مقرر الرياضيات للإدارة

المستوى الثاني

الفصل الأول

الدوال

جامعة الإمام عبدالرحمن بن فيصل
IMAM ABDULRAHMAN BIN FAISAL UNIVERSITY

كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

وكالة التعليم الالكتروني والتعلم عن بعد

١٤٣٨هـ-٢٠١٧م

د. رائد الخصاونة

الفصل الأول: الدوال (تزايد وتناقص الدوال)

❑ تعريف: تزايد وتناقص الدالة على فترة

تكون الدلة $f(x)$ دالة متزايدة على فترة معينة إذا حققت الشرط التالي

إذا كانت $x_1 < x_2$، فإن $f(x_1) < f(x_2)$، حيث x_1، x_2 قيم عشوائية من داخل الفترة.

وتكون الدلة $f(x)$ دالة متناقصة على فترة معينة إذا حققت الشرط التالي

إذا كانت $x_1 < x_2$، فإن $f(x_1) > f(x_2)$، حيث x_1، x_2 قيم عشوائية من داخل الفترة.

الفصل الأول: الدوال (تزايد وتناقص الدوال)

مثال: أي من الدوال التالية دوال متزايدة، متناقصة أم غير ذلك؟

$1- \ f(x) = 2$

$2- \ f(x) = 2x + 1$

$3- \ f(x) = 1 - 2x$

الحل: ١- لاحظ أن الدالة الأولى دالة ثابتة حيث أن

$$x_1 = 1 \rightarrow f(1) = 2$$

اما عندما

$$x_2 = 2 \rightarrow f(2) = 2$$

(نلاحظ ان الناتج في كلا الحالتين لم يتغير)

نلاحظ أنه لم يتم تحديد فترة في هذا السؤال وبالتالي فإن هذه الدوال معرفة على جميع الاعداد الحقيقية

الفصل الأول: الدوال (تزايد وتناقص الدوال)

٢- لاحظ أن الدالة الثانية دالة متزايدة لأن $f(x) = 2x + 1$

$$x_1 = 1 \rightarrow f(1) = 2(1) + 1 = 3$$

اما عندما

$$x_2 = 2 \rightarrow f(2) = 2(2) + 1 = 5$$

٣- لاحظ أن الدالة الثالثة دالة متناقصة لأن $f(x) = 1 - 2x$

$$x_1 = 1 \rightarrow f(1) = 1 - 2(1) = -1$$

اما عندما

$$x_2 = 2 \rightarrow f(2) = 1 - 2(2) = -3$$

$$1 < 2 \qquad -1 > -3$$

اختيار قيمة x_1, x_1 هو عشوائي من بين مجموعة الاعداد الحقيقية

الفصل الأول: الدوال (تمارين وتدريبات)

- تمرين: بين أي من الدوال التالية دوال متزايدة، متناقصة أم غير ذلك

$$1 - \ f(x) = -\frac{1}{2}$$

$$2 - g(x) = 3 - 5x$$

$$3 - h(x) = 2x + 7$$

الفصل الأول: الدوال (الدالة الصريحة والدالة الضمنية)

❑ الدالة الصريحة والدالة الضمنية

تعريف: الدالة الصريحة هي الدالة التي يمكن كتابتها على الصورة $y = f(x)$

مثال: $f(x) = 5 - x^2 + 2x$

$y = 2x - 3$

نلاحظ أنه يمكن التعبير عن الدالة بالرمز $f(x)$ أو y

تعريف: الدالة الضمنية هي الدالة التي تكون على الصورة $f(x,y) = 0$

مثال: $x^2 + y^2 = 1$

$3x - 2y + 5 = 0$

الفصل الأول: الدوال (الدالة الصريحة والدالة الضمنية)

- يمكن في بعض الاحوال تحويل الدالة الضمنية الى دالة صريحة، والمثال التالي يوضح ذلك:
- مثال: حول كل من الدوال التالية إلى دوال صريحة:

i) $3x + 4y - 12 = 0 \rightarrow 4y = 12 - 3x \rightarrow y = \frac{12-3x}{4}$

ii) $2x^2 + y^2 = 25 \rightarrow y^2 = 25 - 2x^2 \rightarrow y = \sqrt{25 - 2x^2}$

iii) $x^2 - xy - 1 = 0 \rightarrow xy = x^2 - 1 \rightarrow y = \frac{x^2-1}{x} = x - \frac{1}{x}$

الفصل الأول: الدوال (تمارين وتدريبات)

- تمرين: بين أي من الدوال التالية دوال صريحة وأيها ضمنية

$$1) \quad y = -\frac{1}{2}x$$

$$2) \quad y - x = 3 - 5x$$

$$3) \quad x = 2y + 2$$

- تمرين: حول كل من الدوال التالية الى دوال صريحة

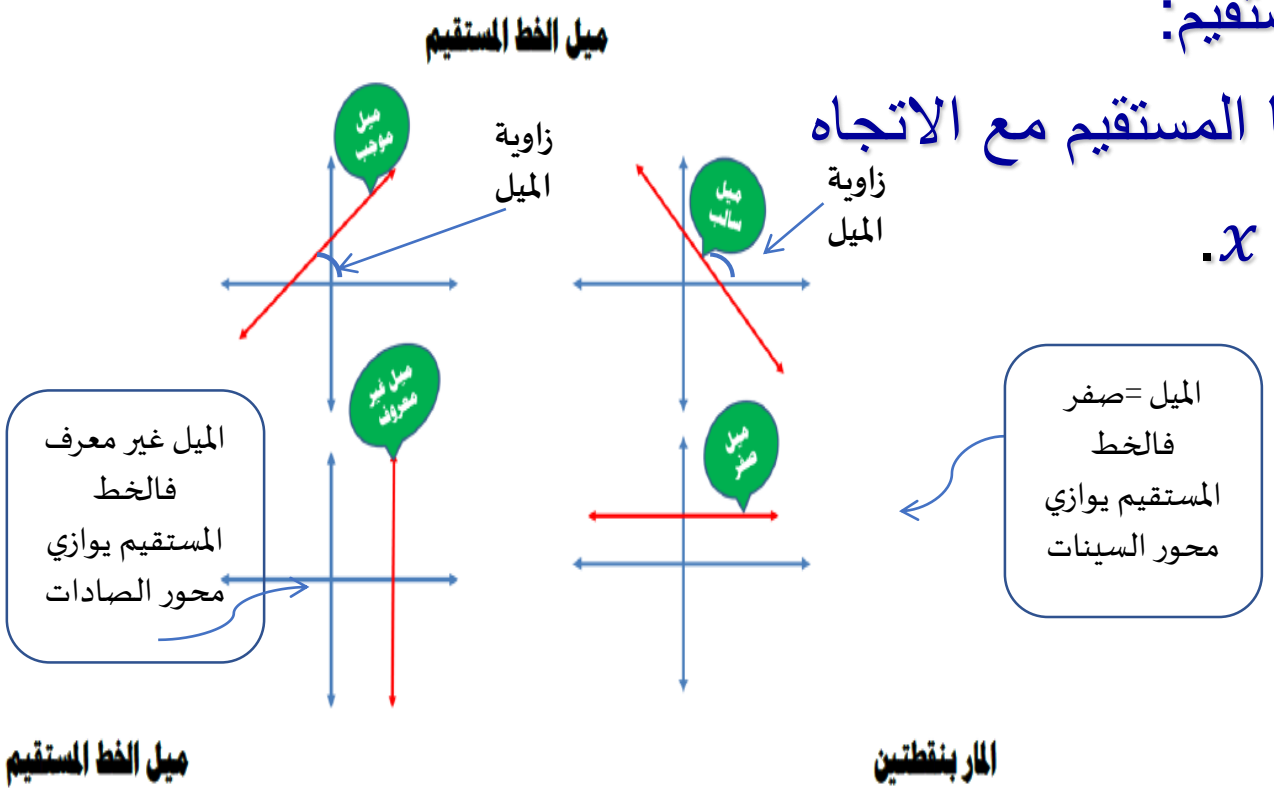
$$2) \ y \quad 1) \quad 2y - 3x = 6$$

$$-3x = 2y + 6x - 6$$

الفصل الأول: الدوال (زاوية الميل)

❑ زاوية ميل الخط المستقيم:

هي الزاوية التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات x.



الفصل الأول: الدوال (ميل الخط المستقيم)

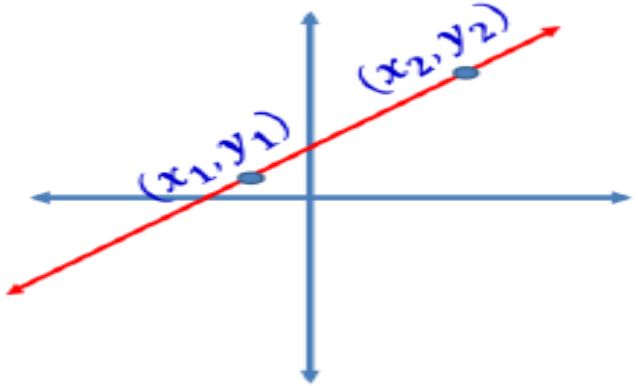
❑ ميل الخط المستقيم: ورمزه m

تعريف: ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين (x_2,y_2)، (x_1,y_1) هو

فرق الصادات

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$x_1 \neq x_2$ بشرط



الفصل الأول: الدوال (ميل الخط المستقيم)

- مثال: أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقاط التالية:

1) $(1,3), (-3,-5)$

2) $(-2,4), (4,-5)$

الحل:

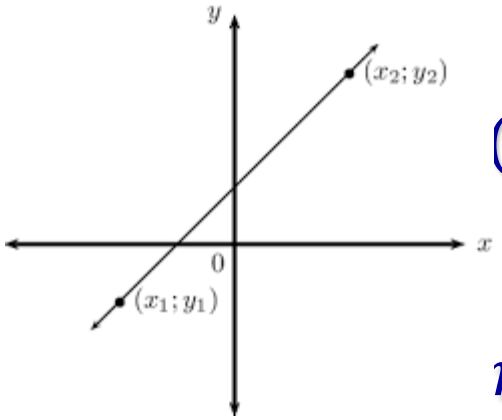
1) $$m = \frac{-5-3}{-3-1} = \frac{-8}{-4} = 2$$

2) $$m = \frac{-5-4}{4-(-2)} = \frac{-9}{6} = \frac{-3}{2}$$

الفصل الأول: الدوال (معادلة الخط المستقيم)

❑ اشكال معادلة الخط المستقيم:

أولا: معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين (x_1,y_1) ، (x_2,y_2) هي:



$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال: أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(1,2),(2,3)$

الحل: نجد الميل أولا من خلال قانون الميل السابق:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-2}{2-1} = \frac{1}{1} = 1$$

نلاحظ أن ميل المستقيم يساوي معامل x

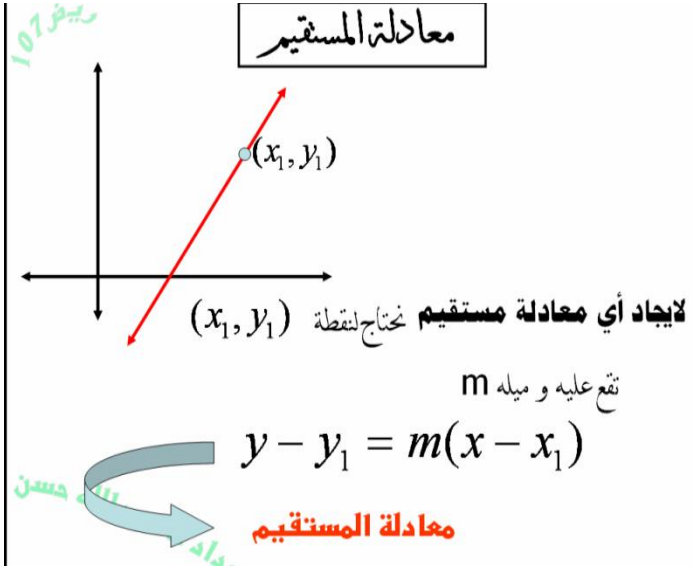
وبالتعويض في المعادلة نحصل على:

$$y - 2 = 1(x - 1) \rightarrow y = x - 1 + 2 \rightarrow y = x + 1$$

الفصل الأول: الدوال (معادلة الخط المستقيم)

ثانيا: معادلة الخط المستقيم الذي علم ميله m ويمر بالنقطة (x_1,y_1) هي نفس المعادلة الخاصة بالحالة السابقة:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$



مثال: أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-2, -3)$ وميله $= -2$؟

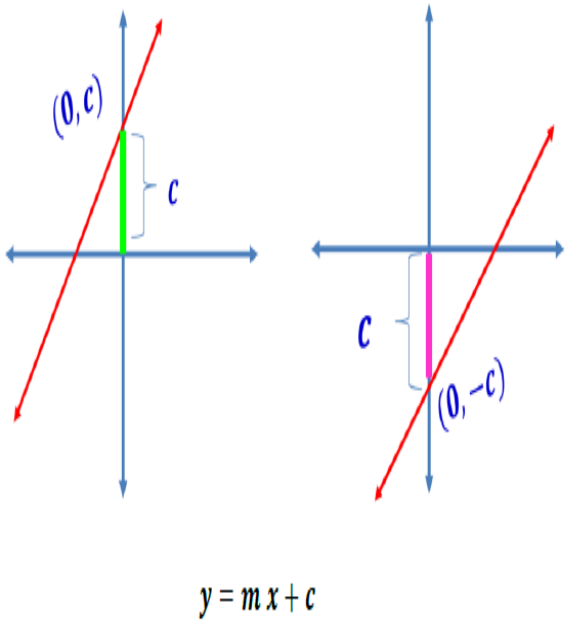
الحل:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y + 3 = -2(x + 2)$$
$$\rightarrow y + 3 = -2x - 4$$
$$\rightarrow y = -2x - 7$$

الفصل الأول: الدوال (معادلة الخط المستقيم)

ثالثا: معادلة الخط المستقيم علم فيه الميل والمقطع الصادي (نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات) ولتكن c هي:

$$y = mx + c$$



مثال: أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله $m = 3$ ومقطعه الصادي $c = -2$؟

الحل:

$$y = mx + c$$

$$y = 3x - 2$$

الفصل الأول: الدوال (معادلة الخط المستقيم)

مثال: أوجد الميل والمقطع الصادي للمستقيم $2x + 3y = 6$

الحل: لإيجاد المطلوب نضع أولا المعادلة المعطاة على الصورة :

$$y = mx + c$$

من المعادلة المعطاة نجد أن

$$2x + 3y = 6$$

$$3y = -2x + 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

ومنها الميل يساوي

$$m = -\frac{2}{3}$$

والمقطع الصادي

$$c = 2$$

الفصل الأول: الدوال (معادلة الخط المستقيم)

٤. **تمرين:** أوجد معادلة كل خط من الخطوط المستقيمة الذي يحقق الشروط المعطاة فيما يلي:

أ- المستقيم المار بالنقطة (1,-2) وميله $m = -3$

ب- المستقيم المار بالنقطة (3,4) وميله صفر

ج- المستقيم المار بنقطة الأصل وميله 2

د- المستقيم المار بالنقطتين (3, 4) و (7,2)

هـ- المستقيم الذي ميله $m = -2$ ومقطعه الصادي $c = 3$

الفصل الأول: الدوال (معادلة الخط المستقيم)

- تمرين: أوجد الميل والمقطع الصادي للمستقيمات التالية:

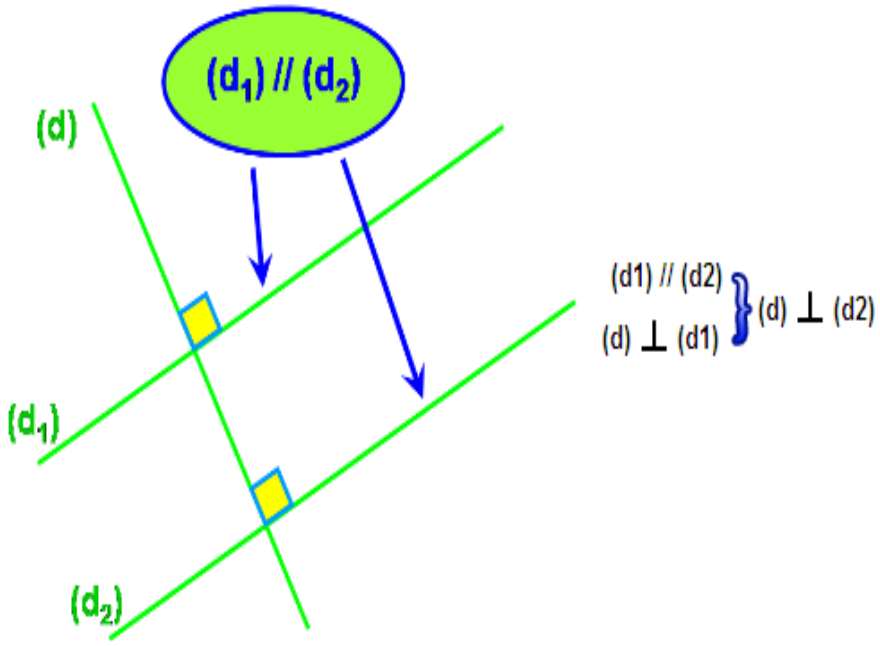
١- $2y - 4x = 6$

٢- $2x - y + 5 = 0$

الفصل الأول: الدوال (التوازي والتعامد)

- تعريف: نقول بأن المستقيمان d_1, d_2 متوازيان إذا وفقط اذا كان ميلهما متساوي $m_1 = m_2$، ويكون المستقيم d_1, d_2 متعامدان إذا كان

$$m_1 \times m_2 = -1$$



الفصل الأول: الدوال (كثيرات الحدود)

مثال: هل المستقيمان $y-2=-4x$ و $y=-4x+1$ متوازيان أم متعامدان أم غير ذلك ؟

الحل: نجد ميل المستقيم الأول والثاني والذي يساوي معامل x وذلك بعد كتابتهما على الصورة العامة $y=ax+c$

$$y-2=-4x \rightarrow y=-4x+2 \rightarrow m_1=-4$$
$$y=-4x+1 \rightarrow m_2=-4$$

نلاحظ أن $m_1=m_2$ فالمستقيمان متوازيان.

الفصل الأول: الدوال (كثيرات الحدود)

مثال: هل المستقيمان $y = -2x - 9$ و $y = \frac{1}{2}x + 1$

متوازيان أم متعامدان أم غير ذلك ؟

الحل: نجد ميل المستقيم الأول والثاني والذي يساوي معامل x وذلك بعد كتابتهما على الصورة العامة $y = ax + c$.

لاحظ ان كلاهما مكتوبان على الصورة العامة

$$y = \frac{1}{2}x + 1 \rightarrow m_1 = \frac{1}{2}$$
$$y = -2x - 9 \rightarrow m_2 = -2$$

نلاحظ أن $m_1 \times m_2 = \frac{1}{2} \times -2 = -1$ فالمستقيمان متعامدان.

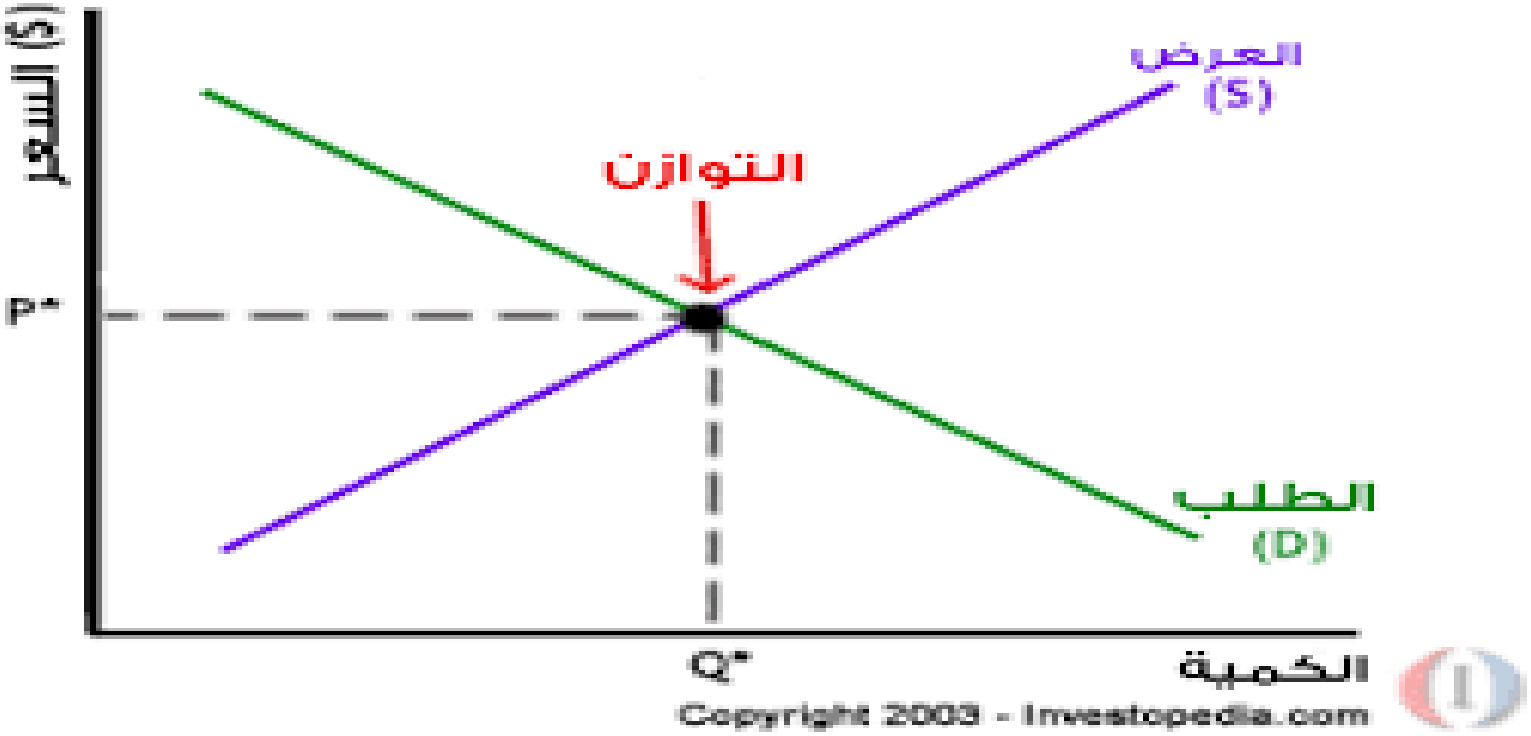
الفصل الأول: الدوال (تطبيقات اقتصادية)

❑ دالة العرض والطلب:

- تعريف: دالة العرض هي كمية السلع أو الخدمات التي يعرضها منتجوها عند كل مستوى مرتقب من الأسعار، في مدة زمنية محددة.
- تعريف: دالة الطلب هي كمية السلع أو الخدمات التي يرغب المستهلكون في الحصول عليها عند كل مستوى مرتقب من الأسعار، وذلك في مدة زمنية محدودة.
- تعريف: نقطة التوازن: وهي النقطة التي تقع عند تقاطع الكميات المعروضة مع الكميات المطلوبة عند سعر يمثل سعر التوازن وهو السعر الذي يقبل به العارضون وفي الوقت ذاته يكون مقبولا من قبل المستهلكين.

الفصل الأول: الدوال (تطبيقات اقتصادية)

- دالة الطلب والعرض



الفصل الأول: الدوال (تمارين وتدريبات)

مثال: أوجد نقطة التوازن إذا علمت أن دالتي العرض والطلب هما:

دالة العرض: $y = 3x + 5$

دالة الطلب: $y = 25 - 2x$

الحل: عند نقطة التوازن في السوق: الطلب = العرض

$$3x + 5 = 25 - 2x$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

وبتعويض قيمة $x = 4$ في دالة العرض (أو الطلب) فإننا نحصل على

$$y = 3(4) + 5 = 17$$

وبالتالي فإن نقطة التوازن هي: $(4,17)$

الفصل الأول: الدوال (تمارين وتدريبات)

تمرين: أوجد نقطة التوازن إذا علمت أن دالتي العرض والطلب هما:

دالة العرض: $y = 5x + 10$

دالة الطلب: $y = 26 - 3x$

انتهت المحاضرة المسجلة الثالثة

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح