣. إذا كان الوسط الحسابي يساوي 40 والتباين يساوي 16، فإن معامل الاختلاف المعياري يساوي:

أ- 10%
ب- 25%
ج- 16%
د- 8%

١٤. أي العبارات التالية تمثل الربيع الأعلى

أ- القيمة العددية التي تقل عنها ثلاث أرباع البيانات (75%) ويزيد عنها(25%)

ب- القيمة العددية التي تقل عنها ربع (25%) ويزيد عنها (75%)

ج- القيمة العددية التي تقل عنها نصف البيانات (50%) ويزيد عنها (50%)

د- القيمة العددية التي تقل عنها (20%) ويزيد عنها (80%)

للسؤالين الخامس عشر والسادس عشر

الجدول التالي يوضح فئات أوزان ١٠٠ رياضي لدورة ألعاب الرياضية في يوم ما

فئات الأوزان	10 -	20 -	30 -	40 -	50 - 60
عدد الرياضيين	7	10	15	10	8

١٥. الوسط الحسابي لأوزان الرياضيين تساوي، إذا علمت أن $\sum x.f = 4000$

أ- 50

ب- 40

ج- 80

د- 75

١٦. مركز الفئة الأولي يساوي:

أ- 15

ب- 20

ج- 10

د- 25

١٧. يمكن استخدام معامل ارتباط بيرسون إذا كانت البيانات:

أ- كمية - رتبية

ب- وصفية - وصفية

ج- وصفية - كمية

د – رتبيه – وصفيه

للسؤالين الثامن عشر والتاسع عشر

إذا كانت معادلة انحدار (y) على (x) هي: $\hat{y} = -2.75 + 0.35\,x$

١٨. قيمة ثابت الانحدار a تساوي:

أ- 0.35
ب- -0.35
ج- -2.75
د- 2.75

١٩. قيمة $\hat{y}$ عندما $x = 10$ تساوي:

أ- 0.75
ب- 6.25
ج- 0.25
د- 5.75

٢٠. اذا كان الرقم القياسي لأسعار سلعة ما يساوي 135% فهذا يعني ان الأسعار:

أ- زادت بنسبة 135%
ب- نقصت بنسبة 35%
ج- زادت بنسبة 35%
د- نقصت بنسبة 135%

تم وبحمدالله الانتهاء من الملخص ..

ان اصبت فمن الله وإن أخطأت فمن نفسي والشيطان ..

تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح ...❤

دعواتكم مطلبي : اختكم لوسيندا العصامية✍