جامعة الملك فيصل

عمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بعد

اسم المقرر

التحليل الإحصائي

أستاذ المقرر

د. محمد زايـــد

المحاضرة (1)

المجموعات

تعريف المجموعة:

المجموعة ببساطة هي تجمع من الأشياء أو العناصر المحددة تماماً. وقد تكون هذه الأشياء أعداداً أو أشخاصاً أو أحداثاً أو أي شئ آخر.

ترمز للمجموعات بواسطة حروف كبيرة مثل:

$$A, B, C, \cdots$$

الأشياء التي تتكون منها المجموعة تسمى عناصر المجموعة و ترمز للعناصر بواسطة حروف صغيرة مثل:

$$a, b, c, \cdots$$

طرق كتابة المجموعات:

1- طريقة العد (سرد العناصر):

يتم فيها وضع جميع عناصر المجموعة، أو جزء منها ، بين قوسي المجموعة { } بحيث يفصل بين كل عنصرين بعلامة فاصلة "،"

مثل:

$$A = \{1,3,5,7\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

$$C = \{1,2,3,\cdots\}$$

بحيث لا يتم تكرار العناصر

طرق كتابة المجموعات:

2- طريقة القاعدة (الصفة المميزة):

ويتم فيها وصف المجموعة بذكر صفة يمكن بواسطتها تحديد عناصرها، أي الصفة التي تحدد ارتباط عناصر المجموعة ، فمثلاً :

A={x: عدد طبيعي زوجي x }

B={x:كلية بجامعة الملك فيصل x}

C={x: طالب مسجل بالمقرر الحالي x}

D={x: 0≤x ≤12 ،عدد صحيح X}

طرق كتابة المجموعات:

مثال: عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، نستطيع أن نعبر عن الحادثة (الحصول على عدد زوجي) من خلال التالي:

– طريقة سرد جميع العناصر وبينهما فاصلة كالتالي:

$$A=\{ 2, 4, 6 \}$$

-ويمكن أن نعبر عن الحادثة نفسها بطريقة الصفة المميزة و هي كتابة مميزات العناصر بين القوسين { } عوضا عن كتابة العناصر نفسها كالتالي:

$$A=\{ x: 1 \le x \le 6,\ x \text{ عدد زوجي} \}$$

إذا المجموعة بشكل عام يمكن أن تكتب بميزة عناصرها بأشكال مختلفة طالما كانت الميزة كافيه لتحديد العناصر بشكل دقيق.

انتماء العناصر إلى المجموعة:

- يستخدم الرمز ∈ "ينتمي إلى" لبيان العناصر التي تقع داخل المجموعة ، فمثلاً إذا كان العنصر a من ضمن عناصر المجموعة A فإننا نقول أن a ينتمي إلى المجموعة A ويكتب بالصورة $a \in A$

- أما إذا كان a ليس عنصرا من عناصر المجموعة A فإننا نقول أن a لا ينتمي إلى المجموعة A ويكتب بالصورة $a \notin A$

ملاحظة : تعد دراسة المجموعات مقدمة لدراسة الاحتمالات.

انتماء العناصر إلى المجموعة:

مثال:

$A=\{a, b, c, d\}$

أي أن المجموعة A تتكون من العناصر a و b و c و d

$A \ni b$

أي أن العنصر b ينتمي إلى المجموعة A

$A \not\ni f$

أي أن العنصر f لا ينتمي إلى المجموعة A

أنواع المجموعات:

1- المجموعة الخالية:

وهي مجموعة الأعداد الصحيحة التي بين العددين 0,1 مجموعة خالية، أيضا مجموعة أسماء الأسماك التي تتحدث اللغة العربية مجموعة خالية بالتأكيد. ويرمز للمجموعة الخالية بالرمز ∅ أو بقوسين { }.

A = {x: طبيعي زوجي وفردي x عدد}

B = {x: دولة عربية تقع في أوروبا x}

أنواع المجموعات:

2- المجموعة الشاملة:

هي المجموعة التي تشمل كل العناصر محل الدراسة بحيث تعتبر جميع المجموعات الأخرى مجموعات جزئية منها، ويرمز لها عادة بالرمز U.

أنواع المجموعات:

3- المجموعة المنتهية:

المجموعة التي تكون عناصرها محدودة.

مثال: المجموعات التالية مجموعات منتهية

$$A = \{2,4,6,8\}$$

$$B = \{1,2,3,..,100\}$$

$$C = \{x, y, z, w, u\}$$

أنواع المجموعات:

4- المجموعة غير المنتهية:

المجموعة التي تكون عناصرها غير محدودة.

مثال: المجموعات التالية مجموعات غير منتهية

A = {x: عدد طبيعي فردي x }

$$B = \{10, 20, 30, ...\}$$

العلاقات بين المجموعات

1- المجموعة الجزئية:

نقول عن مجموعة A أنها مجموعة جزئية subset من مجموعة أخرى B إذا كان كل عنصر ينتمي إلى A ينتمي أيضا إلى B ونعبر عن هذا بكتابة $A \subset B$

فإذا كانت $A \subset B$ وكانت $A \neq B$ قلنا أن A جزئية فعلية proper subset من B أو A محتواه في B أو أن المجموعة B تحتوي A

أما إذا كانت A=B فإن كل عنصر ينتمي إلى إحداهما ينتمي للأخرى وبالتالي $A \subset B$ و $B \subset A$

العلاقات بين المجموعات

أمثلة:

1. إذا كانت $A=\{2,4,6\}$ و $B=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
فإن $A \subset B$

2. مجموعة جميع طلاب التعليم الإلكتروني بجامعة الملك فيصل
مجموعة جزئية من مجموعة طلاب هذه الجامعة.

العلاقات بين المجموعات

2- تساوي وتكافؤ المجموعات:

تكون المجموعتان B، A **متساويتان** إذا كانت

$$A \subseteq B, B \subseteq A \Longrightarrow A = B$$

مثال:

$$\{-1,+1\} = \{x : x^2 = 1\}$$

{م، ل، س} ≠ {x : حرف من كلمة سلام x }

أما المجموعتان **المتكافئتان** فهما المجموعتان اللتان تتساويان في عدد عناصرهما وتكتب على الصورة $A \equiv B$

العلاقات بين المجموعات

مثال:

أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية؟

$$1)\ A=\{1,3,5,7\}\ ,\ B=\{3,1,5,7\}$$

$$2)\ A=\{0,1,2\}\ \ ,\ \ B=\{a,b,c\}$$

الحل:

$$1)\quad A=B$$

$$2)\quad A\equiv B$$

العمليات على المجموعات:

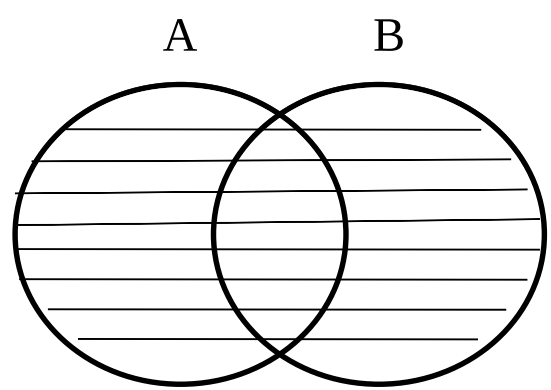
- **الاتحاد**

اتحاد المجموعتين A ، B ($A \cup B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما. مثال :

A={1 , 2, -6 , -7}

B={-6, -7, -11}

$(A \cup B)$ = {1, 2, -6, -7, -11}



العمليات على المجموعات:

- **التقاطع**

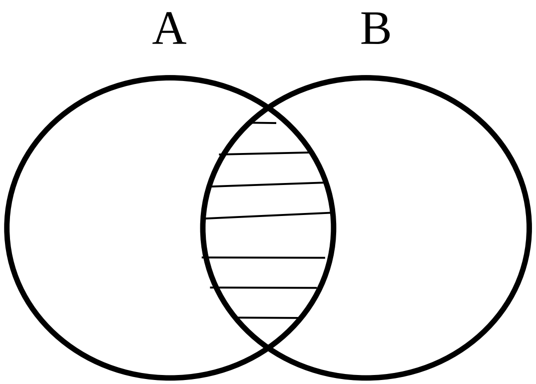
تقاطع المجموعتين A ، B ($A \cap B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A و في B معاً. أي العناصر المشتركة بين A و B .

مثال على ذلك:

A={1 , 2, -6 , -7}

B={-6, -7, -11}

$A \cap B$ = {-6, -7}



العمليات على المجموعات:

- **المكملة أو المتممة:**

يقال أن $\overline{A}$ مكملة المجموعة A إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية U باستثناء عناصر A. أي أن

مثال:

S={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

A={1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

B={1, 2, 3, 6, 8, 11, 12, 14, 16}

$\overline{A}$ **={2, 4, 6, 20}**

$\overline{B}$**={4, 5, 7, 9, 10, 13, 15, 17, 18, 19, 20}**

العمليات على المجموعات:

- **الفرق**

إذا كانت مجموعتان A، B فان A-B يسمى بالفرق وهو مجموعة كل العناصر الموجودة A وليست في B.أي أن

إذا كانت $A=\{1,2,3,x,y\}$ و $B=\{3,4,5,x,w\}$

فإن $A-B=\{1,2,y\}$

العمليات على المجموعات:

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3, x, y\}$ و $B = \{3,4,5, x, w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5, w, x, y, z\}$

فأوجد:

1) $A \cup B$

الحل:

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5, x, y, w\}$$

العمليات على المجموعات:

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3, x, y\}$ و $B = \{3,4,5, x, w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5, w, x, y, z\}$

فأوجد:

2) $A \cap B$

الحل:

$$A \cap B = \{3, x\}$$

العمليات على المجموعات:

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3, x, y\}$ و $B = \{3,4,5, x, w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5, w, x, y, z\}$

فأوجد:

3) $A - B$

الحل:

$$A - B = \{1,2, y\}$$

العمليات على المجموعات:

مثال:

إذا كانت $A = \{1,2,3,x,y\}$ و $B = \{3,4,5,x,w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U = \{1,2,3,4,5,w,x,y,z\}$

فأوجد:

4) $\overline{A}$

الحل:

$$\overline{A} = \{4,5,w,z\}$$

العمليات على المجموعات:

مثال:

إذا كانت $A=\{1,2,3,x,y\}$ و $B=\{3,4,5,x,w\}$

وكانت المجموعة الكلية $U=\{1,2,3,4,5,w,x,y,z\}$

فأوجد:

5) $\overline{B}$

الحل:

$$\overline{B}=\{1,2,y,z\}$$

تدريبات

1. نفترض أن $A=\{3,4,5,x,y\}$ و $B=\{4,x,y,z\}$

ضع الرمز $\in$ أو $\notin$ في المكان الفارغ لتكون الجملة صحيحة .

$(i)\quad 3$ ______ A

$(ii)\quad 3$ ______ B

$(iii)\quad x$ ______ A

$(iv)\quad x$ ______ B

$(v)\quad z$ ______ A

$(vi)\quad z$ ______ B

$(vii)\quad 1$ ______ A

$(viii)\quad 1$ ______ B

2. اسرد عناصر كل مجموعة من المجموعات التالية .

ملحوظة: يمكنك استخدام النقط للتعبير عن استمرار سرد عناصر المجموعة عندما يكون بها عدد لانهائي من العناصر

i. A = {x: x عدد طبيعي اصغر من 7}

ii. B = {x: x عدد طبيعي زوجي يقبل القسمة على 2}

iii. C = {y: y حرف من حروف الهجاء المحصور بين c و h}

iv. D = {x: x عدد طبيعي فردي اصغر من 17}

Sets of numbers : مجموعات الأعداد

أ - مجموعة الأعداد الطبيعية : (Natural numbers)

وهي أصغر مجموعات الأعداد وتسمى أيضا مجموعة العد وتحتوي على الأعداد الصحيحة الموجبة.

$$N=\{ 1 , 2 , 3 , 4 , \ldots \}$$

ب - مجموعة الأعداد الصحيحة : (Integer numbers)

هي مجموعة الأعداد الموجبة والسالبة بالإضافة إلى الصفر.

$$I = \{ \ldots , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , \ldots \}$$

Sets of numbers : مجموعات الأعداد

ج - مجموعة الأعداد النسبية : (Rational numbers)

العدد النسبي هو العدد الذي يكتب على الصورة $\frac{a}{b}$ بحيث $a,b\in I$ ، $b\neq 0$

وتحوي مجموعة الأعداد النسبية على الأعداد الصحيحة بالإضافة إلى الكسور

مثل $\frac{2}{3},\frac{5}{4},\frac{7}{6},\frac{8}{10},\frac{9}{1},\frac{14}{1},\ldots\ldots\ldots$ ويرمز لها بالرمز Q .

د - مجموعة الأعداد غير النسبية : (Irrational numbers)

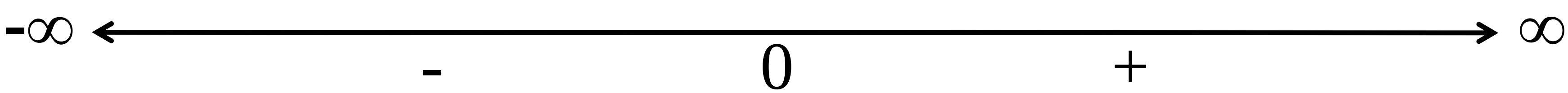
العدد غير النسبي هو العدد الذي لا يمكن كتابه على الصورة $\frac{a}{b}$ مثل جذور

الأعداد التي ليست مربع كامل $\sqrt{2},\sqrt{6},\sqrt{10},\sqrt{20},\ldots\ldots$

مجموعات الأعداد : Sets of numbers

هـ - مجموعة الأعداد الحقيقية : (Real numbers)

وتحوي مجموعة الأعداد النسبية وغير النسبية ويرمز لها بالرمز R. و تمثل بخط مستقيم يسمى خط الأعداد حيث يمتد من طرفيه من ∞- إلى ∞ ومنتصفه تكون نقطة الصفر وعلى يسار الصفر الأعداد السالبة وعلى يمينه الأعداد الموجبة كالأتي



وأي جزء من هذا الخط يكون مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ويسمى فترة (Interval).

الفترة : Interval

تعرف الفترة كما ذكرنا سابقا بأنها مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية وهي الأعداد التي تقع بين أي نقطتين a و b على خط الأعداد ، وتكتب حسب نوعها كالأتي:

1- الفترة المفتوحة: $(a , b) = \{ x \in R : a < x < b \}$

2- الفترة نصف المغلقة: $[a , b) = \{ x \in R : a \leq x < b \}$

3- الفترة المغلقة: $[a , b] = \{ x \in R : a \leq x \leq b \}$

الفترة : Interval

مثال:

مثل الفترات التالية على خط الأعداد:

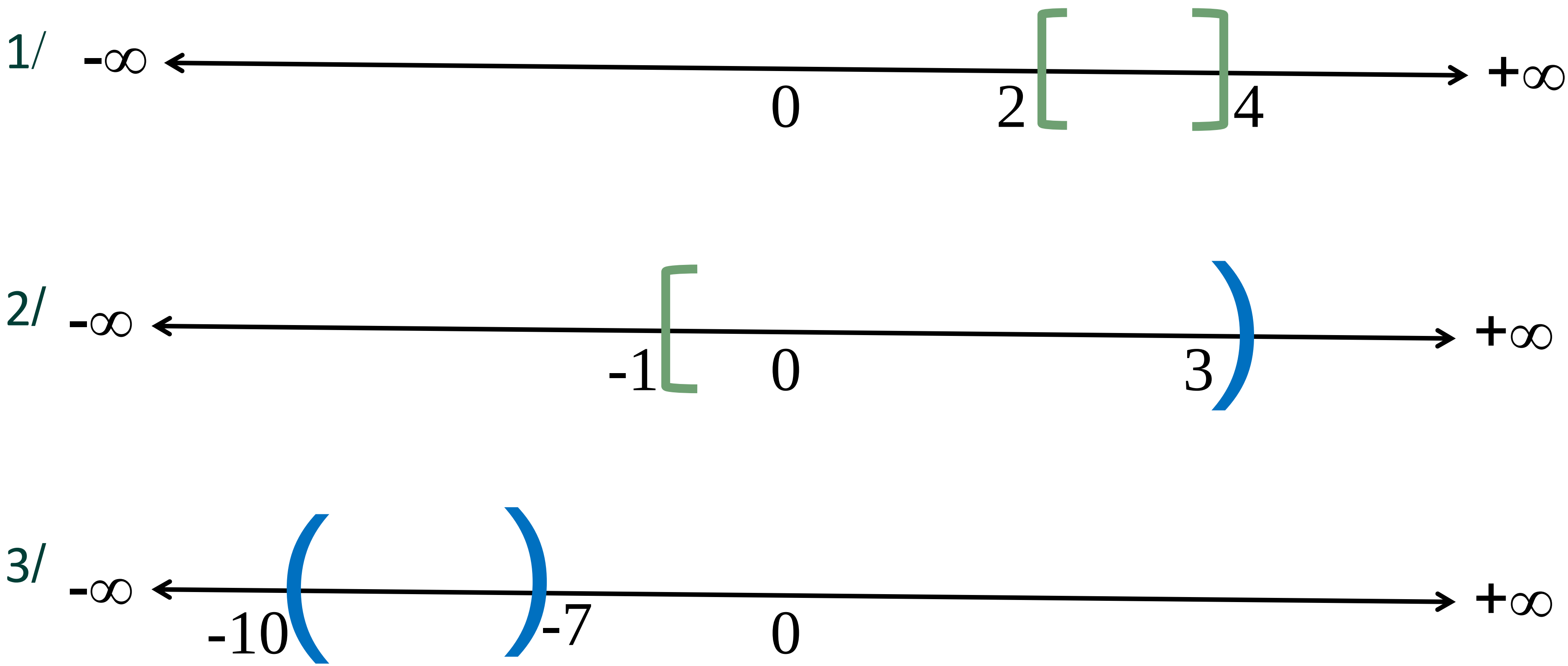
1- [2 , 4]

2- [-1 , 3)

3- (-10 , -7)

Interval : الفترة

الحل:



الفترة : Interval

مثال:

إذا كانت الفترات $B = [\,1\,,\,4\,]$ و $A = [\,-2\,,\,3\,)$ فأحسب ما يلي:

1- $A \cap B$

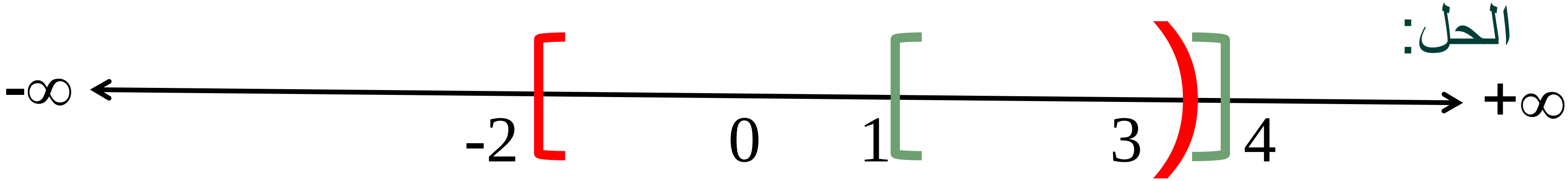
2- $A \cup B$

3- $A - B$

4- $B - A$

الفترة : Interval

الحل:



1- $A \cap B = [1, 3)$

2- $A \cup B = [-2, 4]$

3- $A - B = [-2, 1)$

4- $B - A = [3, 4]$

أخيرا

شكرا لحسن متابعتكم

وتمنياتي لكم بالتوفيق

تمت
بحمد الله