

## المحاضرة الاولى

إذا كانت  $A = \{1, 2, 3, x, y\}$  و  $B = \{3, 4, 5, x, w\}$  والمجموعة الكلية =  $\{1, 2, 3, 4, 5, x, y, w, z\}$  فأوجد مايلي :-  
-1  $A - B$

$A - B$  يسمى بالفرق وهو مجموعة كل العناصر الموجودة في  $A$  وليست في  $B$ .

- (1)  $\{1, 2, 3, 4, 5, x, y, w\}$   
(2)  $\emptyset$   
(3)  $\{x, y, w\}$   
(4)  $\{1, 2, x\}$

-2  $A \cap B =$

$A \cap B$  تقاطع المجموعتين وهي العناصر الموجودة في  $A$  و  $B$  معا

- (1)  $\{1, 2, 3, 4, 5, x, y, w\}$   
(2)  $\emptyset$   
(3)  $\{3, x\}$   
(4)  $\{1, 2, y\}$

-3  $A \cup B =$

$A \cup B$  اتحاد مجموعتين وهو اتحاد كل العناصر الموجودة في  $A$  و  $B$

- (1)  $\{1, 2, 3, 4, 5, x, y, w\}$   
(2)  $\emptyset$   
(3)  $\{x, y, w\}$   
(4)  $\{1, 2, y\}$

-4  $\bar{B} =$

أن  $\bar{B}$  مكملته المجموعة  $B$  إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية  $U$  باستثناء عناصر  $B$ .

- (1)  $\{1, 2, 3, 4, 5, x, y, w\}$   
(2)  $\emptyset$   
(3)  $\{x, y, w\}$   
(4)  $\{1, 2, y, z\}$

إذا كانت  $A = \{20, 40, 60, 80\}$  و  $B = \{30, 50, 70\}$  فأوجد  $A \cap B$

$A \cap B$  تقاطع المجموعتين وهي العناصر الموجودة في  $A$  و  $B$  معا في المثل المعطى مافي ولا عنصر مشترك فحتكون الاجابة فاي

- (1)  $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$   
(2)  $\{30, 50, 70\}$   
(3)  $\emptyset$   
(4)  $\{20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$

إذا كانت  $A = \{20, 40, 60, 80\}$  و  $B = \{30, 50, 70\}$  فأوجد  $A \cup B$

$A \cup B$  اتحاد مجموعتين وهو اتحاد كل العناصر الموجودة في  $A$  و  $B$

- (1)  $\{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$   
(2)  $\{30, 50, 70\}$   
(3)  $\emptyset$   
(4)  $\{20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$

إذا كانت  $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$  و  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$  أوجد  $\bar{A}$

طلب متممة  $A$  يعني باقي العناصر في المجموعة الكلية الغير موجودة في مجموعة  $A$

- (1)  $\{2, 4, 6, 8, 10\}$   
(2)  $\{1, 2, 3\}$   
(3)  $\{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$   
(4)  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

إذا كانت  $A \cup B$  ،  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  ،  $B = \{1, 3, 5\}$  ،  $A = \{1, 2, 3\}$

{ 1, 2, 3, 5, 6, 7, } (1)

{ 1, 3 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 1, 2, 3, 5 } (4)

$A \cup B$  اتحاد مجموعتين وهو اتحاد كل العناصر الموجودة في A و B

إذا كانت  $A \cap B = -1$  ،  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  ،  $B = \{1, 3, 5\}$  ،  $A = \{1, 2, 3\}$  ، فأجب عن الفقرات التالية :-

$A \cap B = -1$

{ 1, 2, 3, 5, 6, 7, } (1)

{ 1, 3 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 1, 2, 3, 5 } (4)

$A \cap B$  تقاطع المجموعتين وهي العناصر الموجودة في A و B معا

$\bar{A} = -2$

{ 4, 5, 6, 7, } (1)

{ 1, 3 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 1, 2, 3, 5 } (4)

أن  $\bar{A}$  مكمل المجموعة A إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية U باستثناء عناصر A.

$\bar{B} = -3$

{ 2, 4, 6, 7, } (1)

{ 1, 3 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 1, 2, 3, 5 } (4)

أن  $\bar{B}$  مكمل المجموعة B إذا كانت تحتوي على جميع عناصر المجموعة الكلية U باستثناء عناصر B.

$\bar{A} \cup \bar{B} -4$

{ 2, 4, 5, 6, 7, } (1)

{ 1, 3 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 1, 2, 3, 5 } (4)

حنجم عناصر المتممات التي حلينهم في التمرينين السابقين 3و2

$A \cap \bar{A} -5$

{ 2, 4, 5, 6, 7, } (1)

{ 1, 3 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 1, 2, 3, 5 } (4)

دائما تقاطع المجموعة ومتممها يعطينا فاي اي مجموعة خالية واتحادهما يعطينا المجموعة الكلية

إذا كانت  $A \cup B$  فأوجد  $B = \{3, 5, 7\}$  ،  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  :-

{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 } (1)

{ 2, 4, 6, 8 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 2, 4 } (4)

إذا كانت  $A \cap B$  فأوجد  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  ،  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  :-

{ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 } (1)

{ 2, 4, 6, 8 } (2)

$\emptyset$  (3)

{ 2, 4 } (4)

إذا كانت  $A = \{ 2, 4, 6 \}$  ،  $B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$  فإن :-

المجموعة A مجموعة جزئية من B كل عناصرها موجودة في B وطبعا ينتمي الى تكون مع العنصر وليس المجموعة ككل

- (1)  $A \subset B$
- (2)  $A = B$
- (3)  $A \in B$
- (4)  $A \neq B$

إذا كانت  $A = \{ 1, 2, 3 \}$  ،  $B = \{ a, b, c \}$  فإن :-

المجموعتان المتكافئتان هما المجموعتان اللتان تتساويان في عدد عناصرهما يعني مجموعة A ثلاث عناصر ومجموعة B 3 عناصر إذا متكافئتان

- (1)  $A \equiv B$  / أ
- (2)  $A = B$  / ب
- (3)  $A \in B$  / ج
- (4)  $A \neq B$  / د

إذا كانت  $\{ x \}$  عدد طبيعي فردي اصغر من 13:  $x$  فإن عناصر X هي

طبعا عناصر اكس هي كل عدد فردي اصغر من ال13 يعني ال13 مو محسوبة الا اذا قال اصغر من او يساوي

- (1)  $\{ 1, 3, 5, 7, 9, 11 \}$
- (2)  $\{ 0, 1, 3, 5, 7, 9, 11 \}$
- (3)  $\{ 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 \}$
- (4)  $\{ 1, 2, 3, 5 \}$

## المحاضرة الثانية

مجموعة المجموعات " القوى " للمجموعة  $s = \{ 1, 2 \}$  هي :

جميع المجموعات التي نقدر نستخرجها من دي المجموعة وعلشان نعرف عدد المجموعات نضرب 2 اس عدد العناصر =  $2^n$  = هنا عندنا عنصرين يعني عدد المجموعات  $2^2 = 4$  فأى خيار فيه اربعة مجموعات هو الحل على طول ☺

- (1)  $\{ \{1\}, \{2\}, \{1,2\}, \emptyset \}$
- (2)  $\{ \{1\}, \{2\}, \{1,2\} \}$
- (3)  $\{ \{1,2\}, \emptyset \}$
- (4)  $\{ \{1\}, \{2\}, \emptyset \}$

أنشى مجموعة المجموعات للمجموعة  $s = \{ a, b, c \}$

نجيب عدد المجموعات =  $2^3 = 8$  الخيار اللي فيه 8 مجموعات هو الصح ولازم يكون في فاي  $\emptyset$

- (1)  $\{ \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}, \emptyset \}$
- (2)  $\{ \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\} \}$
- (3)  $\{ \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\} \}$
- (4)  $\{ \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}, \{a,b,c\}, \emptyset \}$

إذا كانت  $A = \{ 1, 2 \}$  ،  $B = \{ 3, 4 \}$  فإن  $B \times A$  :

هنا حنضرب B في A يعني عناصر الB هي الأول في القوس لو طلب منا العكس  $A \times B$  سيكون الحل هو الخيار الأول

- (1)  $\{ \{1,3\}, \{1,4\}, \{2,3\}, \{2,4\} \}$
- (2)  $\{ \{3,1\}, \{3,2\}, \{4,1\}, \{4,2\} \}$
- (3)  $\{ \{1,2\}, \emptyset \}$
- (4)  $\{ \{1\}, \{2\}, \emptyset \}$

إذا كانت  $A = \{ 1, 2 \}$  ،  $B = \{ 4, 5, 6 \}$  فأوجد  $A \times B$  :

هنا حنضرب A في B يعني عناصر الA هي الأول في القوس لو طلب منا العكس  $B \times A$  سيكون الحل هو الخيار الأول

- (1)  $\{ (4,1), (4,2), (5,1), (5,2), (6,1), (6,2) \}$
- (2)  $\{ (1,4), (1,5), (1,6), (2,4), (2,5), (2,6) \}$
- (3)  $\{ \{1,2,4,5,6\}, \emptyset \}$
- (4)  $\emptyset$

هنا نحضرب A في B يعني عناصر الـ A هي الأول في القوس  
لو طلب منا العكس  $B \times A$  سيكون الحل هو الخيار الثاني

إذا كانت  $A = \{1, 2\}$  ،  $B = \{3, 4\}$  ، فإن  $A \times B$  :

(1)  $\{\{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}\}$

(2)  $\{\{3, 1\}, \{3, 2\}, \{4, 1\}, \{4, 2\}\}$

(3)  $\{\{1, 2\}, \emptyset\}$  /

(4)  $\{\{1\}, \{2\}, \emptyset\}$  /

إذا كانت  $A = \{-2, 1\}$  ،  $B = \{-3, 1, 4\}$  ، فإن  $B \times A$  :

(1)  $\{(-2, -3), (-2, 1), (-2, 4), (1, -3), (1, 1), (1, 4)\}$  /

(2)  $\{(-3, -2), (-3, 1), (1, -2), (1, 1), (4, -2), (4, 1)\}$  / ب

(3)  $\{-2, 1, -3, 1, 4\}$  / ج

(4)  $\{\{1\}, \{2\}, \emptyset\}$  / د

هنا نحضرب B في A يعني عناصر الـ B هي الأول في القوس  
لو طلب منا العكس  $A \times B$  سيكون الحل هو الخيار الأول

المجموعة  $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$  هي :-

(1) مجموعة الأعداد الصحيحة

(2) مجموعة الأعداد الطبيعية

(3) مجموعة الأعداد النسبية

(4) مجموعة الأعداد غير النسبية

مجموعة الأعداد الصحيحة هي كل الأعداد السالبة والموجبة مع الصفر

المجموعة  $Z = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  هي :-

(1) مجموعة الأعداد الصحيحة

(2) مجموعة الأعداد الطبيعية

(3) مجموعة الأعداد النسبية

(4) مجموعة الأعداد غير النسبية

هي نفس السؤال اللي فوق بس فصل الأرقام

المجموعة  $Z = \{a/b, a, b \in z; b \neq 0\}$  هي :-

(1) مجموعة الأعداد الصحيحة

(2) مجموعة الأعداد الطبيعية

(3) مجموعة الأعداد النسبية

(4) مجموعة الأعداد غير النسبية

حنكتب المعادلات علشان نحلها

$$X+1=3 \rightarrow X=3-1=2$$

$$Y-1/4=3/4 \rightarrow Y=3/4+1/4=4/4=1$$

$$\text{إذا } x=2 \text{ و } y=1$$

أوجد قيم  $x$  و  $y$  التي تحقق المعادلة  $(x+1, y-\frac{1}{4}) = (3, \frac{3}{4})$  :-

(1)  $X=2, y=1$

(2)  $X=4, y=1$

(3)  $X=2, y=4$

(4)  $X=3, y=2$

## المحاضرة الثالثة

المدى هي الأرقام في الخانة الثانية من القوس مثلا (2,3) المدى  
يكون 3

أوجد مدى العلاقة  $R = \{(-2, 0), (-1, -1), (2, -2), (4, 3)\}$

(1)  $\{0, -1, -2, 3\}$

(2)  $\{-2, -1, 2, 3\}$

(3)  $\{0, 3, 4\}$

(4)  $\{1, -1, 2, -2\}$

أوجد مدى العلاقة  $R = \{(-6, -1), (-5, -9), (-3, -7), (-1, 7), (-6, -9)\}$

(1)  $\{-6, -5, -3, -1\}$

(2)  $\{-9, -7, -1, 7\}$

(3)  $\{-6, -5, -3, 1\}$

(4)  $\{-6, -5, -3, -7\}$

درجة دالة كثيرة الحدود  $F(X) = 2 - 3X + X^3$  هي :-

- (1) الأولى
- (2) الثانية
- (3) **الثالثة**
- (4) الصفرية

دا أسهل سؤال نشوف اكبر أس كم ويصير نفس الدرجة هنا أكبر أس 3 يعني الدرجة الثالثة وتسمى دالة تكعيبية  
الدالة اللي اسها 1 تسمى دالة من الدرجة الأولى او الدالة الخطية  
الدالة اللي فقط قيمة ثابتة بدون x حتكون دالة ثابتة أو الصفرية  
الدالة اللي اسها 2 تسمى دالة تربيعية او دالة من الدرجة الثانية

درجة دالة كثيرة الحدود  $F(X) = 2 - 3x^5 + X^3$  هي :-

- (1) الأولى
- (2) الثانية
- (3) **الخامسة**
- (4) الصفرية

نشىل الاكس ونعوض بالقيمة المطلوبة (2c-3)

$$f(2c - 3) = (2c - 3)^2 + 2(2c - 3) - 3 =$$

طبعا نفاك التربيع بدا القانون (مربع الأول - 2×الأول×الثاني + مربع الثاني)

$$(2c - 3)^2 = (4c^2 - 2 \times 2c \times 3 + 9) = 4c^2 - 12c + 9$$

$$= 4c^2 - 12c + 9 + 4c - 6 - 3 = 4c^2 - 8c + 9 - 9 = 4c^2 - 8c$$

للدالة  $F(X) = x^2 + 2x - 3$  أوجد  $f(2c - 3)$  :-

$$4c^2 - 12c - 18 \quad (1)$$

$$\underline{4c^2 - 8c} \quad (2)$$

$$4c^2 - 12c \quad (3)$$

$$4c^2 - 16c \quad (4)$$

للدالة  $F(X) = x^2 + 4x - 3$  أوجد  $f(2)$  :-

$$7 \quad (1)$$

$$\underline{9} \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$12 \quad (4)$$

نشىل الاكس ونعوض بالقيمة المطلوبة (2)

$$f(2) = (2)^2 + 4(2) - 3 = 4 + 8 - 3 = 9$$

إذا كانت  $F(x) = x + 7$  ،  $g(x) = x^2 + 4$  فإن :

-1 (g - f) (x) تساوي :-

$$\underline{x^2 - x - 3} \quad (1)$$

$$x^2 - x + 11 \quad (2)$$

$$x^2 + x + 11 \quad (3)$$

$$x^2 + x - 3 \quad (4)$$

هنا طلب دالة g - f يعني نكتب دالة ال g أول ونطرح منها الدالة الثانية

$$(g - f) (x) = x^2 + 4 - (x + 7) = x^2 + 4 - x - 7 = \underline{x^2 - x - 3}$$

أوجد (gof) (x) تساوي :

$$x^2 + 14x + 49 \quad (1)$$

$$x^2 + 49 \quad (2)$$

$$\underline{x^2 + 14x + 53} \quad (3)$$

$$x^2 + 53 \quad (4)$$

هنا طلب دالة gof يعني دالة g بعد f نجيب دالة f أول

$$g(f(x)) = g(x+7) = (x + 7)^2 + 4 = x^2 + 14x + 49 + 4 = \underline{x^2 + 14x + 53}$$

إذا كانت  $F(x) = x^2 + 3x$  ،  $g(x) = x + 2$  فإن :

-1 (f + g) (x) تساوي :-

$$x^2 - 5x - 2 \quad (1)$$

$$\underline{x^2 + 4x + 2} \quad (2)$$

$$x^2 + 2x + 5 \quad (3)$$

$$x^2 + 3x + 2 \quad (4)$$

هنا طلب دالة f + g

$$(f + g) (x) = x^2 + 3x + (x + 2) = \underline{x^2 + 4x + 2}$$

-2 (f × g) (x) تساوي :-

$$x^3 + x^2 + 5x \quad (1)$$

$$x^3 + 5x^2 - 6x \quad (2)$$

$$\underline{x^3 + 5x^2 + 6x} \quad (3)$$

$$x^3 + 2x^2 + 6x \quad (4)$$

هنا طلب دالة ضرب يعني نضرب كل عنصر في الدالة الأولى فيعناصر الدالة الثانية

$$(f \times g) (x) = (x^2 + 3x) \times (x + 2) = (x^2 \times x) + (x^2 \times 2) + (3x \times x) + (3x \times 2) = x^3 + 2x^2 + 3x^2 + 6x = \underline{x^3 + 5x^2 + 6x}$$

-3 اوجد ( fog ) تساوي :

- 16 (1)  
12 (2)  
**28 (3)**  
14 (4)

هنا طلب دالة fog(2) يعني نعوض في دالة g برقم 2 والنتاج نعوض في دالة f

$$f(g(2)) = g(2) = 2+2=4$$

$$f(4) = (4)^2 + 3(4) = 16 + 12 = 28$$

إذا كانت  $F(x) = x^2 - 3x$  ،  $g(x) = x + 2$  فإن :

-1 ( f + g ) ( x ) تساوي :-

- $x^2 - 2x + 2$  (1)**  
 $x^2 - 2x - 2$  (2)  
 $x^2 + 2x + 2$  (3)  
 $x^2 + 2x - 2$  (4)

هنا طلب دالة f + g

$$(f+g)(x) = x^2 - 3x + (x+2) = x^2 - 2x + 2$$

-2 ( f × g ) ( x ) تساوي :-

- $x^3 + x^2 + 6x$  (1)  
 $x^3 + x^2 - 6x$  (2)  
 **$x^3 - x^2 - 6x$  (3)**  
 $x^3 - x^2 + 6x$  (4)

هنا طلب دالة ضرب يعني نضرب كل عنصر في الدالة الأولى فيعناصر الدالة الثانية

$$(f \times g)(x) = (x^2 - 3x) \times (x+2) = (x^2 \times x) + (x^2 \times 2) - (3x \times x) - (3x \times 2) = x^3 + 2x^2 - 3x^2 - 6x = x^3 - x^2 - 6x$$

-3 اوجد ( fog ) تساوي :

- 15 (1)  
25 (2)  
40 (3)  
**10 (4)**

هنا طلب دالة fog(3) يعني نعوض في دالة g برقم 3 والنتاج نعوض في دالة f

$$f(g(3)) = g(3) = 3+2=5$$

$$f(5) = (5)^2 - 3(5) = 25 - 15 = 10$$

-3 اوجد ( fog ) تساوي :

- 16 (1)  
12 (2)  
28 (3)  
**4 (4)**

هنا طلب دالة fog(2) يعني نعوض في دالة g برقم 2 والنتاج نعوض في دالة f

$$f(g(2)) = g(2) = 2+2=4$$

$$f(4) = (4)^2 - 3(4) = 16 - 12 = 4$$

إذا كانت  $F(x) = x^2 - 7x + 2$  ،  $g(x) = x + 4$  فإن :

-1 ( f - g ) ( x ) تساوي :-

- $x^2 - 6x + 6$  (1)  
 **$x^2 - 8x - 2$  (2)**  
 $x^2 - 8x + 2$  (3)  
 $x^2 - 6x - 2$  (4)

هنا طلب دالة f - g يعني نكتب دالة ال f أول ونطرح منها الدالة الثانية

$$(f - g)(x) = x^2 - 7x + 2 - (x+4) = x^2 - 7x + 2 - x - 4 = x^2 - 8x - 2$$

-2 اوجد ( fog ) ( x ) تساوي :

- $x^2 + x - 10$  (1)  
 $x^2 + x + 10$  (2)  
 **$x^2 + x - 12$  (3)**  
 $x^2 - 7x + 6$  (4)

هنا طلب دالة fog(x) يعني دالة f بعد g نجيب دالة g اول

$$f(g(x)) = f(x+4) = (x+4)^2 - 7(x+4) + 2 = x^2 + 8x + 16 - 7x - 28 = x^2 + x - 12$$

إذا كانت  $y = 2x + 3$  فإن معكوس الدالة هو :-

- $X = 2y + 3$  (1)  
 $X = y - 3$  (2)  
 **$X = (y-3)/2$  (3)**  
 $X = 2y - 3$  (4)

معكوس الدالة اننا نجيب نفس المعادلة بس نحط ال X بدل Y

$$y = 2x + 3 \rightarrow y - 3 = 2x \rightarrow x = \frac{y-3}{2}$$

إذا كانت  $f(x) = \frac{x-4}{3}$  فإن معكوسها هي :-

$$f^{-1}(x) = 3x - 4 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = 4x - 3 \quad (1)$$

$$f^{-1}(x) = 4x + 4 \quad (2)$$

$$\underline{f^{-1}(x) = 3x + 4} \quad (3)$$

$$y = \frac{x-4}{3} \rightarrow 3y = x-4 \rightarrow x = 3y+4 \rightarrow \underline{f^{-1}(x) = 3x+4}$$

معكوس الدالة نحل المعادلة نخط  $y$  بدل  $f(x)$

أوجد معكوس الدالة  $f(x) = 2x - 5$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{5} \quad /أ (1)$$

$$f^{-1}(x) = x + 5 \quad /ب (2)$$

$$f^{-1}(x) = x - 5 \quad /ج (3)$$

$$\underline{f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}} \quad (4)$$

$$y = 2x - 5 \rightarrow y + 5 = 2x \rightarrow x = \frac{y+5}{2} \rightarrow \underline{f^{-1}(x) = \frac{x+5}{2}}$$

معكوس الدالة نحل المعادلة نخط  $y$  بدل  $f(x)$

إذا كانت  $F(x) = 3x + 5$  ،  $g(x) = x^2 + 1$  فإن :

-1  $(g - f)(x)$  تساوي :-

$$x^2 + 4 \quad (1)$$

$$\underline{x^2 - 3x - 4} \quad (2)$$

$$x^2 + 3x + 4 \quad (3)$$

$$x^2 + 6x - 2 \quad (4)$$

هنا نطلب دالة  $g - f$  يعني نكتب دالة ال  $g$  أول ونطرح منها الدالة الثانية

$$(g - f)(x) = x^2 + 1 - (3x+5) = x^2 + 1 - 3x - 5 = \underline{x^2 - 3x - 4}$$

-2  $(f + g)(x)$  تساوي :-

$$x^2 + 4 \quad (1)$$

$$x^2 - 3x - 4 \quad (2)$$

$$x^2 + 3x + 4 \quad (3)$$

$$\underline{x^2 + 3x + 6} \quad (4)$$

هنا نطلب دالة  $f + g$

$$(f + g)(x) = 3x + 5 + (x^2 + 1) = 3x + 6 + x^2 = \underline{x^2 + 3x + 6}$$

## المحاضرة الرابعة

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $(3, 4)$  و  $(6, 5)$  :

$$3- \quad (1)$$

$$\underline{1/3} \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-1/3 \quad (4)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 4}{6 - 3} = \frac{1}{3}$$

حنيب الميل المار بنقطتين بالتعويض في دي المعادلة

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $(4, 3)$  و  $(7, 4)$  :

$$3- \quad (1)$$

$$\underline{1/3} \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-1/3 \quad (4)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 3}{7 - 4} = \frac{1}{3}$$

أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين  $(1, 3)$  و  $(3, 7)$  :

$$\underline{2} \quad (1)$$

$$1/5 \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$1/2 \quad (4)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$$

ميل المستقيم الذي يوازي محور السينات يساوي :-

ميل المستقيم الذي يوازي محور السينات = صفر  
ميل المستقيم الذي يوازي محور الصادات = ∞

- (1) 1  
(2) 1/2  
(3) ∞  
(4) 0

اوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته  $2x + 4y - 7 = 0$

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

ال a معامل ال x  
ال b معامل ال y

- (1) 2  
(2) -1/2  
(3) -2  
(4) -4/7

اوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين (1, 4) و (3, 6) :

$$\text{معادلة المستقيم المار بنقطتين هي } \frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

نعوض في المعادلة

$$\frac{y-4}{x-1} = \frac{6-4}{3-1} \rightarrow \frac{y-4}{x-1} = 1 \rightarrow y-4 = x-1 \rightarrow y = x+3$$

- (1) y = x + 3  
(2) y = x - 3  
(3) y = x + 5  
(4) y = x - 5

معادلة المستقيم المار بالنقطة (2,2) و ميله (m=2)

$$\text{معادلة المستقيم المار بنقطة وميل هي } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$y - 2 = 2(x - 2) \rightarrow y - 2 = 2x - 4 \rightarrow y = 2x - 2$

- (1) y = -2x + 6  
(2) y = 2x - 2  
(3) y = 2x - 6  
(4) y = 2x + 2

معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل و ميله (m=2)

$$\text{معادلة المستقيم المار بنقطة وميل هي } y - y_1 = m(x - x_1)$$

نقطة الأصل هي (0,0)

$$y - 0 = 2(x - 0) \rightarrow y = 2x \rightarrow y = 2x$$

- (1) 2y = -2x + 2  
(2) y = 2x + 1  
(3) y = x  
(4) y = 2x

اوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (0, 0) و ميله 2 :-

نفس السؤال السابق بس هنا اعطانا النقطة

$$\text{معادلة المستقيم المار بنقطة وميل هي } y - y_1 = m(x - x_1)$$

$y - 0 = 2(x - 0) \rightarrow y = 2x \rightarrow y = 2x$

- (1) y = 2x  
(2) y = x  
(3) y = -2x  
(4) 2y = -2x + 2

اوجد معادلة المستقيم الذي ميله (m = -2) ومقطوعه الصادي b = 3

$$\text{معادلة المستقيم الذي ميله m ويقطع من المحور الصادي b هي } y = mx + b$$

$y = -2x + 3$

- (1) y = -2x - 3  
(2) y = 3x + 2  
(3) y = 3x - 2  
(4) y = -2x + 3

اوجد معادلة المستقيم الذي ميله (m = 1) ومقطوعه الصادي b = 3 :-

$$\text{معادلة المستقيم الذي ميله m ويقطع من المحور الصادي b هي } y = mx + b$$

$y = x + 3$

- (1) y = x - 3  
(2) y = 3x + 1  
(3) y = 3x - 1  
(4) y = x + 3

أوجد معادلة المستقيم الذي ميله  $(m=3)$  ومقطوعه الصادي  $b=-2$

$$y = -2x + 3 \quad (1)$$

$$y = 3x + 2 \quad (2)$$

$$y = 3x - 2 \quad (3)$$

$$y = 3x + 3 \quad (4)$$

معادلة المستقيم الذي ميله  $m$  ويقطع من المحور الصادي  $b$  هي  $y = mx + b$   
 $y = 3x - 2$

الميل  $(m)$  والمقطوع الصادي  $(b)$  للمستقيم الذي معادلته  $y = -x + 2$  :-

$$m=2, b=-1 \quad (1)$$

$$m=-1, b=2 \quad (2)$$

$$m=1, b=-2 \quad (3)$$

$$m=-2, b=1 \quad (4)$$

المعادلة  $y = mx + b \rightarrow y = -x + 2$   
 من المعادلة مباشرة نطلع ال  $m$  وال  $b$   $m = -1, b = 2$

الميل  $(m)$  والمقطوع الصادي  $(b)$  للمستقيم الذي معادلته  $2x + 3y = 6$  :-

$$m=-2/3, b=2 \quad (1)$$

$$m=3/4, b=2 \quad (2)$$

$$m=2/3, b=2 \quad (3)$$

$$m=3, b=2 \quad (4)$$

هنا جابها بطريقة غير مباشرة يعني نحل المعادلة أول وبعدين نطلع القيم  
 $2x + 3y = 6 \rightarrow 3y = -2x + 6 \rightarrow y = \frac{-2}{3}x + 2$

معادلة المستقيم الذي يقطع من محور السينات جزءا طوله 3 وحدات ومن محور الصادات جزءا طوله 2 وحدة هي :-

$$2x + 3y = 6 \quad (1)$$

$$x + y = 6 \quad (2)$$

$$2x + 3y = 1 \quad (3)$$

$$3x + 2y = 6 \quad (4)$$

معادلة المستقيم الذي يقطع جزءا من المحور السيني والصادي هي  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$   
 عندنا في السؤال  $a = 3, b = 2$  نعوض ونحل المعادلة

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \rightarrow \frac{2x}{6} + \frac{3y}{6} = 1 \rightarrow 2x + 3y = 6$$

معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(1, 1)$  ويوازي المستقيم  $2x - y = 3$  :

$$y = 2x + 1 \quad (1)$$

$$y = 2x + 3 \quad (2)$$

$$y = 2x - 1 \quad (3)$$

$$y = 2x - 3 \quad (4)$$

هنا لازم نطلع الميل علشان نعرف المعادلة طيب هو قلنا انه يوازي المستقيم واعطانا المعادلة  
 ومعروف طالما انه يوازي معناه  $m_1 = m_2$  يعني نستخرج الميل من المستقيم الموازي

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-2}{-1} = 2$$

خلاص عندنا ميل ونقطة نستخدم دي المعادلة  $y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $y - 1 = 2(x - 1) \rightarrow y - 1 = 2x - 2 \rightarrow y = 2x - 1$

معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(3, 3)$  ويوازي المستقيم  $3x - y = 6$  :

$$y = 3x + 6 \quad (1)$$

$$y = 3x + 12 \quad (2)$$

$$y = 3x - 12 \quad (3)$$

$$y = 3x - 6 \quad (4)$$

نستخرج الميل من المستقيم الموازي

$$m = \frac{-a}{b} = \frac{-3}{-1} = 3$$

خلاص عندنا ميل ونقطة نستخدم دي المعادلة  $y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $y - 3 = 3(x - 3) \rightarrow y - 3 = 3x - 9 \rightarrow y = 3x - 6$

معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة  $(2, 3)$  وعمودي على المستقيم  $y = -3x + 4$  :-

$$y = \frac{1}{3}x + 1 \quad (1)$$

$$y = 3x - 7 \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{3}x + 3 \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{3}x - 1 \quad (4)$$

نستخرج الميل من المستقيم العمودي بدا القانون  $m_1 \times m_2 = -1$   
 الميل الأول من المعادلة نستخرجه مباشرة  $m_1 = -3 \rightarrow -3 \times m_2 = -1 \rightarrow m_2 = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$

خلاص عندنا ميل ونقطة نستخدم دي المعادلة  $y - y_1 = m(x - x_1)$   
 $y - 2 = \frac{1}{3}(x - 3) \rightarrow y - 2 = \frac{1}{3}x - 1 \rightarrow y = \frac{1}{3}x + 1$

## المحاضرة الخامسة

نحل المتباينة زي المعادلة

$$4x - 3 > 9$$

$$4x > 9 + 3$$

$$x > \frac{12}{4} \rightarrow x > 3$$

طبعاً طالما الإشارة أكبر من غير يساوي إذا الفترة مفتوحة لأنه رقم 3 ما يدخل في قيمة الأعداد وتكون من الـ 3 الـ لانهاية موجبة

حل المتباينة  $9 > 4x - 3$  :-

(1)  $(-\infty, 12)$

(2)  $(-\infty, 3)$

(3)  $(3, \infty)$

(4)  $[-\infty, 3]$

حل المتباينة  $4x - 3 < 9$  هو :-

(1)  $(-\infty, 1)$

(2)  $(-\infty, 3)$

(3)  $(3, \infty)$

(4)  $[-1, 1]$

$$4x - 3 < 9$$

$$4x < 9 + 3 \rightarrow x < \frac{12}{4} = 3$$

نفس التمرين السابق بس الدكتور غير الإشارة فراح تتغير الفترة من موجب لانهاية الى سالب لانهاية

حل المتباينة  $10 < 3x - 5$  هو :-

(1)  $(-\infty, \frac{5}{3})$

(2)  $(-\infty, 5)$

(3)  $(5, \infty)$

(4)  $(-\frac{5}{3}, \infty)$

$$3x - 5 < 10$$

$$3x < 10 + 5 \rightarrow 3x < 15 \rightarrow x < \frac{15}{3} = 5$$

حل المتباينة  $11 > 5x - 6$  :-

(1)  $(-\infty, 3.4)$

(2)  $(3.4, \infty)$

(3)  $(1, \infty)$

(4)  $(-\infty, 1)$

$$5x - 6 > 11$$

$$5x > 11 + 6 \rightarrow 5x > 17 \rightarrow x > \frac{17}{5} = 3.4$$

حل المتباينة  $1 < 3x - 2$  هو :-

(1)  $(-\infty, 12)$

(2)  $(-\infty, 3)$

(3)  $(1, \infty)$

(4)  $[-\infty, 3]$

$$3x - 2 < 1$$

$$3x < 1 + 2 \rightarrow x < \frac{3}{3} = 1$$

حل المتباينة  $5 < 3x - 1 < 2$  هو :

(1)  $(1, 2)$

(2)  $(3, 6)$

(3)  $[3, 6]$

(4)  $[1, 2]$

$$2 < 3x - 1 < 5$$

$$2 + 1 < 3x < 5 + 1$$

$$\frac{3}{3} < x < \frac{6}{3}$$

$$1 < x < 2$$

حل المتباينة  $4 \leq 2x + 2 \leq 10$  هو :

(1)  $(2, 8)$

(2)  $[1, 4]$

(3)  $(1, 4)$

(4)  $[2, 8]$

$$4 \leq 2x + 2 \leq 10$$

$$4 - 2 \leq 2x \leq 10 - 2$$

$$\frac{2}{2} \leq x \leq \frac{8}{2}$$

$$1 \leq x \leq 4$$

هنا الفترة حثكون مغلقة بسبب إشارة او يساوي [1,4]

حل المتباينة  $3 \leq 2x + 1 \leq 5$  هو :

$$\begin{aligned} 3 &\leq 2x + 1 \leq 5 \\ 3 - 1 &\leq 2x \leq 5 - 1 \\ \frac{2}{2} &\leq x \leq \frac{4}{2} \\ 1 &\leq x \leq 2 \end{aligned}$$

هنا الفترة حثكون مغلقة بسبب اشارة يساوي [1,2]

- (1) [1,2]  
(2) [1,2]  
(3) (1,2)  
(4) (1, 2]

حل المتباينة  $5 \leq 2x + 3 \leq 7$  هو :

$$\begin{aligned} 5 &\leq 2x + 3 \leq 7 \\ 5 - 3 &\leq 2x \leq 7 - 3 \\ \frac{2}{2} &\leq x \leq \frac{4}{2} \\ 1 &\leq x \leq 2 \end{aligned}$$

هنا الفترة حثكون مغلقة بسبب اشارة يساوي [1,2]

- (1) [1,2]  
(2) [1,2]  
(3) (1,2)  
(4) (1, 2]

حل المتباينة  $10 \leq 2x + 4 \leq 12$  هو :

$$\begin{aligned} 10 &\leq 2x + 4 \leq 12 \\ 10 - 4 &\leq 2x \leq 12 - 4 \\ \frac{6}{2} &\leq x \leq \frac{8}{2} \\ 3 &\leq x \leq 4 \end{aligned}$$

هنا الفترة حثكون مغلقة بسبب اشارة يساوي [3,4]

- (1) (-3,-4)  
(2) [3,4]  
(3) (3,4)  
(4) [-3,-4]

حل المتباينة  $|x + 3| \leq 1$  هو :-

من قوانين القيمة المطلقة اذا كانت  $|x| \leq a$  تكافئ  $-a \leq x \leq a$

$$\begin{aligned} -1 &\leq x + 3 \leq 1 \\ -1 - 3 &\leq x \leq 1 - 3 \\ -4 &\leq x \leq -2 \end{aligned}$$

- (1) (-∞,∞)  
(2) (-4,-2)  
(3) (1,3)  
(4) [-4,-2]

حل المتباينة  $|\frac{3x+1}{2}| \leq 1$  هو :-

من قوانين القيمة المطلقة اذا كانت  $|x| \leq a$  تكافئ  $-a \leq x \leq a$

$$\begin{aligned} -1 &\leq \frac{3x+1}{2} \leq 1 \\ -2 &\leq 3x+1 \leq 2 \\ -2 - 1 &\leq 3x \leq 2 - 1 \\ -\frac{3}{3} &\leq x \leq \frac{1}{3} \rightarrow -1 \leq x \leq \frac{1}{3} \end{aligned}$$

- (1) [-3,1]  
(2) (-1,  $\frac{1}{3}$ )  
(3) (-3,1)  
(4) [-1,  $\frac{1}{3}$ ]

حل المتباينة  $|3x| > 12$  هو :-

من قوانين القيمة المطلقة اذا كانت  $|x| > a$  تكافئ  $x < -a$  أو  $x > a$

$$\begin{aligned} 3x > 12 &\rightarrow x > \frac{12}{3} \rightarrow x > 4 \rightarrow (4, \infty) \\ \text{أو} \\ 3x < -12 &\rightarrow x < -\frac{12}{3} \rightarrow x < -4 \rightarrow (-\infty, -4) \end{aligned}$$

طالما فترتين فحيكون الحل اتحاد الفترتين

- (1) (-4,4)  
(2) (-∞,-4]U [4,∞)  
(3) [-4,4]  
(4) (-∞,-4)U(4,∞)

حل المتباينة  $|x + 2| < 1$  هو :-

من قوانين القيمة المطلقة اذا كانت  $|x| < a$  تكافئ  $-a < x < a$

$$\begin{aligned} -1 &< x + 2 < 1 \\ -1 - 2 &< x < 1 - 2 \\ -3 &< x < -1 \end{aligned}$$

- (1) (-∞,-3)  
(2) (-3,-1)  
(3) (1,3)  
(4) (-∞, -1)

$$\begin{aligned} \text{من قوانين القيمة المطلقة إذا كانت } |x| \leq a \text{ تكافئ } -a \leq x \leq a \\ -2 \leq x - 1 \leq 2 \\ -2 + 1 \leq x \leq 2 + 1 \\ -1 \leq x \leq 3 \end{aligned}$$

حل المتباينة  $|x - 1| \leq 2$  هو :-

- (1)  $(-\infty, 3)$
- (2)  $(-1, -3)$
- (3)  $(-1, \infty)$
- (4)  **$[-1, 3]$**

$$\begin{aligned} \text{من قوانين القيمة المطلقة إذا كانت } |x| \leq a \text{ تكافئ } -a \leq x \leq a \\ -4 \leq 2x - 2 \leq 4 \\ -4 + 2 \leq 2x \leq 4 + 2 \\ \frac{-2}{2} \leq x \leq \frac{6}{2} \rightarrow -1 \leq x \leq 3 \end{aligned}$$

حل المتباينة  $|2x - 2| \leq 4$  هو :-

- (1)  $(-\infty, 3)$
- (2)  $(-1, 3)$
- (3)  $(-1, \infty)$
- (4)  **$[-1, 3]$**

$$\begin{aligned} 2x + 3 \leq 7 \\ 2x \leq 7 - 3 \rightarrow x \leq \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

حل المتباينة  $2x + 3 \leq 7$  هو :

- (1)  $[2, \infty)$
- (2)  $[1, 2]$
- (3)  $(1, 2)$
- (4)  **$(-\infty, 2]$**

$$\begin{aligned} \text{من قوانين القيمة المطلقة إذا كانت } |x| < a \text{ تكافئ } -a < x < a \\ -7 < 2x - 3 < 7 \\ -7 + 3 < 2x < 7 + 3 \\ -\frac{4}{2} < x < \frac{10}{2} \rightarrow -2 < x < 5 \end{aligned}$$

حل المتباينة  $|2x - 3| < 7$  هو :-

- (1)  **$(-2, 5)$**
- (2)  $[-2, 5)$
- (3)  $(-2, 5]$
- (4)  $[-2, 5]$

## المحاضرة السادسة

تعتبر الدالة زوجية إذا كانت  $f(x) = f(-x)$  نعوض في المعادلة إذا تساوى صارت زوجية  
 $f(-x) = 3(-x^3) - 4(-x) = -3x^3 + 4 \neq f(x)$   
 إذا الدالة غير زوجية نجرب في قانون الدالة الفردية  
 $f(-x) = -f(x)$   
 $-3x^3 + 4 = -3x^3 + 4$   
 طالما تساوى الطرفين إذا الدالة فردية

هل الدالة  $f(x) = 3x^3 - 4x$  دالة :

- (1) **فردية**
- (2) زوجية
- (3) زوجية وفردية
- (4) ليست زوجية وليست فردية

تعتبر الدالة زوجية إذا كانت  $f(x) = f(-x)$  نعوض في المعادلة إذا تساوى صارت زوجية  
 $f(-x) = (-x^4) + -x^2 = x^4 + x^2 = f(x)$   
 إذا الدالة زوجية  
 طبعاً الأس الزوجي يلغى الإشارة السالبة بعكس الأس الفردي .

هل الدالة  $f(x) = x^4 + x^2$  دالة :

- (1) فردية
- (2) **زوجية**
- (3) زوجية وفردية
- (4) ليست زوجية وليست فردية

الدالة الضمنية هي التي تكون الـ  $x$  والـ  $y$  في نفس الطرف والطرف الثاني عدد ثابت  
 الدالة الصريحة هي التي تكون على شكل  $y = 2x + 3$   
 كل متغير في طرف

تعتبر الدالة  $f(x) = x^2 + y^2 = 25$  دالة :

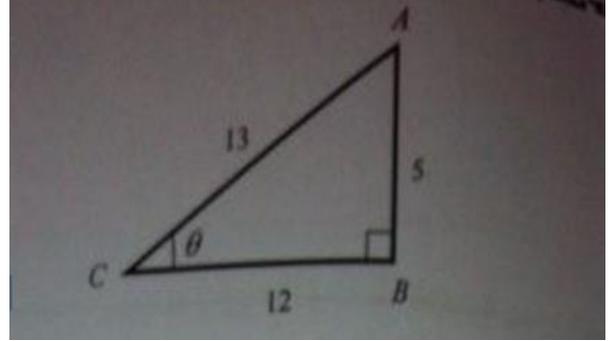
- (1) دالة صريحة
- (2) **دالة ضمنية**
- (3) لا صريحة ولا ضمنية
- (4) دالة تكعيبية

الدالة  $f(x) = \ln x$  دالة لوغاريتمية أساسها :-

- (1) 10  
(2) 1  
(3) e  
(4) 100

والدالة  $f(x) = \log(x)$  أساسها 10  
دي قوانين تحفظ

مستعينا بالشكل أدناه أجب عن الفقرتين التاليتين :-



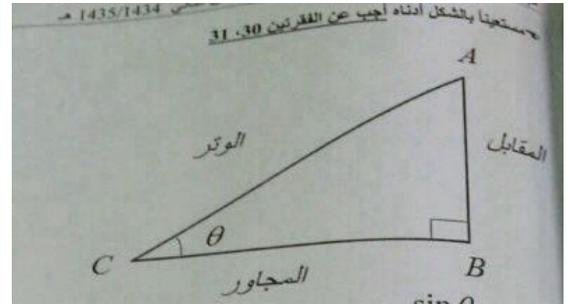
$$\sin \theta = -1$$

- (1)  $\frac{5}{12}$   
(2)  $\frac{5}{13}$   
(3)  $\frac{12}{13}$   
(4)  $\frac{12}{5}$

$$\cos \theta = -1$$

- (1)  $\frac{5}{12}$   
(2)  $\frac{5}{5}$   
(3)  $\frac{12}{13}$   
(4)  $\frac{12}{5}$

مستعينا بالشكل أدناه أجب عن الفقرتين التاليتين :-



$$\sin \theta = -1$$

- (1)  $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$   
(2)  $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

$$\cos \theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

(3) المجاور  
الوتر(4) المجاور  
المقابل $\tan \theta = -2$ (1) المقابل  
المجاور(2) المقابل  
الوتر(3) المجاور  
الوتر(4) المجاور  
المقابل

وهناك دوال تعرف بواسطة هاتين الدالتين مثل:

(iii)  $y = \tan x \quad \left( \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}, \cos x \neq 0 \right)$

(iv)  $y = \sec x \quad \left( \sec x = \frac{1}{\cos x}, \cos x \neq 0 \right)$

(v)  $y = \csc x \quad \left( \csc x = \frac{1}{\sin x}, \sin x \neq 0 \right)$

(vi)  $y = \cot x \quad \left( \cot x = \frac{\cos x}{\sin x}, \sin x \neq 0 \right)$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

إذا كان  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  فإن  $\csc \theta =$  :-(1)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (3)  $\sqrt{3}$ (4)  $\frac{1}{2}$ إذا كان  $\sin \theta = \frac{3}{5}$  و  $\cos \theta = \frac{4}{5}$  فإن  $\tan \theta =$ (1)  $\frac{3}{4}$ (2)  $\frac{4}{3}$ (3)  $\frac{5}{4}$ (4)  $\frac{5}{3}$ 

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

إذا كان  $\tan \theta = \frac{15}{8}$  فإن :-1  $\sin \theta$  تساوي(1)  $\frac{8}{15}$  / أ(2)  $\frac{15}{17}$  / ب(3)  $\frac{17}{15}$  / ج(4)  $\frac{15}{8}$  / د

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{15}{8}$$

العدد اللي بسطه 15 هو الصحيح

-2  $\cos \theta$  تساوي :(1)  $\frac{8}{15}$  / أ(2)  $\frac{15}{17}$  / ب(3)  $\frac{17}{15}$  / ج(4)  $\frac{8}{17}$  / د

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{15}{8}$$

العدد اللي بسطه 8 ومقامه ما يكون 15 هو الصحيح

إذا كانت دالة الطلب على سلعة معينة هي  $Q_D = 100 - 5P$  أجب عما يلي  
1- الكمية المطلوبة من هذه السلعة عند  $P=19$  هي :-

- (1) 20 وحدة  
(2) 10 وحدات  
(3) 5 وحدات  
(4) 95 وحدة

تعويض مباشر في الدالة  
 $Q_D = 100 - 5P = 100 - 5 \times 19 = 5$

2- سعر الوحدة إذا كانت الكمية المطلوبة  $Q_D = 50$  يساوي :-

- (1) 10  
(2) 5  
(3) 50  
(4) 20

هنا العكس اعطانا الكمية يبغى السعر  
 $Q_D = 100 - 5P =$   
 $50 = 100 - 5P$   
 $5P = 100 - 50 \rightarrow P = \frac{50}{5} = 10$

إذا كانت دالة الطلب على سلعة معينة هي  $Q_D = 25 - 5P$  أجب عما يلي  
1- الكمية المطلوبة من هذه السلعة عند  $P=3$  هي :-

- (1) 15 وحدة  
(2) 10 وحدات  
(3) 5 وحدات  
(4) 40 وحدة

تعويض مباشر في الدالة  
 $Q_D = 25 - 5P = 25 - 5 \times 3 = 10$

2- سعر الوحدة إذا كانت الكمية المطلوبة  $Q_D = 5$  يساوي :-

- (1) 4  
(2) 5  
(3) 6  
(4) 20

$Q_D = 25 - 5P =$   
 $5 = 25 - 5P$   
 $5P = 25 - 5 \rightarrow P = \frac{20}{5} = 4$

2- سعر الوحدة  $P$  إذا كانت الكمية المطلوبة  $Q_D = 10$  يساوي :-

- (1) 25  
(2) 15  
(3) 10  
(4) 3

$Q_D = 25 - 5P =$   
 $10 = 25 - 5P$   
 $5P = 25 - 10 \rightarrow P = \frac{15}{5} = 3$

إذا كان  $Q_D = 60 - 8P$  أجب عما يلي  
1- قيمة  $Q_D$  عند  $P=6$  هي :-

- (5) 12  
(6) 0  
(7) 48  
(8) 22

تعويض مباشر في الدالة  
 $Q_D = 60 - 8P = 60 - 8 \times 6 = 12$

2- قيمة  $P$  إذا كانت  $Q_D = 20$  يساوي :-

- (5) 4  
(6) 5  
(7) 6  
(8) 20

$Q_D = 60 - 8P =$   
 $20 = 60 - 8P$   
 $8P = 60 - 20 \rightarrow P = \frac{40}{8} = 5$

إذا علمت ان دالة الطلب على سلعة معينة هي  $Q_D = 3p - 4$  ودالة العرض لنفس السلعة هي  $Q_S = 36 - 2P$  أجب عما يلي :-

1- سعر التوازن يساوي :-

- (1) 40  
(2) 10  
(3) 8  
(4) 20

يحدث التوازن عند تساوي كمية الطلب مع العرض يعني  
تساوي الدالتين مع بعض  
 $36 - 2P = 3P - 4$   
 $3P + 2P = 36 + 4 \rightarrow 5P = 40$   
 $P = \frac{40}{5} = 8$

2- الكمية التي يحدث عندها التوازن هي :-

نعوض في أحد الدالتين بالسعر اللي أستخرجناه سابقا

$$Q_D = 3P - 4 = 3 \times 8 - 4 = 20$$

- (1) 20  
(2) 24  
(3) 8  
(4) 36

إذا علمت ان دالة الطلب على سلعة معينة هي  $Q_D = 200 - P$  ودالة العرض لنفس السلعة هي  $Q_S = P - 100$  أجب عما يلي :-

1- سعر التوازن يساوي :-

يحدث التوازن عند تساوي كمية الطلب مع العرض يعني  
نساوي الدالتين مع بعض

$$P - 100 = 200 - P$$

$$P + P = 200 + 100 \rightarrow 2P = 300$$

$$P = 300/2 = 150$$

- (1) 300  
(2) 100  
(3) 150  
(4) 50

2- الكمية التي يحدث عندها التوازن هي :-

نعوض في أحد الدالتين بالسعر اللي أستخرجناه سابقا

$$Q_D = 200 - P = 200 - 150 = 50$$

- (1) 300  
(2) 100  
(3) 150  
(4) 50

إذا علمت ان دالة الطلب على سلعة معينة هي  $Q_D = 3600 - 2P$  ودالة العرض لنفس السلعة هي  $Q_S = 3P - 400$  أجب عما يلي :-

1- سعر التوازن يساوي :-

يحدث التوازن عند تساوي كمية الطلب مع العرض يعني  
نساوي الدالتين مع بعض

$$3P - 400 = 3600 - 2P$$

$$3P + 2P = 3600 + 400 \rightarrow 5P = 4000$$

$$P = 4000/5 = 800$$

- (1) 2000  
(2) 800  
(3) 1600  
(4) 640

2- الكمية التي يحدث عندها التوازن هي :-

نعوض في أحد الدالتين بالسعر اللي أستخرجناه سابقا

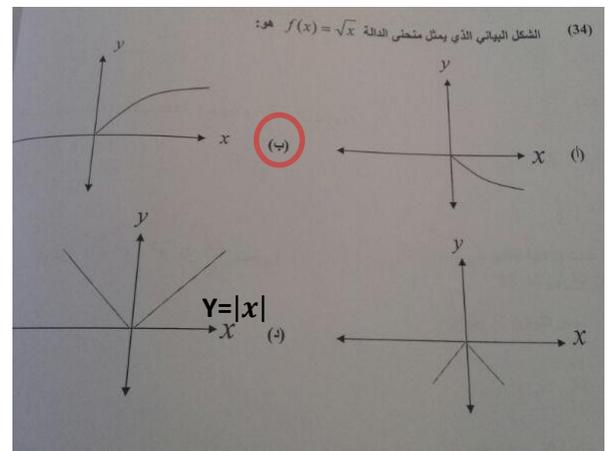
$$Q_S = 3P - 400 = 3 \times 800 - 400 = 2000$$

- (1) 2000  
(2) 800  
(3) 1600  
(4) 640

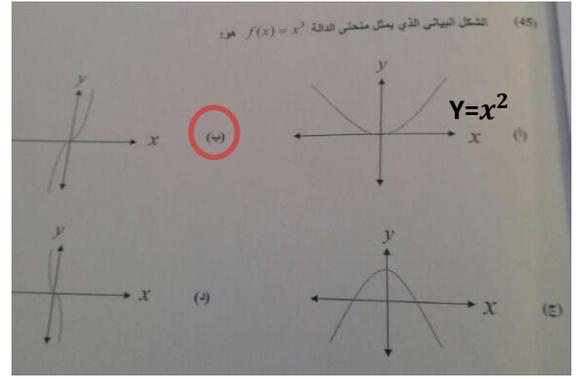
## المحاضرة السابعة

الشكل البياني الذي يمثل منحنى الدالة  $f(x) = \sqrt{x}$  هو :-

الرسمه د كتبت جنبها المعادلة في حال الدكتور غير  
السؤال أ و ج شكل الدالة بعد الازاحة



الشكل البياني الذي يمثل منحنى الدالة  $f(x) = x^3$  هو :-



أوجد مجال الدالة  $f(x) = x^3 + 4x^2 - x + 1$

R (1)

$R^+$  (2)

$R^-$  (3)

$R - \{-2, -3\}$  (4)

بما أن الدالة كثيرة حدود سيكون مجالها R

أوجد مجال الدالة  $F(x) = \sqrt[5]{x}$

$R - \{2\}$  (1)

$R^+$  (2)

R (3)

$[2, \infty)$  (4)

بما أن دليل الجذر فردي على طول المجال R

أوجد مجال الدالة  $F(x) = \sqrt[3]{x+1}$

$R - \{1\}$  (1)

$(1, \infty)$  (2)

R (3)

$[1, \infty)$  (4)

بما أن دليل الجذر فردي على طول المجال R

أوجد مجال الدالة  $F(x) = \sqrt[3]{x-1}$

$R^+$  (1)

$(2, \infty)$  (2)

R (3)

$(-\infty, 2]$  (4)

بما أن دليل الجذر فردي على طول المجال R

أوجد مجال الدالة  $F(x) = \sqrt[5]{x+4}$

$R - \{1\}$  (1)

$(1, \infty)$  (2)

R (3)

$[1, \infty)$  (4)

بما أن دليل الجذر فردي على طول المجال R

مجال الدالة  $f(x) = \frac{x+7}{x^2-1}$  هو

$R - \{1\}$  (1)

$(1, \infty)$  (2)

R (3)

$R - \{-1, 1\}$  (4)

يجب أن لا يكون المقام = صفر ويكون صفر عندما  $x=1$

$$(1)^2 - 1 = 0$$

إذا مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية ما عدا 1 و -1 لأنه تربيع

أوجد مجال الدالة  $f(x) = \begin{cases} x+7, & 1 < x \leq 4 \\ 3x-3, & 4 < x \leq 8 \end{cases}$  هو :-

الدالة معرفة بقاعدتين وهناك قيد بأن  
 $1 < X \leq 8$   
 إذا المجال هو الفترة =  $[1,8]$

- (1)  $[1,8]$   
 (2)  $R$   
 (3)  $[1,8]$   
 (4)  $(1,8)$

يجب أن لا يكون المقام = صفر ويكون صفر عندما  $X=1$   
 $1 - 1 = 0$   
 إذا مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية ما عدا 1

مجال الدالة  $f(x) = \frac{3x+8}{x-1}$  هو :-

- (1)  $R - \{1\}$   
 (2)  $(1, \infty)$   
 (3)  $R$   
 (4)  $[1, \infty)$

يجب أن لا يكون المقام = صفر ويكون صفر عندما  $X=2$   
 $2 - 2 = 0$   
 إذا مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية ما عدا 2

مجال الدالة  $f(x) = \frac{3x+5}{x-2}$  هو

- (1)  $R - \{2\}$  / أ  
 (2)  $(2, \infty)$  / ب  
 (3)  $R$  / ج  
 (4)  $(-2, \infty)$  / د

بسبب وجود اللوغاريتم يجب أن تكون الدالة أكبر من صفر  $2x > 0 \rightarrow x > 0$   
 طالما أكبر الفترة ستكون مفتوحة من الصفر الى مالانهاية  $(0, \infty)$

أوجد مجال الدالة  $F(x) = \log(2x)$

- (1)  $(2,0)$   
 (2)  $[2,0]$   
 (3)  $R$   
 (4)  $(0, \infty)$

بسبب وجود اللوغاريتم يجب أن تكون الدالة أكبر من صفر  $2x - 4 > 0 \rightarrow x > 2$   
 إذا المجال الفترة المفتوحة من 2 الى مالانهاية  $(2, \infty)$

أوجد مجال الدالة  $F(x) = \log(2x-4)$

- (5)  $(0,2)$   
 (6)  $R^+$   
 (7)  $R$   
 (8)  $(2, \infty)$

يجب أن يكون المقدار  $x + 1 \geq 0$  وذلك لوجود الجذر التربيعي إذا  $x \geq -1$   
 إذا المجال هو الفترة  $[-1, \infty)$

أوجد مجال الدالة  $(x) = \sqrt{x+1}$

- (1)  $[-1, \infty)$   
 (2)  $R$   
 (3)  $\{2\} - R$   
 (4)  $(-1, \infty)$

يجب أن يكون المقدار  $x + 2 \geq 0$  وذلك لوجود الجذر التربيعي إذا  $x \geq -2$   
 إذا المجال هو الفترة  $[-2, \infty)$

أوجد مجال الدالة  $(x) = \sqrt{x+2}$

- (1)  $[-2, \infty)$   
 (2)  $R$   
 (3)  $\{2\} - R$   
 (4)  $R^+$

لوجود الجذر التربيعي سجي أن تكون  $x^2 + 4 \geq 0$  وهذا صحيح لجميع قيم  $x$  فالمجال هو  $R$

مجال الدالة  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$  هو :

- (1)  $(5, \infty)$   
 (2)  $R^+$   
 (3)  $(-\infty, 5]$   
 (4)  $R$

مجال الدالة  $f(x) = x^2 + 4$  هو :

- (1)  $(2, \infty)$
- (2)  $R - \{2\}$
- (3)  $(-2, \infty)$
- (4) **R**

لأنها دالة تربيع مجالها هو R

مجال الدالة  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$  هو

- (1) **R - {2}**
- (2)  $(2, \infty)$
- (3) R
- (4)  $(-2, \infty)$

يجب أن لا يكون المقام = صفر ويكون صفر عندما  $x=2$   
 $2 - 2 = 0$   
 إذا مجال الدالة جميع الأعداد الحقيقية ماعدا 2

يمكن الحصول على منحنى  $f(x) = \sqrt{x+3}$  (x) بإزاحة منحنى  $F(x) = \sqrt{x}$  بمقدار :

- (1) 3 وحدات الى اليسار
- (2) 3 وحدات الى اليمين
- (3) 3 وحدات الى اسفل
- (4) **3 وحدات الى اعلى**

دا مرة سهل اذا كانت الدالة من غير قوسين او قيمة مطلقة ويكون الازاحة الى اعلى اذا كان العدد الثابت موجب بنفس مقدار العدد الموجب وتكون الازاحة الى اسفل اذا كان العدد سالب في دا التمرين العدد موجب وقيمته 3 اذا سيكون 3 وحدات الى اعلى

يمكن الحصول على منحنى  $F(x) = x^2 + 3$  بإزاحة منحنى  $F(x) = x^2$  بمقدار :

- (1) 3 وحدات الى اليسار
- (2) 3 وحدات الى اليمين
- (3) 3 وحدات الى اسفل
- (4) **3 وحدات الى اعلى**

نفس الشئ التمرين دا نركز بس على العدد الثابت والاشارة مالنا دخل بالاكس

يمكن الحصول على منحنى  $F(x) = x^3 + 3$  بإزاحة منحنى  $F(x) = x^3$  بمقدار :

- (1) 3 وحدات الى اليسار
- (2) 3 وحدات الى اليمين
- (3) 3 وحدات الى اسفل
- (4) **3 وحدات الى اعلى**

يمكن الحصول على منحنى  $f(x) = (x+4)^2$  (x) بإزاحة منحنى  $F(x) = x^2$  بمقدار :

- (1) **4 وحدات الى اليسار**
- (2) 4 وحدات الى اليمين
- (3) 4 وحدات الى اسفل
- (4) 4 وحدات الى اعلى

هنا الدالة بين قوسين يعني الازاحة تتكون يسار لو الاشارة موجبة ويمين لو الاشارة سالبة هنا الرقم موجب وعدده 4

يمكن الحصول على منحنى الدالة  $F(x) = |x| + 4$  بإزاحة منحنى  $F(x) = |x|$  بمقدار :

- (1) 4 وحدات الى اليسار
- (2) 4 وحدات الى اليمين
- (3) 4 وحدات الى اسفل
- (4) **4 وحدات الى اعلى**

هنا الرقم خارج القيمة المطلقة لو داخلها حياخذ نفس قانون القوس  
 حصير الازاحة 4 وحدات الى اعلى

يمكن الحصول على منحنى الدالة  $f(x) = -x - 3$  ..... :

- (1) انعكاس منحنى الدالة  $f(x) = x^2$  على محور x ثم ازاحته ثلاث وحدات الى اليسار
- (2) انعكاس منحنى الدالة  $f(x) = x^2$  على محور x ثم ازاحته ثلاث وحدات الى اليمين
- (3) **انعكاس منحنى الدالة  $f(x) = x^2$  على محور x ثم ازاحته ثلاث وحدات الى اسفل**
- (4) انعكاس منحنى الدالة  $f(x) = x^2$  على محور x ثم ازاحته ثلاث وحدات الى اعلى

الرقم 3 وسالب يعني الازاحة 3 وحدات الى اسفل

يمكن الحصول على منحنى  $f(x) = x^2 + 3$  بإزاحة منحنى الدالة  $f(x) = x^2$

- (1) 3 وحدات الى اليسار
- (2) 3 وحدات الى اليمين
- (3) 3 وحدات الى اسفل
- (4) 3 وحدات الى اعلى

يمكن الحصول على منحنى  $f(x) = |x - 3|$  بإزاحة منحنى الدالة  $f(x) = |x|$

- (1) 3 وحدات الى اليسار
- (2) 3 وحدات الى اليمين
- (3) 3 وحدات الى اسفل
- (4) 3 وحدات الى اعلى

هنا الرقم داخل القيمة المطلقة وسالب حتصير الازاحة 3 وحدات الى اليمين

يمكن الحصول على منحنى الدالة  $F(x) = x^3 - 7$  بإزاحة منحنى  $F(x) = x^3$  بمقدار :

- (1) 7 وحدات الى اليسار
- (2) 7 وحدات الى اليمين
- (3) 7 وحدات الى اسفل
- (4) 7 وحدات الى اعلى

## المحاضرة الثامنة

$\lim_{x \rightarrow 3} 10$

- (1) 10
- (2) 4
- (3) 8
- (4) 6

مرة سهل اي عدد ثابت بدون الاكس سيكون هو الحل على طول

$\lim_{x \rightarrow 2} 10$

- (1) 10
- (2) 20
- (3) 2
- (4) 0

$\lim_{x \rightarrow 3} 5$

- (1) 16
- (2) 5
- (3) 8
- (4) 6

إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 9$  أجب عن الفقرات التالية

$\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x) - g(x)] = -1$

- (1) 8
- (2) 24
- (3) 0
- (4) 36

دا مرة سهل تعويض مباشر في الدالة

$$\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x) - g(x)] = [3 \times 3 - 9] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - g(x)] = -1$$

- 3 (1)  
-6 (2)  
 2 (3)  
 12 (4)

دا مرة سهل تعويض مباشر في الدالة

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) - g(x)] = [3 - 9] = -6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)] = -2$$

- 12 (1)  
 3 (2)  
 9 (3)  
 2 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)] = [3 + 9] = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) \times g(x)] = -2$$

- 12 (1)  
 18 (2)  
 9 (3)  
27 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) \times g(x)] = [3 \times 9] = 27$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{f(x)} = -3$$

- 1/3 (1)  
 2 (2)  
3 (3)  
 9 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x)]^2 = 4$$

- 9 (1)  
 18 (2)  
81 (3)  
 27 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x)]^2 = [3 \times 3]^2 = 9^2 = 81$$

إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 12$  و  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 4$  أجب عن الفقرات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 3} [3f(x) - g(x)] = -1$$

- 8 (1)  
 16 (2)  
0 (3)  
 4 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 3} [3f(x) - g(x)] = [3 \times 4 - 12] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \times g(x)] = -2$$

- 24 (1)  
 -8 (2)  
 16 (3)  
48 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \times g(x)] = [4 \times 12] = 48$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5g(x)}{f(x)} = -3$$

- 15 (1)  
 16 (2)  
 3 (3)  
 12 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5g(x)}{f(x)} = \frac{5 \times 12}{4} = 15$$

إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 10.5$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -8$  و  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5$  أجب عن الفقرات التالية

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[ -\frac{1}{2} g(x) \times h(x) \right] = -1$$

-84 (1)

42 (2)

84 (3)

-42 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[ -\frac{1}{2} g(x) \times h(x) \right] = \left[ -\frac{1}{2} \times -8 \times 10.5 \right] = 42$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{h(x)}{2f(x)} = -2$$

105 (1)

1.5 (2)

0.5 (3)

1.05 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{h(x)}{2f(x)} = \frac{10.5}{2 \times 5} = 1.05$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 2h(x) + 3g(x) - 2] = -3$$

0 (1)

26 (2)

-26 (3)

52 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 2h(x) + 3g(x) - 2] = [5 + 2 \times 10.5 + 3 \times -8 - 2] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{x^2 + 2x}$$

2 (1)

4 (2)

8 (3)

3 (4)

نعوض في الأक्स بالقيمة المعطاة

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{(2)^2 + 2(2)} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{x^2 + 5} =$$

7 (1)

$\sqrt[3]{9}$  (2)

$\sqrt[3]{9}$  (3)

3 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{(2)^2 + 5} = \sqrt[3]{9}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt[3]{x^2 + 2} =$$

9 (1)

3 (2)

7 (3)

5 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{(5)^2 + 2} = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x^3 + 5x^2 - 7) =$$

20 (1)

44 (2)

37 (3)

-37 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3(2^3) + 5(2^2) - 7) = 37$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 - 4x + 3) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} ((5^2) - 4(5) + 3) = 2$$

- 11 (1)  
14 (2)  
2 (3)  
8 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 5} (x^2 + 4x + 3) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} ((5^2) + 4(5) + 3) = 48$$

- 37 (1)  
42 (2)  
48 (3)  
33 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \ln (x^2 + 1) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \ln (2^2 + 1) = \ln 5$$

- $\ln 4$  (1)  
 $\ln 5$  (2)  
0 (3)  
5 (4)

$$\lim_{x \rightarrow 2} 2(2^2) = 8$$

- $\lim_{x \rightarrow 2} 2x^2$   
16 (1)  
4 (2)  
8 (3)  
6 (4)

### المحاضرة التاسعة

عندما  $x \rightarrow \infty$  عندنا ثلاثة حالات إذا كانت درجة الاكس في البسط اقل من المقام سيكون الناتج صفر على طول وهنا عندنا البسط مافي اكس والمقام درجته 3 يعني الناتج  $0 =$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^3}$$

- 4 (1)  
2 (2)  
 $\infty$  (3)  
0 (4)

عندما  $x \rightarrow \infty$  الحالة الثانية عندما يتساوى درجة البسط والمقام نأخذ معامل اكس بأكبر أس في البسط والمقام  $\frac{1}{1} = 1 =$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - x + 1} =$$

- $\infty$  (1)  
1 (2)  
0 (3)  
-1 (4)

عندما  $x \rightarrow \infty$  الحالة الثالثة عندما تكون درجة البسط أكبر من درجة المقام فالناتج سيكون  $\infty =$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 5x - 1}{x^2 + 3} =$$

- $\infty$  (1)  
1 (2)  
0 (3)  
-1 (4)

هنا درجة الاكس في البسط 3 وفي المقام 2 يعني البسط أكبر من المقام فالنتائج سيكون  $\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 6x - 21}{x^2 + 1} =$$

(1)  $\infty$   
 (2) 1  
 (3) 0  
 (4) -1

عندما  $x \rightarrow \infty$  هنا درجة البسط = المقام نأخذ معامل اكس بأكبر أس في البسط والمقام =  $\frac{1}{3}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 3}{6 - 4x^2 + 3x^3} =$$

(1)  $\frac{1}{3}$   
 (2)  $\frac{1}{6}$   
 (3)  $-\frac{1}{3}$   
 (4) 3

عندما  $x \rightarrow \infty$  إذا كانت درجة الاكس في البسط اقل من المقام سيكون الناتج صفر = 0

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + 2}{x^2 + 2x + 1} =$$

(1)  $\infty$   
 (2)  $\frac{0}{2}$   
 (3) 2  
 (4)  $\frac{1}{2}$

هنا درجة الاكس في البسط 3 وفي المقام 2 يعني البسط أكبر من المقام فالنتائج سيكون  $\infty$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x}{x^2 + 5} =$$

(1) 1  
 (2) 0  
 (3)  $\frac{1}{2}$   
 (4)  $\infty$

هنا التعويض المباشر حيعطينا صفر فنحضر نفاك التربيع =

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} =$$

(1)  $\infty$   
 (2)  $\frac{4}{0}$   
 (3) 0  
 (4) 2

نفس التمرين اللي قبله بس غير اشارة المقام

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x + 2} = x - 2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} =$$

(1) -4  
 (2) 4  
 (3)  $\frac{0}{2}$   
 (4) 2

هنا التعويض المباشر حيعطينا صفر فنحضر نفاك التربيع =

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{x - 4} = x + 4 = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} =$$

(1) 4  
 (2)  $\frac{8}{0}$   
 (3) 0  
 (4) 16

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$$

-2 (1)  
-1 (2)  
1 (3)  
2 (4)

هنا التعويض المباشر حيعطينا صفر فنحضر نفاك التربيع =

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x + 1} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{x + 1} = x - 1 = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} =$$

$\infty$  (1)  
1 (2)  
0 (3)  
-1 (4)

هنا التعويض المباشر حيعطينا دالة غير معرفة فنحضر نفاك التربيع =

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{(x - 2)(x - 1)}{x - 1} = x - 2 = -1$$

الدالة  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$  غير متصلة في  $x=1$  لأن :-

حنعوض في المعادلة الاولى لأنه الثانية = 0 ومانقدر نعوض في 1  
 $f(1) = x^2 = 1$   
المعادلة الثانية = 2  
بما أن الدالتين غير متساوية إذا الدالة غير متصلة

(1)  $F(1)$  غير معرفة  
(2)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(1)$  غير موجودة  
(3)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$   
(4)  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$

علشان تكون الدالة متصلة يجب عليها أن تحقق 3 شروط  
(1)  $F(c)$  معرفة  
(2)  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  موجودة  
(3)  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$   
في السؤال قال غير متصلة يعني عكس الشروط دي

يقال للدالة  $f(x)$  غير متصلة في نقطة  $c$  إذا كان :-

(1)  $F(c)$  غير معرفة  
(2)  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  غير موجودة  
(3)  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) \neq f(c)$   
(4) كل ما سبق

بالتعويض في الدالة  
 $f(3) = \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{0}{0}$

إذا الدالة غير معرفة

الدالة  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$  غير متصلة في  $x=3$  لأن :-

(1)  $F(3)$  غير معرفة  
(2)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$  غير موجودة  
(3)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3)$   
(4)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) \neq f(3)$

## المحاضرة العاشرة

إذا كانت  $f(x) = x^2 + 1$  أوجد معدل التغير عندما تتغير  $x$  من 2 إلى 3

$f(x_1) = 2^2 + 1 = 5$   
 $f(x_2) = 3^2 + 1 = 10$   
نعوض في معادلة متوسط التغير =  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 5}{3 - 2} = 5$

-5 (1)  
1 (2)  
5 (3)  
10 (4)

إذا كان  $F(x) = 2x - 1$  فإن متوسط التغير عندما تتغير  $x$  من 3 إلى 3.4 يساوي :

$f(x_1) = 2(3) - 1 = 5$   
 $f(x_2) = 2(3.4) - 1 = 5.8$   
نعوض في معادلة متوسط التغير =  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{5.8 - 5}{3.4 - 3} = 2$

-2 (1)  
0.4 (2)  
2 (3)  
0.8 (4)

إذا كانت  $f(x) = x^2 + 2$  فإن متوسط التغير للدالة عندما تتغير  $x$  من 1 إلى 1.5 :-

- (1) 1.25  
(2) 0.5  
(3) **2.5**  
(4) 4.25

$$f(x_1) = 1^2 + 2 = 3$$

$$f(x_2) = 1.5^2 + 2 = 4.25$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{4.25 - 3}{1.5 - 1} = 2.5 = \text{متوسط التغير}$$

إذا كان  $y = x^3 + 2x^2 + x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  عندما  $x = 1$  تساوي :-

- (1) 7  
(2) 10  
(3) 3  
(4) 8

بالآلة الحاسبة تطلع بسرعة بضغط shift وزر التكامل يعطينا التفاضل وأدخل المعادلة ثم يساوي حارفلكم ملف للحاسبة ومقطع فيديو وإن شاء الله تفهمو عليه

طيب نحلها بالطريقة العادية أول شي نجيب مشتقة الدالة بدي المعادلة  $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$  يعني ننزل رقم الأس لمعامل الأكس ونطرح من الأس واحد مع التمرين حيبان

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 4x + 1 = 3(1)^2 + 4(1) = 7$$

إذا كان في معامل للاكس قبل الاشتقاق نضربه في الأس علشان كذا  $2x^2$  صارت  $4x$

إذا كانت  $y = 3x^4 + x^3 + 8x - 5$  أوجد  $\frac{dy}{dx}$  عندما  $x = 1$  تساوي

- (1) **23**  
(2) 7  
(3) 18  
(4) 42

$$\frac{dy}{dx} = 12x^3 + 3x^2 + 8 = 12(1)^3 + 3(1)^2 + 8 = 23$$

إذا كانت  $y = x^{-1}$  فأوجد  $\frac{dy}{dx}$  :-

- (1)  $-x^{-1}$   
(2)  $-x^3$   
(3)  **$-x^{-2}$**   
(4) X

$$\frac{dy}{dx} = -x^{-1-1} = -x^{-2}$$

إذا كانت  $y = 9x^{\frac{1}{3}}$  فأوجد  $\frac{dy}{dx}$  :-

- (1)  $3x^{\frac{2}{3}}$   
(2)  **$3x^{\frac{-2}{3}}$**   
(3)  $27x^{\frac{2}{3}}$   
(4)  $27x^{\frac{-2}{3}}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{9}{3} x^{\frac{1}{3}-1} = 3x^{\frac{-2}{3}}$$

إذا كانت  $y = 2x^{-1}$  فأوجد  $\frac{dy}{dx}$  :-

- (1)  $-2x^{-1}$   
(2)  $-2x^3$   
(3)  **$-2x^{-2}$**   
(4)  $-2x$

$$\frac{dy}{dx} = -2x^{-1-1} = -2x^{-2}$$

عندنا قوانين للاشتقاق ومن دي القوانين إذا جات الدالة بين قوسين حنحلها بدا القانون

$$y = [f(x)]^n$$

مشتقة الدالة  $f'$  حيث  $\rightarrow \frac{dy}{dx} = n[f(x)]^{n-1} \times f'(x)$

$$\frac{dy}{dx} = 7(x^2 + 1)^6 \times 2x = 14x(x^2 + 1)^6$$

إذا كان  $y = (x^2 + 1)^7$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  يساوي

- (1)  $7(x^2 + 1)^6$   
(2)  **$14x(x^2 + 1)^6$**   
(3)  $7(x^2 + 1)^7$   
(4)  $14x$

إذا كان  $y = (x^2 + 1)^9$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  يساوي :-

$$y = [f(x)]^n$$

$$\frac{dy}{dx} = n[f(x)]^{n-1} \times f'(x) \rightarrow \text{مشتقة الدالة } f' \text{ حيث}$$

$$\frac{dy}{dx} = 9(x^2 + 1)^8 \times 2x = 18x(x^2 + 1)^8$$

- (1)  $9(x^2 + 1)^8$
- (2)  $18x(x^2 + 1)^8$
- (3)  $9(x^2 + 1)^9$
- (4)  $18x$

من قوانين الاشتقاق أيضا قسمة عدد ثابت على الدالة وقانونها القوانين تحفظوها

$$y = \frac{c}{f(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-c \times f'(x)}{(f(x))^2} \rightarrow \text{مشتقة الدالة } f' \text{ حيث}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-9 \times 3x^2}{(x^3)^2} = \frac{-27x^2}{x^6} = \frac{-27}{x^4}$$

إذا كان  $y = \frac{9}{x^3}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :-

- (1)  $-27/x^3$
- (2)  $-27/x^4$
- (3)  $-27/x^6$
- (4)  $-27/x^9$

من قوانين الاشتقاق أيضا قسمة عدد ثابت على الدالة وقانونها

$$y = \frac{c}{f(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-c \times f'(x)}{(f(x))^2} \rightarrow \text{مشتقة الدالة } f' \text{ حيث}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2 \times 3x^2}{(x^3)^2} = \frac{-6x^2}{x^6} = \frac{-6}{x^4}$$

إذا كان  $y = \frac{2}{x^3}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :-

- (1)  $-6/x^3$
- (2)  $-6/x^4$
- (3)  $-6/x^6$
- (4)  $-6/x^9$

من قوانين الاشتقاق أيضا قسمة عدد ثابت على الدالة وقانونها

$$y = \frac{c}{f(x)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-c \times f'(x)}{(f(x))^2} \rightarrow \text{مشتقة الدالة } f' \text{ حيث}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-1 \times 3}{(3x + 1)^2} = \frac{-3}{(3x + 1)^2}$$

إذا كان  $y = \frac{1}{3x+1}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :-

- (1)  $-3/x + 1$
- (2)  $1/(x + 1)^2$
- (3)  $1/x+1$
- (4)  $-3/(3x + 1)^2$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-c \times f'(x)}{(f(x))^2} \rightarrow \text{مشتقة الدالة } f' \text{ حيث}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3 \times 2x}{(x^2)^2} = \frac{-6x}{x^4} = \frac{-6}{x^3}$$

إذا كان  $y = \frac{3}{x^2}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :-

- (1)  $3/x^3$
- (2)  $4/x^4$
- (3)  $-6/x^4$
- (4)  $-6/x^3$

إذا كانت  $y = 3x^3 + 1$  أوجد  $\frac{d^2y}{dx^2}$  عندما  $x = 1$  تساوي

هنا طلب المشتقة الثانية للدالة حنجيب الأولى ثم الثانية

$$\frac{dy}{dx} = 9x^2 =$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 18x = 18(1) = 18$$

- (1) 9
- (2) 4
- (3) 18
- (4) 1

إذا كانت  $y = 6x^3 - 1$  أوجد  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  عندما  $x = 5$  تساوي

- (1) 749  
(2) 0  
(3) **180**  
(4) 450

هنا طلب المشتقة الثانية للدالة حنجيب الأولى ثم الثانية

$$\frac{dy}{dx} = 18x^2 =$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 36x = 36(5) = \mathbf{180}$$

إذا كانت  $y = 3x^4 + x^3 + 8x - 5$  أوجد  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  عندما  $x = 1$  تساوي

- (5) 23  
(6) 7  
(7) 18  
(8) **42**

هنا طلب المشتقة الثانية للدالة حنجيب الأولى ثم الثانية

$$\frac{dy}{dx} = 12x^3 + 3x^2 + 8$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 36x^2 + 6x = 36(1) + 6(1) = \mathbf{42}$$

إذا كانت  $y = 3x^2 + 1$  أوجد  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  عندما  $x = 2$  تساوي

- (9) 13  
(10) 0  
(11) **6**  
(12) 1

هنا طلب المشتقة الثانية للدالة حنجيب الأولى ثم الثانية

$$\frac{dy}{dx} = 6x$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \mathbf{6}$$

إذا كان  $y = 2x^3 + 3x^2 + 6x + 5$  فأوجد  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  :-

- (1) **12x+6**  
(2)  $6x^2 + 6$   
(3)  $12x$   
(4)  $6x^2 + 6x + 6$

هنا طلب المشتقة الثانية للدالة حنجيب الأولى ثم الثانية

$$\frac{dy}{dx} = 6x^2 + 6x + 6$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \mathbf{12x + 6}$$

إذا كان  $y = x^4 + 5x^3 - 4x + 5$  فإن  $y'''$  تساوي :-

- (1) **24x+30**  
(2)  $12x^2 + 30x$   
(3)  $12x^2 + 11$   
(4)  $4x^3 + 15x - 4$

هنا طلب المشتقة الثالثة وعرفناها من الثلاث شروط  $y'''$  حنجيب الأولى ثم الثانية ثم الثالثة

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 + 15x^2 - 4$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 12x^2 + 30x$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \mathbf{24x + 30}$$

إذا كان  $y = x^4 + 5x^3 - 4x + 1$  فأوجد المشتقة الثالثة ( $y'''$ ) تساوي  $\frac{d^3 y}{dx^3}$  :-

- (1)  $4x^3 + 15x^2 - 3$   
(2)  $4x^3 + 15x^2 - 4$   
(3)  $12x^2 + 30x$   
(4) **24x + 30**

$$\frac{dy}{dx} = 4x^3 + 15x^2 - 4$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 12x^2 + 30x$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \mathbf{24x + 30}$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^3 - 15x^2 + 14x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 36x^2 - 30x + 14$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 72x - 30$$

أوجد المشتقة الثالثة (y''') للدالة  $y = 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 1$

$$12x^3 - 15x^2 + 14x \quad (1)$$

$$\underline{72x - 30} \quad (2)$$

$$12x^2 + 11 \quad (3)$$

$$36x^2 - 30x + 14 \quad (4)$$

$$\frac{dy}{dx} = 12x^3 + 18x^2 + 16x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 36x^2 + 36x + 16$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 72x + 36$$

أوجد المشتقة الثالثة (y''') للدالة  $y = 3x^4 + 6x^3 + 8x^2 - 10$

$$12x^3 + 18x^2 + 16x \quad (1)$$

$$72x + 18 \quad (2)$$

$$\underline{72x + 36} \quad (3)$$

$$36x^2 + 36x + 16 \quad (4)$$

## المحاضرة 11

$$y = e^x \rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x \text{ عندما قانون ثابت اذا كانت}$$

يعني الرقم ينزل نفسه أيا كان الأس

أوجد  $\frac{dy}{dx}$  اذا كانت  $y = e^5$ :

$$\underline{e^5} \quad (1)$$

$$e^4 \quad (2)$$

$$0 \quad (3)$$

$$5e^4 \quad (4)$$

$$y = b^x \rightarrow \frac{dy}{dx} = b^x \cdot \ln b \text{ عندما قانون ثابت اذا كانت}$$

إذا كانت  $y = 5^x$  فأوجد  $\frac{dy}{dx}$ :

$$0 \quad (1)$$

$$5^x \quad (2)$$

$$\underline{5^x \ln 5} \quad (3)$$

$$5^{x-1} \quad (4)$$

$$y = e^x \rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x \text{ عندما قانون ثابت اذا كانت}$$

يعني الرقم ينزل نفسه أيا كان الأس

إذا كانت  $y = 7e^x$  فأوجد  $\frac{dy}{dx}$ :

$$0 \quad (1)$$

$$e^x \quad (2)$$

$$\underline{7e^x} \quad (3)$$

$$7 \quad (4)$$

$$y = \ln x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \cdot f'(x) \text{ عندما قانون ثابت اذا كانت}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2} \times 2x = \frac{2x}{1+x^2}$$

أوجد  $\frac{dy}{dx}$  اذا كانت  $y = \ln(1+x^2)$

$$\frac{2}{1+x^2} \quad (1)$$

$$\frac{2x}{1+x^2} \quad (2)$$

$$\frac{1+x^2}{x} \quad (3)$$

$$\frac{x}{1+x^2} \quad (3)$$

إذا كان  $y = \log_2 3x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

$$y = \log_b x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{\ln b} \cdot f'(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{3x} \times \frac{1}{\ln 2} \times 3 = \frac{3}{3x \cdot \ln 2} = \frac{1}{x \cdot \ln 2}$$

- (1)  $\ln 2/3x$   
 (2)  $\frac{3}{x \ln 2}$   
 (3)  $x \ln 2$   
 (4)  $\frac{1}{x \ln 2}$

هنا طلب اشتقاق جزئي للمتغير اكس نوجد فقط مشتقة  $x$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 4xy$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2x^2 + 2y = \text{حيكون الناتج}$$

إذا كان  $z = 2x^2 y + y^2$  فإن  $\frac{\partial z}{\partial x}$  تساوي :

- (1)  $4y$   
 (2)  $\frac{4xy}{2}$   
 (3)  $4xy + y^2$   
 (4)  $2x^2 + 2y$

هنا طلب اشتقاق جزئي للمتغير  $x$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 4x + 3y$$

إذا كان  $z = 2x^2 + 3xy - 6y^2$  فإن  $\frac{\partial z}{\partial x}$  تساوي :

- (1)  $4x$   
 (2)  $\frac{4x+3y}{2}$   
 (3)  $3x - 12y$   
 (4)  $2x^2 + 3x - 12y$

هنا طلب اشتقاق جزئي للمتغير اكس نوجد فقط مشتقة  $x$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 - 2y$$

إذا كان  $z = x^3 - 2xy + y^3$  فإن  $\frac{\partial z}{\partial x}$  تساوي :

- (1)  $3y^3$   
 (2)  $\frac{3x^2 - 2y}{2}$   
 (3)  $-2x + 3y^2$   
 (4)  $3x^2 - 2y + y^3$

اوجد  $\frac{6z}{6y}$  إذا كانت  $z = x^2 + 2xy + 5y^2$

- (1)  $x^2 + 2x - 10y$   
 (2)  $\frac{2x + 10y}{2}$   
 (3)  $x^2 + 3y + 5y^2$   
 (4)  $2x + 2y$

$$y = \sin x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos x \cdot f'(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos 3x \times 3 = 3\cos 3x$$

إذا كان  $y = \sin 3x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (1)  $\cos 3x$   
 (2)  $\cos 9x$   
 (3)  $3\cos x$   
 (4)  $\frac{3\cos 3x}{4}$

$$y = \sin x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \cos x \cdot f'(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos 5x \times 5 = 5\cos 5x$$

إذا كان  $y = \sin 5x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (1)  $\cos 5x$   
 (2)  $\cos 25x$   
 (3)  $5\cos x$   
 (4)  $\frac{5\cos 5x}{4}$

$$y = \cos x \rightarrow \frac{dy}{dx} = -\sin x \cdot f'(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = -\sin x$$

إذا كان  $y = \cos x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :-

- (1)  $\sin x$   
 (2)  $\cos x$   
 (3)  $-\sin x$   
 (4)  $\sec x$

إذا كان  $y = \ln(\cos x)$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :-

$$y = \ln x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \cdot f'(x)$$

عندنا قانون ثابت إذا كانت

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos} \cdot (-\sin) = -\frac{\sin}{\cos} = -\tan x$$

من قوانين الدوال المثلثية

- (1)  $\sin x$
- (2)  $\cos x$
- (3)  **$-\tan x$**
- (4)  $-\cot x$

إذا كان  $y = e^{\cos x}$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

$$\frac{dy}{dx} = e^{\cos x} \cdot (-\sin x)$$

قانون ال  $e^x$  تنزل زي ماهي ونضربها في مشتقة  $\cos x$

- (1)  $e^{-\sin x}$
- (2)  **$e^{\cos x} \cdot (-\sin x)$**
- (3)  $e^{\cos x}$
- (4)  $-\sin x$

إذا كان  $y = \tan^2 x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

$$y = \tan x \rightarrow \frac{dy}{dx} = \sec^2$$

عندنا قانون ثابت إذا كانت

$$\frac{dy}{dx} = 2 \tan x \cdot \sec^2 x$$

- (1)  **$2 \tan x \sec^2$**
- (2)  $2 \tan x$
- (3)  $2 \sec^2 x$
- (4)  $\sec^2 x$

إذا كان  $-x^2 + y^3 - x = 0$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

عندنا دالة ضمنية يعني التغير  $y$  والمتغير  $x$  في نفس الطرف نطلع اشتقاق الدالة بضرب  $\frac{dy}{dx}$  في الطرفين

$$\frac{dy}{dx}(-x^2 + y^3 - x) = \frac{dy}{dx}(0)$$

طبعا تفضل اي عدد ثابت = 0 يعني دائما الطرف الثاني = 0 وحنشق الطرف الأول ونضرب  $\frac{dy}{dx}$  في مشتقة ال  $y$  فقط

$$-2x + 3y^2 \cdot \frac{dy}{dx} - 1 = 0$$

حنط القيم اللي فيها  $\frac{dy}{dx}$  في طرف والباقي في طرف  $3y^2 \cdot \frac{dy}{dx} = 2x + 1$

نبغى نطلع قيمة  $\frac{dy}{dx}$  فنقسم على معاملها =  $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+1}{3y^2}$

التمرين اللي بعده نفس الناتج لأنه الاختلاف في الرقم الثابت والتفاضل دائما صفر للرقم الثابت فمايفرق اي عدد

- (1)  $(2x+1)/3$
- (2)  $2x+1$
- (3)  **$(2x+1)/3y^2$**
- (4)  $(2x+1)/y^3$

إذا كان  $-x^2 + y^3 - x = 5$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (1)  $(2x+1)/3$
- (2)  $2x+1$
- (3)  **$(2x+1)/3y^2$**
- (4)  $(2x+1)/y^3$

إذا كان  $x^2 + y^2 = 49$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

$$\frac{dy}{dx}(x^2 + y^2) = \frac{dy}{dx}(49)$$

طبعا اشتقاق الطرف الثابت = صفر يعني لو أي رقم مايفرق زي المسألة اللي بعد دي الدكتور غير بس في الرقم الثابت لكن الحل سيكون واحد لأنه ماله قيمة

$$2x + 2y \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

$$2y \cdot \frac{dy}{dx} = -2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-2x}{2y} = \frac{-x}{y}$$

- (1)  $x/y$
- (2)  $y/x$
- (3)  $-xy$
- (4)  **$-x/y$**

إذا كان  $x^2 + y^2 = 9$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي :

- (1)  $x/y$
- (2)  $y/x$
- (3)  $-xy$
- (4)  **$-x/y$**

الدالة  $F(x) = x^3 - 3x^2$  قيمة صغرى محلية عند  $x$  تساوي :-

اولا نوجد المشتقة الأولى ونستخرج قيم  $x$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x - 2) = 0$$

$$3x = 0 \rightarrow x=0 \quad x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$$

حنعوض في المشتقة الثانية  $f''(2) = 6x - 6 = 6 \times 2 - 6 = 6 > 0 =$  إذا القيمة المحلية الصغرى عند قيمة  $x=2$  بالتعويض في الدالة الأساسية

$$f(2) = (2)^3 - 3(2)^2 = -4$$

الدكتور هنا طلب قيمة  $x$  بدليل السؤال اللي بعده مافى في الخيارات غير قيمة  $x$

- (1) 2  
(2) 4  
(3) 20  
(4) 4

الدالة  $F(x) = x^3 - 3x^2$  قيمة صغرى محلية عند  $x$  تساوي :-

نفس السؤال السابق طلب قيمة ال  $x$  واحنا استخرجناه في السؤال السابق  $x=2$

- (5) 0  
(6) 6  
(7) 2  
(8) -6

إذا كان  $F(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$  أجب عن الفقرات التالية :-

1- للدالة أعلاه قيمة عظمى محلية هي :-

اولا نوجد المشتقة الأولى ونستخرج قيم  $x$

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$3(x^2 - 4x + 3) = 0 \rightarrow \div 3$$

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$(x - 1) = 0 \rightarrow x=1 \quad x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$$

حنعوض في المشتقة الثانية  $f''(3) = 6x - 12 = 6 \times 3 - 12 = 6 > 0 =$  إذا القيمة المحلية الصغرى عند قيمة  $x=3$  بالتعويض في الدالة الأساسية

$$f(3) = (3)^3 - 6(3)^2 + 9(3) + 15 = 15$$

القيمة العظمى عند  $x=1$

$$f(1) = (1)^3 - 6(1)^2 + 9(1) + 15 = 19$$

- (1) 15  
(2) 6  
(3) 19  
(4) -6

2- للدالة أعلاه قيمة صغرى محلية هي :-

- (1) 15  
(2) 6  
(3) 19  
(4) -6

إذا كان  $F(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$  أجب عن الفقرات التالية :

$$f'(x) =$$

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$$

- (1)  $3x^2 - 18x + 24$  / أ  
(2)  $6x - 18$  / ب  
(3)  $6x + 18$  / ج  
(4)  $x^3 - 6x^2 + 8$  / د

القيم الحرجة هي :

- (1) 1, 2  
(2) 2, 4  
(3) 2, 3  
(4) 3, 4

نقدر نستخرجها بالحاسبة بعدين نحط قيم  $a=3, b=-18, c=24$   $mode \rightarrow 5 \rightarrow 3$  بعدين يساوي ويعطيك  $x_1, x_2$  طبعا تطبقو على المشتقة اللي استخرجناها في السؤال السابق

$$f''(x) = 6x - 18$$

- (1)  $3x^2 - 18x + 24$   
(2)  $x^3 - 6x^2 + 8$   
(3)  $6x - 18$   
(4)  $6x + 18$

عندنا قيمتين للـ  $x = 2$  و  $4$  نعوض في المشتقة الثالثة

$$f''(2) = 6(2) - 18 = -6 < 0$$

$$f''(4) = 6(4) - 18 = 6 > 0$$

القيمة الصغرى عند  $x=4$  هي التي تكون اكبر من الصفر  
القيمة العظمى عند  $x=2$

توجد قيمة صغرى محلية للدالة عند  $x$  تساوي :

2- (1)

4 (2)

6- (3)

2 (4)

توجد قيمة عظمى محلية للدالة عند  $x$  تساوي :

2- (1)

4 (2)

6- (3)

2 (4)

للدالة قيمة صغرى محلية هي :

64 (1)

20 (2)

16 (3)

48 (4)

نعوض في الدالة الأساسية لاستخراج القيمة الصغرى عند  $x=4$

$$f(4) = 4^3 - 9(4)^2 + 24(4) = 16$$

للدالة قيمة عظمى محلية هي :

64 (1)

20 (2)

16 (3)

48 (4)

نعوض في الدالة الأساسية لاستخراج القيمة العظمى عند  $x=2$

$$f(2) = 2^3 - 9(2)^2 + 24(2) = 20$$

أوجد نقطة الانقلاب للدالة  $F(x) = x^3 - 9x^2 + 24x$

(6,18) (1)

(3,18) (2)

(2,18) (3)

(4,18) (4)

علشان نوجد نقطة الانقلاب نوجد قيمة اكس عند المشتقة الثانية

$$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$$

$$f''(x) = 6x - 18$$

$$6x - 18 = 0 \rightarrow 6x = 18 \rightarrow x = 3$$

نعوض بقيمة 3 في الدالة الأساسية لاستخراج النقطة الثانية  
طبعا من الخيارات مانتحتاج نعوض لأنه بس خيار واحد فيه رقم 3 ☺

إذا كان  $F(x) = x^3 - 3x^2$  فإن دالة الانقلاب هي :

(1,-3) (1)

(1,-4) (2)

(1,0) (3)

(1,-2) (4)

علشان نوجد نقطة الانقلاب نوجد قيمة اكس عند المشتقة الثانية

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$6x - 6 = 0 \rightarrow 6x = 6 \rightarrow x = 1$$

نعوض بقيمة 3 في الدالة الأساسية لاستخراج النقطة الثانية

$$f(1) = 1^3 - 3(1)^2 = 1 - 3 = -2$$

أوجد نقطة الانقلاب للدالة  $F(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$

(2,1) (1)

(1,2) (2)

(2,7) (3)

(2.3) (4)

علشان نوجد نقطة الانقلاب نوجد قيمة اكس عند المشتقة الثانية

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f''(x) = 6x - 12$$

$$6x - 12 = 0 \rightarrow 6x = 12 \rightarrow x = 2$$

نعوض بقيمة 3 في الدالة الأساسية لاستخراج النقطة الثانية

$$f(2) = 2^3 - 6(2)^2 + 9(2) + 5 = 7$$

## المحاضرة 12

دي قوانين ثابتة تحفظوها

$$\therefore \int \cos x \, dx = \sin x + c$$

دي قوانين ثابتة تحفظوها

$$\therefore \int \sin x \, dx = -\cos x + c$$

$$\therefore \int \cos x \, dx =$$

Sin x (1)

Cos x (2)

Sin x+c (3)

-sin x +c (4)

$$\therefore \int \sin x \, dx =$$

Sin x (1)

Cos x (2)

-cos x+c (3)

-sin x +c (4)

$$\int \sin x \cos x \, dx =$$

$\sin^2 x + c$  (1)

$\frac{1}{2} \cos^2 x + c$  (2)

$\frac{1}{2} \tan^2 x + c$  (3)

$\frac{1}{2} \sin^2 x + c$  (4)

$$\int (\sec^2 x - 1) x \, dx =$$

$2\sec x + c$  (1)

$\tan x + c$  (2)

$\tan x - x + c$  (3)

$\sec^2 x - x + c$  (4)

$$\int \csc x \cot x \, dx \text{ اوجد}$$

$\csc x + c$  (1)

$-\csc x + c$  (2)

$\cot x + c$  (3)

$-\cot x + c$  (4)

$$\int e^x \, dx \text{ اوجد}$$

$e^x + c$  (1)

$e^x$  (2)

$e^{x^2} + c$  (3)

$e^{x^2}$  (4)

التكامل نضيف رقم للأس ونقسم على نفس الرقم  
والعدد الثابت نضيف له x ويجب اضافة ثابت التكامل  
c مع التمارين توضح

$$\int (7x + 3) dx = \frac{7x^2}{2} + 3x + c$$

$$\int (7x + 3) dx \text{ اوجد}$$

$7x^2 + 3x + c$  (1)

$7x^2/2 + 3x$  (2)

$x^2 + 3x + c$  (3)

$7x^2/2 + 3x + c$  (4)

$$\int (3x^2 + 2x + 1) dx = \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + x + c$$

$$= x^3 + x^2 + x + c$$

$$\int (3x^2 + 2x + 1) dx \text{ اوجد}$$

$x^3 + x^2 + 1 + c$  (1)

$x^3 + x^2 + x$  (2)

$x^3 + x^2 + x + c$  (3)

$x^3 + x^2 + 1$  (4)

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$$

دا قانون يحفظ

$$\int \frac{1}{x} dx = \text{اوجد}$$

$$x^{-2} + c \quad (1)$$

$$\ln |x| + c \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\int (x^4 + 2x - 5) dx = \frac{x^5}{5} + \frac{2x^2}{2} - 5x + c$$

$$= \frac{x^5}{5} + x^2 - 5x + c$$

$$\int (x^4 + 2x - 5) dx \text{ اوجد}$$

$$x^5/5 + x^2 - 5x + c \quad (1)$$

$$\frac{x^5}{5} + x^2 - 5x + c \quad (1)$$

$$x^3 + x^2 + x + c \quad (2)$$

$$x^5/5 + x^2 - 5x \quad (2)$$

$$\int (2x + 1)^4 dx = \frac{(2x + 1)^5}{5} + c$$

$$= \frac{1}{5} (2x + 1)^5 + c$$

$$\int (2X + 1)^4 dx \text{ اوجد}$$

$$\frac{1}{5}(2X + 1)^5 + c \quad (1)$$

$$1/2(2X + 1)^5 + c \quad (2)$$

$$1/5(2X + 1)^5 \quad (3)$$

$$1/10(2X + 1)^5 + c \quad (4)$$

$$\int 3x^2 dx = \frac{3x^3}{3} + c = x^3 + c$$

$$= \int 3x^2 dx$$

$$3x^2 + c \quad (1)$$

$$\frac{x^3 + c}{x^3} \quad (2)$$

$$x^3 \quad (3)$$

$$3x^3 + c \quad (4)$$

$$\int 2e^x dx \text{ اوجد}$$

$$\frac{2e^x + c}{e^x} \quad (1)$$

$$e^x \quad (2)$$

$$e^{x^2} + c \quad (3)$$

$$e^{x^2} \quad (4)$$

$$\int (2x + 1) dx = \frac{2x^2}{2} + x + c = x^2 + x + c$$

$$\int (2x + 1) dx \text{ اوجد}$$

$$2x^2 + x + c \quad (1)$$

$$x^2 + x \quad (2)$$

$$\frac{x^2 + x + c}{x^2 + c} \quad (3)$$

$$x^2 + c \quad (4)$$

أي رقم ثابت نضيف له x وثابت التكامل + c

$$\int 7 dx \text{ اوجد}$$

$$7x \quad (1)$$

$$\frac{7x + c}{7} \quad (2)$$

$$7 \quad (3)$$

$$7x^2 + c \quad (4)$$

$$\int (4x^3 + 3x^2 + 2x + 5) dx = \frac{4x^4}{4} + \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2} + 5x + c$$

$$= x^4 + x^3 + x^2 + 5x + c$$

من غير ماتحل في الخيارات مافي غير خيار واحد فيه ثابت التكامل ال c

$$\int (4x^3 + 3x^2 + 2x + 5) dx \text{ اوجد}$$

$$\frac{x^4 + x^3 + x^2 + 5x + c}{x^4 + x^3 + x^2 + 5x} \quad (1)$$

$$x^4 + x^3 + x^2 + 5x \quad (2)$$

$$X^4 + x^3 + x^2 \quad (3)$$

$$x^3 + x^2 + 1 \quad (4)$$

## المحاضرة 13

نضرب طرفين في وسطين

$$y dy = x dx$$

$$\int y dy = \int x dx$$

$$\frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + c$$

حل المعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y}$ 

(1)  $y/2=x/2$

(2)  $y^2 = x^2$

(3)  $y/2=x/2$

(4)  $\underline{y^2/2 = x^2/2+c}$

حطينا ال y في المقام لأنه الأس سالب ونضرب طرفين في وسطين

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y^2}$$

$$\int y^2 dy = \int x^2 dx$$

$$\frac{y^3}{3} = \frac{x^3}{3} + c$$

أحيانا يكون الجواب واضح بدون حل الخيار الوحيد اللي فيه ثابت التكامل c هو الصح

حل المعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = x^2 y^{-2}$ 

(1)  $y^3/3=x^3/3$

(2)  $y^3 = x^3$

(3)  $y^2 = x^2$

(4)  $\underline{y^3/3=x^3/3+c}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4x^3}{y^3}$$

$$y^3 dy = 4x^3 dx$$

$$\int y^3 dy = \int 4x^3 dx$$

$$\frac{y^4}{4} = \frac{4x^4}{4} + c \rightarrow \underline{\frac{y^4}{4} = x^4 + c}$$

حل المعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = 4x^3 y^{-3}$ 

(1)  $y^4/4=x^4$

(2)  $\underline{y^4/4=x^4+c}$

(3)  $y^2 = x^2$

(4)  $y^3/3=x^3/3+c$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{y^2}$$

$$y^2 dy = x dx$$

$$\int y^2 dy = \int x dx$$

$$\underline{\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} + c}$$

حل المعادلة التفاضلية  $\frac{dy}{dx} = x y^{-2}$ 

(1)  $\frac{y^2}{3} = x^2/2$

(2)  $\underline{\frac{y^3}{3} = \frac{x^2}{2} + c}$

(3)  $\frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{3} + c$

(4)  $\frac{y^2}{3} = x^2 + c$

## المحاضرة 14

بالالة الحاسبة جدا سهل مرفق صورة اخر الملف و رابط يوتيوب في المنتدى

$$\int_1^3 3x^2 dx$$

(1) 27

(2) 26

(3) 12

(4) 24

$$\int_0^1 x dx =$$

- (1) 4  
(2) 2  
(3) 1/2  
(4) -2

$$\int_1^2 2x dx =$$

- (1) 3  
(2) 4  
(3) 2  
(4) -2

$$\int_2^2 (2x + 1) dx =$$

- (1) 0  
(2) -2  
(3) 4  
(4) 2

هنا ما يحتاج تحلو على طول اذا الرقمين متشابهين في الأعلى والأسفل  
النتيجة صفر

$$\int_1^2 (3x^2 + 2x + 5) dx$$

- (1) -15  
(2) 15  
(3) 22  
(4) 29

$$\int_1^4 (3x^2 + 5) dx$$

- (1) 58  
(2) 100  
(3) 48  
(4) 78

إذا كان  $\int_2^3 f(x) dx = 5$  ,  $\int_3^4 f(x) dx = 10$  أجب عن الفقرات التالية :-

$$\int_2^4 f(x) dx = -1$$

- (1) 0  
(2) 5  
(3) 10  
(4) 15

هنا تعويض مباشر طلب تكامل من 2 الى 4 يعني نجمع الدالتين من 2 الى 3 ومن 3 الى 4 =

$$\int_2^4 f(x) dx = \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = 5 + 10 = 15$$

هنا طلب من 4 ل 3 عكس الدالة حنجيب نفس الرقم بس بالسالب  
الدالة من 3 الى 4 = 10 عكسها من 4 الى 3 = -10

$$\int_4^3 f(x) dx = -2$$

- (1) -10  
(2) 10  
(3) 15  
(4) 5

هنا ما يحتاج تحلو على طول اذا الرقمين متشابهين في الأعلى والأسفل  
الناتج صفر

$$\int_2^2 f(x) dx = -3$$

- 1 (1)  
10 (2)  
0 (3)  
15 (4)

$$\int_3^3 (3x^2 + 1) dx$$

- 0 (1)  
-2 (2)  
4 (3)  
2 (4)

$$\int_0^4 (x + 6) dx$$

- 8 (1)  
16 (2)  
32 (3)  
24 (4)

$$\int_1^2 \frac{1}{x} dx =$$

- 0 (1)  
Ln2 (2)  
2 (3)  
Ln3 (4)

$$\int_2^2 x^{-1} dx =$$

- 1 (5)  
Ln4 (6)  
0 (7)  
Ln2 (8)

$$\int_0^4 (x + 10) dx \text{ اوجد}$$

- 40 (1)  
48 (2)  
14 (3)  
56 (4)

$$\int_4^5 10x dx =$$

- 80 (1)  
125 (2)  
45 (3)  
170 (4)

إذا كان  $\int_2^3 f(x)dx = 10$  ,  $\int_3^4 f(x)dx = 15$  أجب عن الفقرات التالية :-

$$\int_2^4 f(x)dx = -1$$

(1) 25

(2) 5

(3) 30

(4) 20

$$\int_2^4 f(x)dx = \int_2^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx = 10 + 15 = 25$$

$$\int_2^3 6f(x)dx = -2$$

(1) 90

(2) 60

(3) 30

(4) 20

$$\int_2^3 6f(x)dx = 6 \times 10 = 60$$

	اضغط زر التكامل.	1	271	9	<p style="text-align: center;"><b>التكامل</b></p> $\int_1^2 3x^2 dx$
	تحرك الأسهم.	2			
	تعيي الفراغات 1 و 2	3			
	والفراغ الثالث تضغط 3 ثم زر ALPHA	4			
	ثم هذا الزر اللي فوقه X حمراء	5			
	تضغط علامة التربيع	6			
	الآن يصبح على شاشة الآلة نفس المعادلة المطلوبة	7			
	تضغط =	8			
	يطلع الناتج 7				

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح