العائــــد و المخــاطر
"القوانين"

أصل مالي واحد

بيانات تاريخية
" عند وجود سنوات معينة إذاَ البيانات في السؤال تاريخية و نستخدم القوانين التالية"

العائـد

متوسط العائد:

$$\bar{R} = \sum \frac{Rt}{n}$$

المخاطر

تسمى مقاييس التشتت

1. التباين:

$$\sigma^2 = \sum \frac{(Rt-\bar{R})^2}{n-1}$$

2. الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

3. معامل الاختلاف:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{R}}$$

4.التغاير (الانحراف أو التباين المشترك) :

$$COV_{(A,M)} = \sum \frac{(R_A-\bar{R}_A)(R_M-\bar{R}_M)}{n-1}$$

5. معامل بيتا "نموذج CAPM"

$$\beta = \frac{COV_{(A,M)}}{\sigma_M^2}$$

بيانات المستقبلية
" عند وجود حالات اقتصادية معينة إذاَ البيانات في السؤال مستقبلية و نستخدم القوانين التالية"

العائـد

العائد المتوقع:

$$E(R)_i = \sum Ri\ .\ Pi$$

2- العائد المتوقع باستخدام "نموذج CAPM":

$$E(R) = R_f + \beta(R_m - R_f)$$

حيث:

$(R_m - R_f)$ تسمى علاوة مخاطر السوق أو علاوة مخاطر الورقة المالية

المخاطر

1. التباين:

$$\sigma^2 = \sum (Ri - E(R)i)^2 . Pi$$

2. الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

3. معامل الاختلاف:

$$CV = \frac{\sigma}{E(R)}$$

العائـــد و المـخـاطر : بيانات تاريخية- أصل مالي واحد

"طريقة الحل"

المفتاح الأول للحل: لابد أن نعرف أولاً إذا كانت البيانات تاريخية أو مستقبلية و إذا كان المطلوب لأصل مالي واحد أو لمحفظة.
ثانياً:نكتب القانون النهائي "للمطلوب" من السؤال، و قد يتفرع منه عدة قوانين.
ثالثاً: نحدد في القانون ما هو المعطى أو المعلوم و ما هو المجهول.
رابعاً:نبدأ في استخراج المجهول لتصبح كل متغيرات القانون معلومة.
أخيراً: نعوض مباشرةً في القانون.

مثال (1):

توضح البيانات التالية العائد على الاستثمار في أسهم شركة ما خلال الأربع سنوات من 2005 -2008م.

السنوات	
2005	0.16
2006	0.15
2007	0.12
2008	0.05

المطلوب: حساب متوسط العائد، التباين، الانحراف المعيارى و معامل الاختلاف لعائدات السهم.
(1) (2) (3) (4)

نحدد نوع البيانات: البيانات تاريخية لأنها سنوات سابقة، و المطلوب للسهم الواحد، إذاً نستخدم قوانين البيانات التاريخية لأصل واحد حسب المطلوب.

المطلوب الأول: متوسط العائد، نكتب القانون الخاص بمتوسط العائد $\bar{R} = \sum \frac{Rt}{n}$

متغيرات القانون: Rt العوائد على الاستثمار "مُعطى" و عدد الاستثمارات n " مُعطى".

نعوض مباشرة في القانون: نجمع العوائد Rt "لوجود السيجما ∑في القانون و التي تعني الجمع" ثم نقسمها على عددها

$$\bar{R} = \frac{0.16+0.15+0.12+0.05}{4} = 12\%$$

المطلوب الثاني: التباين، نكتب القانون الخاص بالتباين $\sigma^2 = \sum \frac{(Rt-\bar{R})^2}{n-1}$

المعطيات: Rt العوائد على الاستثمار "مُعطى" و عدد الاستثمارات n " مُعطى"، $\bar{R}$ استخرجناه من الفقرة السابقة.

نعوض مباشرة في القانون: نلاحظ أن $\bar{R}$ 12% قيمة واحدة بينما Rt 4 قيم كما هو موضح في الجدول، إذاً سنفتح 4 أقواس تحتوي على قيم Rt المختلفة و $\bar{R}$ ستكون مكررة في كل قوس ، و بين كل قوس و الآخر (نجمع+) لوجود السيجما ∑في القانون و التي تعني الجمع:

$$\sigma^2 = \frac{(0.16-0.12)^2+(0.15-0.12)^2+(0.12-0.12)^2+(0.05-0.12)^2}{4-1} = 0.0025$$

الأفضل أثناء التعويض بالنسب المؤية أن نحولها إلى أعداد عشرية ، ثم نضرب الجواب النهائي في 100

المطلوب الثالث:

الانحراف المعياري، و هو الجذر التربيعي للتباين فقط نأخذ جذر التباين الذي نتج في الفقرة السابقة: $\sigma = \sqrt{0.0025} = 0.05$

المطلوب الرابع:

معامل الاختلاف، تعويض مباشر في القانون لأن كل متغيرات القانون أصبحت معلومة من الفقرات السابقة: $CV = \frac{\sigma}{\bar{R}} = \frac{0.05}{0.12} = 41.66\%$

العائـــد و المخـاطر : بيانات تاريخية- أصل مالي واحد

مثال (2):
يوضح الجدول التالي عوائد سهم شركة (جرير) وعوائد السوق للفترة من 2010 – 2014م .

المطلوب :حساب قيمة بيتا لسهم شركة جرير.

	عائد سهم جرير	عائد السوق
2010	4%	8%
2011	6%	4%
2012	-2%	-2%
2013	3%	2%
2014	4%	-2%

نحدد نوع البيانات: البيانات تاريخية لأنها سنوات سابقة، و المطلوب للسهم الواحد، إذاً نستخدم قوانين البيانات التاريخية لأصل واحد حسب المطلوب.

المطلوب: قيمة بيتا لسهم شركة جرير، إذاً نكتب القانون $\beta = \frac{COV_{(A,M)}}{\sigma^2_M}$

متغيرات القانون: $COV_{(A,M)}$ مجهول ، σ^2_M مجهول.

نبدأ في حساب المجاهيل أولاً:

أول مجهول

$COV_{(A,M)}$، وهو التباين المشترك بين عوائد السهم و السوق: $COV_{(A,M)} = \sum \frac{(R_A - \bar{R}_A)(R_M - \bar{R}_M)}{n-1}$

نحدد أيضاً المجهول و المعلوم من القانون: R_A و R_M مُعطى في الجدول، n معطى "عدد السنوات من 2010 – 2014= 5 سنوات"، **$\bar{R}_A$ و $\bar{R}_M$ مجهولين و**

نحسبهم من قانون متوسط العائد "لبيانات تاريخية و أصل مالي واحد": $\bar{R} = \sum \frac{Rt}{n}$

نحسب كل متوسط على حدا كما حسبناه في المثال (1) تماماً:

1- متوسط السهم لشركة جرير: $\bar{R}_A = \sum \frac{Rt}{n} = \frac{0.04+0.06-0.02+0.03+0.04}{5} = 3\%$

2- متوسط عوائد السوق: $\bar{R}_M = \sum \frac{Rt}{n} = \frac{0.08+0.04-0.02+0.02-0.02}{5} = 2\%$

نحسب الآن التغاير بالتعويض في القانون: كما نلاحظ وجود علامة سيجما إذاً سنجمع مع بعض كل قوسين مضروبين و نفتح أقواس مزدوجة بعدد السنوات (العائد الأول للسهم الموجود في الجدول - متوسط عائد السهم المحسوب في الخطوة السابقة)×(العائد الأول للسوق الموجود في الجدول - متوسط عائد السوق المحسوب في الخطوة السابقة) + (العائد الثاني للسهم الموجود في الجدول - متوسط عائد السهم المحسوب في الخطوة السابقة)×(العائد الثاني للسوق الموجود في الجدول - متوسط عائد السوق المحسوب في الخطوة السابقة) + ...

$$COV_{(A,M)} = \frac{(0.04-\mathbf{0.03})(0.08-\mathbf{0.02})}{5-1} + \frac{(0.06-\mathbf{0.03})(0.04-\mathbf{0.02})}{5-1} + \frac{(-0.02-\mathbf{0.03})(-0.02-\mathbf{0.02})}{5-1} + \frac{(0.03-\mathbf{0.03})(0.02-\mathbf{0.02})}{5-1} + \frac{(0.04-\mathbf{0.03})(-0.02-\mathbf{0.02})}{5-1} = 0.0007$$

تم حساب المجهول الأول $COV_{(A,M)} = 0.0007$

ثاني مجهول σ_M^2 و هو تباين السوق، و يُحسب بقانون التباين لأصل واحد لأنه يعامل معاملة الأصل الواحد و بالطبع نستخدم قانون التباين للبيانات التاريخية: $\sigma^2 = \sum \frac{(Rt-\bar{R})^2}{n-1}$ و متغيرات القانون كلها معلومة حيث تم حساب $\bar{R}_M$ في الخطوات السابقة 2%، بالتعويض المباشر في القانون تماماً كما حسبنا التباين في مثال (1):

$$\sigma^2{}_M = \frac{(0.08-\mathbf{0.02})^2+(04-\mathbf{0.02})^2+(-0.02-\mathbf{0.02})^2+(0.02-\mathbf{0.02})^2+(-0.02-\mathbf{0.02})^2}{5-1} = 0.0018$$

تم حساب المجهول الثاني $\boldsymbol{\sigma^2{}_M = 0.0018}$

الخطوة الأخيرة: بالتعويض المباشر في قانون بيتا لأصل مالي واحد $\beta = \frac{COV_{(A,M)}}{\sigma_M^2} = \frac{\mathbf{0.0007}}{\mathbf{0.0018}} = 0.39$

"طريقة الحل"

المفتاح الأول للحل: لابد أن نعرف أولاً إذا كانت البيانات تاريخية أو مستقبلية و إذا كان المطلوب لأصل مالي واحد أو لمحفظة.
ثانياً:نكتب قانون "المطلوب" من السؤال.
ثالثاً: نحدد في القانون ما هو المعطى أو المعلوم و ما هو المجهول.
رابعاً:نبدأ في استخراج المجهول لتصبح كل متغيرات القانون معلومة.
أخيراً: نعوض مباشرةً في القانون.

مثال (1):
يبين الجدول الموالي العائد المتوقع من سهم شركة(سابك))في ظل مجموعة من الأوضاع الاقتصادية المحتملة مع درجات احتمال حدوث كل حالة.

الحالة الاقتصادية	الاحتمال	عائد السهم
ازدهار	40%	15%
عادي	50%	10%
انكماش	10%	4%

المطلوب:
1- حساب العائد المتوقع من الاستثمار في سهم شركة سابك.
2- حساب درجة الخطر من الاستثمار في سهم الشركة (التباين، الانحراف المعياري، معامل الاختلاف.)

<u>نحدد نوع البيانات:</u> <u>البيانات مستقبلية</u> لوجود احتمالات و حالات اقتصادية، و <u>المطلوب للسهم الواحد</u>، إذاً نستخدم قوانين البيانات المستقبلية لأصل واحد حسب المطلوب.

<u>المطلوب الأول:</u> حساب العائد المتوقع من الاستثمار في سهم شركة سابك $\mathrm{E(R)_i} = \sum Ri \,.\, Pi$

<u>المتغيرات:</u> Ri عائد السهم "مُعطى" و الاحتمالات Pi " مُعطاة".

<u>نعوض مباشرة في القانون:</u> (العائد الأول× الاحتمال الأول + العائد الثاني× الاحتمال الثاني + العائد الثالث× الاحتمال الثالث)

$$\mathrm{E(R)_i} = 0.15 \times 0.40 + 0.10 \times 0.50 + 0.04 \times 0.10 = 11.4\ \%$$

المطلوب الأول $\mathrm{E(R)_i} = 11.4\ \%$

<u>المطلوب الثاني:</u> حساب التباين، $\sigma^2 = \sum\left(Ri - E(R)\right)^2 . Pi$

نحدد المعلوم و المجهول في القانون: Ri مُعطى، E(R) حسبناها في الخطوة السابقة، Pi مُعطى، نعوض مباشرةً في القانون، نفتح 3 أقواس بعدد الحالات الاقتصادية و عائدات الأسهم و نضع بين الأقواس عملية + لوجود علامة سيجما ، E(R) ستتكرر في جميع الأقواس أما Ri و Pi تختلف في كل قوس:

$$\sigma^2 = (0.15 - \mathbf{0.114})^2 \times 0.40 + (0.10 - \mathbf{0.114})^2 \times 0.50 + (0.04 - \mathbf{0.114})^2 \times 0.10 = 0.00116$$

المطلوب الثاني $\sigma^2 = 0.00116$

<u>المطلوب الثالث :</u> حساب الانحراف المعياري، $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

بالتعويض المباشر في القانون فقط نأخذ جذر التباين الذي نتج في الفقرة السابقة: $\sigma = \sqrt{0.00116} = 0.034$

المطلوب الثالث $\sigma = 0.034$

<u>المطلوب الرابع :</u> حساب معامل الاختلاف، $CV = \frac{\sigma}{\mathrm{E(R)}}$

بالتعويض المباشر في القانون لأن كل متغيرات القانون أصبحت معلومة من الفقرات السابقة

$$CV = \frac{\sigma}{\mathrm{E(R)}} = \frac{0.034}{0.114} = \mathbf{0.029} = \mathbf{29\%} \quad .$$

المطلوب الرابع : $CV = \mathbf{29\%}$

مثال (2):

إذا توفرت لديك المعلومات التالية عن سهم شركة ما:

- بيتا للسهم β = 1.5
- عائد السوق R_m = 8%
- العائد الخالي من الخطر R_f = 4%

المطلوب : أحسب العائد المتوقع للسهم عن طريق استخدام CAPM؟

نحدد نوع البيانات: البيانات مستقبلية لأنها عوائد متوقعة، و المطلوب للسهم ، إذاً نستخدم قوانين البيانات المستقبلية لأصل مالي واحد حسب المطلوب.

المطلوب : العائد المتوقع للسهم عن طريق استخدام CAPM

نكتب القانون: $\mathrm{E(R)} = R_f + \beta(R_m - R_f)$

المتغيرات:

كلها معطاة في السؤال، **فقط تعويض مباشر في القانون:** $\mathrm{E(R)} = R_f + \beta\left(R_m - R_f\right) = 0.04 + 1.5\ (0.08 - 0.04) = 10\%$

مثال (3):

إذا توفرت لديك المعلومات التالية عن سهم شركة ما:

- بيتا للسهم β = 1.5
- علاوة مخاطر السوق = 0.1
- العائد الخالي من الخطر R_f = 9%

المطلوب : أحسب العائد المتوقع للسهم عن طريق استخدام CAPM؟

المطلوب : العائد المتوقع للسهم عن طريق استخدام CAPM

نكتب القانون: $\mathrm{E(R)} = R_f + \beta(R_m - R_f)$

المتغيرات: R_f مُعطى، β مُعطى، R_m لم يُعطى في السؤال إنما المُعطى هو (علاوة مخاطر السوق) = $(R_m - R_f)$

بالتعويض المباشر في القانون: $\mathrm{E(R)} = R_f + \beta\left(R_m - R_f\right) = 0.09 + 1.5\ (0.1) = 24\%$

العائــــد و المخــاطر
"القوانين"

محفظة استثمارية

بيانات تاريخية

" عند وجود سنوات معينة إذاَ البيانات في السؤال تاريخية و نستخدم القوانين التالية"

العائـد

1- طريقة النسبة

$$R = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

أو

$$R = \frac{V_1}{V_0} - 1$$

حيث:

V_0=قيمة المحفظة كاملة

V_1=قيمة السهمA(العائد+1) + قيمة السهمB(العائد+1)

2- المتوسط المرجح بالأوزان:

$$R_p = \sum Wi \,.\, Ri$$

حيث:

$$W_i = \frac{V_i}{\sum V_i}$$

V_i=قيمة كل أصل أو سهم

$\sum V_i$=قيمة المحفظة كاملة

المخاطر

معامل بيتا "نموذج CAPM"

$$\beta_p = \sum Wi \,.\, Bi$$

بيانات المستقبلية

" عند وجود حالات اقتصادية معينة إذاَ البيانات في السؤال مستقبلية و نستخدم القوانين التالية"

العائـد

1- العائد المتوقع:

$$E(R)_p = \sum Wi \,.\, E(R)i$$

المخاطر

1. التباين:

$$\sigma^2 = \sum (R_p - E(R)_p)^2 . P_i$$

2. الانحراف المعياري:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

3.التغاير (الانحراف أو التباين المشترك) :

$$COV_{(A,B)} = \sum (R_A - E(R)_A)(R_B - E(R)_B) . P_i$$

أو

$$COV_{(A,B)} = \rho_{(A,B)} \times \sigma_A \sigma_B$$

4.الانحراف المعياري لأصلين :

$$\sigma = \sqrt{W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2\, W_A\, W_B\, COV_{(A,B)}}$$

أو

$$\sigma = \sqrt{W_A^2 \sigma_A^2 + W_B^2 \sigma_B^2 + 2\, W_A\, W_B\, \rho_{(A,B)} \times \sigma_A \sigma_B}$$

5- معامل الارتباط:

$$\rho_{(A,B)} = \frac{COV_{(A,B)}}{\sigma_A \sigma_B}$$

العائـــــد و المـخـاطر : بيانات تاريخية- محفظة استثمارية

"طريقة الحل"

المفتاح الأول للحل: لابد أن نعرف أولاً إذا كانت البيانات تاريخية أو مستقبلية و إذا كان المطلوب لأصل مالي واحد أو لمحفظة.
ثانياً:نكتب قانون "المطلوب" من السؤال.
ثالثاً: نحدد في القانون ما هو المعطى أو المعلوم و ما هو المجهول.
رابعاً:نبدأ في استخراج المجهول لتصبح كل متغيرات القانون معلومة.
أخيراً: نعوض مباشرةً في القانون.

مثال (1):
محفظة استثمارية لرجل أعمال تبغ قيمتها 1000,000 ريال، حيث تتكون من سهمين A و B :

المطلوب :حساب معدل العائد للمحفظة.

الأصل	القيمة	عائد الاستثمار R_i
A	600,000	8%
B	400,000	15%
قيمة المحفظة	1000,000	

<u>نحدد نوع البيانات:</u> <u>البيانات تاريخية</u> لعدم وجود حالات مستقبلية، و <u>المطلوب عائد المحفظة</u> ، إذاً نستخدم قوانين البيانات التاريخية لمحفظة استثمارية حسب المطلوب.

المطلوب: معدل عائد المحفظة، سنستخدم الطريقتين:

1- بطريقة النسبة : القانون: $R = \frac{V_1}{V_0} - 1$

المتغيرات: V_0مُعطى، V_1 مجهول

نحسب المجهول أولاً: V1= قيمة الأصل A ×(عائد A+ 1) + قيمة الأصل B ×(عائد B+ 1)

$$V_1 = 600,000\ (0.08 + 1) + 400,000(0.15 + 1) = 1108000$$

نعوض مباشرةً في القانون حيث V0= قيمة المحفظة كاملة(1000,000) :

$$R = \frac{V_1}{V_0} - 1 = \frac{1108000}{1000,000} - 1 = 10,8\%$$

2- بطريقة المتوسط المرجح بالأوزان : القانون: $R_p = \sum Wi\ .\ Ri$

المتغيرات: R_iمُعطى، Wi مجهول **(فائدة المبالغ أو القيم المعطاة في السؤال هي في استخراج الأوزان)**

نحسب المجهول أولاً: نحسب Wi (وزن) كل سهم أو أصل $W_i = \frac{V_i}{\sum V_i}$

$$W_A = \frac{V_A}{\sum V_i} = \frac{600,000}{1000,000} = 0.6 \quad , \quad W_B = \frac{V_B}{\sum V_i} = \frac{400,000}{1000,000} = 0.4$$

نعوض مباشرةً في القانون: $R_p = \sum Wi\ .\ Ri = (0.6\ \times 0.08) + (0.4\ \times 0.15) = 10,8\%$

كلا القانونين أعطوا نفس العائد 10,8%

العائـــد و المـخـاطر : بيانات تاريخية- محفظة استثمارية

مثال (2):
يريد مستثمر تشكيل محفظة استثمارية مكونة من أسهم كل من (سابك) و (المراعي) و(بنك الرياض)، الجدول يبين المبلغ المستثمر و قيمة بيتا لكل سهم.

المطلوب :حساب قيمة بيتا للمحفظة.

الأصل	القيمة	قيمة بيتا السهم B_i
سابك	50,000	0.4
المراعي	100,000	0.7
الرياض	50,000	0.5
قيمة المحفظة	2000,000	

*في هذا المثال سوف نستخرج الأوزان كما في مثال(1)

نحدد نوع البيانات: البيانات تاريخية لعدم وجود حالات مستقبلية، و المطلوب بيتا للمحفظة علماً أن بيتا تقيس المخاطر المنتظمة ، إذاً نستخدم قوانين البيانات التاريخية لمحفظة استثمارية حسب المطلوب.

المطلوب: بيتا للمحفظة، نستخدم القانون $\beta_p = \sum Wi \,.\, Bi$

المتغيرات: Bi مُعطى، Wi مجهول.

نحسب المجهول أولاً: نحسب Wi (وزن) كل أصل $W_i = \frac{V_i}{\sum V_i}$

$$W_{\text{سابك}} = \frac{V_{\text{سابك}}}{\sum V_i} = \frac{50,000}{2000,000} = 0.25 \quad , \quad W_{\text{المراعي}} = \frac{V_{\text{المراعي}}}{\sum V_i} = \frac{100,000}{2000,000} = 0.5 \quad , W_{\text{الرياض}} = \frac{V_{\text{الرياض}}}{\sum V_i} = \frac{50,000}{2000,000} = 0.25$$

نعوض مباشرةً في القانون:

$$\beta_p = \sum Wi \,.\, Bi = (.25 \times 0.4) + (0.5 \times 0.7) + (0.25 \times 0.5) = 0.575$$

العائـــــد و المـخــاطر : بيانات مستقبلية- محفظة استثمارية

مثال (3):
محفظة استثمارية مكونة من أصلين، موضح في الجدول قيمة كل أصل و العوائد المتوقعة لكل أصل في ظل مجموعة من الحالات الاقتصادية و احتمالات حدوثها.

المطلوب : العائد المرجح للمحفظة، تباين المحفظة، انحراف المحفظة.

الحالة الاقتصادية	القيمة	احتمال حدوثها Pi	العائد المتوقع Ri	
			A	B
ركود	15000	0.5	5%	2%
ازدهار	10000	0.5	15%	20%
قيمة المحفظة	25000			

* نلاحظ أن المحفظة عبارة عن عدة أصول أو أسهم مجتمعة مع بعض.
* في هذا المثال سوف نستخرج الأوزان كما في مثال(1)

نحدد نوع البيانات: البيانات مستقبلية لوجود حالات مستقبلية، و المطلوب للمحفظة ، إذاً نستخدم قوانين البيانات المستقبلية لمحفظة استثمارية حسب المطلوب.

المطلوب الأول: العائد المرجح للمحفظة**:** نكتب قانون العائد المتوقع أو المرجح للمحفظة: $\mathrm{E(R)}_p = \sum Wi\ .\ E(R)i$

المتغيرات: Wi مجهول، $E(R)i$ مجهول .
نحسب المجاهيل أولاً: (بما أن هذه المحفظة تتكون من أصلين سوف نحسب الوزن للأصلين كل أصل على حدا ، و العائد المتوقع للأصلين كل أصل على حدا)

المجهول الأول Wi (وزن) كل أصل $\mathrm{W_i} = \frac{V_i}{\sum V_i}$

$$\mathrm{W}_A = \frac{V_A}{\sum V_i} = \frac{15000}{25,000} = 0.6 \quad , \quad \mathrm{W}_B = \frac{V_B}{\sum V_i} = \frac{10000}{25,000} = 0.4$$

المجهول الثاني $E(R)i$ وهو عبارة عن العائد المتوقع لكل استثمار منفصل $\mathrm{E(R)_i} = \sum \mathrm{Ri\ .\ Pi}$ (نفس البيانات المستقبلية لأصل مالي واحد)، نوجد $E(R)i$ للأصل A ثم للأصل B

عائد الأصل الأول A $\quad \mathrm{E(R)}_A = \sum \mathrm{RA\ .\ Pi} = (0.05 \times 0.05) + (0.15 \times 0.5) = 10\%$

عائد الأصل الثاني B $\quad \mathrm{E(R)}_B = \sum \mathrm{RB\ .\ Pi} = (0.02 \times 0.05) + (0.20 \times 0.5) = 11\%$

ميزت العائد الأول بـ A بدل i لسهولة التفريق بين العائدين Aو B فقط

نعوض مباشرةً في قانون العائد المتوقع للمحفظة:
(حاصل ضرب الوزن الأول في عائد الأصل A + حاصل ضرب الوزن الثاني في عائد الأصل B)
أو $(\mathrm{W}_A \times \mathrm{E(R)}_A) + (\mathrm{W}_B \times \mathrm{E(R)}_B)$

$$\mathrm{E(R)}_p = \sum Wi\ .\ E(R)i = 0.6 \times 0.10 + 0.4 \times 0.11 = 10.4\ \%$$

المطلوب الأول: العائد المرجح للمحفظة**:** $\mathrm{E(R)}_p = 10.4\ \%$

المطلوب الثاني: تباين المحفظة**:** نكتب قانون تباين المحفظة : $\sigma^2 = \sum (R_p - E(R)_P)^2 . P_i$

المتغيرات: R_p مجهول، $E(R)p$ تم حسابه في المطلوب الأول .

نحسب المجهول أولاً: R_p و هو عائد المحفظة لكل حالة من الحالات الاقتصادية في السؤال، و سنستخدم نفس قانون المتوسط المرجح بالأوزان للبيانات التاريخية للمحفظة و لأننا هنا بصدد بيانات مستقبلية سوف نرجح الناتج باحتمالات حدوثها المستقبلية أي سيتم ضرب الناتج في الاحتمال:

القانون المستخدم: $R_p = \sum Wi \, . \, Ri$

المتغيرات: Wi معلوم، Ri معلوم ، إذاً تعويض مباشر:

Rp= (Wi × Ri) + (Wi × Ri) × الاحتمال

حالة الركود: $R_p = \sum Wi \, . \, Ri = (0.6 \times 0.05) + (0.4 \times 0.02) \times 0.5 = 1.9\%$

حالة الازدهار: $R_p = \sum Wi \, . \, Ri = (0.6 \times 0.15) + (0.4 \times 0.20) \times 0.5 = 8.5\%$

ملاحظة: للتأكد فقط فإن <u>مجموع</u> عوائد المحفظة في حالة الركود و الازدهار هو نفسه تماما عائد المحفظة المتوقع الذي حُسب في المطلوب الأول.

الحالة الاقتصادية	احتمال حدوثها Pi	العائد المتوقعRi	
		A	B
ركود	0.5 ×	5% ×	2% ×
	الوزن Wi	0.6	0.4

نعوض مباشرةً في قانون التباين للمحفظة: سيكون لدينا قوسين بعدد الحالات الاقتصادية:

$$\sigma^2 = \sum (R_p - E(R)_P)^2 . P_i = (0.019 - 0.104)^2 \times 0.5 + (0.085 - 0.104)^2 \times 0.5 = 0.003793$$

المطلوب الثاني: تباين المحفظة $\sigma^2 = 0.003793$

المطلوب الثالث: انحراف المحفظة**:** بالتعويض المباشر، نأخذ الجذر التربيعي للتباين

$$\sigma = \sqrt{0.003793} = 0.0615$$

المطلوب الثالث: انحراف المحفظة $\sigma = 0.0615$

تباين المحفظة هو أكثر شيء
يحتاج إلى تركيز و فهم

العائـــــد و المـخــاطر : بيانات مستقبلية- محفظة استثمارية

مثال (4):
يرغب صندوق استثماري في تشكيل محفظة مكونة من أصلين ماليين بأوزان متساوية و تتمتع بأقل درجة خطر، أمام الشركة ثلاثة أصول و ترغب في الاختيار بينها كما يوضح الجدول الحالات الاقتصادية و عوائد الأصول.

المطلوب :ما هي المحفظة التي تحقق هدف الصندوق في تقليل الخطر إلى أدنى درجة؟

الحالة الاقتصادية	احتمال حدوثها Pi	العائد المتوقعRi		
		A	B	C
ازدهار	30%	60%	60%	50%
عادي	40%	0%	10%	20%
ركود	30%	- 10%	- 20%	- 10%

* في هذا المثال الأوزان معطاة في السؤال حيث ذكر بأن كل أصلين وزنهم متساوي إذاً wi= 0.5 لكل أصل. و من الممكن أن يعطيني قيم و استخرج منها الأوزان كما في الأمثلة السابقة.

نحدد نوع البيانات: البيانات مستقبلية لوجود حالات مستقبلية، و المطلوب للمحفظة ، إذاً نستخدم قوانين البيانات المستقبلية لمحفظة استثمارية حسب المطلوب.

المطلوب :ما هي المحفظة التي تحقق هدف الصندوق في تقليل الخطر إلى أدنى درجة؟
يرغب المستثمر في تشكيل محفظة مكونة من أصلين لذلك سنستخدم التباين المشترك أو التغاير لتشكيل كل أصلين مع بعض، ثم سنقوم باختيار المحفظة المثلى و التي تتمتع بأقل درجة خطر و حيث أن الانحراف المعياري أدق مقاييس الخطر لذلك سنختار المحفظة المثلى التي تتمتع بأقل انحراف معياري، أي أن المطلوب النهائي هو الانحراف المعياري لكل أصلين معاً.
الخطوة الأولى:
نكتب قانون المطلوب النهائي و نحدد منه المعلوم و المجهول:
قانون الانحراف المعياري لأصلين:

$$\sigma = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2\,W_A\;W_B\;COV_{(A,B)}}$$

المتغيرات: W أوزان كل أصل معطاة في السؤال (=0.5) ، σ^2 التباين لكل أصل مجهول، $COV_{(A,B)}$ التغاير لكل أصلين مجهول.

نبدأ في حساب المجاهـــيل:

المجهول الأول التباين لكل أصل: (نستخدم قانون التباين للبيانات المستقبلية لأصل واحد $\sigma^2 = \sum(Ri - E(R)i)^2 . Pi$)

المتغيرات: Ri عائد السهم "مُعطى"، $E(R)_i$ مجهول.
نحسب $E(R)_A$ و $E(R)_B$ و $E(R)_C$ العائد المتوقع لأصل مالي واحد لبيانات مستقبلية: $E(R)_i = \sum Ri\,.\,Pi$ (كما حسبناها تماماً في مثال صفحة 5و 11 أعلاه)
المتغيرات: Ri عائد السهم "مُعطى" و الاحتمالات Pi " مُعطاة".
نعوض مباشرة في القانون: (العائد الأول× الاحتمال الأول + العائد الثاني× الاحتمال الثاني + العائد الثالث× الاحتمال الثالث)

$$E(R)_A = 0.60 \times 0.30 + 0.0 \times 0.40 - 0.10 \times 0.30 = 15\ \%$$

$$E(R)_B = 0.60 \times 0.30 + 0.10 \times 0.40 - 0.20 \times 0.30 = 16\ \%$$

$$E(R)_C = 0.50 \times 0.30 + 0.20 \times 0.40 - 0.10 \times 0.30 = 20\ \%$$

الآن نحسب تباين كل أصل، بالتعويض المباشر في قانون التباين :

تباين A $\sigma^2 = \sum(Ri - E(R)i)^2.Pi = (0.60 - 0.15)^2 \times 0.30 + (0.0 - 0.15)^2 \times 0.40 + (-0.10 - 0.15)^2 \times 0.30 = 0.089$

تباين B $\sigma^2 = \sum(Ri - E(R)i)^2.Pi = (0.60 - 0.16)^2 \times 0.30 + (0.10 - 0.16)^2 \times 0.40 + (-0.20 - 0.16)^2 \times 0.30 = 0.098$

تباين C $\sigma^2 = \sum(Ri - E(R)i)^2.Pi = (0.50 - 0.20)^2 \times 0.30 + (0.20 - 0.20)^2 \times 0.40 + (-0.10 - 0.20)^2 \times 0.30 = 0.054$

المجهول الثاني التباين المشترك لكل أصلين: $COV_{(A,B)}$ و $COV_{(A,C)}$ و $COV_{(B,C)}$

1- (A,B)

$$COV_{(A,B)} = \sum (R_A - E(R)_A)(R_B - E(R)_B).P_i$$

المتغيرات: R_A **و** R_B معلومين، $E(R)_A$ و $E(R)_B$ محسوبة من الخطوات السابق، Pi معلومة.

بالتعويض المباشر في قانون التباين المشترك :

$$COV_{(A,B)} = \sum (R_A - E(R)_A)(R_B - E(R)_B).P_i$$
$$= (0.60 - 0.15)(0.60 - 0.16) \times 0.30$$
$$+$$
$$(0.0 - 0.15)(0.10 - 0.16) \times 0.40$$
$$+$$
$$(-0.10 - 0.15)(-0.20 - 0.16) \times 0.30$$
$$= 0.09$$

$$COV_{(A,B)} = 0.09$$

2- (A,C) و (B,C): جميع متغيرات القانون معلومة لذلك نفس الخطوة السابقة نعوض مباشرة في قانون التباين المشترك

$$COV_{(A,C)} = 0.063$$
$$COV_{(B,C)} = 0.072$$

الآن أصبحت كل متغيرات قانون الانحراف "و هو المطلوب في السؤال معلومة" ، فقط تعويض مباشر في القانون

1- انحرف الأصلين (A,B)

$$\sigma = \sqrt{W_A^2\sigma_A^2 + W_B^2\sigma_B^2 + 2\,W_A\ W_B\ COV_{(A,B)}}$$

$$\sigma = \sqrt{0.5^2 \times 0.089 + 0.5^2 \times 0.098 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.09} = 0.30$$

1- انحرف الأصلين (A,C)

$$\sigma = \sqrt{0.5^2 \times 0.089 + 0.5^2 \times 0.054 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.063} = 0.26$$

1- انحرف الأصلين (B,C)

$$\sigma = \sqrt{0.5^2 \times 0.098 + 0.5^2 \times 0.054 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 0.072} = 0.27$$

<u>نلاحظ أن المحفظة المكونة من الأصلين (A,C) تتمتع بأقل انحراف معياري أي أقل درجة خطر و هي المحفظة المثلى</u>

و كخطوة إضافية يمكن حساب معامل الارتباط لكل محفظة مكونة من أصلين بالقانون التالي:

$$\rho_{(A,B)} = \frac{COV_{(A,B)}}{\sigma_A\sigma_B}$$

المتغيرات: $COV_{(A,B)}$ و $COV_{(A,C)}$ و $COV_{(B,C)}$ جميعها محسوبة في الخطوة السابقة، $\sigma_A\sigma_B\sigma_C$ يمكن أخذ الجذر التربيعي للتباين المحسوب سابقاً لكل أصل فيصبح لدينا انحراف كل أصل:

انحراف A $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.089} = 0.298$

انحراف B $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.098} = 0.313$

انحراف C $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.054} = 0.232$

1- معامل ارتباط الأصلين (A,B):

$$\rho_{(A,B)} = \frac{COV_{(A,B)}}{\sigma_A \sigma_B} = \frac{0.09}{0.298 \times 0.313} = 0.96$$

2- معامل ارتباط الأصلين (A,C):

$$\rho_{(A,C)} = \frac{COV_{(A,C)}}{\sigma_A \sigma_C} = \frac{0.063}{0.298 \times 0.232} = 0.91$$

2- معامل ارتباط الأصلين (B,C):

$$\rho_{(B,C)} = \frac{COV_{(B,C)}}{\sigma_B \sigma_C} = \frac{0.072}{0.313 \times 0.232} = 0.99$$

ملاحظات:

١. أسهبت في الشرح بالتفصيل فبعض المعلومات قد تكون معروفة للبعض و ربما يجهلها الآخرون.

٢. نلاحظ في كل قوانين التباين دائما وجود قوس واحد و عليه تربيع، بينما التباين المشترك " من اسمه مشترك" يعني يوجد به قوسين و لا يوجد تربيع سواء لأصل واحد أو محفظة استثمارية.

٣. تباين البيانات التاريخية دائماً مقسوم على n-1، تباين البيانات المستقبلية سواء لأصل واحد أو لمحفظة دائماً مضروب في Pi الاحتمالات.

٤. وجود Pi دائماً يعني بيانات مستقبلية لأصل مالي أو لمحفظة استثمارية.

٥. وجود Wi دائماً يعني محفظة استثمارية.