❑الاحتمال: Probability

تعريف: إذا كانت S الفضاء العيني لتجربة ما، وكان A أي حادث في S فإننا نعين لهذا الحادث عددا P(A) يسمى احتمال الحادث A بحيث يساوي عدد عناصر الحادث مقسوما على عدد عناصر الفضاء العيني. بالرموز:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{\text{عدد عناصر الحادث } A}{\text{عدد عناصر الفضاء العيني}}$$

بحيث يحقق الفرضيات التالية:

١- $0 \le P(A) \le 1$

٢- $P(S) = 1$

٣- $P(\emptyset)=0$

مثال: عند رمي قطعة نقود مرتين . أكتب فضاء العينة ثم اوجد :

أ) احتمال ظهور صورة في الرمية الأولى؟

ب) احتمال ظهور كتابة في أي من الرميتين؟

الحل

فضاء العينة S = {HH , HT, TH, TT }, n(S) = 4

أ) A = حدث ظهور صورة في الرمية الأولى

A = {HH , HT } n(A) = 2 ⟹ $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

ب) B = حدث ظهور كتابة في احدى الرميتين

B = {HT, TH,TT } n(B) = 3 ⟹ $P(B) = \frac{3}{4}$

مثال: عند رمي حجر نرد مرة واحدة . أكتب فضاء العينة ثم اوجد احتمال:

أ) حدث ظهور عدد زوجي A؟ ب) حدث ظهور عدد اولي B ؟

ج) حدث ظهور عدد يقبل القسمة علي 3 C؟د)حدث ظهور عدد اقل من 7 D؟

و) حدث ظهور عدد اكبر من 6 F؟

الحل

فضاء العينة S = { 1 , 2, 3, 4 , 5 , 6 } n(S) = 6

A = {2 , 4 , 6 } n(A) = 3 ⟹ $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

B = {2, 3 , 5 } n(B) = 3 ⟹ $P(B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

C = {3, 6 } n(C) = 2 ⟹ $P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

D ={ 1 , 2, 3, 4 , 5 , 6 } n(D) = 6 ⟹ $P(D) = \frac{6}{6} = 1$

F = { }= Ø n(F) = 0 ⟹ $P(F) = \frac{0}{6} = 0$

الحدث المؤكد : هو الحدث الذي يجب وقوعه عند اجراء التجربة واحتمال الحدث المؤكد يساوي **1**

الحدث المستحيل : هو الحدث الذي لا يمكن وقوعه عند اجراء التجربة

واحتمال الحادث المستحيل يساوي صفر

مثال: عند رمي زهرة نرد منتظمة مرتين فإن العناصر (الناتجة) الممكنة التي يمكن وضعها بجدول:

(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

أ) احتمال أن يكون مجموع الرميتين = 5؟

أ) احتمال أن يكون الرميتين متساويتين ؟

$n(S) = 36$ فضاء العينة مكون من 36 عنصر بمعني

حدث ان يكون مجموع الرميتين يساوي 5 هو A

A ={ (4 ,1), (2 ,3) , (3 ,2) , (1 ,4) } ⟹ n(A)= 4

احتمال ان يكون مجموع الرميتين يساوي 5 هو

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

حدث ان يكون مجموع الرميتين متساويتين هو B

B ={ (1 ,1), (2 ,2), (3 ,3), (4 ,4), (5 ,5), (6 ,6)} ⟹ n(B)= 6

احتمال ان يكون الرميتين متساويتين هو

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(s)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

تمارين: أوجد الحوادث التالية واحتمال كل حادث وذلك عند رمي زهرة نرد مرتين، حيث

X = عدد نقاط الرمية الأولى، Y= عدد نقاط الرمية التالية.

A= {(x, y) : x + y < 4 }

B= {(x, y): x – y = 4}

C= {(x, y): x=5 }

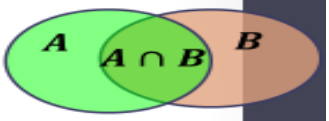
D= {(x, y): x+ y= 15 }

قواعد الاحتمالات

اذا كانت S فضاء عينة وكان A , B حدثين من فضاء العينة فان

$$1- \ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$2- \ P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(AUB)$$



$$3- P(A) + P(\bar{A}) = 1,$$

$$4- \ P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A \cap \bar{B})$$

$$5- \ P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)) = P(B \cap \bar{A})$$

$$6- P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$7- P(\overline{A \cap B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$$

مثال اذا كان :

$$P(A) = 0.4, \ P(B) = 0.7, \ P(A \cap B) = 0.3,$$

فأوجد :

$$P(A \cup B) \quad P(A - B) \quad P(B - A) \quad P(\bar{A}) \quad P(\bar{B})$$

الحل

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
$$= 0.4 + 0.7 - 0.3 = 0.8$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.3 = 0.1$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0.7 - 0.3 = 0.4$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.4 = 0.6$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.7 = 0.3$$

ملاحظات هامة على الاحتمالات

لأي حادثين من فضاء عينة A و B

1) احتمال وقوع احد الحادثين على الأقل -(وقوع A أو B) هو

$$P(A \cup B)$$

2) احتمال وقوع الحادثين معا -(وقوع A و B) هو

$$P(A \cap B)$$

3) احتمال وقوع الحدث A فقط (وقوع A بدون وقوع B) هو

$$P(A - B)$$

4) احتمال عدم وقوع الحدث A هو

$$P(\overline{A})$$

مثال: إذا كان احتمال حضور مدير شركة ما في يوم ما يساوي 0.9 واحتمال حضور مساعد المدير اليوم (0.95) واحتمال حضور واحد منها على الأقل يساوي 0.97 أوجد:

احتمال حضور المدير ومساعده؟

حضور المدير وحده؟

حضور مساعد المدير وحده؟

مثال: إذا كان احتمال نجاح محمد هو 0.8 واحتمال نجاح أحمد و محمد هو 0.6 واحتمال رسوب أحمد هو 0.3 فأوجد

١) احتمال نجاح أحدهما على الأقل؟

٢) احتمال نجاح محمد ورسوب أحمد؟

نفرض ان حدث نجاح محمد هو A

وحدث نجاح أحمد هو B

فيكون رسوب احمد هو $\bar{B}$

$P(A)=0.8 \qquad P(A\cap B)=0.6$

$P(\bar{B})=0.3 \quad P(B)=1-P(\bar{B})=0.7$

$1)P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0.8+0.7-0.6=0.9$

$2)P(A\cap \bar{B})=P(A)-P(A\cap B)=0.8-0.6=0.2$

مثال: يحتوي كيس على (4) كرات بيضاء و (6) كرات حمراء وكرتين سوداوين سحب من الكيس كره واحدة عشوائياً.

1) جد احتمال أن تكون الكره المسحوبة حمراء.

2) جد احتمال أن تكون الكره المسحوبة سوداء.

3) جد احتمال أن تكون الكره المسحوبة غير بيضاء.