ملتقى طلاب و طالبات جامعه الملك فيصل و جامعه الدمام

جامعه الإمام عبدالرحمن الفيصل (التعليم عن بعد)

إداره الاعمال – المستوى الثالث

1438هـ / 2016 – 2017م

مقرر:

الإحصــاء في الإداره

الدكتور/ المثنى يحيى عزايزه

تلخيص و تنسيق المحاضرات /

Mu*

Focus

Ahmed

تجميع و حل الواجبات /

Focus

نجيب

المحاضره الاولى / نظريه الإحتمالات

#قبل المذاكرة :
اللهم إني أسألك فهم النبيين، و حفظ المرسلين، و الملائكة المقربين،
اللهم اجعل ألسنتنا عامرة بذكرك، و قلوبنا بخشيتك،
و أسرارنا بطاعتك، إنك على كل شيء قدير،
حسبنا الله و نعم الوكيل..

مقدمه..

- علم الاحصاء ينقسم إلى قسمين :

1. إحصاء الوصفي : هو العلم الذي يقوم بجمع البيانات و تنظيمها و تصنيفها و عرضها عن طريق الجداول او الرسوم البيانيه .
2. إحصاء استنتاجي : يقوم بتحليل البيانات للتوصل إلى التنبؤ أو الاستقراء و إتخاذ القرارات .

- علاقه علم الإحصاء بمجموعة العلوم الإداريه ؟

يرتبط علم الاحصاء **إرتباطا قويا** بمجموعة العلوم الاداريه .

....

- التجربه الإحصائيه **يسمى بالتجربه العشوائيه /** أي عمليه أو مجموعه عمليات لا تعرف نتائجها مسبقا بشكل حتمي .

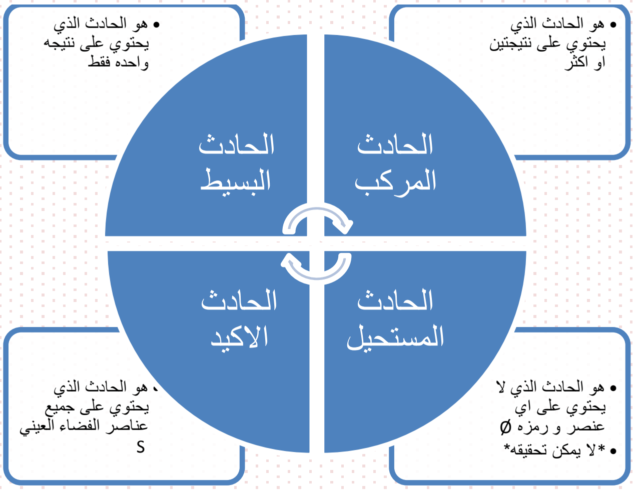
مثل / رمي حجر النرد , إلقاء قطعه نقد (حيث نلاحظ أن النتائج تتغير في كل مره يتم فيها إجراء هذه التجربه)

و لكل تجربه إحصائيه نتائج , و تعرف النتيجه التجربه على انها النتيجه البسيطه

أي التي لا يمكن تحليلها إلى نتيجتين او اكثر

و تسمى جميع النتائج البسيطه الممكنه الحدوث بـ **الفضاء العيني** للتجربه .

- الفضاء العيني / لتجربه إحصائيه هي مجموعه جميع النتائج الممكنه لتلك التجربه , و سنعبر عن الفضاء العيني بالرمز S
- كل عنصر من عناصر الفضاء العيني يسمى **حادث**
- **الحادث /** هو مجموعه جزئيه من الفضاء العيني و يرمز له بأحد الحروف التاليه A,B,C



- فضاء العينه المنفصل يسمى الفضاء العيني فضاءا منفصلا إذا كان محدودا او لا نهائيا معدودا

أي اذا امكن ربط العناصر واحدا الى واحد مع الاعداد الموجبه , كأن نقول أربط العنصر الاول مع العدد 1 و العنصر الثاني مع العدد 2 و هكذا الى مالا نهايه

مثال / في تجربه القاء حجر نرد مره واحده , اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه . ثم اعط مثال على الحادث بسيط و الحادث المركب و الحادث الاكيد ؟

الحل / الفضاء العيني للتجربه S={1,2,3,4,5,6}

الحادث البسيط A={5} < **عدد واحد**

الحادث المركب B={3,4} < **عددين او ثلاث المهم انه يكون اكثر من الواحد**

الحادث الاكيد C=S < **هو الفضاء العيني نفسه**

الحادث المستحيل D={7} < **ليس له وجود**

*لاحظ أن العدد 7 **لا ينتمي** الى الفضاء العيني لهذه التجربه و لذلك سمي **بالحادث المستحيل** .

مثال / في تجربه القاء قطعه النقد مرتين . اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه ثم اعط مثال على حادث بسيط و حادث مركب و حادث اكيد ؟

ملاحظه : سيتم الرمز بالحرف H لوجه الصوره و حرف T لوجه الكتابه

الحل / S={ (H,H) , (H,T) , (T,H) , (T,T) }

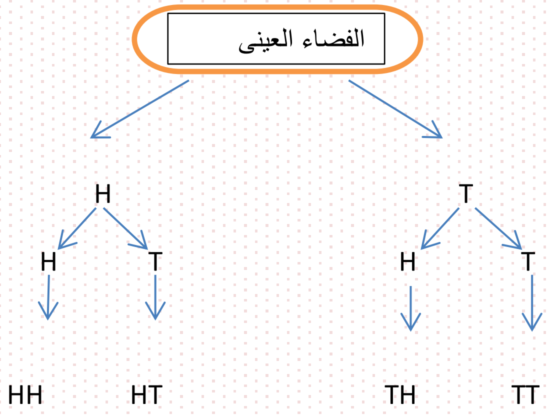
حادث بسيط A={(H,H)}

حادث مركب B={(T,H) ,(T,T)}

حادث اكيد C= S

*لاحظ أن **الحادث الاكيد** دائما هو الحادث الذي يحتوي على جميع العناصر الفضاء العيني , بينما الحادث الذي لا يحتوي على أي عنصر يسمى **بالحادث المستحيل** .

- **شجره الاحتمال**



تمارين ...

1. في تجربه القاء قطعه نقد و حجر نرد , اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه ث اعط مثال على حادث بسيط و حادث مركب ؟

الحل /

صوره H , كتابه T

القطعه النقديه (T,H) , حجر النرد {1,2,3,4,5,6}

S={(T,1),(T,2),(T,3),(T,4),(T,5),(T,6),(H,1),(H,2),(H,3),(H,4),(H,5),(H,6)}

حادث بسيط A={(T,1)}

حادث مركب B={(H,1),(H,2)(H,3)} < اقل شي عنصرين

حادث اكيد C=S

2. في تجربه القاء حجر نرد مرتين , اوجد الفضاء العيني لهذه التجربه و اعط مثال على حادث بسيط و حادث مركب و حادث اكيد ؟

الحل / حجر النرد {1,2,3,4,5,6}

الفضاء العيني:

S={(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)}

حادث بسيط A={(1,1)}

حادث مركب B={(2,1),(3,2),(1,6)}

حادث اكيد C=S

- انواع المجموعات

1) المجموعه الخاليه Ø / هي المجموعه التي لا تحتوي على أي عنصر

2) المجموعه الجزئيه / نقول ان A مجموعه جزئيه من B و نرمز لهاB A
إذا كان كل عنصر في A ينتمي للمجموعه B

التساوي نقول ان المجموعه A تساوي المجموعه B أي :

A=B اذا كانت B,A تحتويان على نفس العناصر يكون B A , A B

- المجموعه الكليه S / هي المجموعه الشامله التي تحتوي على جميع العناصر المتعلقة بموضوع ما و يرمز لها S
- المجموعه المكمله (المتممه) / نقول ان À او Ā مجموعه مكمله للمجموعه A

اذا كانت تحتوي على جميع العناصر المجموعه الشامله S . بإستثناء عناصر A

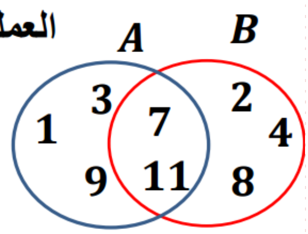
$$\bar{A} = \{ x : x \in S , x \notin A\}$$

العمليات الجبرية على المجموعات

$$A \cup B = \{ x : x \in A \text{ or } x \in B\}$$
$$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ and } x \in B\}$$
$$\overline{A} = \{ x : x \in S \text{ and } x \notin A\}$$
$$A - B = \{ x : x \in A \text{ and } x \notin B\}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$$
$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$$

العمليات علي المجموعات



$$A = \{1, 3, 7, 9, 11\}$$
$$B = \{2, 4, 7, 8, 11\}$$

التقاطع ∩ هو مجموعة العناصر المشتركة

$$A \cap B = \{7, 11\}$$

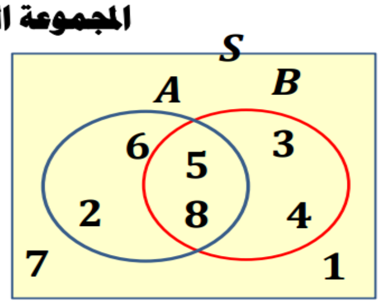
الاتحاد ∪ هو جميع عناصر المجموعتين

$$A \cup B = \{1, 3, 7, 9, 11, 2, 4, 8\}$$

العناصر الموجودة في A وغير موجودة في B

$$A - B = \{1, 3, 9\}$$

المجموعة الشاملة ومكملة المجموعة



$$S = \{2, 6, 5, 8, 3, 4, 1, 7\}$$
$$A = \{2, 6, 5, 8\}$$
$$B = \{3, 4, 5, 8\}$$
$$\bar{A} = \{3, 4, 7, 1\}$$
$$\bar{B} = \{2, 6, 7, 1\}$$
$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} = \{1, 7\}$$

مثال: إذا كان

$S=\{1, 2, 3, \ldots\ldots, 10\}$

A={ x: x عدد فردي }

B={ y: y عدد زوجي}

أوجد : $A \cup B$ ،$A \cap B$ ،$\overline{A}$ ،$A - B$ ؟

الحل:

$A \cup B = S$

$A \cap B = \emptyset$

$\overline{A} = B$

$A - B = A$

الحوادث المتنافية

نقول بأن الحادثان A، B حادثان متنافيان إذا تحقق الشرط التالي:

$$A \cap B = \emptyset$$

مثال: إذا كان $S = \{1, 2, \ldots, 10\}$، وكان A حادث يمثل ظهور عدد فردي وB حادث يمثل ظهور عدد زوجي من S، فعندئذ نقول بأن الحادثان A, B حادثان متنافيان.

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،

فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضرة الثانية

❖ طرق العد:

في هذا البند سنتعرف على طرق منتظمة لإيجاد عدد نقاط الفضاء العيني لتجربة إحصائية.

1- قاعدة الضرب:

إذا كانت التجربة E_1 تحدث في n من الطرق ومع كل طريقة من هذه الطرق كانت التجربة E2 تحدث في m من الطرق فإن التجربتين تحدثان معا في (mn) من الطرق.

- **مثال:** أراد طالب أن يسجل في مقررين، أحدهما من قسم الاحصاء والآخر من المحاسبة، فإذا كان عدد مقررات الإحصاء 3 وعدد مقررات المحاسبة 4.

فما عدد الطرق التي يمكن للطالب التسجيل فيها؟

الحل:

$3 \times 4 = 12$

- **ملاحظة:** يمكن تعميم قاعدة الضرب لتشمل k من التجارب.

- **مثال:** كم هاتفا يمكن تركيبه في مدينة الدمام إذا تألف رقم الهاتف من 7 أرقام أولها 8 أو 9؟

الحل: الرقم الأول له خياران، أما الأرقام الأخرى فيوجد عشرة طرق.

عدد الهواتف: 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 x 2

2- قاعدة الجمع:

إذا كانت التجربة الأولى تحدث في n من الطرق والثانية في m من الطرق وكانت التجربتان مانعتين لبعضهما فإن واحدة منهما أو الأخرى تحدث في n + m

- **مثال:** بكم طريقة يمكن أن يختار طالب مقرراً واحداً من الاحصاء أو الرياضيات. إذا كان يوجد 3 في إحصاء و5 في الرياضيات.

الحل: عدد الطرق = 5 + 3 = 8 طرق

- **ملاحظة:** يمكن تعميم قاعدة الجمع لتشمل k من التجارب.

- **مثال:** أراد طالب أن يسجل بإحدى الكليات: الشريعة، العلوم، العلوم الإدارية، القانون. إذا كان عدد أقسام الشريعة 3، والعلوم 5، والعلوم الإدارية 4، والقانون 2, كم عدد الخيارات؟

الحل: 3 + 5 + 4 + 2 = 14

3- التباديل:

التباديل: ترتيب جميع عناصر أو جزء من عناصر أي مجموعة. إذا كان لدينا n عنصراً وسحبنا منها r عنصراً على التوالي (بدون ارجاع) **الترتيب مهم** فإن عدد الترتيبات الممكنة يسمى n تباديل r وهي:

$$n_{\rho_{r=\frac{n!}{(n-r)!}}}$$

- **مثال 1:** بكم طريقة يمكن ترتيب حرفين من الأحرف a, b, c, d, e

$$5\rho_2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

- **مثال2:** تريد أمينة المكتبة أن ترتب على رف 6 مجلات من بين 10 مجلات مختلفة.
  فبكم طريقة يمكنها ذلك؟

4- التوفيق:

كان لدينا n عنصراً وسحبنا منها r عنصر اً في وقت واحد (بدون ارجاع) فإن عدد التركيبات الممكنة **بإهمال الترتيب** يسمى n توافيق r ويرمز لها:

$$\binom{n}{r} = n_{C_r} = \frac{n!}{(n-r)! \times r!}$$

- **مثال:** ما عدد الطرق التي تختار بها حرفين من a,b,c بدون ترتيب؟

$$\binom{3}{2} = \mathrm{C_r} = \frac{3!}{(3-2)! \times 2!} = \frac{3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 1} = 3$$

- **مثال:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من أربعة طلاب من بين عشرة طلاب؟

- **ملاحظات:**
- **السحب بإرجاع:** عدد الطرق الكلية لسحب r كرة من n كرة بإرجاع يساوي n^r.

- **مثال:** وعاء به 15 كرة ملونة، ما هو عدد طرق سحب كرتين على التوالي مع السماح بالإرجاع:

$$n^r = 15^2 = 225$$

- **مثال:** وعاء به 10 كرات ملونه، أوجد عدد الطرق الممكنة لسحب 3 كرات بدون ارجاع، إذا:
  1- ترتيب الكرات مأخوذ بالاعتبار.
  2- ترتيب الكرات غير مأخوذ في الاعتبار.

نظرية: إذا كان ضمن n من العناصر، n_1 من العناصر المتشابهة، n_2 من العناصر المتشابهة المختلفة عن النوع الأول، n_3 من العناصر المتشابهة المختلفة عن النوعين الأولين , n_k من العناصر المتشابهة المختلفة عن جميع العناصر من الأنواع السابقة، فإن عدد تباديل العناصر التي عددها n هو:

$$\frac{n!}{n_1! \times n_2! \times n_3! \times \ldots\ldots \times n_k!}$$

- **<u>مثال:</u>** بكم طريقة يمكن ترتيب الكلمات:

1- سلسبيل.

2- Statistics.

الحل:

1- **سلسبيل** نجد ان عدد الحروف 6 منها 2 متشابهة و2 متشابهة اخرى وحروف مختلفة وحروف مختلفة:

$$\frac{6!}{2! \times 2! \times 1! \times 1!} = \frac{720}{4} = 180$$

2- Statistics.

هنا نجد ان عدد الحروف 10 منها 3 (s) متشابهة و3 (t) متشابهة اخرى و2 (i) متشابهة و a حرف مختلف و c حرف مختلف.

$$\frac{10!}{3! \times 3! \times 2! \times 1! \times 1!} = 504000$$

- **<u>ملاحظات:</u>**

1- ترتيب n من الأشياء في **<u>صف</u>** هو n!

2- ترتيب n من الأشياء في **<u>دائرة</u>** هو (n-1)!

- **<u>مثال:</u>** ما هو عدد طرق ترتب 5 طلاب في صف؟

الحل:

1- عدد الطرق:

n! = 5! =120

- **<u>مثال:</u>** ما هو عدد طرق ترتيب 5 طلاب حول دائرة مستديرة؟

الحل:

عدد الطرق:

$(n-1)! = (5-1)! = 4! = 24$

- **<u>مثال:</u>** بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ونائب وسكرتير ينتخبون من بين (30) عضو:

الحل:

عدد الطرق = مبدأ العد لأن الترتيب مهم (تحديد وظيفة) والتكرار غير مسموح.

عدد الطرق = طرق اختيار الرئيس × طرق اختيار النائب × طرق اختيار السكرتير.

$= 30 \times 29 \times 28$

- **<u>مثال:</u>** بكم طريقة يمكن تكوين عدد من (3) منازل من الأرقام:

(2,3,4,5,1) <u>إذا سمح التكرار</u>.

الحل:

الترتيب مهم (منازل) التكرار مسموح ⟸ مبدأ العد.

عدد الطرق:

= أحادي × عشرات × مئات

$= 5 \times 5 \times 5$

- **<u>مثال:</u>** بكم طريقة يمكن سحب كرتين دفعة واحدة من صندوق فيه (6) كرات.

الحل:

الترتيب غير مهم (دفعة واحدة) التكرار غير مسموح ⟸ توافيق

عدد الطرق= طريقة $15 = \frac{6^3\times5\times4!}{4!\times2!} = \frac{6!}{4!\times2!} = \binom{6}{2}$

➢ **<u>مثال:</u>** صندوق فيه (4) كرات مرقمة بالأرقام (5,4,3,2) يراد سحب كرتين منه اكتب عدد الطرق التي يمكن بها سحب الكرتين إذا كان السحب:

أ- على التوالي مع الارجاع.

ب-على التوالي بدون ارجاع.

ت-دفعة واحدة.

الحل:

أ- توالي وارجاع (مبدأ العد):

= سحب الأولى × سحب الثانية

= 4 × 4 = 16 طريقة

ب-توالي بدون ارجاع (تباديل) ن=4 , ر=2

ل (2,4) = $\frac{4!}{2!} = \frac{4\times3\times2!}{2!} = 12$ طريقة

ت-دفعة واحدة (توافيق) ن=4 , ر=2 (اختيار (2) من (4))

= $\binom{4}{2} = \frac{4!}{2!\times2!} = 6$ طرق

❑الاحتمال: Probability

تعريف: إذا كانت S الفضاء العيني لتجربة ما، وكان A أي حادث في S فإننا نعين لهذا الحادث عددا P(A) يسمى احتمال الحادث A بحيث يساوي عدد عناصر الحادث مقسوما على عدد عناصر الفضاء العيني.
بالرموز:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{\text{عدد عناصر الحادث } A}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

بحيث يحقق الفرضيات التالية:

١- $0 \le P(A) \le 1$

٢- $P(S) = 1$

٣- $P(\emptyset)=0$

مثال: عند رمي قطعة نقود مرتين . أكتب فضاء العينة ثم اوجد :

أ) احتمال ظهور صورة في الرمية الأولى؟

ب) احتمال ظهور كتابة في أي من الرميتين؟

الحل

فضاء العينة $S = \{HH , HT, TH, TT \}, \quad n(S) = 4$

أ) A = حدث ظهور صورة في الرمية الأولى

$A = \{HH , HT \} \quad n(A) = 2 \Rightarrow P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

ب) B = حدث ظهور كتابة في احدى الرميتين

$B = \{HT, TH,TT \} \quad n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{3}{4}$

مثال: عند رمي حجر نرد مرة واحدة . أكتب فضاء العينة ثم اوجد احتمال:

أ) حدث ظهور عدد زوجي A؟ ب) حدث ظهور عدد اولي B ؟

ج) حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي 3 C؟ د)حدث ظهور عدد اقل من 7 D؟

و) حدث ظهور عدد اكبر من 6 F؟

الحل

فضاء العينة $S = \{ 1 , 2, 3, 4 , 5 , 6 \} \quad n(S) = 6$

$A = \{2 , 4 , 6 \} \quad n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$B = \{2, 3 , 5 \} \quad n(B) = 3 \Rightarrow P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$C = \{3, 6 \} \quad n(C) = 2 \Rightarrow P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$D =\{ 1 , 2, 3, 4 , 5 , 6 \} \quad n(D) = 6 \Rightarrow P(D) = \frac{6}{6} = 1$

$F = \{ \}= \emptyset \quad n(F) = 0 \Rightarrow P(F) = \frac{0}{6} = 0$

الحدث المؤكد : هو الحدث الذي يجب وقوعه عند اجراء التجربة واحتمال الحدث المؤكد يساوي **1**

الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يمكن وقوعه عند اجراء التجربة

واحتمال الحادث المستحيل يساوي صفر

مثال: عند رمي زهرة نرد منتظمة مرتين فإن العناصر (الناتجة) الممكنة التي يمكن وضعها بجدول:

(1,6)	(1,5)	(1,4)	(1,3)	(1,2)	(1,1)
(2,6)	(2,5)	(2,4)	(2,3)	(2,2)	(2,1)
(3,6)	(3,5)	(3,4)	(3,3)	(3,2)	(3,1)
(4,6)	(4,5)	(4,4)	(4,3)	(4,2)	(4,1)
(5,6)	(5,5)	(5,4)	(5,3)	(5,2)	(5,1)
(6,6)	(6,5)	(6,4)	(6,3)	(6,2)	(6,1)

أ) احتمال أن يكون مجموع الرميتين = 5؟

أ) احتمال أن يكون الرميتين متساويتين ؟

فضاء العينة مكون من 36 عنصر بمعني $n(S) = 36$

حدث ان يكون مجموع الرميتين يساوي 5 هو A

A ={ (4 ,1), (2 ,3) , (3 ,2) , (1 ,4) } ⇒ n(A)= 4

احتمال ان يكون مجموع الرميتين يساوي 5 هو

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

حدث ان يكون مجموع الرميتين متساويتين هو B

B ={ (1 ,1), (2 ,2), (3 ,3), (4 ,4), (5 ,5), (6 ,6)} ⇒ n(B)= 6

احتمال ان يكون الرميتين متساويتين هو

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(s)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تمارين: أوجد الحوادث التالية واحتمال كل حادث وذلك عند رمي زهرة نرد مرتين، حيث

$\mathbf{X}$ = عدد نقاط الرمية الأولى، $\mathbf{Y}$= عدد نقاط الرمية التالية.

$$A = \{(x, y) : x + y < 4\}$$

$$B = \{(x, y) : x - y = 4\}$$

$$C = \{(x, y) : x = 5\}$$

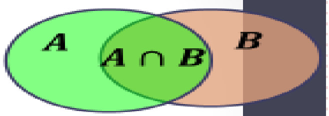
$$D = \{(x, y) : x + y = 15\}$$

قواعد الاحتمالات

اذا كانت S فضاء عينة وكان A , B حدثين من فضاء العينة فان

$$1 - P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$2 - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A U B)$$



$$3 - P(A) + P(\bar{A}) = 1,$$

$$4 - P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap \bar{B})$$

$$5 - P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)\,) = P(B \cap \bar{A})$$

$$6\text{-} P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$7\text{-} P(\overline{A \cap B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$$

مثال اذا كان :

$$P(A) = 0.4,\quad P(B) = 0.7,\quad P(A \cap B) = 0.3,$$

فأوجد :

$$P(A \cup B) \qquad P(A - B) \qquad P(B - A) \qquad P(\bar{A}) \qquad P(\bar{B})$$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= 0.4 + 0.7 - 0.3 = 0.8$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.3 = 0.1$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.3 = 0.4$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.7 = 0.3$$

ملاحظات هامة على الاحتمالات

لأي حادثين من فضاء عينة A و B

1) احتمال وقوع احد الحادثين على الأقل -(وقوع A أو B) هو

$P(A \cup B)$

2) احتمال وقوع الحادثين معا -(وقوع A و B) هو

$P(A \cap B)$

3) احتمال وقوع الحدث A فقط (وقوع A بدون وقوع B) هو

$P(A - B)$

4) احتمال عدم وقوع الحدث A هو

$P(\overline{A})$

مثال: إذا كان احتمال حضور مدير شركة ما في يوم ما يساوي 0.9 واحتمال حضور مساعد المدير اليوم (0.95) واحتمال حضور واحد منها على الأقل يساوي 0.97

أوجد:

احتمال حضور المدير ومساعده؟

حضور المدير وحده؟

حضور مساعد المدير وحده؟

مثال: إذا كان احتمال نجاح محمد هو 0.8 واحتمال نجاح أحمد و محمد هو 0.6 واحتمال رسوب أحمد هو 0.3 فأوجد

١) احتمال نجاح أحدهما على الأقل؟

٢) احتمال نجاح محمد ورسوب أحمد؟

نفرض ان حدث نجاح محمد هو A

وحدث نجاح أحمد هو B

فيكون رسوب احمد هو $\bar{B}$

$P(A)=0.8 \qquad P(A\cap B)=0.6$

$P(\bar{B})=0.3 \qquad P(B)=1-P(\bar{B})=0.7$

1) $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.8+0.7-0.6=0.9$

2) $P(A\cap \bar{B})=P(A)-P(A\cap B)=0.8-0.6=0.2$

مثال: يحتوي كيس على (4) كرات بيضاء و (6) كرات حمراء وكرتين سوداوين سحب من الكيس كره واحدة عشوائياً.

1) جد احتمال أن تكون الكره المسحوبة حمراء.

2) جد احتمال أن تكون الكره المسحوبة سوداء.

3) جد احتمال أن تكون الكره المسحوبة غير بيضاء.

الاحتمال: Probability

مثال: كيس فيه (12) كره منها (4) كرات حمراء والباقي بيضاء سحب من الكيس كرتان دفعةً واحده جد أحتمال .

1- أن تكون الكرتان حمراوان 2- أن تكون الكرتان من نفس اللون

3-ان تكون الكرتان مختلفتي اللون 4- أن تكون إحداهما حمراء على الاقل

الفضاء العيني لتجربه سحب كرتين من الكل هو $n(s)=\binom{12}{2}=66$

1) لنفرض ان حدث سحب كرتان حمراوان هو A

$$P(A)=\frac{\text{عدد طرق سحب حمراوين}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}=\frac{\binom{4}{2}}{66}=\frac{6}{66}=\frac{1}{11}$$

2) لنفرض ان حدث سحب كرتان من نفس اللون هو B

$$P(B)=\frac{\text{عدد طرق سحب كرتين حمراوين}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}+\frac{\text{عدد طرق سحب كرتين بيضاء}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

$$=\frac{\binom{4}{2}}{66}+\frac{\binom{8}{2}}{66}=\frac{6}{66}+\frac{28}{66}=\frac{34}{66}$$

3) لنفرض ان حدث سحب كرتان مختلفتين هو C

$$P(C)=\frac{\text{عدد طرق سحب كرتين مختلفتين}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

$$=\frac{\binom{4}{1}\binom{8}{1}}{66}=\frac{4*8}{66}=\frac{32}{66}$$

4) لنفرض ان حدث سحب كرتان احدهما على الاقل حمراء هو D

$$P(D)=\frac{\text{عدد طرق سحب كرتين حمراوين}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}+\frac{\text{عدد طرق سحب كرة حمراء و كرة بيضاء}}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

$$=\frac{\binom{4}{2}}{66}+\frac{\binom{4}{1}\binom{8}{1}}{66}=\frac{6}{66}+\frac{4*8}{66}=\frac{6}{66}+\frac{32}{66}=\frac{38}{66}$$

مثال: صندوق به 10 بطاقات متماثلة منها 4 حمراء و 6 بيضاء فإذا سحبنا بطاقتات على التوالي

1) **ما هو احتمال أن تكون جميعها حمراء؟**
2) **ما هو احتمال أن تكون بطاقة واحدة حمراء فقط؟**
3) **ما هو احتمال أن تكون بطاقة واحدة على الأقل حمراء؟**

الاحتمال الشرطي

- تعريف: إذا كان A,B حادثان في فضاء العينة S فإن الاحتمال الشرطي للحادث A إذا علم حدوث الحادث B ويرمز له P(A / B) يعرف

$$P(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \qquad , P(B) > 0$$

مثال : اذا كان ل(ح1)= 0.8 , ل(ح2)= 0.5 , ل(ح1∩ح2) =0.4 جد

1) ل(ح1/ح2) 2)ل(ح2/ح1) 3)ل(ح1/ح2)

مثال :إذا كان احتمال أن ينجح محمد هو $\frac{1}{3}$

واحتمال أن ينجح محمد وأحمد هو $\frac{1}{4}$.

أوجد احتمال نجاح أحمد إذا علم أن محمد قد نجح؟

مثال : إذا علمت أن احتمال نجاح طالب في امتحان هو(0.7) واحتمال سفره للخارج إذا نجح (0.6) فما احتمال نجاحه وسفره .

الاستقلال

تعريف: يكون الحادثان مستقلان A , B إذا وفقط إذا كان:

$P(A \cap B) = P(A) . P(B)$

وإذا كان A,B مستقلين فإن:

$P(A / B) = P(A) \quad , \quad P(B / A) = P(B)$

مثال: إذا كان

$P(A)= \frac{1}{2} \quad , P(B / A) = \frac{1}{3} \quad , P(A \cup B) = \frac{5}{6}$

أوجد احتمال B ثم وضح هل A,B مستقلان ام لا ؟

$$P(A \cap B) = P(A).P(B / A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B) = P(A \cup B) + P(A \cap B) - P(A)$$

$$P(B)= \frac{5}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

هل $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

$\frac{1}{6} \neq \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ اذا الحادثان غير مستقلان

مثال: اذا كان $P(A \cup B) = \frac{1}{2} \quad ,P(B) = \frac{1}{4} \quad P(A) = \frac{1}{3}$

1) أوجد $P(A / B) , P(A \cap B)$

2) هل A,B متنافيان؟ لماذا؟

3) هل A,B مستقلتان؟ لماذا؟

مثال: يوجد في مدينة اطفائيتان مستقلتان عن بعضهما البعض، احتمال وصول الأولى إلى مكان حريق معين في الوقت المناسب 0.95، واحتمال وصول الثانية لنفس المكان 0.90 فما احتمال وصول إحدى الاطفائيتين على الأقل إلى مكان الحريق المذكور؟

نظرية بيز

اذا كان لدينا عدة حوادث مستقلة تمثل تقسيما لفضاء عينة S ولتكن ...,A , B , C D

وكان لدينا حادث جديد مثل E مشترك بين مجموعة الحوادث السابقة فان

$P(E) = P(A)*P(E/A) + P(B)*P(E/B) + P(C)*P(E/C) + P(D)*P(E/D)+\ldots$

اذا وقع الحدث E فان احتمال وقوعه بشرط حدوث الحدث A يساوي

$$P(A / E)= \frac{P(A)*P(E/A)}{P(E)}$$

<u>مثال:</u> تطبع ثلاث سكرتيرات جميع راسلات مكتب ما، إذا كانت سكرتيرة A تطبع 40% و B تطبع 30%، و C تطبع 30% الباقية. إذا كان احتمال أن A تخطئ في الطباعة هو 0,02 ،و B هو 0,03، واحتمال خطأ Cهو 0,04

1. ما احتمال أن الورقة المسحوبة فيها خطأ؟
2. إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة A هي من طبعها؟

احتمال الخطأ من A $\longrightarrow$ $P(E/A)=0.02$ $P(A)=0.40$

احتمال الخطأ من B $\longrightarrow$ $P(E/B)=0.03$ $P(B)=0.30$

احتمال الخطأ من C $\longrightarrow$ $P(E/C)=0.02$ $P(C)=0.30$

-1 ما احتمال أن الورقه المسحوبه فيها خطأ ؟

$P(A)=0.40 \longrightarrow P(E/A)=0.02$

$P(B)=0.30 \longrightarrow P(E/B)=0.03$

$P(C)=0.30 \longrightarrow P(E/C)=0.04$

$$P(E) = P(A)*P(E/A) + P(B)*P(E/B) + P(C)*P(E/C)$$

$$= 0.40\times0.02 + 0.30\times0.03 + 0.30\times0.04$$

$$P(E) = 0.008 + 0.009 + 0.012$$

2) إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة A هي من طبعها؟

$$P(A / E)= \frac{P(A)*P(E/A)}{P(E)} = \frac{0.4 \times 0.02}{0.029} = \frac{8}{29}$$

3)إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة B هي من طبعها؟

$$P(B / E)=\frac{P(B)*P(E/B)}{P(E)}=\frac{0.3 \times 0.03}{0.029}=\frac{9}{29}$$

4) إذا سحبت ورقة فوجد فيها خطأ، ما احتمال أن تكون سكرتيرة C هي من طبعها؟

$$P(C / E)=\frac{P(C)*P(E/C)}{P(E)}=\frac{0.3 \times 0.04}{0.029}=\frac{12}{29}$$

مثال :يتم انتاج المصباح الكهربائي في احد المصانع بواسطة احدي ثلاث الآلات تنتج الالة الاولي 20% من الإنتاج الكلي للمصنع وتنتج الالة الثانية 30% من الإنتاج الكلي للمصنع وتنتج الالة الثالثة 50% من الإنتاج الكلي للمصنع ومعلوم من الخبرة السابقة أن نسبة الإنتاج التالف للآلة الاولي 1% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثانية 4% ونسبة الإنتاج التالف للآلة الثالثة 7 % واذا اختير مصباح من انتاج المصنع عشوائيا .

1) فما احتمال ان يكون المصباح المختار تالفا
2) فما احتمال ان يكون المصباح سليما
3) اذا اختير المصباح تالف فما احتمال ان يكون من الالة الأول
4) اذا اختير المصباح تالف فما احتمال ان يكون من الالة الثانية
5) اذا اختير المصباح تالف فما احتمال ان يكون من الالة الثالثة

المحاضره الخامسه / المتغيرات العشوائيه

1. **تعريف :** المتغير العشوائي x هو عباره عن داله بحيث يكون مجاله الفضاء العيني و مداها مجموعه جزئيه من الاعداد الحقيقيه R

مثال : عند رمي قطعه نقد 3 مرات .

- **أوجد عناصر الفضاء العيني .**

S={HHH, HHT,HTH,THH,TTH,HTT,THT,TTT}

- **عرف المتغير العشوائي X هو عدد مرات ظهور الصورة و اوجد المدى .**

X={3,2,1,0}

- **عرف المتغير العشوائي Y هو الفرق المطلق عدد مرات ظهور الصوره و الكتابه .**

Y={3,1} n(y)=2

❖ **أنواع المتغيرات العشوائيه**

- ✓ المتغير العشوائي المنفصل
- ✓ المغير العشوائي المتصل
- ✓ ---

- **المتغير العشوائي المنفصل**

مثال من المثال السابق اوجد ما يلي :

جدول التوزيع الاحتمالي

x_i	0	1	2	3	
$P(x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$=1$

P(x=2)= $\frac{3}{8}$

P(x=1)= $\frac{3}{8}$

P(x=0)= $\frac{1}{8}$

P(x=3)= $\frac{1}{8}$

$= \frac{8}{8} = 1$

التوزيع الاحتمالي المنفصل : يسمى التوزيع احتماليا منفصلا إذا تحقق الشروط التاليه:

1) $P(x_i) \geq 0$

2) $\sum_{i=0}^{n} p(xi) = 1$

2- من المثال السابق كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل y .

y	1	3
P(y)	$\frac{6}{8}$	$\frac{2}{8}$

$=\frac{8}{8}=1$

P(y=1)=$\frac{6}{8}$

P(y=3)=$\frac{2}{8}$

مثال : سحبت من صندوق كرتان معا و يحتوي الصندوق على 3 كرات حمراء و كرتان بيضاء ؟

عرف المتغير العشوائي x هو عدد مرات ظهور الكره حمراء

X={2,1,0}

اوجد احتمال ما يلي و من ثم اكتب جدول التوزيع الاحتمالي

N(s)=$\binom{5}{2} = 10$

P(x=2)=$\frac{\binom{3}{2}}{10} = \frac{3}{10}$

P(x=1)=$\frac{\binom{3}{1}\binom{2}{1}}{10} = \frac{3\times2}{10} = \frac{6}{10}$

P(x=0)=$\frac{\binom{2}{2}}{10} = \frac{1}{10}$

X	0	1	2
P(x)	1/10	6/10	3/10

=1

مثال : أوجد قيمه المجهول a اذا كان الجدول التالي يمثل توزيعا احتماليا

x	-1	0	1	3
P(x)	0.2	0.3	a	2a

=1

1- P(xi) ≥ 0

2- $\sum_{i=0}^{n} p(xi) = 1$

0.2+0.3+a+2a=1

0.5+3a=1

3a=0.5 > a= $\frac{0.5}{3} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

P(x=1)=$a = \frac{1}{6}$

P(x=3)=$2a = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

P(x≤ 1)=$p(-1) + p(0) = p(1)$

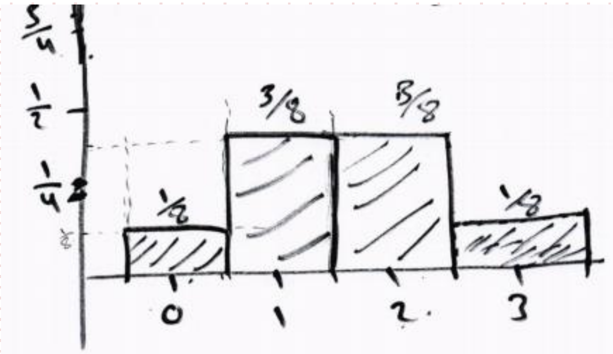
$=0.2+0.3+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}$

$P(x \geq 1)=p(1)+p(3)=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

$P(x<-1)=p(\emptyset)=0$

$P(x<7)=p(\check{S})=1$

مثال : مثل الجدول في المثال الاول على شكل مدرج احتمال



$P(x \geq 2)=p(2)+p(3)$

$=\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$P(x<1)=p(0)=\frac{1}{8}$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره السادسه / المتغيرات العشوائيه المنفصله

مثال / حدد هل الداله التاليه تمثل توزيع احتمالي ام لا :

$$P(x)=\binom{3}{x} \times \frac{1}{8} \quad , \quad x = 0,1,2,3$$

- $P(xi) \geq 0$
- $\sum p(xi) = 1$

$$P(0)=\binom{3}{0}.\frac{1}{8} = 1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$P(1)=\binom{3}{1}.\frac{1}{8} = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(2)=\binom{3}{2}.\frac{1}{8} = 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(3)=\binom{3}{3}.\frac{1}{8} = 1 \times \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$$

$\therefore$ الداله تمثل توزيعا احتماليا

2. $p(x)=\frac{x}{10} \quad , \quad x = 1,2,3$

$$P(1)=\frac{1}{10}$$

$$P(2)=\frac{2}{10} \qquad \sum p(xi) = 1$$

$$P(3)=\frac{3}{10} \qquad \frac{6}{10} \neq 1$$

$\therefore$ لا يمثل الاقتران توزيعا احتماليا

x	0	1	2	
P(xi)	0.6	0.5	-0.1	1

$\therefore$ لا يمثل توزيعا احتماليا

التوقع : يعرف التوقع الرياضي لمتغير عشوائي منفصل x هو $E(x)=\sum xi\, p(xi)$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي لظهور الصوره عند رمي قطعه نقد 3 مرات

x	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

الحل :

$$E(x)=\sum xi\, p(xi)$$

$$= 0\times\frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3\frac{1}{8}$$

$$= 0 + \frac{3}{8} + \frac{6}{8} + \frac{3}{8}$$

$$=\frac{12}{8} = 1,5$$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي للتوزيع الاحتمالي .

P(x)=$\frac{x}{10}$, $x = 1, 2, 3, 4$

$$\sum p(xi) = 1 = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

x	1	2	3	4
P(x)	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

E(x)=$\sum xi\, p(xi)$

=1$\times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{2}{10} + 3 \times \frac{3}{10} + 4 \times \frac{4}{10}$

=$\frac{1}{10}$+$\frac{4}{10} + \frac{9}{10} + \frac{16}{10}$

=$\frac{30}{10} = 3$

اذا كان التوزيع الاحتمالي x

x	1	2	3
P(x)	0.1	0.6	0.3

E(x) , E(5x) , E(5x+3) , E(x^2) اوجد

E(x)=$\sum xi\, p(xi) = 1 \times 0.1 + 2 \times 0.6 + 3 \times 0.3$

= 0.1 +1.2+0.9 = 2.2

E(5x)=5E(x)=5$\times 2.2 = 11$

E(5x+3)=5E(x)+3=5$\times 2.2 + 3 = 14$

E(x^2)=$\sum x^2\, p(xi)$

=1$\times 0.1 \sum \quad + 4 \times 0.6 + 9 \times 0.3$

=5.2

خصائص التوقع الرياضي .

∴ اذا كان a,b اعداد ثابته و x متغير عشوائي منفصل

E(b)=b

E(ax)=aE(x)

E(ax+b)=aE(x)+b

مثال:- اوجد التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل Y اذا كان التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل x هو 3 و العلاقه بين المتغيريين هي

Y=2x+5 , E(x)=3

E(y)=E(2x+5)

=2$\times 3 + 5 = 11$

E(y)=11

E(4)=11

E(5x)=5E(x)=5$\times 3 = 15$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي لجدول التوزيع الاحتمالي التالي

X	3	4	5	6	7
P(x)	0.3	0.2	0.2	0.1	0.2

$$E(x)=\sum xi\ p(xi)$$

$$=3\times 0.3+4\times\times 0.2+5\times 0.2+6\times 0.1+7\times 0.2$$

$$=0.9+0.8+1+0.6+1.4$$

$$=4.7$$

التباين

يعرف التباين لمتغير عشوائي x و وسطه الحسابي E(x)=M هو

$$\surd(x)=E(x-M)^2$$

$$=E(x)^2-(E(x))^2$$

مثال :-

x	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

اوجد التباين .

$$\surd(x)=E(x)^2-(E(x))^2$$

$$E(x)^2=Ex^2\ p(xi)$$

$$=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+4\times\frac{3}{8}+9\times\frac{1}{8}$$

$$=0+\frac{3}{8}+\frac{12}{8}+\frac{9}{8}=\frac{24}{8}=3$$

$$\surd(x)=3-(1.5)^2=0.75$$

مثال:- اذا كان التوزيع الاحتمالي لقطع جهاز كمبيوتر المعيبه هو

x	0	1	2	3	4	5	
P(x)	0.02	0.02	0.3	0.3	0.1	0.08	=1

اوجد التوقع و الانحراف المعياري للقطع المعيبه في شحنه σ

$$E(x)=\sum xi\ p(xi)=$$

$$=0\times 0.02+1\times 0.2+2\times 0.3+3\times 0.3+4\times 0.1+5\times 0.08$$

$$=2.5$$

التوقع

$$\surd(x)=E(x)^2-(E(x))^2$$

$$E(x^2)=\sum x^2\ p(xi)$$

$$=0.02\times 0+1\times 0.02+4\times 0.3+9\times 0.3+16\times 0.1+25\times 0.08=7.7$$

$$\surd(x)=E(x^2)-(E(x))^2$$

$$=7.7-(2.5)^2=1.45$$

$$\Sigma=\sqrt{\surd X}=\sqrt{1.45}$$

الانحراف المعياري

خصائص التباين

اذا كان a,b اعداد ثابته و كان x يمثل متغير عشوائي فإن

$$\surd(b)=0$$

$$\surd(ax)=a^2\surd(x)$$

$$\surd(ax+b)=a^2\surd(x)$$

مثال :- اوجد التباين للمتغير العشوائي y اذا كان تباين المتغير العشوائي x هو 0.5 و العلاقه y=2x+3

$$\sqrt{}(y) = \sqrt{}(2x+3)$$

$$=2^2\sqrt{}(x) = 4 \times 0.5 = 2$$

$$\sqrt{}(5)=0$$

$$\sqrt{}(5x)=25\sqrt{}(x) = 25 \times \frac{1}{2} = 12.5$$

مثال : x متغير عشوائي وسطه 70 و انحرافه المعياري 3 اوجد

$$Y=-2x+5 \quad , \quad z=\frac{x-70}{2}$$

E(y)=E(-2x+5)

=-2E(x)+5=-2×70+5

=-140+5

=-135

$$E(z)=E(\tfrac{1}{2}x-35)$$

$$=\frac{1}{2} \times E(x) - 35$$

$$=\frac{1}{2}(70) - 35 = 0$$

$$\sqrt{}(y)=\sqrt{}(-2x+5)$$

$$=4.\sqrt{}(x)$$

=4×9=36

$$\sqrt{}(z)=\sqrt{}(\tfrac{1}{2}x-35)$$

$$=\frac{1}{4}\sqrt{}(x)$$

$$=\frac{1}{4} \times 9 = \frac{9}{4}$$

الانحراف المعياري يساوي جذر التباين

$\Sigma=\sqrt{\sqrt{x}}$

مثال :- بائع مظلات يربح 30 ريال يوميا اذا كان الجو ماطر و يخسر 6 ريالات اذا كان الجو صحو . ما هو توقع ربحه اذا علمت ان احتمال ان يكون الجو ماطر هو 0.3 .

X: هو عدد الريالات التي يربحها البائع

x	-6	30	
P(x)	0.7	0.3	1

$E(x)=\sum xi\ p(xi)$

$=-6\times 0.7+30\times 0.3$

$=-4.2+9=4.8$

$E(x)^2=\sum xi^2\ p(xi)=36\times 0.7+900\times 0.3$

$=25.2+270$

$=295.2$

$\sqrt{(x)}=E(x^2)-(E(x))^2=295,2-(4.8)^2=$

مثال :- اذا كان x متغير عشوائي وسطه 50 و تباينه 10 و كان y=8x+15 اوجد التوقع , $\sqrt{(x)}$

- $E(y)=E(8x+15)$
  $=8E(x)+15$
  $=8\times 50+15=400+15=415$

*

$\sqrt{(y)}=\sqrt{(8x+15)}$

$=8^2\sqrt{(x)}$

$=64\times 10=640$

*

$E(5)=5$

*

$\sqrt{(5)}=0$

- **المحاضره السابعه / التوزيعات العشوائيه المنفصله**

1. توزيع ذات الحدين:

اذا كان لدينا تجربه عشوائيه لها ناتجان فقط مثل (صوره و كتابه) تسمى النتيجه الاولى نجاح و الثانيه فشل و كان p هو احتمال النجاح للتجربه في كل مره و q=1-p هو احتمال الفشل و كان n يرمز الى عدد مرات القيام بالتجربه فإن التجربه تسمى تجربه ذات الحدين و تعطى داله التوزيع الاحتمالي بالقانون التالي:

$$b(x,n,p)=p(x)=\binom{n}{m} p^{x} (1-p)^{n-x}$$

$$x=0,1,\ldots,r$$

مثال : عند رمي قطعه نقود 3 مرات . أوجد ما يلي اذا كان x هو عدد مرات ظهور الصوره .

1. داله التوزيع الاحتمالي :

$$n=3 \quad , \quad p=\frac{1}{2}$$

$$b(x,n,p)=p(x)$$

$$= b\left(x,3,\frac{1}{2}\right)=\binom{3}{x}\left(\frac{1}{2}\right)^{x}(1-p)^{3-x}$$

$x=0,1,2,3$

2. ماهو احتمال عدم ظهور الصوره .

P(0)=b(0,3,$\frac{1}{2}$) $= \binom{3}{0}(\frac{1}{2})^0(1-\frac{1}{2})^{3-0}$

=1×1×$(\frac{1}{2})^3$

= $\frac{1}{8}$

3. ما هو احتمال ظهور الصوره مرتان فقط .

p(2)=$\binom{3}{2}(\frac{1}{2})^2(\frac{1}{2})^{3-2}$

=3×$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

مثال : عند رمي حجر نرد خمس مرات و كان المتغير العشوائي x هوعدد مرات ظهور العدد 2 . اوجد ما يلي :

1. داله التوزيع الاحتمالي .

N=5 , p=$\frac{1}{6}$

p(x)=$\binom{5}{x}(\frac{1}{6})^x(1-\frac{1}{6})^{5-x}$, x=0,1,2,3,4,5

2. ما هو احتمال ظهور العدد 2 في مرتان .

p(2)=$\binom{5}{2}(\frac{1}{6})^2(\frac{5}{6})^{5-2}$

=10×$\frac{1}{36} \times \frac{125}{216} = \frac{10\times125}{36\times216}$

3.ما هو احتمال ظهور العدد 2 اربع مرات على الاقل .

P(x ≥ 4)=p(4)+p(5)

$=\binom{5}{4}(\frac{1}{6})^4(\frac{5}{6})^1+\binom{5}{5}(\frac{1}{6})^5(\frac{5}{6})^0$

$=5\times\frac{1}{6_4}\times\frac{5}{6}+1\times\frac{1}{6_5}=$

مثال : اطلق صياد ثلاث رصاصات على هدف اذا كان احتمال اصابه الهدف هو 0.6 اوجد ما يلي :

1.داله التوزيع الاحتمالي .

N=3 , p=0.6

p(x)=$\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x}$, x=0,1,……,n

=$\binom{3}{x}(0.6)^x(0.4)^{3-x}$, x=0,1,2,3

2.ما هو احتمال اصابه الهدف 3 مرات .

=$\binom{3}{3}(0.6)^3(0.4)^0$

=0.216

3.ما هو احتمال اصابه الهدف مره واحده فقط .

P(1) =$\binom{3}{1}(0.6)^1(0.4)^2=0.096$

4.ما هو احتمال عدم اصابه الهدف .

P(0) =$\binom{3}{0}(0.6)^0(0.4)^3=0.064$

5.ما هو احتمال اصابه الهدف مره على الاكثر .

$P(x \le 1)=p(0)+p(1)$

$=0.064+0.096=0.160$

6.ما هو احتمال اصابه الهدف مرتان على الاقل .

$P(x \ge 2)= p(2)+p(1)$

$=1-(p(0)+p(1))$

$=1-0.16=0.84$

مثال : وجد في احد المصانع اله من كل 1000 وحده يوجد 150 وحده معيبه . و اخذت عينه عشوائيه مكونه من 5 وحدات . اوجد ما يلي اذا كان x هو عدد مرات ظهور وحده معيبه .

1.داله التوزيع الاحتمالي .

$N=5 \quad , \quad p=\frac{150}{1000}=0.15$

$b(x,5,0.15)=\binom{5}{x}(0.15)^{x}(0.85)^{5-x} \quad , x=1,2,3,4,5$

2.ما هو احتمال ان تكون العينه سليمه .

$P(0)=\binom{5}{0}(0.15)^{0}(0.85)^{5}$

$=0.444$

3.ما هو احتمال على الاكثر توجد وحده معيبه .

$P(x \le 1)=p(0)+p(1)$

$=0.444+\binom{5}{1}(0.15)^1(0.85)^4$

$=0.444+0.391=0.835$

4. ما هو احتمال على الاقل توجد وحدتان معيبتان .

$P(x\geq 2)=p(2)+p(3)+p(4)+p(5)$

$1-p(x<2)=1-\big(p(0)+p(1)\big)=1-0.835$

$1-p(x\leq 1) \qquad\qquad =0.165$

مثال : اسره لديها 5 اطفال اذا كان المتغير العشوائي x هو عدد الاطفال الذكور .

اوجد احتمال ان يكون لدى الاسره 3 ذكور .

$N=5 \quad , \quad p=\frac{1}{2}$

$p(x)=\binom{n}{x}p^x(1-p)^{n-x} \quad , \quad x=0,1,\ldots\ldots,n$

$p(x)=\binom{5}{x}(\frac{1}{2})^x(1-\frac{1}{2})^{5-x} \quad , \quad x=0,1,2,3,4,5$

$p(3)=\binom{5}{3}(\frac{1}{2})^3(\frac{1}{2})^2$

$= 10\times\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}=\frac{10}{32}=\frac{5}{16}$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu

المحاضره الثامنه

p(x) = b(x,n,p)

$$=\binom{n}{m} p^x (1-p)^{n-x} \quad , \quad x=0,1,\ldots,n$$

$$E(x)=np \quad , \quad \sigma^2(x)=npq$$

مثال :- يجيب طالب بطريقه عشوائيه على اختبار من نوع أختيار متعدد يتكون من 5 اسئله لكل سؤال هنالك اربع خيارات ما هو احتمال ان يحصل الطالب على علامه كامله .

$$N=5 \quad , \quad p=\frac{1}{4}$$

$$p(x)=\binom{5}{x}\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(1-\frac{1}{4}\right)^{5-x} \quad , \quad x=0,1,2,3,4,5$$

$$p(5)=\binom{5}{5}\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{3}{4}\right)^0=\left(\frac{1}{4}\right)^5=\frac{1}{1024}$$

$$E(x)=np=5\times\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$$

$$\sigma^2(x)=npq=5\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{15}{16}$$

---

2. توزيع بواسون .

التجربه التي تعطينا عدد النجاحات في فتره معينه او منطقه معينه تسمى تجارب بواسون .

مثال :-

1. عدد حوادث السيارات في منطقه ما .

2. نسبه البكتيريا في 1سم من الجو .

ʌ هي معدل عدد النجاحات في فتره زمنيه معينه و تعطى الداله التوزيع الاحتمالي بالشكل التالي .

P(x)=$\frac{e^{-x}5^{x}}{x!}$, $x = 0, 1, 2 \ldots\ldots$

مثال :- معدل عدد الحوادث على الطريق الصحراوي 5 حوادث في الاسبوع , اوجد ما يلي :

1. اكتب داله التوزيع الاحتمالي

Ʌ= 5

P(x)=$\frac{e^{-x}5^{x}}{x!}$, $x = 0, 1, 2 \ldots\ldots$

2. ما هو احتمال عدم حدوث أي حادث في اسبوع ما .

P(0)=$\frac{e^{-5}5^{0}}{0!} = e^{-5}$

3. ما هو احتمال حدوث حادث واحد على الاكثر في اسبوع .

P(x ≤ 1) =p(0)+p(1)

$= e^{-5} + \frac{e^{-5}\,5^{1}}{1!}$

$= 6\,e^{-5}$

4. ما هو احتمال حدوث حادثان على الاقل في اسبوع .

P(x ≥ 2)= 1-p(x < z)

= 1-(p(0)+p(1))

$= 1-6e^{-5}$

5. ما هو احتمال حدوث حادث واحد فقط في اسبوعان .

λ=10

P(x)= $\frac{e^{-10}\, 10^{x}}{x!}$, $x = 0, 1, \dots..$

P(1)= $\frac{e^{-10}\, 10^{1}}{1!} = 10e^{-10}$

مثال:- اذا كان معد ل المكالمات الهاتفيه التي يتلقاها مقسم الجامعه من العاشره الى الثانيه عشره يساوي 3 في الدقيقه اوجد ما يلي .

1. ان يكون عدد المكالمات 4 في الدقيقه

λ=3

P(X)= $\frac{e^{-3}\, 3^{x}}{x!}$, $x = 0,1,2, \dots.$

P(4)= $\frac{e^{-3}\, 3^{4}}{4!} = \frac{81\, e^{-3}}{24}$

2. ان يقل عدد المكالمات عن اربعه في الدقيقه .

P(x $< 4) = p(0) + p(1) + p(2) + p(3)$

$= e^{-3} + 3e^{-3} + \frac{9}{2}\, e^{-3} + \frac{27}{6}\, e^{-3}$

$= \frac{78}{6}\, e^{-3} = 13e^{-3}$

3. ان يزيد عدد المكالمات عن 3 في الدقيقه

$$P(x > 3) = 1\text{-}p(x \leq 3)$$

$$= 1-(p(0)+p(1)+p(2)+p(3))$$

$$= 1-13e^{-3}$$

التوقع لتجربه بواسون هو

$$E(x)=\Lambda$$

التباين لتجربه بواسون هو

$$\sigma^2(x)= \Lambda$$

في مثال :- في المثال السابق اوجد توقع و تباين المكالمات الوارده في الدقيقتين .

$$\Lambda= 6$$

التوقع = **$e(x)= \Lambda=6$**

التباين **$\sigma^2(x)= \Lambda=6$**

مثال :- اذا كان معدل اقامه مباريات كره قدم على احد الملاعب هو 3 مباريات في الاسبوع .

1. اوجد احتمال عدم اقامه أي مباراه في اسبوع ما .

Λ= 3

P(x)=$\frac{e^{-3}\,3^{x}}{x!}$ **, x=0,1,2,…..**

P(0)=$\frac{e^{-3}\,3^{0}}{0!}$ **=** e^{-3}

2. **ما هو احتمال اقامه مباراتان على الاكثر في اسبوع ما .**

P(x $\leq 2) = p(0) + p(1)$+p(2)

$= e^{-3} + 3\,e^{-3} + \frac{9}{2}\,e^{-3}$

$=\frac{17}{2}\,e^{-3}$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu

المحاضره التاسعه / المتغيرات العشوائيه المتصله

المتغيرات العشوائيه المتصله : هي عباره عن متغيرات عشوائيه تأخذ قيم غير معدوده تكون على شكل فترات.

مثل قياس الاطول الاعمار ودرجات الحراره ....$[a,b]$

تعريف: تسمى الداله دالة كثافه احتماليه اذا حققت الشرطان التاليان

$1) f(x) \geq 0 \quad 2) \int_a^b f(x)dx = 1$

معرف على الفتره (a,b)

قوانين التكاملات: هو متغير فإن $X,\ n\epsilon N\ ,\ a,b\epsilon R$ اذا كان

1) $\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \mid_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

2) $\int_a^b cx^n dx = c\int_a^b x^n dx$

3) $\int_a^b cx^0 dx = cx \mid_a^b = cb - ca$

4) $\int_a^b x^n dx = 0$

5) $\int_a^b f(x) + g(x)dx = \int_a^b f(x) + \int_a^b g(x)dx$

توقع المتغير العشوائي المتصل هو

$$E(x) = \int_a^b xf(x)dx$$

التباين: $\sigma^2(x) = E(x^2) - (E(x))^2$

$$E(x^2) = \int_a^b x^2 f(x)dx$$

مثال :~ اذا كان f(x)معرف بالشكل التالي

$$F(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{12}, 0 \leq x \leq 3 \\ 0\ , o.w \end{cases}$$

1)هل الداله تمثل دالة كثافه احتماليه

$F(0) = \frac{1}{12} \geq 0 \qquad f(3) = \frac{7}{12} > 0$

$\Rightarrow f(x) \geq 0$

1) $\int_a^b f(x)dx = 1$

$$\int_0^3 \frac{2x+1}{12} dx \Rightarrow \frac{1}{12}\int_0^3 2x + 1\ dx$$

$= \frac{1}{12}[2\frac{x^2}{2} + x]_0^3 = \frac{1}{12}[(9+3) - (0+0)]$

$$= \frac{1}{12}[12] = 1$$

.:.الداله داله كثافه احتماليه

2) اوجد التوقع الرياضي

$$E(x) = \int_a^b x\, f(x)dx$$

$$= \int_0^3 x(\frac{2x+1}{12})\, dx$$

$$= \frac{1}{12}\int_0^3 2x + x\, dx$$

$$= \frac{1}{12}[\frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2}]_0^3$$

$$= \frac{1}{12}\left[\left(2\,\frac{3^3}{3} + \frac{3^2}{2}\right) - \left(\frac{2\times 0^3}{3} + \frac{0^2}{2}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{12}\left[18 + \frac{9}{2} - 0\right]$$

$$= \frac{1}{12}\left[\frac{36+9}{2}\right] = \frac{1}{12}\left(\frac{45}{2}\right) = \frac{15}{8}$$

3)اوجد التباين

$$\sigma^2(x) = E(x^2) - [E(x)]^2$$

$$E(x^2) = \int_a^b x^2 f(x)dx$$

$$= \int_0^3 x^2(\frac{2x+1}{12})dx$$

$$= \frac{1}{12}\int_0^3 2x^3 + x^2 dx$$

$$= \frac{1}{12}[\frac{2x^4}{4} + \frac{x^3}{3}]_0^3$$

$$= \frac{1}{12}\left[\left(\frac{3^4}{2} + \frac{3^3}{3}\right) - \left(\frac{0^4}{2} + \frac{0^3}{3}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{12}\left(\frac{81}{2} + 9\right) = \frac{1}{12}\left(\frac{99}{2}\right) = \frac{33}{8}$$

$$\sigma^2(x) = \frac{33}{8} - (\frac{15}{8})^2 = \frac{39}{64}$$

4) اوجد احتمال

$$p(1 \le x \le 2) = \int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 \frac{2x+1}{12}dx$$

$$= \frac{1}{12}[\frac{2x^2}{2} + x]_1^2 = \frac{1}{12}[(4+2)-(1+1)]$$
$$= \frac{1}{12}[6-2] = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

مثال: اذا كان

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, 0 \le x \le 1 \\ 0, 0.w \end{cases}$$

1) بين هل الداله داله كثافه احتماليه ام لا ؟

1. $f(0) = 0 \ge 0 \qquad f(1) = 3 \ge 0$

$$\Rightarrow f(x) \ge 0$$

2. $\int_0^1 3x^2 dx = 3\frac{x^3}{3} \mid_0^1 = 1^3 - 0^3 = 1$

∴ الداله تمثل داله كثافه احتماليه

2)اوجد

$$p\left(0 \le x \le \frac{1}{2}\right) \qquad p\left(\frac{1}{2} \le x \le 1\right) = \frac{7}{8}$$

$$= \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 3x^2 dx = 3\frac{x^3}{3} \mid_0^{\frac{1}{2}} = (\frac{1}{2})^3 - (0)^3 = \frac{1}{8}$$

3)اوجد

$$p(x=1) = 0$$

4)اوجد االتوقع الرياضي

$$E(X) = \int_a^b xf(x)dx = \int_0^1 x(3x^2)dx = 3\int_0^1 x^3 dx$$

$$= 3\frac{x^4}{4} \mid_0^1 = \frac{3}{4} - 0 = \frac{3}{4}$$

5)اوجد التباين

$$\sigma^2(x) = \frac{3}{5} - (\frac{3}{4})^2 = \frac{3}{5} - \frac{9}{16} = \frac{48-45}{80} = \frac{3}{80}$$

6) الانحراف المعياري

$$\sigma(x) = \sqrt{\sigma^2(x)} = \sqrt{\frac{3}{80}}$$

7)اوجد

$$p\left(\frac{1}{2} \le x \le 1\right) = 1 - \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x)dx$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 3x^2 dx = \left[3\frac{x^3}{3}\right] = 1^3 - (\frac{1}{2})^3 = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu

المحاضره العاشره / التوزيع الطبيعي .

1- التوزيع الطبيعي : هو من اكثر التوزيعات المتصله اهميه لدى الكثير من صناع القرار ومعظم المتغيرات العشوائيه المتصله تتوزع توزيع طبيعي .

التعريف : اذا كان x متغير عشوائي متصل يخضع لتوزيع طبيعي وسطه (وتوقعه) μ وتباينه $\sigma^2(x)$

يرمز له بالرمز $x: N(\mu, \sigma^2)$

ويعرف بالمعادله التاليه $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$

خصائص التوزيع الطبيعي $x: N(\mu, \sigma^2)$

1) المساحه الكليه تحت المنحنى =1
2) شكله يشبه الجرس
3) الوسط والوسيط والمنوال متساويات
4) متماثل حول الوسط
5) التوقع له هو μ وتباينه هو σ^2
6) يمكن ايجاد احتمال اي منطقه في هذا التوزيع اذا علم التوقع والتباين

2- التوزيع الطبيعي المعياري $\mathcal{Z}: \mathcal{N}(0,1)$

يستخدم هذا التوزيع لتجنب استخدام التكاملات لايجاد احتمال ما .
ونستطيع التحويل بين قيم x وقيم z باستخدام القانون التالي

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

مثال: اوجد مايلي:

1. $p(z \le 0.50) = 0.6915$
2. $p(z \le -0.13) = 0.4483$
3. $p(z \le -3.25) = 0.0006$
4. $p(z \ge 0.23) = 1 - p(z < 0.23) = 1 - 0.5910 = 0.409$

$$p(1 \le z \le 1.35) = p(z < 1.35) - p(z < 1) = 0.9115 - 0.8413 = 0.0602$$

مثال: إذا كان x متغير عشوائي يخضع لتوزيع طبيعي N(10,9) أوجد ما يلي:

1) $p(x < 9)$

$x \to 9$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{9-10}{3} = \frac{-1}{3} = -0.333$$

$$\Rightarrow p(x < 9) = p(z < -0.333) = 0.3707$$

2) $p(x > 4)$

$$z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{4-10}{3}=\frac{-6}{3}=-2$$
$$\Longrightarrow p(x>4)=p(z>-2)=1-p(z\le -2)$$
$$=1-0.0228=0.9772$$

3) $p(4<x<13)$

$$x=4 \Longrightarrow z=-2$$
$$x=13 \Rightarrow z=z=\frac{13-10}{3}=\frac{3}{3}=1$$

$$p(4<x<13)=p(-2<z<1)=p(z<1)-p(z<-2)$$
$$=0.8413-0.0228=0.8185$$

مثال: اذا كان الأجر اليومي لعمال احد المصانع يتوزع توزيعا طبيعيا ووسطه الحسابي 40 وانحرافه المعياري *x:N(40,16).4* إذا كان عدد عمال المصنع *10000*

1)عدد عمال المصنع الذين تقع اجورهم بين 38 و 42 ريال

$$\mathrm{p}(38\le \mathrm{x}\le 42)$$
$$x=38 \Rightarrow z=\frac{38-40}{4}=\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}=-0.5$$
$$x=42 \Rightarrow z=\frac{42-40}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0.5$$

$$\Rightarrow p(38\le x\le 42)=p(-0.5\le z\le 0.5)=p(z\le 0.5)-p(z\le -0.5)$$
$$=0.6915-0.3083=0.3832$$

$p(A)=\frac{n(A)}{n(s)} \rightarrow n(A)=P(A)n(s) \Longrightarrow \quad 10000\ \mathrm{X}\ 0.3832=3832$ **عدد العمال يساوي**

2) ماهو عدد العمال الذين تزيد اجورهم عن 42 ؟

$$p(x\ge 42)$$
$$x=42 \Rightarrow z=0.5$$
$$p(x\ge 42)=p(z\ge 0.5)=1-p(z<0.5)=1-0.6915=0.3085$$

$10000\ \mathrm{X}\ 0.3085=3085$ **عدد العمال**

مثال : اذا كانت مجموعه مكونه من 400 عضو في نادي تتوزع توزيعا طبيعيا في العمر بمعدل 40 سنه وبانحراف معياري قدره 5 ؟

1)عدد الاعضاء الذين اعمارهم اقل من 50

$$\mathrm{p}(\mathrm{x}<50)$$
$$x=50 \Rightarrow z=\frac{x-\mu}{\sigma}=\frac{50-40}{5}=\frac{10}{5}=2$$

$$p(x < 50) = p(z < 2) = 0.9772$$

عدد الأعضاء $= 400X0.9772 = 390.88$

2)عدد الاعضاء الذين اعمارهم بين 35 و45

$$\mathrm{p}(35 < x < 45)$$

$$x = 35 \Rightarrow z = \frac{35 - 40}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$x = 45 \Rightarrow z = \frac{45 - 40}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

$$p(35 < x < 45) = p(-1 < z < 1) = p(z < 1) - p(z < -1)$$

$$= 0.8413 - 0.1587 = 0.6826$$

عدد الاعضاء$400X0.6826 = 273.04$

3)اوجد عدد الاعضاء الذين اعمارهم اقل من 35 وأكبر من 45 ؟

الصيغه خطأ$p(45 < \mathrm{x} < 35)$

تكتب بهذه الطريقه $p(x < 35) + p(x > 45)$

$$= 1 - p(35 < x < 45) = 1 - 0.6826 = 0.3174$$

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،

فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu

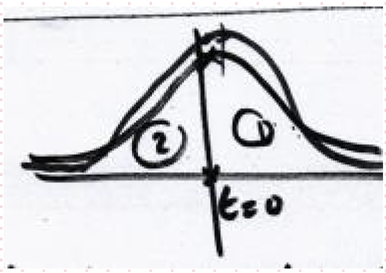
المحاضره الحاديه عشر .

توزيع t: t[ג .v]

تعريف:تعرف داله الكثافه الاحتمالية لتوزيع t

$$\mathbf{f(t)} = \mathbf{c}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{t^2}}{\mathbf{v}}\right)^{-\mathbf{v}+\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}} \qquad -\infty < t < \infty$$

خصائص منحنى t

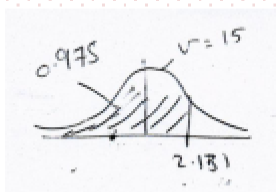


1-شكله يشبه الجرس وهو احادي المنوال ويتماثل الشكل حول العامود المقام عند t=0

2-شكله يشبه التوزيع الطبيعي الا انه اكثر انخفاضا منه بالاضافه الى ان تقارب طرفيه ابطا من تقارب التوزيع الطبيعي

حساب المساحة تحت المنحنى t

مثال :اوجد باستخدام الجدول مايلي



1-t[0.975, 15]=2.131

2-t[0.75, 4]=0.741

قانون يستخدم عندما تكون قيمة λ اقل من 0.5

t[ג, v] = -t[1-ג, v]

t[0.2, 3]=-t[1-0.2, 3]=-t[0.8, 3]

=-0.978

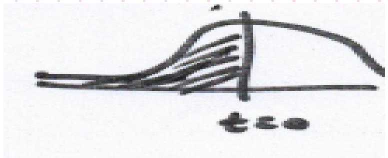
مثال :

t[0.25 , 5]=-t [1-0.25, 5]

=- t[0.75, 5]

=- 0.741

مثال:اوجد قيمة ג في مايلي



1- t [ג,5]=0

ג=0.5

2-t [ג, 3]= 1.8

ג=0.9

3-t[ג,5]=1.4

ג=0.90

4- t [ג,4]=-2.1

1-ג=0.95

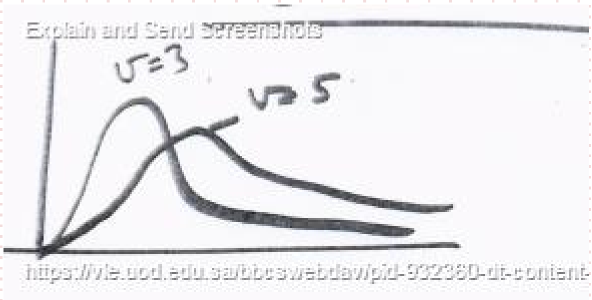
ג=1-.95=0.05

5- t=[ג,7]=-0.9

=1-ג=0.80

ג=1-0.8=0.2

توزيع x^2 كاي تربيع:



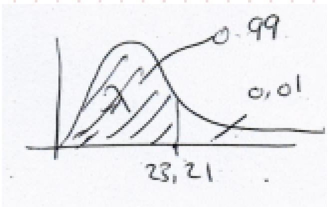
تعريف: تعرف دالة الكثافة الاحتماليه للتوزيع x^2 بالشكل التالي

$$f(x^2)^{\frac{v-2}{2}}\, e^{\frac{-x^2}{2}} \qquad x^2 > 0$$

v=درجة الحرية

C=ثابت لجعل التكامل يساوي 1

مثال:اوجد باستخدام الجدول مايلي



x^2[0.99,10]=23.21

مثال :اوجد قيمة ג في مايلي

$$x^2[\,ג\,,4] = 0.48$$

ג = 0.025

***اوجد المساحة على يمين x^2 = 7.8 مع درجة الحرية4**

$$x^2[ג,4] = 7.8$$

المساحة ال يسار x^2 ——— ג=0.9

المساحة الى اليمين =1-المساحة الى اليسار

$ג_1$=1-0.9=0.1

مثال:اوجد قيمة x^2 التي تكون الى يسارها **0.975**عند درجة الحرية **5**

$$= x^2[0.975,5] = 12.83$$

مثال:اوجد قيمة x^2 التي يكون الى يمينها المساحة **0.025**عند درجة الحرية **5**

$$x^2 = 12.83$$

مثال :اوجد قيمة x^2 التي يكون يمينها المساحة **0.1** مع درجة الحرية **4**

$$x^2[0.9,4] = 7.78$$

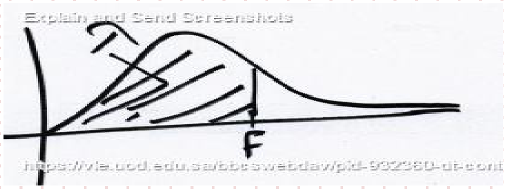
توزيع F: $F[\lambda \ ,v_1,v_2]$

تعريفه:تعرف داله الكثافة الاحتمالية لتوزيع Fبالشكل التالى

$$f(F) = \frac{cF(v_1-2)/2}{(v_2+v_1 F)^{\frac{v_1+v_2}{2}}} \qquad ,F>0$$

v_1=درجة حرية البسط

^



v_2=درجة حرية المقام

مثال: اوجد باستخدام الجدول مايلي

1-F[0.01,1 ,10]=10

2-F[0.01,3,7]=8.45

قانون: $F[\lambda, v_1, v_2] = \frac{1}{F[1-\lambda, v_2, v_1]}$ يستخدم هذا القانون عندما جدول المتممة ل λ موجود

مثال :اوجد مايلي

1-F[0.95,2,6]= $\frac{1}{F[1-0.95,6,2]}$

$$=\frac{1}{F[0.05,6,2]}$$

$$=\frac{1}{19.3}$$

2-F[0.99,3,5]= $\frac{1}{F[1-0.99,5,3]}$

$$=\frac{1}{F[0.01,5,3]}$$

$$=\frac{1}{28.2}$$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره الثانيه عشر / توزيعات المعاينه .

تعريفات :

1/ **المعلمه :** هي ثابت يصف المجتمع أو يصف توزيع المجتمع كالوسط الحسابي للتوزيع أو الانحراف المعياري له.

2/ **إحصاء العينه :** هو أي متغير تتعين قيمته من جميع العينات ذا حجم معين مأخوذة من مجتمع ما , مثل الوسط الحسابي .

3/ ويسمى التوزيع الاحتمالي لإحصاء العينه بتوزيع المعاينه

توزيع المعاينة للوسط الحسابى :

$$\frac{\sum x_i}{n} = \bar{X}$$

نظرية (1) : إذا كان X يخضع للتوزيع وسطه (معدله) μ وتباينه σ^2 وكان $\overline{X}$ يمثل الوسط الحسابي للعينة ذات الحجم n فان :

$$\mu(\bar{x}) = \mu$$

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2(x)}{n}$$

مثال : سحبت عينة عشوائية من مجتمع لا نهائي معدله 70 وتباينه 40 , إذا كان حجم العينة 10 ، فأوجد :

1-معدل الوسط الحسابي للعينة :

$$\mu(\bar{x}) = \mu = 70$$

2- تباين الوسط الحسابي للعينة :

$$\sigma^2(\bar{x}) = \frac{\sigma^2(x)}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

نظرية (2) : إذا كان $X_1, X_2, \ldots, X_n$ تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه σ^2 فإن توزيع $\bar{x}$ يكون التوزيع الطبيعي الذي وسطه μ وتباينه $\frac{\sigma^2}{n}$ ويعرف القيمه المعياريه بالشكل التالي :

$$Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

مثال : تخضع علامات الطلاب في أحد المقررات لتوزيع طبيعي وسطه 65 وانحراف معياري 18 , اخذت عينة عشوائية حجمها 36 طالب ، احسب :

$$P(\bar{X} > 74)$$

1- احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74 ؟

$$\bar{X} = 74 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{74 - 65}{18/6} = \frac{9}{3} = 3$$

$$P(Z > 74) = P(Z > 3)$$

$$= 1 - P(Z \leq 3)$$

$$= 1 - 09987 = 0.0013$$

2- ما هو احتمال أن يكون الوسط الحسابي بين 68 و 59 ؟

$$P(59 < \bar{x} < 68)$$

$$\bar{X} = 59 \Rightarrow Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{59 - 65}{\frac{18}{\sqrt{36}}} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\bar{X} = 59 \Rightarrow Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{68 - 65}{\frac{18}{\sqrt{36}}} = \frac{3}{3} = 1$$

$$P(59 < x < 68) = P(-2 < Z < 1) = P(Z < 1) - P(Z < -2)$$
$$= 0.8413 - 0.0228 = 0.8185$$

<u>المعاينة لمجتمع طبيعي σ^2 غير معلومه :</u>

<u>نظرية (3) :-</u> إذا كان $X_1, X_2, \dots, X_n$ عينة عشوائية تخضع لتوزيع طبيعي وسطه μ وتباينه غير معلوم وكان $\overline{X}$ هو الوسط الحسابي لعينه حجمها n وانحرافها (S) فإن :

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

درجة الحرية =

$$\nu = n - 1$$

<u>مثال :</u> إذا كانت أطوال الطلاب في أحد الصفوف المدرسية تتبع التوزيع الطبيعي المتوسط يساوي 160 سم ، إذا سحبت عينة عشوائية من 4 طلاب فما احتمال أن يقل متوسطها الحسابي عن 166 سم ، إذا علمت أن الانحراف المعياري للعينة يساوي 10 سم ؟

$$P(\overline{X} < 166) = 0.85$$

$$\bar{x} = 166 \Rightarrow t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{166 - 160}{10/2} = \frac{6}{5} = 1.2$$

درجة الحرية =

$$v = n - 1$$
$$v = 4 - 1 = 3$$
$$t[\lambda, 3] = 1.2$$
$$\lambda = 0.85$$

<u>توزيع المعاينة للفرق بين وسطى عينين $(\overline{X} - \overline{Y})$.</u>

<u>نظرية (4) :-</u> إذا اخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع طبيعي وسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 ، ثم اخذت عينة عشوائية اخرى حجمها n_2 من مجتمع طبيعي وسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 بحيث ان المجتمع الأول مستقل عن المجتمع الثاني ، ورمزنا للوسط الحسابي للعينة الأولى بالرمز $\overline{X}$ والوسط الحسابي للعينة الثانية $\overline{Y}$ فإن توزيع الفرق وسطي العينة بين $(\bar{X} - \overline{Y})$ يكون التوزيع الطبيعي وسطه $(\mu_1 - \mu_2)$ والتباين $\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

$$Z = \frac{(\overline{X} - \overline{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

مثال :- تخضع علامات الناجحين من امتحان الدراسة الثانوية في مدرسة ما لتوزيع طبيعي معدله 74 وانحرافه المعياري 12 ، وفي مدرسة أخرى تخضع لتوزيع الطبيعي معدله 70 وانحرافه المعياري 16 ، اخذت عينة عشوائية حجمها 16 طالب من المدرسه الأولى و 9 طلاب من المدرسة الثانيه على فرض أن الوسط الحسابي للعينة الأولى $\overline{X}$ ، وللعينة الثانية $\overline{Y}$

أوجد : $P\big((\bar{X}-\bar{Y})>8\big)$ ؟

$$\mu_1 = 74 \quad \sigma_1 = 12 \quad n_1 = 16 \quad \mu_2 = 70 \quad \sigma_2 = 16 \quad n_2 = 9$$

$$\bar{x}-\bar{y}=8 \Rightarrow Z=\frac{\big(\overline{X}-\overline{Y}\big)-(\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$Z=\frac{8-(74-70)}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16}+\frac{(16)^2}{9}}}=0.65$$

$$P\big(\overline{X}-\overline{Y}>8\big)=p(Z>0.65)=1-P(Z\le 0.65)=1-0.7422=0.2578$$

أوجد :-

$$P(3<\bar{x}-\bar{y}<7)$$

المحاضره الثالثه عشر / توزيع المعاينة للوسط الحسابي

	A	B
وسطه	μ_1	μ_2
تباينه	σ_1^2	σ_2^2
	n_1	n_2

مجتمع طبيعي وسطه μ
تباينه غير معلوم
اخذت عينة وسطها $\bar{x}$
وتباينها s^2 وحجمهاn

مجتمع طبيعي وسطه μ
وتباينه معلوم
اخذت عينة σ^2=
وسطها$\overline{x}$وحجمهاn

$$z = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}, v = n - 1$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

جدول التوزيع الطبيعي المعياري

جدول توزيع t

التوزيع الطبيعي المعياري

مثال:اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي وسطه40اذا كان حجم العينة16وانحرافها المعياري8.اوجد احتمال ان يقل الوسط الحسابي من 44

$$p(\bar{x} < 44)$$

$$\bar{x} = 44 \rightarrow t = \frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}, v = n - 1$$

$$t = \frac{44 - 40}{8/\sqrt{16}}, v = 16 - 1$$

$$t = \frac{4}{2} = 2, v = 15$$

$$t[\lambda, 15] = 2$$

$$\lambda = 0.975$$

$$\rightarrow p(\bar{x} < 44) = 0.975$$

التقدير

الاستنتاج الاحصائي:هي التعميمات والقرارات التي يمكن اتخاذها على معلومات قمت بجمعها او متوفره لديك.

معالم توزيع ذات الحدين← p, n

معالم توزيع بواسون ← ג

توزيع الطبيعي ← $N(\mu, \sigma^2)\sigma^2, \mu$

التقدير

انواع التقدير

1-التقدير النقطي

2-التقدير بالفترة

*التقدير النقطي:

يمكن ايجاد تقديرات للمعالم الخاصة من خلال البيانات المأخوذه من عينة عشوائية فمثلا

الوسط الحسابي في التوزيع الطبيعي μيقدرب$\bar{x}$

التباين في التوزيع الطبيعيσ^2يقدر بs^2

احتمال النجاح في توزيع ذات الحدين p يقدر ب $\bar{x}$

احتمال النجاح في توزيع بواسون ג يقدر ب $\bar{x}$

مثال :اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي فكانت قيمتها6,4,7,3,5,5 اوجد تقدير μ وتقديرσ

$$\mu = \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{6+4+7+3+5+5}{6} = 5$$

μ=5

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \rightarrow \text{تباين العينة}$$

$$\bar{s} = \frac{(6+5)^2 + (4+5)^2 + (7+5)^2 + (3+5)^2 + 0 + 0}{6-1}$$

$$s^2 = \frac{1+1+4+4}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

تقدير التباين الطبيعي $2 = s^2 = \sigma^2$

تقدير الانحراف المعياري الطبيعي= $\sqrt{2} = s = \sigma$

مثال: في توزيع بواسون قدر عدد النجاحات في فترة زمنية بناء على عينة عشوائية اعطت القيم *8,6,7,7,2*

المطلوب تقدير قيمة λ= $\overline{x}$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_{\mathrm{i}}}{n} = \frac{8+6+7+7+2}{5}$$

$$= \frac{30}{5} = 6$$

:تقدير λ يساوي *6*

مثال:اخذت عينة عشوائية من مجتمع ذات الحدين حجمها*5*واعطت العينة القيم التالية *6,10,7,4,3*اوجد تقدير نجاح في توزيع ذات الحدين

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu

المحاضره الرابعه عشر / التقدير بالفترة

*ايجاد فترات الثقة للوسط الحسابيμ:

نظرية1:اذا اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي$N(\mu,\sigma^2)$ بحيث ان التباين للمجتمع σ^2 معلوم فان فترة الثقة $100(1-\propto)\%$

للمعلمه μ هي

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\frac{\propto}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$\bar{X}$=الوسط الحسابي للعينة

$Z_{1-\frac{\propto}{2}}$= قيمة Zالتي تكون المساحة على يسارها $1-\frac{\propto}{2}$

σ = الانحراف المعياري للمجتمع

n= حجم العينة

مثال: عينة عشوائية حجمها 25 اخذت من مجتمع طبيعي انحرافه المعياري 4 فأعطت $\bar{x}$=60 اوجد فترة الثقة 95% للوسط الحسابي μ

$$100(1-\propto)\% = 95\%$$

$$1-\propto= \frac{98}{100} = 0.98\%$$

$$\propto= 1 - 0.98 = 0.02$$

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\frac{\propto}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\frac{\propto}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\left(60 - Z_{0.99} \frac{4}{\sqrt{25}}, 60 + Z_{0.99} \frac{4}{\sqrt{25}}\right)$$

$$=\left(60 - 2.33 \times \frac{4}{5}, 60 + 2.33 \times \frac{4}{5}\right)$$

=(58.14,61.86)

مثال : عينة عشوائية حجمها 49 اخذت من مجتمع تباينة 9 فأعطت $\bar{x}$=30 اوجد فترة الثقة 95 % للوسط الحسابي للمجتمعµ

الحل:

$$100(1-\propto) = 95$$

$$1-\propto = 0.95$$

$$\rightarrow \propto = 1-0.95 = 0.05$$

$$\rightarrow 1-\frac{\propto}{2} = 1-\frac{0.05}{2} = 0.975$$

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\frac{\propto}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\frac{\propto}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\left(30 - 1.96 \times \frac{3}{7}, 30 + 1.96 \times \frac{3}{7}\right)$$

=(29.16, 30.84)

نظرية2: اخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي تباينه غير معلوم فأن فترة $100(1-\propto)\%$ ثقة الوسط الحسابيµ تعطى

$$\left(\bar{x} - t\left[1-\frac{\propto}{2}, n-1\right]\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t\left[1-\frac{\propto}{2}, n-1\right]\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

مثال: اخذت عينة عشوائية حجمها 15 من مجتمع طبيعي فأعطت $\bar{x} = 17.4$, $s = 2.1$, اوجد فترة 95%

$$100(1-\propto) = 95$$

$$\rightarrow 1-\propto = 0.95$$

$$\rightarrow \propto = 1-0.95 = 0.05$$

$$\rightarrow 1-\frac{\propto}{2} = 1-\frac{0.05}{2} = 0.975$$

$$\left(\bar{x} - t\left[1-\frac{\propto}{2}, n-1\right]\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t\left[1-\frac{\propto}{2}, n-1\right]\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

$$\left(17.4 - t[0.975, 14]\frac{2.1}{\sqrt{15}}, 17.4 + t[0.975, 14]\frac{2.1}{\sqrt{15}}\right)$$

فترةالثقة95% للوسط الحسابي μ $(16.24,18.56)$

تمرين: عينة عشوائية حجمها16اخذت من مجتمع طبيعي اذا علمت ان الوسط الحسابي للعينة يساوي20اوجد:

1-فترة الثقة 90% للوسط الحسابي μ اذا كان التباين للمجتمع يساوي9

2- فترة الثقة 90% للوسط الحسابي μاذا كان التباين للعينة يساوي9

فترة الثقة للفريق بين وسطين

نظرية3:اذا كان $x_1, x_2, \dots, x_{n1}$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي$N(\mu_1, \sigma_1^2)$ وكانت $y_1, y_2, \dots, y_{n2}$ عينة عشوائية من مجتمع طبيعي اخر$N(\mu_2, \sigma_2^2)$ بحيث ان تباين المجتمعان معلومان فان فترة $100(1-\propto)$ ثقة للفريق بين الوسط الحسابي$\mu_2 - \mu_1$ تعطى

$$[(\bar{x}-\bar{y}) - Z_{1-\frac{\propto}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad , (\bar{x}-\bar{y}) + Z_{1-\frac{\propto}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

مثال:اخذت عينة عشوائية حجمها 9 من مجتمع طبيعي$N(\mu_1, 25)$ ثم اخذت عينة عشوائية حجمها 15 من مجتمع طبيعي اخر $N(\mu_2, 40)$ فاذا اعطت العينة الاول وسط حسابي 32 والعينة الثانية وسط حسابي 47اوجد

1-فترة ثقة 95% للفرق بين الوسطين $\mu_1 - \mu_2$

$$100(1-\propto) = 95$$

$$\rightarrow 1-\propto = 0.95$$

$$\rightarrow \alpha = 1 - 0.95 = 0.05$$

$$\rightarrow 1 - \frac{\propto}{2} = 1 - \frac{0.05}{2} = 0.975$$

$$\left((\bar{x}-\bar{y}) - Z_{1-\frac{\propto}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_1}} \quad , (\bar{x} - \bar{y}) + Z_{1-\frac{\propto}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right)$$

$$\left((32-47)-Z_{0.975}\sqrt{\frac{25}{9}+\frac{40}{10}}\ ,(32-47)+Z_{0.975}\sqrt{\frac{25}{9}+\frac{40}{10}}\right)$$

=(-20.1,-9,9)

2- فترة ثقة 90% للفرق بين الوسطين $\mu_2-\mu_1$

$$100(1-\propto)=90$$

$$1-\propto=0.90\rightarrow\propto=1-0.9$$

$$\rightarrow\propto=0.1$$

$$\rightarrow 1-\frac{\propto}{2}=1-\frac{0.1}{2}=1-0.05\ \ =0.95$$

$$((\bar{y}-\bar{x})-Z_{1-\frac{\propto}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}\ \ ,(\bar{y}-\bar{x})+Z_{1-\frac{\propto}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}})$$

$$=\left((47-32)-Z_{0.95}\sqrt{\frac{25}{9}+\frac{40}{10}}\ ,(47-32)+Z_{0.95}\sqrt{\frac{25}{9}+\frac{40}{10}}\right)$$

$$=(10.73\ ,19.27)$$

تقدير النسبة

نظرية4:اذا كانت $\bar{p}=\frac{\mathrm{x}}{\mathrm{n}}$ نسبة نجاح في عينة عشوائية حجمها n فان فترة الثقة $100\%=(1-\propto)$ نسبة النجاحPتعطى

$$\left(\overline{\mathrm{P}}-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\overline{\mathrm{P}}(1-\overline{\mathrm{P}})}{\mathrm{n}}}\ ,\bar{P}+Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}\right)$$

مثال :اوجد فترة 95%ثقة لنسبة عدد الطلاب في احد المدارس الذين لديهم ضعف في البصر .اخذت عينة عشوائية حجمها 100 طالب ووجد 15 طالب لديهم ضعف البصر

$$\bar{P}=\frac{15}{100}=0.15$$

$$100(1-\propto)\%=\ 95\%\rightarrow 1-\alpha=0.95$$

$$\rightarrow\alpha=1-0.95=0.05\rightarrow 1-\frac{\alpha}{2}=1-\frac{0.05}{2}=0.975$$

فترة الثقة للنسبة للنجاح p هي

$$\left(\bar{P}-\frac{Z_{1-\propto}}{2}\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\ ,\bar{P}+\frac{Z_{1-\propto}}{2}\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}\right)$$

$$=\left(0.15\ -1.96\ \sqrt{\frac{(0.15)(0.85)}{100}}\ ,0.15+1.96\sqrt{\frac{(\ 0.05\ \ )\times(0.85\ \ )}{100}}\right)$$

=(0.08,0.22)

تقدير التباين

نظرية :اذا كانت $\mathrm{x}_1,x_2,\ldots,x_n$عينة عشوائية من مجتمع طبيعي $N(\mu\,,\sigma^2)$ فان فترة الثقة $100(1-\propto)\%$للتباين σ^2 هي

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{x^2[1-\frac{\propto}{2},n-1]}\ ,\frac{(n-1)s^2}{x^2[\frac{\propto}{2},n-1]}\right)$$

مثال :عينة عشوائية حجمها *20*اخذت من مجتمع طبيعي فاعطت تباين s^2=*15* اوجد فترة 90% ثقة للتباين σ^2

$$(1-\propto)100\%\Longrightarrow 90\%\rightarrow 1-\alpha=0.9$$

$\rightarrow \propto = 0.1$

$$1-\frac{\propto}{2}=1-\frac{0.1}{2}= \ 0.95$$

$$\frac{\propto}{2}=\frac{0.1}{2}=0.05$$

$$\left(\frac{(n-1)s^2}{x^2[1-\frac{\propto}{2},n-1]} \quad ,\frac{(\mathrm{n}-1)\mathrm{s}^2}{\mathrm{x}^2[\frac{\propto}{2},\mathrm{n}-1]}\right)$$

$$=\left(\frac{(20-1)15}{x^2[0.05,19]} \quad ,\frac{(20-1)15}{\mathrm{x}^2[0.05,19]}\right)$$

$$=\left(\frac{(19)(15)}{30.14} \ ,\frac{(19)(15)}{6.84}\right)$$

$$=(9.456,41.667)$$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / Mu*

المحاضره الخامسه عشر / أختبار الفرضيات .

مقدمة:

تصادفنا العديد من المشاكل في حياتنا اليومية ويجب أخذ قرار ملائم بشأن تلك المشاكل، وبما أن أغلب الدراسات هي مستمدة من العينة المسحوبة من المجتمع، نبعد التقدير للمعالم المختلفة لذلك المجتمع، فإنه علينا أن نعطيها المزيد من الثقة لذا لا بد من اتخذ قرار حول صحة فرضية معينة أو عدم صحتها. وتسمى هذه الطريقة باختبار الفرضيات ولاتخاذ القرار الاحصائي يجب النظر إلى الفروض الاحصائية أولاً وبناءً عليه لا بد من توضيح بعض المفاهيم المتعلقة بها كالآتي:

الفرضية الاحصائية:

تعريف: هي كل عبارة عن احدى معالم المجتمع أو عدة معالم تكون قابلة للاختبار وبالتالي تكون صحتها أو عدم صحتها بحاجة إلى قرار. وبصورة عامة تتعلق الفرضيات الاحصائية بعبارة عن احدى معالم المجتمع مثل الوسط الحسابي أو نسبة النجاح أو التباين وغيرا. أو عدة معالم مثل المقارنة بين معلمين أو أكثر.

في الغالب هناك عنوان من الفرضيات الاحصائية في المسألة الواحدة:

1- **الفرضية الصفرية (الابتدائية):** وهي الفرضية التي تبنى على أمل أن يتخذ قرار بعدم صحتها، ونصطلح من الآن على اعتبار أي فرضية نود اختبارها بالفرضية الصفرية ويتم التعبير عنها بالرمز H_0

2- **الفرضية البديلة:** وهي الفرضية البديلة للفرضية الصفرية في حال عملية الرفض للفرضية الصفرية يتم قبول الفرضية البديلة، ويرمز لها بالرمز H_1

مثال: يدعي أحد المصانع في فترة المواصفات الكهربائية التي ينتجها أن معدل عمر المصابيح هو 500 ساعة للمصباح الواحد. أردت اختبار هذا الادعاء، اكتب الفرضية الصفرية والفرضية البدلية؟

الحل: نفرض أن معدل عمر المصابيح التي ينتجها ذلك المصنع بالرمز μ

إذن تصبح الفرضية الصفرية على الصورة:

$$H_0: \mu = 500$$

أما الفرضية البدلية فتعتمد على الحالة المتوقعة التي تريد اجراء الاختبار من أجلها. فمثلا اذا كنت تريد اختبار H_0 بغرض الشراء من ذلك المصنع فأننا نصوغ الفرضية البدلية على الشكل:

$$H_1: \mu > 500$$

(لاحظ أن الفرضية البدلية لم يعين قيمة محددة للوسط الحسابي μ بل سمحت بفترة من القيم جميعها أكبر من العدد 500)

خطوات اختبار الفرضيات:

الخطوة الأولى: تحديد توزيع المجتمع

يجب أولاً معرفة فيما إذا كان المتغير العشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً أو يتبع توزيع ذو الحجين أو غيره من التوزيعات الأخرى حيث تعتبر هذه نقطة مهمة في عملية اتخاذ القرار الملائم. وبما أن معظم التوزيعات تقترب من التوزيع الطبيعي و خاصة إذا كانت العينات كبيرة فلذلك سنستند في اختبار لفرضيات على التوزيعات الطبيعية في الغالب.

الخطوة الثانية: صياغة الفرضيات

يتم صياغة الفرضيات الصفرية H_0 والمراد اختبارها والتي تعتمد على تحديد قيمة المعلمة للمجتمع بحيث تكون على الشكل التالي:

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

حيث μ_0 تمثل قيمة معينة لهذا الوسط

أما الفرضية البدلية فتأتي على أحد الأشكال التالية:

$H_1 : \mu \neq \mu_0$ حيث يسمى هذا الاختبار بالاختبار من طرفين

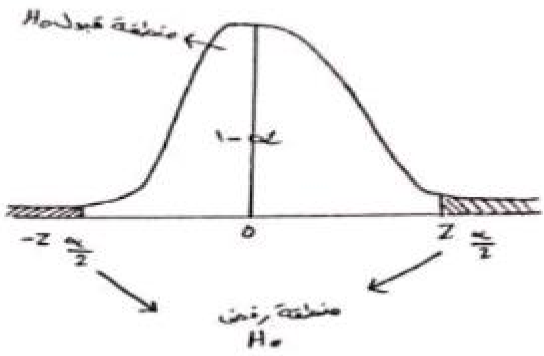
$H_1 : \mu > \mu_0$ ويسمى اختبار من جهة اليمين

$H_1 : \mu < \mu_0$ ويسمى اختبار من جهة اليسار

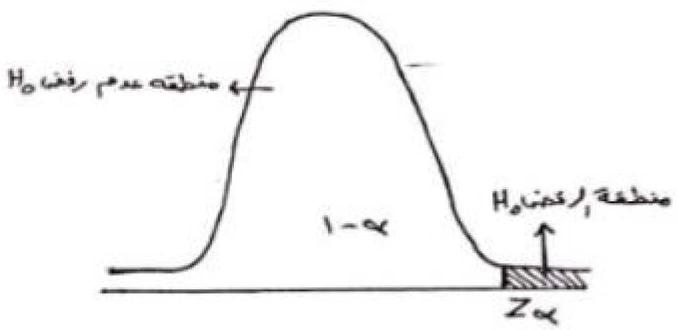
الخطوة الثالثة: اختبار مستوى الدالة $\propto$

يتم من خلال هذه الخطوة تحديد قيمة $\propto$ والتي من خلالها سيتم تحديد منطقة القبول ومنطقة الرفض للحالات الثلاث التي تم ذكرها (الفرضية البدلية) والأشكال تالية توضح ذلك:

أولاً: اختبار الفرضيات من جهتين



ثانياً: اختبار الفرضيات من الطرف الأيمن



ثالثاً: اختبار الفرضيات من الطرف الأيسر

الخطوة الرابعة: احصاء الاختبار (دالة الاختبار)

وهي الاحصاء المحسوب قيمته من العينة حيث يتم مقارنة هذا الاحصاء الذي تم جمعه من عينه مسحوب من مجتمع ما مع القيمة الجدولية على مستوى دلالة α معين لتحديد منطقة القبول أومنطقة الرفض.

الخطوة الخامسة: اتخاذ القرار

وهي عملية رفض الفرضية الصفرية أو قبولها بناءً على عملية مقارنة بين احصاء الاختبار مع منطقة الرفض فإذا وقعت دالة الاختبار في منطقة الرفض فأننا نرفض H_0 وندعم H_1 أما في حالة وقوع دالة الاختبار في منطقة القبول فأننا ندعم H_0 ونهمل H_1

شركه متخصصه في صناعه لعب الاطفال تعاقدت لشراء نوع جديد من الخيوط الصناعية . و يدعي صانع هذه الخيوط ان متوسط قوه تحمل الخيط 15 كيلوجرام بإنحراف معياري 0.5 كيلوجرام . و للإختبار صحه الادعاء أخذت عينه عشوائيه من 50 خيطا و تم اختبارها فوجد ان متوسط قوه التحمل في العينه 14.8 كيلوجرام . فهل يمكن تأييد ادعاء صانع الخيوط عند مستوى معنوية 1%

في عينه عشوائيه مكونه من تسجيل 100 حاله وفاه في قريه معينه تبين ان متوسط العمر في العينه 67.5 بإنحراف معياري 8 أعوام . فهل هذا يوضح ان متوسط العمر في هذه القريه اكبر من 65 عاما عند مستوى معنوية 5% .

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu

المحاضره السادسه عشر .

اختبار الفرضيات للوسط الحسابي μ

<u>نظرية (1):</u> إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ بحيث يكون التباين معلوم فإن دالة الاختبار تعطى $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$

بحيث أن $\bar{X}$ الوسط الحسابي للعينة

1- اختبر الفرضية الصفرية $H_0 : \mu = \mu_0$

2- مقابل الفرضيات

1. $H_1 : \mu \neq \mu_0$
2. $H_1 : \mu > \mu_0$
3. $H_1 : \mu < \mu_0$

3- مستوى الدلالة $\propto$

4- دالة الاختيار $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$

5- منطقة الرفض لـ H_0

الحل:

:(i)

$H_1 : \mu \neq \mu_0$

$Z < Z_{\frac{\propto}{2}}$ OR $Z < Z_{1-\frac{\propto}{2}}$

نقوم برفض H_0 ودعم H_1

:(ii) $H_1 : \mu > \mu_0$

$Z > Z_{1-\propto}$

نقوم برفض H_0 ودعم H_1

:(iii) $H_1 : \mu < \mu_0$

$Z < Z_{\propto}$

نقوم برفض H_0 ودعم H_1

مثال: *تخضع أوزان عبوات أحد المساحيق لتوزيع طبيعي انحرافه المعياري 7 ومعدله μ على مستوى الدلاله* $\propto = 0.05$ *، اختبر الفرضية* $H_0: \mu = 50$ *مقابل الفرضية البديلة* $H_1: \mu \neq 50$

إذا علمت أن الوسط الحسابي لعينة حجمها 12 هو $\bar{X}=56$

الحل:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{56 - 50}{7/\sqrt{12}} = 2.97$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} \qquad\qquad Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

$$< Z_{\frac{0.05}{2}} \qquad\qquad > Z_{1-0.025}$$

$$< Z_{0.025} \qquad\qquad > Z_{0.975}$$

$$< -1.96 \quad \times \qquad\qquad > 1.96 \quad \surd$$

ندعم H_1 ونرفض H_0

مثال: شركة متخصصة في صناعة لعب الأطفال تعاقدت لشراء نوع جديد من الخيوط الصناعية ويدعي صانع هذه الخيوط أن متوسط قوة تحمل الخيط 15 كيلوجرام بانحراف معياري 0.5 كيلوجرام. ولاختبار صحة هذا الادعاء أخذت عينة عشوائية من 50 خيطاً وتم اختبارها فوجد أن متوسط قوة التحمل في العينة 14.8 كيلوجرام. فهل يمكن تأييد ادعاء صانع الخيوط عند مستوى معنوية 1% ؟

المعطيات:

$H_0 : \mu = 15$ $\qquad \sigma = 0.5$

$H_1 : \mu \neq 15$ $\qquad n=50$

$\alpha = 0.01$ $\qquad \bar{X}=14.8$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{14.8 - 15}{0.5/\sqrt{50}} =$$

$< Z_{\frac{\alpha}{2}}$

$8 < Z_{\frac{0.01}{2}}$

$8 < Z_{0.005}$

$8 < -2.575$ √

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

$8 > Z_{1-0.005}$

$8 > Z_{0.995}$

$8 > 2.585$ ×

ندعم الفرضية البديلة H_1 ونرفض الفرضية الصفرية

<u>نظرية (2):</u> أخذت عينة عشوائية حجمها n من توزيع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ وكان التباين غير معلوم وكان الوسط الحسابي للعينة $\bar{X}$ وتباين العينة S^2 عند مستوى الدلالة α فإن دالة الاختبار:

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$$

1. $H_0 : \mu = \mu_0$ الفرضية الصفرية
2. $H_1 : \mu \neq \mu_0$ الفرضية البديلة

$H_1 : \mu > \mu_0$

$H_1 : \mu < \mu_0$

3. مستوى الدلالة α
4. دالة الاختبار $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}}$

$$H_1 : \mu \neq \mu_0$$

$$T < -t\left[1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right] \quad \text{OR} \quad T > t\left[1 - \frac{\alpha}{2}, n-1\right]$$

ترفض الفرضية الصفرية وتدعم الفرضية البديلة

$$H_1 : \mu > \mu_0$$

$$T > t\,[1-\propto, n-1]$$

ترفض الفرضية الصفرية وتدعم الفرضية البديلة

$$H_1 : \mu < \mu_0$$

$$T < -t\,[1-\propto, n-1]$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية H_0 ودعم الفرضية البديلة H_1

مثال: أظهرت سجلات احدى المدارس أن معدل تحصيل الطلبة في امتحان اللغة الإنجليزية هو410، بدأت المدرسة بإعطاء دروس تقوية لمادة اللغة الإنجليزية. اختبر فرضية أن هذا المعدل قد تحسن إذا أعطت نتائج 14 طالب وسطاً حسابياً مقداره 418 وبانحراف معياري21 ؟

اعتبر مستوى الدلالة $\propto = 1\%$

$H_0 : \mu = 410$

$H_1 : \mu > 410$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} = \frac{418 - 410}{21 / \sqrt{14}} = 1.42$$

$$T > t\,[1-\propto, n-1]$$
$$1.42 > t\,[1-0.01\,, 14-1]$$
$$1.42 > t\,[0.99\,, 13]$$
$$1.42 > t\,[0.99\,, 13]$$
$$1.42 \ngtr 2.65$$

نقوم بدعم الفرضية الصفرية H_0 ورفض الفرضية البديلة H_1 ، لانستطيع القول بأن المعدل قد تحسن وندعم أن المعدل بقي كما هو 410

مثال: في عينة عشوائية مكنة من تسجيل 81 حالة وفاة في قرية معينة تبين أن متوسط العمر في العينة 67.5 بانحراف معياري 8 أعوام فهل هذا يوضح أن متوسط العمر في هذه القرية أكبر من 65 عاماً عند مستوى معنوية 5% ؟

المعطيات

$\mu = 65$ $\quad\quad$ $S = 8$

$\mu > 65$ $\quad\quad$ n=81

$\propto = \quad 0.05$ $\quad\quad$ =6 $\quad$ 7.5

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} = \frac{67.5 - 65}{8 / \sqrt{81}} = 2.812$$

$$T > t\,[1-\propto, n-1]$$
$$2.812 > t\,[1-0.05\,, 81-1]$$
$$1.42 > t\,[0.95\,, 80]$$
$$1.42 > 1.664$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية ودعم الفرضية البديلة.

نظرية (3): اختبار الفرضيات المتعلقة بالفرق بين وسطين

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع $N(\mu_1\,, \sigma_1^2)$ وعينة أخرى من مجتمع $N(\mu_2\,, \sigma_2^2)$ حجمها n_2 وكان التباين معلوم في المجتمعين فإن دالة الاختبار تعطى:

$$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

لاختبار الفرضية الصفرية $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

الفرضية البديلة: $H_1 : \mu_1 = \mu_2$

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

مستوى الدلالة $\propto$

دالة الاختبار $Z = \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

$Z < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ OR $Z < Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$

$H_1 : \mu_1 > \mu_2$

$Z > Z_{1-\alpha}$

$H_1 : \mu_1 < \mu_2$

$Z < Z_{\alpha}$

إذا تحققت احدى المتباينات فإننا نقوم برفض الفرضية الصفرية H_0 ودعم الفرضية البديلة H_1

مثال: اخذت عينة عشوائية حجمها *72* من مجتمع $N(\mu_1, 144)$ وعينة أخرى مستقلة من مجتمع آخر حجمها *27* $N(\mu_2, 81)$ ، فأعطت العينة الأولى وسط حسابي *73* والأخرى وسط حسابي*69* ، اختبر فرضية $H_0: \mu_1 = \mu_2$ مقابل فرضية $H_1 : \mu_1 > \mu_2$ على مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$

لحسابي $\bar{X}$

$$Z = \frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}+\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{73-69}{\sqrt{\frac{144}{72}+\frac{81}{27}}} = 1.79$$

$$Z > Z_{1-\alpha}$$

$$1.79 > Z_{1-0.05}$$

$$1.79 > Z_{0.95}$$

$$1.79 > 1.645$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية وندعم الفرضية البديلة

اختبار الفرضيات المتعلقة بالنسبة:

يشبه اختبار الفرضيات المتعلقة بالوسط الحسابي والتباين معلوم يتغير فقط دالة الاختبار.

نظرية (4): إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من توزيع ذات الحدين (مجتمع برنولي) بحيث كان $\bar{P}$ هي نسبة النجاح في العينة فإن دالة الاختبار:

$$Z = \frac{\bar{P}-P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

الفرضية الصفرية $H_0 : P = P_0$

الفرضية البديلة: $H_1 : P \neq P_0$

$H_1 : P > P_0$

$H_1 : P < P_0$

مستوى الدلالة $\propto$

دالة الاختبار $Z = \frac{\bar{P}-P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$

ترفض الفرضية الصفرية وتدعم الفرضية البديلة إذا كان:

$H_1 : P \neq P_0$

$Z < Z_{\frac{\propto}{2}}$ OR $Z < Z_{1-\frac{\propto}{2}}$

$H_1 : P > P_0$

$Z > Z_{1-\propto}$

$H_1 : P < P_0$

$Z < Z_{\propto}$

مثال: من المعلوم أن نسبة مستخدمي حزام الأمان في السيارات هي 0.8 درست عينة عشوائية حجمها 200 سائق بعد صدور التشريع الإلزامي فوجد 170 سائق يستعملون الحزام. اختبر فرضية ما اذا كان التشريع قد زاد نسبة مستخدمي حزام الأمان على مستوى دلالة 0.1 ؟

$H_0 : P = 0.8$ $\bar{P} = \frac{170}{200} = \frac{17}{20} = 0.85$

$H_1 : P > 0.8$

$$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{0.85 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(1-0.8)}{200}}} = 1.8$$

$$Z > Z_{1-\propto}$$

$$1.8 > Z_{1-0.1}$$

$$1.79 > Z_{0.90}$$

$$1.79 > 1.28$$

نقوم برفض الفرضية الصفرية ودعم الفرضية البديلة، عدد مستخدمي حزام الأمان قد تحسن.

مثال: إذا كان من المعروف أن جسم الانسان البالغ في المتوسط يحتاج يومياً إلى 800 ميللجرام من الكالسيوم لكي يقوم بوظائفه خير قيام. ويعتقد أحد علماء التغذية أن الأفراد ذوي الدخل المنخفض لا يستطيعون تحقيق هذا المتوسط، ولاختبار ذلك تم اختيار عينة من 49 شخصاً بالغاً من ذوي الدخل المنخفض فكان متوسط ما يتناوله من الكالسيوم يومياً هو 755 ميللجرام بانحراف معياري 210 ميللجرام. فهل تدل هذه النتائج على أن متوسط ما يتناوله الأشخاص البالغون من ذوي الدخل المنخفض من الكالسيوم تقل عن 800 ميللجرام مستخدماً بنسبة معنوية 5% ؟

المعطيات:

$= 800$ $S = 21$

< 800

$\propto = 0.05$ 5

$\mu = 800$

$$T = \frac{\bar{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} = \frac{755 - 800}{210 / \sqrt{49}} = \frac{-45}{30} = -1.5$$

$$T < -t\,[1 - \propto, n - 1]$$

$$-1.5 < -t\,[1 - 0.05\,, 49 - 1]$$

$$-1.5 < -t\,[0.95\,, 48]$$

$$-1.5 \nless -1.671$$

نقوم بدعم الفرضية الصفرية ورفض الفرضية البديلة

نرفض أن تكون نسبة الكالسيوم لذوي الدخل المنخفض أقل من 800 ميللجرام وندعم أن تكون النسبة تساوي 800ملليجرام.

#بعد المذاكرة:

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،

فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.05 ($F_{0.05}$)

Degrees of freedom for denominator درجات حرية المقام

	درجات حرية البسط Degrees of freedom for numerator																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	563
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.01	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.91	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.95
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.98	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	169	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.01 ($F_{0.01}$)

Degrees of freedom for numerator درجات حرية البسط

Degrees of freedom for denominator درجات حرية المقام

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	1.052	5.000	5.403	5.625	5.764	5.859	5.298	5.982	6.023	6.056	6.106	6.157	6.209	6.235	6.261	6.287	6.313	6.339
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.5	26.5	26.4	26.3	26.2
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09
15	8.68	6.63	5.42	4.89	4.65	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.05 ($F_{0.05}$)

درجات حرية البسط Degrees of freedom for numerator

درجات حرية المقام Degrees of freedom for denominator

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	563
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.01	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.91	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.95
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.98	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	169	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00

جدول توزيع F عند مستوى معنوية 0.01 ($F_{0.01}$)

درجات حرية البسط Degrees of freedom for numerator

درجات حرية المقام Degrees of freedom for denominator

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	1.052	5.000	5.403	5.625	5.764	5.859	5.298	5.982	6.023	6.056	6.106	6.157	6.209	6.235	6.261	6.287	6.313	6.339
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.5	26.5	26.4	26.3	26.2
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11
6	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97
7	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74
8	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95
9	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40
10	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00
11	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.70	4.46	4.28	4.14	4.03	.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09
15	8.68	6.63	5.42	4.89	4.65	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84
17	8.40	6.11	5.19	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.75
18	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.66
19	8.19	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58
20	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52
21	8.02	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46
22	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.86	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.53	2.45	2.36	2.27
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11
40	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.92
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53
∞	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.32

Standard Normal Probabilities

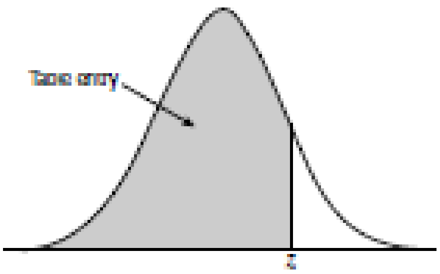


Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

Standard Normal Probabilities

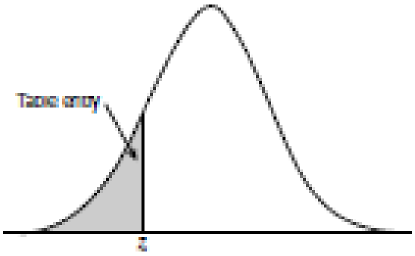
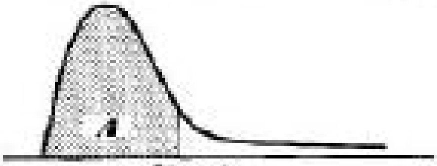


Table entry for z is the area under the standard normal curve to the left of z.

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
−3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
−3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
−3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
−3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
−3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
−2.9	.0019	.0018	.0018	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
−2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
−2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
−2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
−2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
−2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
−2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
−2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
−2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
−2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
−1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
−1.8	.0359	.0351	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
−1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
−1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
−1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
−1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0721	.0708	.0694	.0681
−1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
−1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
−1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
−1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
−0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
−0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
−0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
−0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
−0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
−0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
−0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
−0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

Entry is $\chi^2(A;\nu)$ where $P\{\chi^2(\nu) \le \chi^2(A;\nu)\} = A$



$\chi^2(A;\nu)$

	A									
ν	.005	.010	.025	.050	.100	.900	.950	.975	.990	.995
1	0.0^4393	0.0^3157	0.0^3982	0.0^2393	0.0158	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.73	26.76
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.71	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69	66.77
50	27.99	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15	79.49
60	35.53	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38	91.95
70	43.28	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.4	104.2
80	51.17	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.9	106.6	112.3	116.3
90	59.20	61.75	65.65	69.13	73.29	107.6	113.1	118.1	124.1	128.3
100	67.33	70.06	74.22	77.93	82.36	118.5	124.3	129.6	135.8	140.2

الواجب الأول لـ الاحصاء في الادارة

السؤال الأول:

اذا كان احتمال وصول محمد في الوقت المحدد هو 0.7 واحتمال عدم وصول تركي في الوقت المحدد 0.4 واحتمال وصولهما معا هو 0.5 فما احتمال وصول احدهما على الاقل

1.3
1
0.6
0.8

السؤال الثاني:

اذا كان a, b حادثان في الفضاء العيني s, وكان p(a)= 0.3 , p(b)=0.5 , p(a- b)= 0.1 اوجد p(a/ b)يساوي

1/2
2/3
غير ذلك
2/5

السؤال الثالث:

يراد اختيار لجنه من احدى الشعب مكونه من رئيس وامين صندوق وسكرتير وعضو اذا علمت ان عدد طلاب الشعبه 10 طلاب بكم طريقه يمكن اختيار هذة اللجنه

5040
210
24
10000

السوال الرابع:

ما هو عدد طرق سحب 4 كرات على التوالي وبدون ارجاع من صندوق فيه 6 كرات

30
360
15
216

السؤال الخامس:

عدد عناصر الفضاء العيني عند رمي حجر نرد مرة واحدة وقطعة نقود مرتين هو

12

24

72

36

السؤال السادس:

اذا كان احتمال حضور محمد الى حفل التخرج هو 0.6 واحتمال حضور محمد و سعيد هو 0.18 اذا علمت ان حضور محمد مستقل عن حضور سعيد فما هو احتمال حضور واحد منهما على الاقل حفل التخرج

0.78

0.3

0.42

0.72

السؤال 1

اذا كان التباين للمتغير العشوائي x يساوي 4 اوجد الانحراف المعياري للمتغير العشوائي y اذا كان [illegible]

- 4
- 8
- 3
- 16

السؤال 2

اوجد توقع عدد مرات ظهور رقم يقبل القسمة على 3 عند رمي حجر نرد اربع مرات

- $\frac{3}{4}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{3}$
- $\frac{2}{6}$

السؤال 3

اسره لديها 3 اطفال ما احتمال ان يكون واحد منهم على الاكثر ذكر

- $\frac{3}{8}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{1}{8}$
- $\frac{1}{2}$

السؤال 4

اوجد التوقع الرياضي للتوزيع الرياضي $P(0)= 0.4, P(2)= 0.3, P(3)= 0.3$ اذا كان

- 1.5
- 1.9
- 1
- 0

السؤال 5

اذا كان احتمال تسجيل محمد هدف من ضربة جزاء هو 0.8 فاذا تحصل فريقه على خمس ركلات جزاء ما احتمال عدم تسجيله اي هدف ؟

- 0.4
- 0.32768
- 0.8
- 0.00032

السؤال 6

0.5 درجات

اذا كان معدل الاخطاء المطبعية في كتاب ما هو 2 اخطاء في كل صفحة اذا تم اختيار ثلاث صفحات من الكتاب ما احتمال ان يوجد بها خطأ واحد فقط؟

- e^{-1}
- $2e^{-2}$
- $6e^{-6}$
- e^{-6}

الواجب الثالث لـ مقرر الاحصاء في الادارة

السؤال الأول:

اخذت عينة عشوائية حجمها 9 من مجتمع طبيعي , إذا علمت أن معدل العينة يساوي 20 وانحرافها المعياري4
فإن فترة 90% ثقة للوسط الحسابي هي:

[17.52,22.48]
[12.68,18.07]
[18.2,21.8]
[11.93, 18.07]

السؤال الثاني:

عينة عشوائية حجمها 49 شخص سحبت من مجتمع طبيعي معدله 36 وتباينه 9, إن قيمة $\sigma^2_{\bar{x}}$ تساوي

0.1837
9
36
3

السؤال الثالث:

أخذت عينة عشوائية حجمها 100 سائق, ووجد أن 25 سائق فقط يستخدمون حزام الأمان, فإن نسبة النجاح في العينة هي:

0.5
0.25
1
0.75

السؤال الرابع:

إذا كانت لدينا الفرضية المبدئية , $H_o: \mu = 90$ والفرضية البديلة $H_1: \mu > 90$ وكان $S = 15$ $\overline{X} = 95$,n= 9 فإن قيمة دالة الاختبار هي:

3
1
0
2

السؤال الخامس:

إذا كانت لدينا الفرضية المبدئية $H_o: \mu = 90$ والفرضية البديلة $H_1: \mu > 90$ وكان $S = 15$, $\overline{X} = 95$,n= 9 إن نتيجة اختبار الفرضية H_0 مقابل الفرضية H_1 على مستوى الدالة a=5% هي:

دعم الفرضيةH0
رفض الفرضية
دعم الفرضيةH1
ب+ج

السؤال السادس:

عينة عشوائية حجمها 36 شخص سحبت من مجتمع طبيعي معدله 49 وتباينه 9, إن قيمة المعدل للوسط الحسابي للعينة $\overline{X}$ تساوي

0.5
49
6
7

السؤال السابع:

أخذت عينة عشوائية حجمها 100 سائق, ووجد أن 25 سائق فقط يستخدمون حزام الأمان , فإن فترة 90% ثقة لنسبة النجاح تقريبا هي

[0.179,0.321]
[0.35, 0.15]
[0.205,0.305]
[0.582, 0.418]

السؤال الثامن:

عينة عشوائية حجمها 25 اخذت من مجتمع طبيعي , إذا علمت أن تباين العينة يساوي 9 فإن فترة 90% ثقة للتباين هي

[19.7, 8.5]
[15.59, 5.93]
[7.4,17.1]
[7,16.3]

الأختبار الفصلي

اذا كان احتمال نجاح طالب في مادة الإحصاء هو 0.6 فان احتمال رسوبه : السؤال 1

0.4

-0.6

1

0

السؤال2:ما هو عدد عناصر الفضاء العيني لتجربة تسجيل نتائج 3 مباريات لفريق كرة قدم

9

27

6

3

السؤال3:اذا كانت درجات الطلاب في مادة الإحصاء للإدارة تتبع توزيع طبيعي بمتوسط 50 درجة وانحراف معياري 10
فان الدرجة المعيارية المناظرة للدرجة الخام 60 هي

-1

10

1

-10

السؤال4:اذا كان هنالك نادي عدد اعضائة 10000 عضو وكان اعمار الاعضاء يخضع لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي 35 وانحرافه المعياري 10 اوجد عدد الاعضاء الذين تقل اعمارهم عن 30

6915

10000

3085

0

السؤال5:اذا كان متوسط المكالمات التي تجريها سيدة في اسبوع معين يساوي 6 ، فإن التباين للمكالمات التي تجريها السيدة خلال اسبوعين يساوي:

6

10

12

0

السؤال6:ما هو عدد الطرق اختيار 3 احرف من الاحرف التاليه a,b,c,d,e,f ؟

120

20

60

81

السؤال7:اذا كان معدل عدد الاهداف المسجله لفريق برشلونه هو 3 اهداف بالمباراه ما هو توقع عدد الاهداف في 4 مباريات

10

12

3

5

السؤال8:إن عدد طرق إختيار كتاب واحد فقط لطالب لديه الخيار بين 7 كتب في الرياضيات و 3 كتب في الاحصاء و 10 كتب في الاقتصاد هو :

20

210

10

30

السؤال9:اخذت عينه من الماء الموجدود في مسبح ما فوجد انها تحتوي على 4 بكتيريا في 1 سم3 فما هو الانحراف المعياري لعدد البكتيريا في 4 سم3

16

4

12

2

السؤال10:

$P(1) = 0.3, P(2) = 0.5, P(4) = 0.2$

: اوجد التوقع الرياضي

1.3

1

-1

2.1

السؤال11:بكم طريقة يمكن كتابة عدد مكون من منزلتين من الارقام التاليه 1,2,3,4,5 بحيث ان التكرار مسموح

20

25

10

45

السؤال 12:اذا كانت درجات الطلاب في مقرر الإحصاء للإدارة تتبع توزيع طبيعي بمتوسط 70 درجة وتباين 25 درجة فاذا اختير احد الطلاب عشوائيا فما احتمال ان تكون درجته اقل من 75؟

0.8643

0.8413

0.1587

0.2367

السؤال13:اطلق صياد 3 رصاصات على هدف , فإذا كان احتمال إصابة الهدف هو 0.8 أوجد احتمال اصابة الهدف على الاكثر مرة واحدة

0.896

0.008

0.096

0.104

السؤال14:عدد الطرق لاختيار مدينه واحدة لقضاء الاجازة السنوية من بين 5 مدن عربيه و 9 مدن اجنبيه هو

72

4

14

45

السؤال15:التوزيع الطبيعي يعتبر

كلاهما

ليس متصل ولا منفصل

توزيع منفصل

توزيع متصل

السؤال16:احتمال الحادث المؤكد هو

-1

0

100

1

من خصائص التوزيع الطبيعي **:السؤال17**

الوسيط الوسط يساوي

جميع ما ذكر صحيح

متماثل حول الوسط الحسابي

المساحه تحت المنحنى تساوي 1

عدد الاعداد المكونة من ثلاثة منازل التي يمكن تكوينها من 1,2,3,4,5,6 دون :السؤال18 السماح بالتكرار هو

18

216

36

120

:السؤال19

اذا كان معدل دخول السيارات في جامعة الدمام هو 4 سيارات في الدقيقه فما احتمال دخول 3 سيارات في دقيقه معينه

32/3e-3

32/3e-4

35/6e-4

35/6e-3

السؤال20:اذا كان x يخضع التوزيع طبيعي N(40.9) :x اوجد P(x 49

0.8413
0.9987
0.1587
0.0013

السؤال21:يكون الحادثان متنافيان اذا كان P(A^B

1
P(A)-P(B)
0
P(A)*P(B)

السؤال22:

اذا كان $P(B) = 0.2$, $P(A) = 0.4$, $P(A \cap B) = 0.1$, اوجد $P(B - A)$

0.1
0.3-
0.4
0.5

السؤال23:عند رمي حجر نرد مرتان و كان المتغير العشوائي X يمثل عدد مراتن ظهور عدد اقل من 3 احسب التباين

1-4/9
2-4/6
3-2/6
4-1/2

السؤال24:اذا كان P(-1)=0.3.
P(2)=0.5
P(4)=0.2
اوجد P(X-1

1-0
2-0.8
3-0.2
4-0.3

السؤال25:اذا كان احتمال ان ينجح محمد هو 0.8 و احتمال ان ينجح محمد و احمد هو 0.4 فان احتمال نجاح احمد اذا علم مجمد قد نجح يساوي

1-0.5
2-0.3
3-0.6
4-0.4

السؤال26:يحتوي كيس على ثلاث كرات حمراء و خمس كرات بيضاء و كرتان سوداء سحبت كوره واحده ما احتمال ان تكون حمراء

1/3
7/10
7
3/10

السؤال27:احتمال احادث الموكد هو

-1
1
100
0

السؤال28:

إذا كان متوسط المكالمات التي تجريها سيدة في اسبوع معين يساوي 6 ، فإن التباين للمكالمات التي تجريها السيدة خلال اسبوعين يساوي:

- 12
- 6
- 0
- 10

الاجابة 12

السؤال29:

عند رمي حجر نرد مره واحده ما هو احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 2

- 3
- $\frac{1}{2}$
- 1
- $\frac{1}{6}$

الاجابة/ 2/1

السؤال30:

بكم طريقة يمكن سحب 3 كرات على التوالي من صندوق فيه 5 كرات دون السماح بالارجاع

20

60

125

15

السؤال31:

كم لوحة ارقام دراجات يمكن الحصول عليها اذا كانت اللوحه مكونه من 3 ارقام فقط بشرط ان يبدأ الرقم بالعدد 4 ؟

- 1000
- 20
- 200
- 100

الاجابة /100

السؤال32:

اذا كان التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل x هو 9 اوجد التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل y اذا علمت ان $y=3x+1$

- 28
- 18
- 6
- 81

الاجابة :28

السؤال33:

عند رمي حجر نرد مرتان وكان المتغير العشوائي x يمثل عدد مرات ظهور عدد اقل من 3 احسب التباين

- $\frac{4}{9}$
- $\frac{4}{6}$
- $\frac{2}{6}$
- $\frac{1}{2}$

الاجابة / أ

السؤال34:

اذا كان $P(A) = 0.4, P(B) = 0.2$ اذا علمت ان الحادثان مستقلان فان $P(A \cup B)$ يساوي

- 0.6
- 0.8
- 0.08
- 0.52

الاجابة 0.52

السؤال35:

اذا كان $P(-1) = 0.3, P(2) = 0.5, P(4) = 0.2$ اوجد $P(x \leq -1)$

- 0.8
- 0.2
- 0.3
- 0

السؤال36:

يعتبر توزيع ذات الحدين توزيعا

- منفصلا
- متصلا
- غير ذلك
- منفصل ومتصل

الاجابة /منفصلا

السؤال37:

اخذت عينه من الماء الموجود في مسبح ما فوجد انها تحتوي على 4 بكتيريا في 1 سم^3 فما هو الانحراف المعياري لعدد البكتيريا في 4 سم^3

- 2
- 12
- 4
- 16

الاجابة :16

السؤال38:

مدى المتغير العشوائي المنفصل هو عباره عن مجموعه .... من الاعداد الحقيقية

- معدوده
- متماثلة
- غير معدوده
- غير منتهية

الاجابة : معدودة

السؤال39:

في الفضاء العيني {1,2,3,4,5,6 } =S ان الحادث {1,3 }=A مثل حادث

بسيط

مستحيل

مؤكد

مركب
السؤال40:

عدد طرق ترتيب 6 طلا ب حول دائرة مستديرة يساوي

120

15

24

5
السؤال41:

المقابله للقيمه x يخضع لتوزيع طبيعي وسطه 10 وتباينه 16 ما هي القيمه الخام x اذا كان z=2 المعياريه

0.5

42

18

2
السؤال42:

عدد عناصر الفضاء العيني عند رمي حجر نرد 4 مرات

6

24

36

1296

السؤال43:

Explain and Send Screenshots

لسؤال 3

في تجربة القاء حجر نرد مرة واحدة احتمال الحصول على العدد يقبل القسمه على 3 يساوي

- 2
- $\frac{2}{6}$
- $\frac{1}{6}$
- $\frac{1}{2}$

https://vle.uod.edu.sa/webapps/assessment/take/take.jsp?course_assessment_id=_38591_1&course_id=_1382

1/6 الاجابة

السؤال44:

اذا كان احتمال شفاء مريض من مرض معين هو 0.4 فاذا دخل المستشفى 6 مرضى مصابين بهذا المرض فما هو احتمال شفائهم جميعا

0.0786

0.4

0.00409

0.046656

السؤال45:

اذا كان احتمال نجاح طالب في مادة الإحصاء هو 0.6 فان احتمال رسوبه

0.4

-0.6

1

0

السؤال46:

ما هو عدد الطرق الممكنه لاختيار لجنه مكونه من 3 طلاب من شعبه فيها 10 طلاب

1000

30

120

720

السؤال47:

في تجربة القاء حجر نرد مرتين ما هو احتمال ان يكون مجموع العددين الظاهرين يساوي 9

○ $\frac{1}{9}$

○ $\frac{3}{19}$

○ $\frac{1}{2}$

○ $\frac{1}{36}$

الاجابة 9/1

السؤال48:

$P(z > -1.23)$ اوجد باستخدام جدول التوزيع الطبيعي المعياري

0.8907

0.1093

0.1151

0.234

السؤال49:

يخضع لتوزيع طبيعي وسطه 10 وتباينه 16 ما هي القيمه x اذا كان x=8 المقابله للقيمه الخام z المعياريه

-1

-0.5

0.5

-0.125

السؤال50:

مدى المتغير العشوائي المنفصل هو عباره عن مجموعه .... من الاعداد الحقيقية

متماثلة

معدودة

غير معدودة

غير منتهية

السؤال51:

بكم طريقة يمكن ترتيب 3 اشخاص في صف

2

3

12

6

السؤال52:

: يعتبر توزيع ذات الحدين توزيعا

منفصل

متصل

منفصل ومتصل

غيرذلك

السؤال53:

ماهو عدد الطرق الممكنة لاختيار لجنة مكونة من 3 طلاب من شعبة فيها 10 طلاب

120

1000

720

30

السؤال54:

عدد الاعداد المكونة من ثلاثة منازل التي يمكن تكوينها من

1,2,3,4,5,6 دون السماح بالتكرار هو

18

216

36

120

:السؤال55

في تجربة القاء حجر نرد مرتين ما هو احتمال ظهور عدد فردي في كلا الرميتين

- $\boxed{\frac{1}{4}}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{36}$
- $\frac{1}{9}$

:السؤال56

يكون الحادثان متنافيان اذا كان

$P(A \cap B) =$

- $P(A) - P(B)$
- $\boxed{0}$
- 1
- $P(A) \times P(B)$

:السؤال57

يكون الحادثتان مستقلان اذا كان

$P(A \cap B) =$

- 0
- $\boxed{P(A) \times P(B)}$
- $P(A) - P(B)$
- 1

السؤال58:

اذا كان $P(A) = 0.3,\ P(B) = 0.5,\ P(A \cap B) = 0.2$ اوجد $P(B/A)$

- $\frac{4}{5}$
- $\frac{3}{5}$
- $\frac{2}{3}$
- $\boxed{\frac{2}{5}}$

السؤال59:

اذا كان $p(1)=a$, $p(2) = 2a$, $p(4)= 5a$

يمثل توزيعا احتماليا اوجد قيمة a :

3/7

1/8

1/5

1

السؤال60:

احدى الخيارات التاليه لا يمثل ناتج احتمال

- $\frac{2}{7}$
- 1.2
- 90%
- 0.5

السؤال61:

إحتمال ظهور عددين مجموعهما 8 عند رمي حجر نرد مرتين هو

1\9

5\36

7\36

5\6