المحاضره السادسه / المتغيرات العشوائيه المنفصله

مثال / حدد هل الداله التاليه تمثل توزيع احتمالي ام لا :

$$P(x)=\binom{3}{x} \times \frac{1}{8} \quad , \quad x=0,1,2,3$$

- $P(xi) \geq 0$
- $\sum p(xi)=1$

$$P(0)=\binom{3}{0}.\frac{1}{8}=1\times\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$$
$$P(1)=\binom{3}{1}.\frac{1}{8}=3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$
$$P(2)=\binom{3}{2}.\frac{1}{8}=3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$
$$P(3)=\binom{3}{3}.\frac{1}{8}=1\times\frac{1}{8}=\frac{1}{8}$$
$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$$

∴ الداله تمثل توزيعا احتماليا

2. $P(x)=\frac{x}{10} \quad , \quad x=1,2,3$

$P(1)=\frac{1}{10}$

$P(2)=\frac{2}{10}$ $\qquad \sum p(xi)=1$

$P(3)=\frac{3}{10}$ $\qquad \frac{6}{10} \neq 1$

∴لا يمثل الاقتران توزيعا احتماليا

x	0	1	2	
P(xi)	0.6	0.5	-0.1	1

∴ لا يمثل توزيعا احتماليا

التوقع : يعرف التوقع الرياضي لمتغير عشوائي منفصل x هو $E(x)=\sum xi\ p(xi)$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي لظهور الصوره عند رمي قطعه نقد 3 مرات

x	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

الحل :

$$E(x)=\sum xi\ p(xi)$$
$$=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{8}+3\frac{1}{8}$$
$$=0+\frac{3}{8}+\frac{6}{8}+\frac{3}{8}$$
$$=\frac{12}{8}=1,5$$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي للتوزيع الاحتمالي .

$$P(x)=\frac{x}{10} \quad , \quad x=1,2,3,4$$

$$\sum p(xi)=1=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}+\frac{3}{10}+\frac{4}{10}=\frac{10}{10}=1$$

x	1	2	3	4
P(x)	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$

$$E(x)=\sum xi\ p(xi)$$

$$=1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{2}{10}+3\times\frac{3}{10}+4\times\frac{4}{10}$$

$$=\frac{1}{10}+\frac{4}{10}+\frac{9}{10}+\frac{16}{10}$$

$$=\frac{30}{10}=3$$

اذا كان التوزيع الاحتمالي x

x	1	2	3
P(x)	0.1	0.6	0.3

اوجد $E(x)$, $E(5x)$, $E(5x+3)$, $E(x^2)$

$$E(x)=\sum xi\ p(xi)=1\times 0.1+2\times 0.6+3\times 0.3$$

$$= 0.1 +1.2+0.9 = 2.2$$

$$E(5x)=5E(x)=5\times 2.2=11$$

$$E(5x+3)=5E(x)+3=5\times 2.2+3=14$$

$$E(x^2)=\sum x^2\ p(xi)$$

$$=1\times 0.1+4\times 0.6+9\times 0.3$$

$$=0.1+2.4+2.7$$

$$=5.2$$

خصائص التوقع الرياضي .

∴. اذا كان a,b اعداد ثابته و x متغير عشوائي منفصل

$$E(b)=b$$

$$E(ax)=aE(x)$$

$$E(ax+b)=aE(x)+b$$

مثال:- اوجد التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل Y اذا كان التوقع الرياضي للمتغير العشوائي المنفصل x هو 3 و العلاقه بين المتغيريين هي

$$Y=2x+5 \quad , \quad E(x)=3$$

$$E(y)=E(2x+5)$$

$$=2\times 3+5=11$$

$$E(y)=11$$

$$E(4)=11$$

$$E(5x)=5E(x)=5\times 3=15$$

مثال :- اوجد التوقع الرياضي لجدول التوزيع الاحتمالي التالي

X	3	4	5	6	7

P(x)	0.3	0.2	0.2	0.1	0.2

$$E(x)=\sum xi\ p(xi)$$

$$=3\times 0.3+4\times 0.2+5\times 0.2+6\times 0.1+7\times 0.2$$

$$=0.9+0.8+1+0.6+1.4$$

$$=4.7$$

التباين

يعرف التباين لمتغير عشوائي x و وسطه الحسابي E(x)=M هو

$$\sqrt{(x)}=E(x-M)^2$$

$$=E(x)^2-(E(x))^2$$

مثال :-

x	0	1	2	3
P(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

اوجد التباين .

$$\sqrt{(x)}=E(x)^2-(E(x))^2$$

$$E(x)^2=Ex^2\ p(xi)$$

$$=0\times\frac{1}{8}+1\times\frac{3}{8}+4\times\frac{3}{8}+9\times\frac{1}{8}$$

$$=0+\frac{3}{8}+\frac{12}{8}+\frac{9}{8}=\frac{24}{8}=3$$

$$\sqrt{(x)}=3-(1.5)^2=3-2.25=0.75$$

مثال:- اذا كان التوزيع الاحتمالي لقطع جهاز كمبيوتر المعيبه هو

x	0	1	2	3	4	5	
P(x)	0.02	0.02	0.3	0.3	0.1	0.08	=1

اوجد التوقع و الانحراف المعياري للقطع المعيبه في شحنه σ

$$E(x)=\sum xi\ p(xi)=$$

$$=0\times 0.02+1\times 0.2+2\times 0.3+3\times 0.3+4\times 0.1+5\times 0.08$$

$$=2.5$$

التوقع

$$\sqrt{(x)}=E(x)^2-(E(x))^2$$

$$\mathrm{E}(x^2)=\sum x^2\ p(xi)$$

$$=0.02\times 0+1\times 0.02+4\times 0.3+9\times 0.3+16\times 0.1+25$$
$$\times 0.08=7.7$$

$$\sqrt{(x)}=E(x^2)-(E(x))^2$$

$$=7.7-(2.5)^2=1.45$$

$$\Sigma=\sqrt{\sqrt{X}}=\sqrt{1.45}$$

الانحراف المعياري

خصائص التباين

اذا كان a,b اعداد ثابته و كان x يمثل متغير عشوائي فإن

$$\sqrt{(b)}=0$$

$$\sqrt{(ax)}=a^2\sqrt{(x)}$$

$$\sqrt{(ax+b)} = a^2\sqrt{(x)}$$

مثال :- اوجد التباين للمتغير العشوائي y اذا كان تباين المتغير العشوائي x هو 0.5 و العلاقه y=2x+3

$$\sqrt{(y)} = \sqrt{(2x+3)}$$

$$=2^2\sqrt{(x)} = 4 \times 0.5 = 2$$

$$\sqrt{(5)}=0$$

$$\sqrt{(5x)}=25\sqrt{(x)} = 25 \times \frac{1}{2} = 12.5$$

مثال : x متغير عشوائي وسطه 70 و انحرافه المعياري 3 اوجد

$$Y=-2x+5 \quad , \quad z=\frac{x-70}{2}$$

$$E(y)=E(-2x+5)$$

$$=-2E(x)+5=-2\times70+5$$

$$=-140+5$$

$$=-135$$

$$E(z)=E(\frac{1}{2}x-35)$$

$$=\frac{1}{2} \times E(x) - 35$$

$$=\frac{1}{2}(70) - 35 = 0$$

$$\sqrt{(y)}=\sqrt{(-2x+5)}$$

$$=4.\sqrt{(x)}$$

$$=4\times9=36$$

$$\sqrt{(z)}=\sqrt{(\frac{1}{2}x-35)}$$

$$=\frac{1}{4}\sqrt{(x)}$$

$$=\frac{1}{4} \times 9 = \frac{9}{4}$$

الانحراف المعياري يساوي جذر التباين

$$\Sigma=\sqrt{\sqrt{x}}$$

مثال :- بائع مظلات يربح 30 ريال يوميا اذا كان الجو ماطر و يخسر 6 ريالات اذا كان الجو صحو . ما هو توقع ربحه اذا علمت ان احتمال ان يكون الجو ماطر هو 0.3 .

X: هو عدد الريالات التي يربحها البائع

x	-6	30	
P(x)	0.7	0.3	1

$$E(x)=\sum xi\, p(xi)$$

$$=-6\times0.7+30\times0.3$$

$$=-4.2+9=4.8$$

$$E(x)^2=\sum xi^2\, p(xi)=36\times0.7+900\times0.3$$

$$=25.2+270$$

$$=295.2$$

$$\sqrt{(x)}=E(x^2)-(E(x))^2=295,2-(4.8)^2=$$

مثال :- اذا كان x متغير عشوائي وسطه 50 و تباينه 10 و كان y=8x+15 اوجد التوقع , $\sqrt{(x)}$

- $E(y)=E(8x+15)$

$$=8E(x)+15$$

$$=8\times50+15=400+15=415$$

*

$$\sqrt{(y)}=\sqrt{(8x+15)}$$

$$=8^2\sqrt{(x)}$$

$$=64\times10=640$$

*

$$E(5)=5$$

*

$$\sqrt{(5)}=0$$

#بعد المذاكرة:
اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت،
فرده عند حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير، حسبنا الله و نعم الوكيل..

تلخيص / *Mu