اسم المقرر

الإحصاء الاجتماعي

أستاذ المقرر

د. سعيد سيف الدين

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بُعد

جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

كلية الآداب

المحاضرة السابعة

مقاييس النزعة المركزية (تابع)

1. الوسيط
2. علاقة اعتبارية (تقريبية) بين الوسط والمنوال والوسيط

ثالثاً : الوسيط

(ببساطة) يُعرف الوسيط [وسنرمز له بالرمز M] لمجموعة من القيم (المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً حسب قيمها) على أنه القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد ، أو بتعبير آخر هي القيمة التي في المنتصف

- للبيانات المنفصلة :

لتحديد قيمة الوسيط لعدد n من القيم :

- قم أولاً بترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازلياً .
- حدد ما إذا كانت هناك قيمة واحدة بالمنتصف أم قيمتين ، وهذا يتوقف على قيمة n (عدد القيم) ، فإذا كانت n فردية ستكون هناك قيمة واحدة بالمنتصف وتكون هذة القيمة هي الوسيط ، أما إذا كانت n زوجية ستكون هناك قيمتان في المنتصف وتكون قيمة الوسيط هي الوسط الحسابي لتلك القيمتين .

فمثلاً :

❑ لمجموعة القيم : 9 2 7 3 4 6 3 5 6 [عددها 9 (أي فردي)]

- قم أولاً بترتيب مجموعة القيم (تصاعدياً مثلاً) فنحصل على : 9 7 6 6 5 4 3 3 2
- إذن مجموعة القيم وسيطها هو 5

❑ وبالنسبة لمجموعة القيم : 3 24 11 20 4 9 7 13 [عددها 8 (أي زوجي)]

- قم أولاً بترتيب مجموعة القيم (تصاعدياً مثلاً) فنحصل على : 24 20 13 11 9 7 4 3
- إذن مجموعة القيم وسيطها هو الوسط الحسابي للقيمتين 11 ، 9 .. أي :

$$\frac{9 + 11}{2} = 10$$

- **للبيانات المتصلة:**

لتحديد قيمة الوسيط لتوزيع تكراري كما هو مبين نتبع الخطوات التالية :

الجدول التكراري		
الفئة	المتغير x	التكرار f
1	$1 \le x < 3$	14
2	$3 \le x < 5$	29
3	$5 \le x < 7$	18
4	$7 \le x < 10$	9
		$\sum f = 70$

الخطوة الأولى : نحدد الفئة الوسيطية (أي الفئة التي يقع داخلها الوسيط)

- نحسب أولاً نصف مجموع التكرارات $\frac{1}{2}\sum f$
- إبدأ بالصفر في ذهنك وزود تكرارات الفئات على التوالي تكرار تلو الآخر ومع كل زيادة لتكرار نقارن الناتج بنصف مجموع التكرارات السابق حتى نصل إلى نصف مجموع التكرارت أو يزيد عنه فتكون آخر فئة زودنا تكرارها هي الفئة الوسيطية .

كما يلي :

الجدول التكراري		
الفئة	المتغير x	التكرار f
1	$1 \le x < 3$	14
2	$3 \le x < 5$	29
3	$5 \le x < 7$	18
4	$7 \le x < 10$	9
		$\sum f = 70$

- احسب $\frac{1}{2}\sum f$:

$$\frac{1}{2}\sum f = \frac{70}{2} = 35$$

- نبدأ بالصفر [في ذهننا] ، نزود على الصفر السابق تكرار الفئة الأولى [14] ينتج 14

وبما أن 14 أقل من 35 ، يبقى الفئة الأولى ليست الفئة الوسيطية

- نزود على ال 14 الأخيرة تكرار الفئة الثانية [29] ينتج 43

وبما أن 43 أكبر من 35 ، تكون الفئة الثانية هي الفئة الوسيطية

الخطوة الثانية : نحدد قيمة الوسيط (طريقة الاستكمال) :

❑ للفئة الوسيطية (السابق تحديدها من الخطوة الأولى) نحدد لها :

- حدها الأدنى [= 3 في المثال السابق]
- طولها [= حدها الأعلى 5 – حدها الأدنى 3 = 2]
- تكرارها [= 29]
- التكرار المتجمع السابق وهو مجموع تكرارات الفئات السابقة لها [في المثال السابق = تكرار الفئة الأولى فقط .. أي 14]

الجدول التكراري			
الفئة	المتغير x	التكرار f	
1	$1 \le x < 3$	14	
2	$3 \le x < 5$	29	الفئة الوسيطية
3	$5 \le x < 7$	18	
4	$7 \le x < 10$	9	
		$\sum f = 70$	

أي أن : الفئة الوسيطية (وهي الفئة الثانية) :

حدها الأدنى = 3 وطولها = 2 وتكرارها = 29 والتكرار المتجمع السابق لها = 14

❑ نحسب الوسيط من العلاقة :

الوسيط M = الحد الأدنى للفئة الوسيطية + $\left[\dfrac{\text{(نصف مجموع التكرارات – التكرار المتجمع السابق)}}{\text{تكرار الفئة الوسيطية}}\right]$ × طول الفئة الوسيطية

بالتعويض في القانون السابق [ونعمل الحسابات واحدة واحدة الله يسترها معاكم]

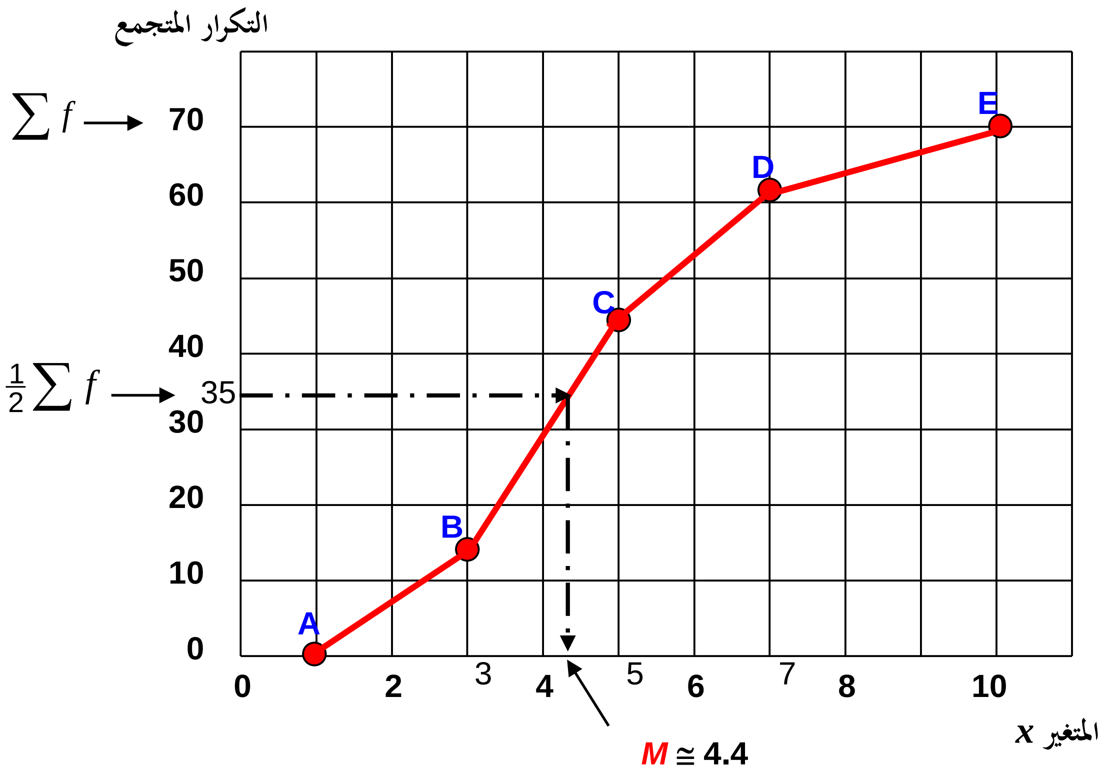
$$M = 3 + \left[\frac{35 - 14}{29} \times 2\right] = 3 + \left[\frac{21}{29} \times 2\right] = 3 + 1.44827 = 4.44827 \cong 4.4$$

تُسمى الطريقة الحسابية السابقة (لحساب الوسيط) بـ "طريقة الاستكمال"

كما يمكن تحديد الوسيط تخطيطياً (أي بالرسم) كما سبق وبينا في المحاضرة الخامسة وذلك برسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد (أو الهابط) وتحديد قيمة x المناظرة لتكرار متجمع قدره نصف مجموع التكرارات كما يلي :

الجدول التكراري		
الفئة	المتغير x	التكرار f
الأولى	$1 \le x < 3$	14
الثانية	$3 \le x < 5$	29
الثالثة	$5 \le x < 7$	18
الرابعة	$7 \le x < 10$	9
		$\sum f = 70$

الجدول التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة على الرسم
< 1	0	A (1 , 0)
< 3	14	B (3 , 14)
< 5	43	C (5 , 43)
< 7	61	D (7 , 61)
< 10	$\sum f = 70$	E (10 , 70)



أي أن الوسيط $\cong$ **4.4**

مثال : طُلِب من 3 مشرفين بإحدى المدارس تقسيم طلبة المدرسة إلى 3 مجموعات متساوية على أن يقوم كل مشرف بتقديم بيان عن فئات العمر المختلفة لطلبة مجموعته وعدد الطلبة في كل فئة من فئات العمر ، فكانت الجداول التكرارية المبينة :

المجموعة (1)

الفئة	العمر x	العدد f
الأولى	$x < 6$	20
الثانية	$6 \le x < 12$	25
الثالثة	$12 \le x < 15$	35
الرابعة	$15 \le x < 18$	18
		$\sum f = 98$

المجموعة (2)

الفئة	العمر x	العدد f
الأولى	$6 \le x < 12$	20
الثانية	$12 \le x < 15$	25
الثالثة	$15 \le x < 18$	35
الرابعة	$x \ge 18$	18
		$\sum f = 98$

المجموعة (3)

الفئة	العمر x	العدد f
الأولى	$x < 6$	20
الثانية	$6 \le x < 12$	25
الثالثة	$12 \le x < 15$	35
الرابعة	$x \ge 15$	18
		$\sum f = 98$

هل يمكن من خلال البيانات السابقة حساب الوسط الحسابي لعمر الطلبة في كل مجموعة ؟ علل إجابتك . وإذا كانت الإجابة بـ "لا" احسب مقياساً مناسباً يُعطي دلالة لمتوسط العمر في كل مجموعة .

الإجابة هي " لا " للمجموعات الثلاث [أي لا يمكن حساب الوسط الحسابي للعمر] ، وها هي الأسباب :

- في المجموعة الأولى : الحد الأدنى للفئة الأولى غير معروف [يُقال للجدول عندئذٍ أنه مفتوح من أسفل]
- في المجموعة الثانية : الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معروف [يُقال للجدول عندئذٍ أنه مفتوح من أعلى]
- في المجموعة الثالثة : الحد الأدنى للفئة الأولى غير معروف وأيضاً الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معروف [يُقال للجدول عندئذٍ أنه مفتوح من الطرفين]

مثل هذه الجداول تُسمى جداول تكرارية مفتوحة .

وحيث أن الوسيط لأي مجموعة من البيانات يعتمد في حسابه على البيانات الموجودة في المنتصف ، إذن يمكن استخدام الوسيط كمتوسط للدلالة على متوسط العمر في كل مجموعة

بالنسبة للمجموعة الأولى من الطلبة :

المجموعة (1)		
الفئة	العمر x	العدد f
الأولى	$x < 6$	20
الثانية	$6 \le x < 12$	25
الثالثة	$12 \le x < 15$	35
الرابعة	$15 \le x < 18$	18
		$\sum f = 98$

تحديد الفئة الوسيطية :

- احسب $\frac{1}{2}\sum f$: $\frac{1}{2}\sum f = \frac{98}{2} = 49$
- نبدأ بالصفر في ذهننا ونزود على الصفر تكرار الفئة الأولى [20] ينتج 20 [أقل من 49]
- نزود على الـ 20 الأخيرة تكرار الفئة الثانية [25] ينتج 45 [أيضاً أقل من 49]
- نزود على الـ 45 الأخيرة تكرار الفئة الثالثة [35] ينتج 80 [أكبر من 49]

إذن الفئة الثالثة هي الفئة الوسيطية

تحديد قيمة الوسيط :

- الحد الأدنى للفئة الوسيطية = 12
- طول الفئة الوسيطية = 3 [= 12 – 15]
- تكرار الفئة الوسيطية = 35
- التكرار المتجمع السابق = مجموع تكرارات الفئات السابقة للفئة الوسيطية [أي الفئتين الأولى والثانية] = 25 + 20 = 45 .

إذن
$$M = 12 + \left[\frac{(49-45)}{35} \times 3\right] = 12 + \left[\frac{4}{35} \times 3\right] = 12 + 0.342857 = 12.342857 \cong \underline{\underline{12.3}}$$

وبنفس الطريقة يمكن التعامل مع المجموعتين (2) ، (3) ، وعليك التأكد من صحة الحل

المجموعة (2)		
الفئة	العمر x	العدد f
الأولى	$6 \le x < 12$	20
الثانية	$12 \le x < 15$	25
الثالثة	$15 \le x < 18$	35
الرابعة	$x \ge 18$	18
		$\sum f = 98$

الفئة الوسيطية

$$M = 15 + \left[\frac{(49-45)}{35} \times 3\right] \cong \underline{\underline{15.3}}$$

المجموعة (3)		
الفئة	العمر x	العدد f
الأولى	$x < 6$	20
الثانية	$6 \le x < 12$	25
الثالثة	$12 \le x < 15$	35
الرابعة	$x \ge 15$	18
		$\sum f = 98$

الفئة الوسيطية

$$M = 12 + \left[\frac{(49-45)}{35} \times 3\right] \cong \underline{\underline{12.3}}$$

مقارنة بين المتوسطات الثلاثة : الوسط ، المنوال ، الوسيط

الوسط الحسابي

مزاياه :

- سهولة حسابه
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات
- لا يحتاج إلى ترتيب معين للبيانات

عيوبه :

- يتأثر بشدة بالقيم المتطرفة
- لا يمكن حسابه في حالات التوزيعات التكرارية المفتوحة

الأكثر استخداماً

الوسيط

مزاياه :

- سهولة حسابه
- لا يتأثر بالقيم المتطرفة
- يمكن حسابه للتوزيعات التكرارية المفتوحة

عيوبه :

- يحتاج لترتيب البيانات أولاً
- لا يأخذ في الاعتبار جميع القيم

يُفضل استخدامه في الحالات التي لا نستطيع حساب الوسط الحسابي لها

المنوال

مزاياه :

- سهولة حسابه
- لا يتأثر كثيراً بالقيم المتطرفة
- لا يحتاج إلى ترتيب معين للبيانات

عيوبه :

- قد لا يتواجد وقد يكون له أكثر من قيمة

أقل مقاييس لنزعة المركزية استخداماً لكنه قد يكون هو المتوسط الوحيد الممكن تحديده (كما في حالة البيانات النوعية)

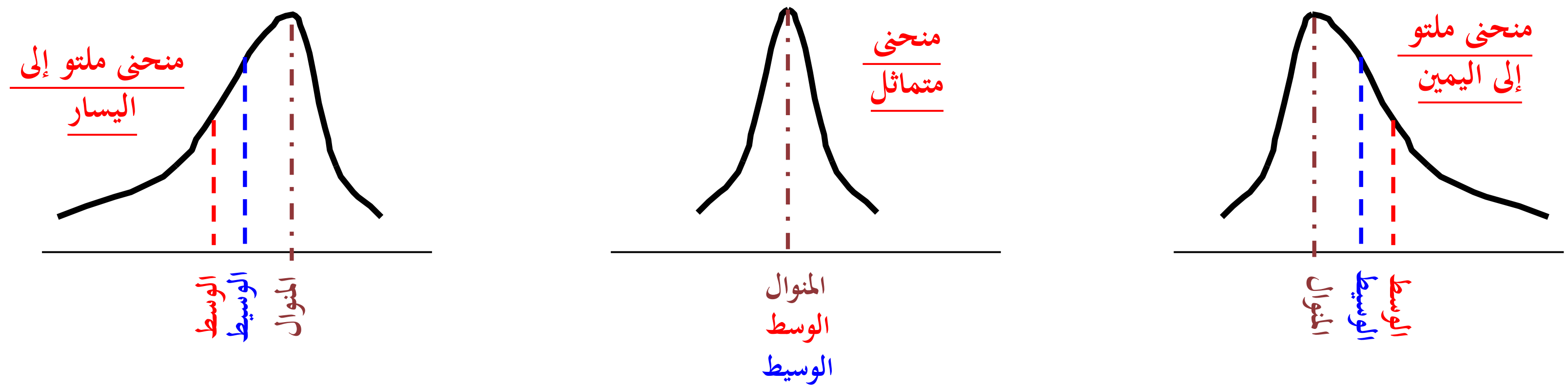
علاقة اعتبارية (تقريبية) بين المتوسطات الثلاثة : الوسط والمنوال والوسيط

المنحنيات التكرارية وحيدة المنوال التي تظهر في الناحية العملية تأخذ أشكالاً مميزة منها :

الوسط > الوسيط > المنوال
الوسط أكبر من الوسيط أكبر من المنوال

الوسط = الوسيط = المنوال

المنوال > الوسيط > الوسط
المنوال أكبر من الوسيط أكبر من الوسط



تذكر دائماً أن المنوال هو القيمة المناظرة لأعلى نقطة في المنحنى والوسيط يقع دائماً بين الوسط و المنوال

والمنحنيات التكرارية وحيدة المنوال والبسيطة الالتواء تحقق العلاقة الاعتبارية التالية :

الوسط – المنوال = 3 × (الوسط – الوسيط)

تمت

بحمد الله