جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

اسم المقرر

التحليل الإحصائي

أستاذ المقرر

د/ محمد زايـــد

المحاضرة (12)

تابع ... مقدمة في اختبارات الفروض الإحصائية

اختبارات الفروض الإحصائية

$$\text{إحصائية الاختبار} = \frac{\text{قيمة الإحصاءة المناظرة للمعلمة المجهولة من العينة} - \text{قيمة المعلمة المجهولة كما حدد الفرض العدمي}}{\text{الخطأ المعياري}}$$

المعلمة المجهولة	رمز المعلمة المجهولة	الإحصاءة المناظرة في العينة	الخطأ المعياري
متوسط المجتمع	μ	$\bar{x}$	$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ أو $\frac{s}{\sqrt{n}}$
النسبة في المجتمع	P	$\hat{p}$	$\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}$

اختبارات الفروض الإحصائية

خطوات اختبار الفروض:

1) صياغة الفروض (العدمي والبديل)
2) حساب إحصائية الاختبار
3) تحديد منطقة القبول والرفض
4) اتخاذ قرار بشأن قبول أو عدم قبول الفرض العدمي.

اختبارات الفروض الإحصائية

مثال (2): الانحراف المعياري للمجتمع مجهول - عينة كبيرة

أفترض أن شركة ترغب في اختبار ما إذا كان يمكنها الادعاء بأن متوسط عمر المصباح من إنتاجها هو 1000 ساعة احتراق. وأنها قامت بأخذ عينة عشوائية حجمها $n = 100$ من إنتاجها فوجدت أن متوسط العينة $\bar{x} = 980$ ساعة والانحراف المعياري للعينة $s = 80$ ساعة.

المطلوب: اختبار هل متوسط عمر المصباح هو 1000 ساعة ، وذلك عند مستوى معنوية 5%؟

اختبارات الفروض الإحصائية

الحل : -

1- الفرض العدمي والفرض البديل:

حيث أن μ يمكن أن تساوي أو تزيد عن، أو تقل عن 1,000، فان الشركة يجب أن تضع الفرض العدمي (الصفري) والفرض البديل كالآتي:

$$H_0 : \mu = 1{,}000 \qquad H_1 : \mu \neq 1{,}000$$

2- إحصائية الاختبار:

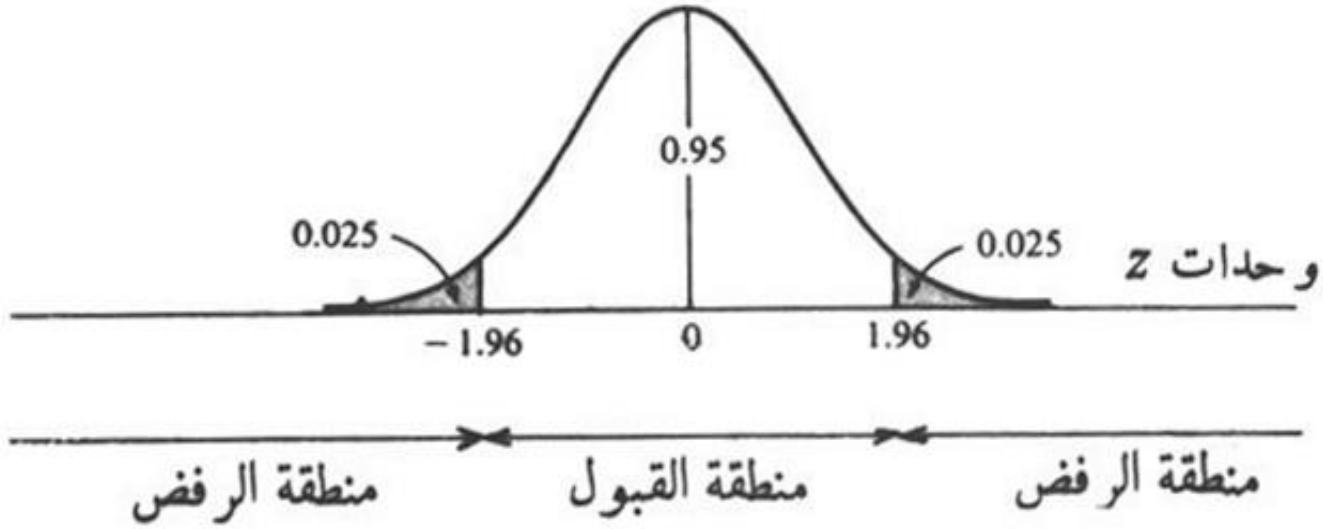
وحيث أن العينة كبيرة ($n > 30$) ، فإن توزيع المعاينة للوسط يكون تقريباً طبيعياً (ويمكن استخدام s كتقدير بدلاً من σ). وتكون إحصائية الاختبار:

$$z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{\overline{X} - \mu_0}{80/\sqrt{100}} = \frac{-20}{8} = -2.5$$

اختبارات الفروض الإحصائية

3- حدود منطقتي القبول والرفض:

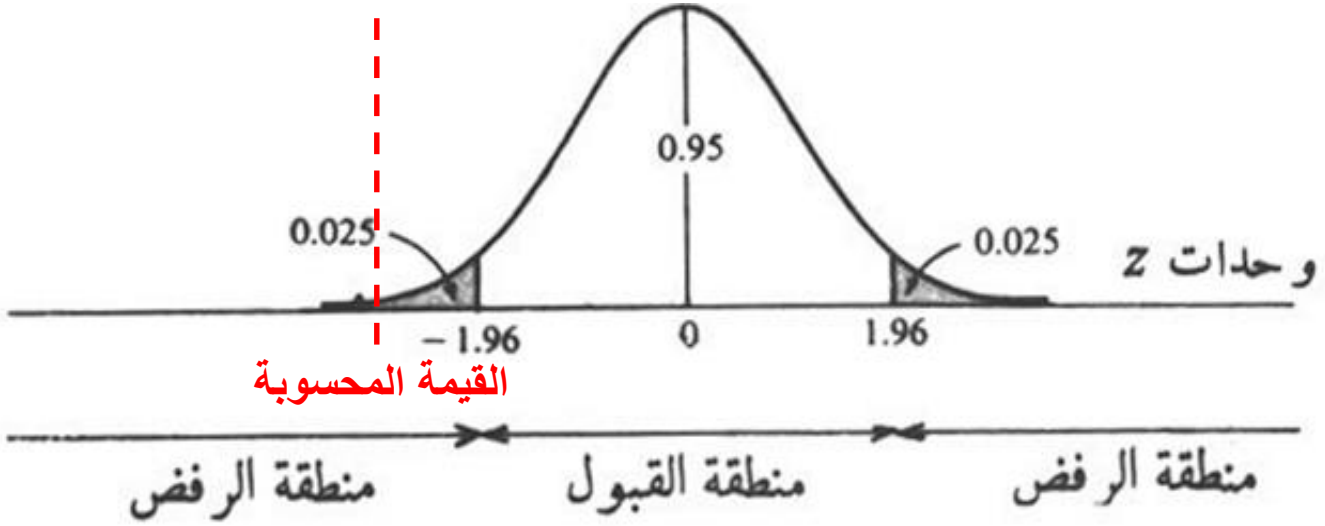
ذكرنا أن توزيع المعاينة للوسط يكون تقريباً طبيعياً طالما أن حجم العينة كبير. وبالتالي تكون منطقة القبول للاختبار عند مستوى المعنوية 5% بين (1.96, -1.96+) تحت التوزيع الطبيعي القياسي. وحيث أن الاختبار ذو طرفين (لأن الفرض البديل على صورة ≠) فإن منطقة الرفض تقع عند طرفي التوزيع بمساحة 2.5% في كل طرف.



اختبارات الفروض الإحصائية

4- المقارنة والقرار:

بمقارنة القيمة المحسوبة (-2.5) بمناطق الرفض والقبول ، نجد أن قيمة *z* المحسوبة تقع داخل منطقة الرفض، وبالتالي فإن على الشركة أن ترفض الفرضية الصفرية (H_o) أي أن $\mu = 1{,}000$ وتقبل الفرضية البديلة (H_1) أي $\mu \neq 1{,}000$ وذلك عند مستوى معنوية 5%.



اختبارات الفروض الإحصائية

مثال (3): الانحراف المعياري للمجتمع مجهول - عينة صغيرة

ترغب شركة أن تعرف بدرجة ثقة 95% ما إذا كان يمكنها الادعاء بأن صناديق الصابون المسحوق الذي تبيعها تحتوي على أكثر من 500 جرام (حوالي 1.1 رطل) من الصابون. وتعرف الشركة من الخبرة الماضية أن أوزان الصابون بالصناديق تتبع التوزيع الطبيعي. وقد أخذت الشركة عينة عشوائية حجمها $n = 25$ ووجدت أن $\bar{x} = 520$ جرام و $s = 75$ جرام.

اختبارات الفروض الإحصائية

الحل : -

1- الفرض العدمي والفرض البديل:

حيث أن الشركة ترغب في اختبار ما إذا كانت $\mu > 500$، فإن :

$$H_0 : \mu = 500 \quad H_1 : \mu > 500$$

2- إحصائية الاختبار:

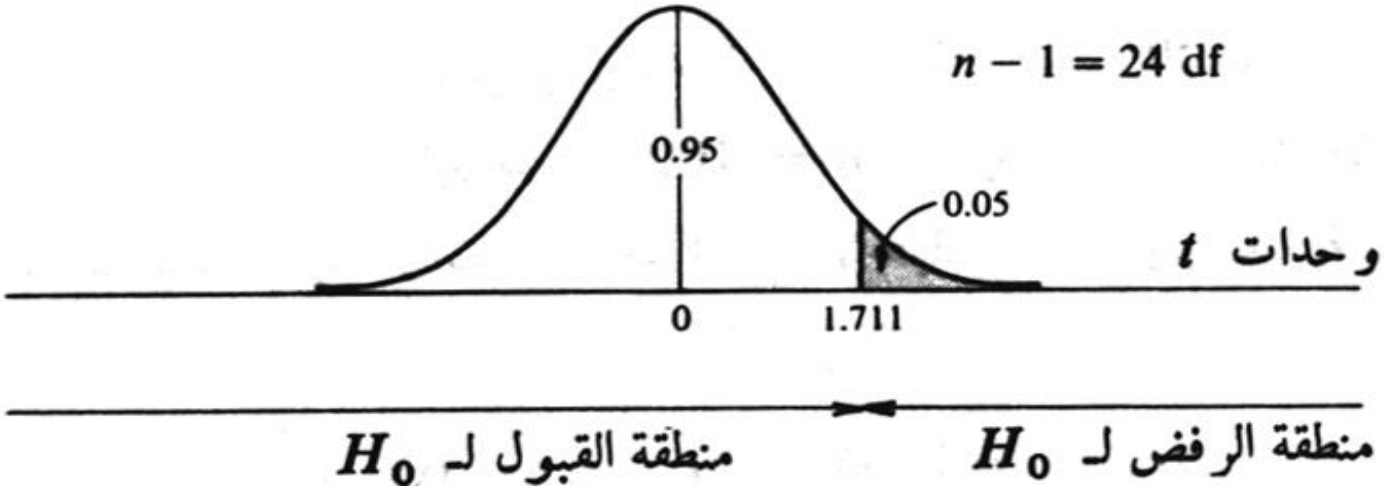
حيث أن التوزيع الأصلي الذي سحبت منه العينة طبيعي ، والعينة صغيرة ($n < 30$) ، وكذلك قيمة σ غير معلومة (يتم تقديرها بـ s)، فإن توزيع المعاينة للوسط يكون أقرب إلى توزيع t ، وتكون إحصائية الاختبار:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{520 - 500}{75 / \sqrt{25}} = \frac{20}{15} = 1.33$$

اختبارات الفروض الإحصائية

3- حدود منطقتي القبول والرفض:

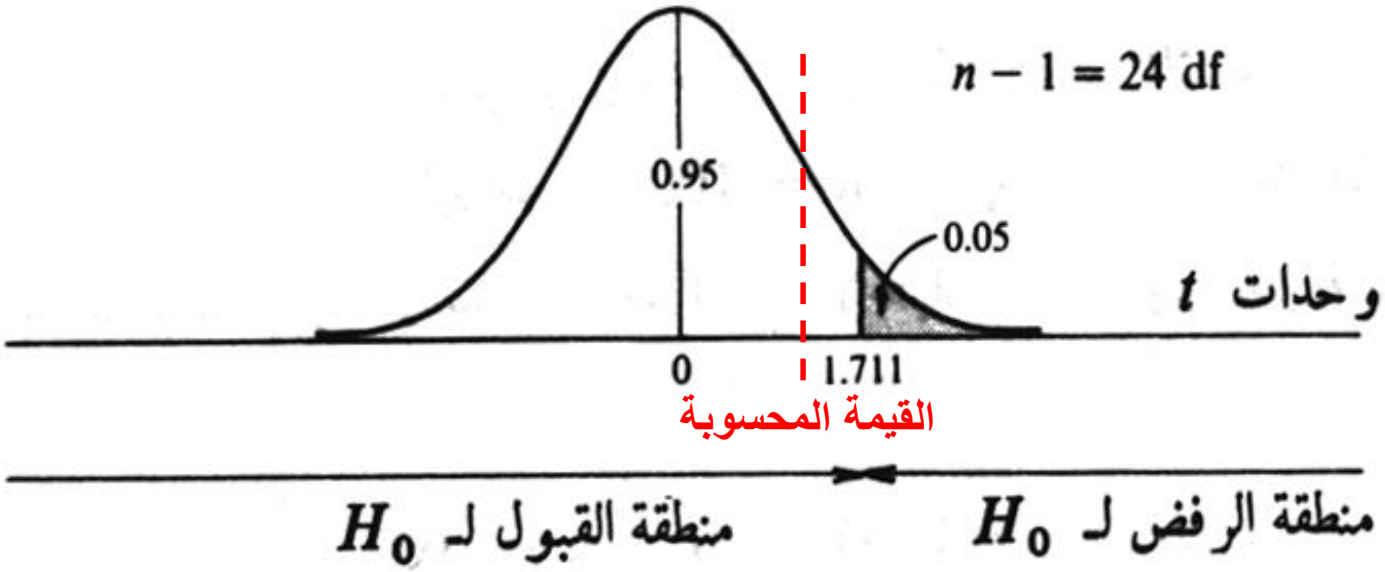
ذكرنا أن توزيع المعاينة للوسط يكون في هذه الحالة هو توزيع t ، وبالتالي علينا أن نستخدم توزيع t (بدرجة حرية $n - 1 = 24$) لتحديد المنطقة الحرجة، أي منطقة الرفض للاختبار بمستوى معنوية 5%. ونجد ذلك في الجدول الخاص بتوزيع t ، وحيث أن الاختبار ذو طرف واحد (أيمن) لأن الفرض البديل على صورة أكبر من ، فإن منطقة الرفض تقع عند الطرف الأيمن للتوزيع بمساحة 5% ، وتكون قيمة t التي تحدد المنطقة الحرجة هي $t_{0.05,24} = 1.711$



اختبارات الفروض الإحصائية

4- المقارنة والقرار:

بمقارنة القيمة المحسوبة (1.33) بمناطق الرفض والقبول ، نجد أن قيمة t المحسوبة تقع داخل منطقة القبول، وبالتالي يقبل الفرض العدمي H_0 ، ($\mu = 500$)، عند مستوى معنوية 5% (أو بدرجة ثقة 95%) .



اختبارات الفروض الإحصائية

اختبارات الفروض حول النسبة P

مثال (4):-

يدّعي أحد المرشحين في الانتخابات أنه سيحصل على نسبة 70% من أصوات الناخبين عندما تجري الانتخابات. ولاختبار هذا الادعاء تم اختيار عينة عشوائية من الناخبين حجمها 100 ناخب، ووجد أن نسبة من يؤيدون المرشح في العينة هي 60 %.

اختبر مدى صحة ادعاء المرشح بأن النسبة في المجتمع هي 70 % مقابل الفرض البديل أن النسبة أقل من 70% وذلك بمستوى معنوية 5 %.

اختبارات الفروض الإحصائية

الحل : -

1- الفرض العدمي هو أن النسبة في المجتمع (نسبة من يؤيدون المرشح في المجتمع) هي 0.70 أي أن الفرض العدمي هو أن الادعاء صحيح وأن المرشح سيحصل على النسبة التي ادعاها وهي 70 % ، وبالرموز

$$H_O : P = 0.70$$

الفرض البديل والمنطقي في هذه الحالة هو أن النسبة في المجتمع أقل من هذا الادعاء وبالرموز:

$$H_1 : P < 0.70$$

اختبارات الفروض الإحصائية

2- الإحصائية: وتأخذ الإحصائية في حالة اختبار النسبة الشكل التالي:

$$Z = \frac{\hat{p} - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}}$$

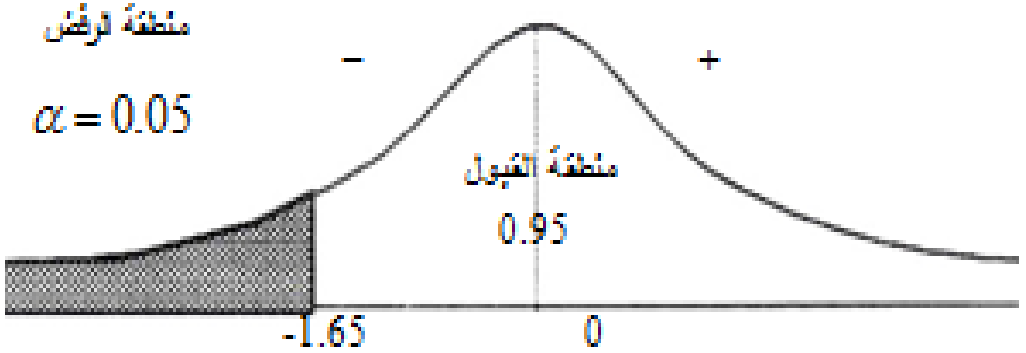
حيث: $n = 100\ , \hat{p} = 0.6, P = 0.7$

$$Z = \frac{0.6 - 0.7}{\sqrt{\frac{0.7(1-0.7)}{100}}}$$

Z = -2.18

اختبارات الفروض الإحصائية

3- حدود منطقتي القبول والرفض نحصل عليها من التوزيع الطبيعي المعياري، حيث مستوى المعنوية α = 5% وبما أن الفرض البديل هو " أقل من " فنستخدم اختبار الطرف الأيسر.



4- المقارنة والقرار : وبمقارنة قيمة الإحصائية التي حصلنا عليها في الخطوة رقم (3) التي تساوي 2.18 - بحدود منطقتي القبول والرفض نجد أن قيمة الإحصائية تقع في منطقة الرفض لأن 2.18 - أصغر من 1.65 - فإن القرار هو :

رفض الفرض العدمي بادعاء المرشح بأن نسبة مؤيديه في المجتمع هى 70 % وقبول الفرض البديل بأن النسبة أقل من 70 % وذلك بمستوى معنوية 5 % (أي أن احتمال الخطأ في هذا القرار لا يتعدى 5 %).

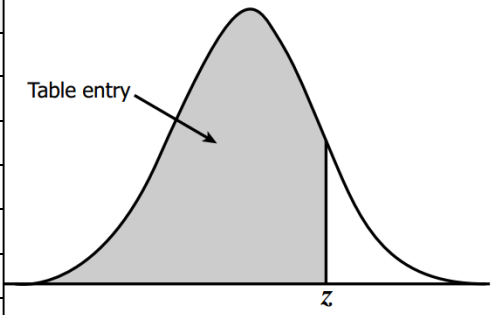
تمارين:-

(1) إذا كان متوسط استهلاك الفرد السعودي من الدجاج حسب تقارير وزارة الصحة هو 12 كيلوجرام بانحراف معياري 6 كيلوجرامات لفترة السبعينات الميلادية. أجرى أحد الباحثين دراسة في عام 2003م من عينة قوامها 49 فرداً ووجد أن متوسط الاستهلاك للفرد هو 14 كيلوجرام. هل تشير الدراسة الحالية أن متوسط الاستهلاك أرتفع عما كان عليه في السبعينات؟

(2) ترغب كلية إدارة الأعمال أن تعرف بدرجة ثقة 90% ما إذا كان متوسط معدل الطلاب في السنة الأولى يقل عن 2.5 . اختيرت عينة عشوائية حجمها $n = 20$ ووجد أن متوسط معدلات الطلاب في العينة يساوي 2.6 بانحراف معياري 0.4. ما الذي يمكن استنتاجه؟

(3) ترغب جامعة الملك فيصل في دراسة نسبة غياب الطلاب عن محاضرات يوم الخميس. ولهذا الغرض تم اختيار عينة عشوائية من الطلاب حجمها 100، ووجد أن نسبة من يغيبون أيام الخميس في العينة هي 27%. اختبر مدى صحة القول بأن النسبة في المجتمع هي 25% مقابل الفرض البديل أن النسبة أكبر من 25% وذلك بمستوى معنوية 5 %.

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990



جدول المساحات أسفل التوزيع الطبيعي المعياري

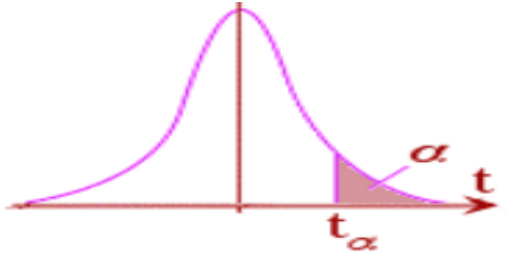
((المساحة الواقعة قبل أي قيمة موجبة Z))

معاملات الثقة Z

درجة الثقة	معامل الثقة Z
90%	1.65
95 %	1.96
99%	2.58

جامعة الملك
sal University

جدول القيم الحرجة لتوزيع t



df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	df | α	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	34	1.307	1.691	2.032	2.441	2.728
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	35	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	36	1.306	1.688	2.028	2.434	2.719
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	47	1.300	1.678	2.012	2.408	2.685
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	48	1.299	1.677	2.011	2.407	2.682
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	49	1.299	1.677	2.010	2.405	2.680
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	62	1.295	1.670	1.999	2.388	2.657
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	63	1.295	1.669	1.998	2.387	2.656
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	64	1.295	1.669	1.998	2.386	2.655
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	79	1.292	1.664	1.990	2.374	2.640
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	80	1.292	1.664	1.990	2.374	2.639
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	81	1.292	1.664	1.990	2.373	2.638
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	98	1.290	1.661	1.984	2.365	2.627
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	99	1.290	1.660	1.984	2.365	2.626
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	100	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	142	1.288	1.656	1.977	2.353	2.611
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	143	1.287	1.656	1.977	2.353	2.611
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	144	1.287	1.656	1.977	2.353	2.610
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	199	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	200	1.286	1.653	1.972	2.345	2.601

تمت بحمد الله

جميع الحقوق محفوظة لجامعة الملك فيصل ©
All Rights Reserved for KFU ©