ملخص مقرر مبادئ الرياضيات
المحاضرة السابعة ـ الفصل الرابع : المقادير الكسرية

*ما هو المقدار الكسري ؟

هو عبارة عن ناتج قسمة كثيرتي حدود بحيث يسمى المقسوم بالبسط و المقسوم عليه بالمقام .

ـ ومن الأمثلة على المقادير الكسرية :

1. $\frac{5x-4 \leftarrow \text{بسط}}{2x+1 \leftarrow \text{مقام}}$
2. $\frac{3x^2+x-1 \leftarrow \text{بسط}}{2x^2+2 \quad \leftarrow \text{مقام}}$
3. $x^4-\frac{1}{x^2}=\frac{x^4}{1}-\frac{1}{x^2}$

$=\frac{x^4}{1}\cdot\left(\frac{x^2}{x^2}\right)-\frac{1}{x^2}$ ← بضرب المقدار الاول بـ $\left(\frac{x^2}{x^2}\right)$

$=\frac{x^6}{x^2}-\frac{1}{x^2}=\frac{x^6-1}{x^2}$

*العمليات الجبرية على المقادير الكسرية :

1. جمع و طرح المقادير الكسرية :ـ عند جمع أو طرح المقادير الكسرية يجب ملاحظة ما يلي :

أ) إذا كانت المقادير الكسرية لها المقام نفسه فيكون المجموع النهائي لها نفس المقام و بسطه يتكون من ناتج جمع البسط الأول مع بسط المقدار الثاني .

بصورة رموز←

$$\frac{x}{y}+\frac{z}{y}=\frac{x+z}{y} \quad , \quad y\neq 0$$
$$\frac{x}{y}-\frac{z}{y}=\frac{x-z}{y} \quad , \quad y\neq 0$$

مثال / اوجد ناتج مايلي بأبسط صورة :ـ

1. $\frac{x+3}{x-2}-\frac{3x}{x-2}=\frac{x+3-3x}{x-2}=\frac{-2x+3}{x-2}$
2. $\frac{4x-3}{5x}-\frac{2+2x}{5x}=\frac{4x-3-(2+2x)}{5x}=\frac{4x-3-2-2x}{5x}=\frac{2x-5}{5x}$

ب) إذا كانت المقادير الكسريه لها مقامات مختلفه ففي هذه الحاله نقوم بتحويلها الى كسور مكافئة لها نفس المقام و ذلك عن طريق ضربها في كثيرة حدود مناسبة ثم نطبق الطريقة في (أ) .
و بصورة رمزيه يمكن التعبير عن الفقرة في الاعلى كما يلي :

$$\frac{x}{y} \pm \frac{z}{w} = \frac{x \cdot w}{y \cdot w} \pm \frac{z \cdot y}{w \cdot y} = \frac{xw}{yw} \pm \frac{zy}{yw} = \frac{xw \pm zy}{yw}$$

مثال :
أوجد ناتج مايلي :-

1. $\frac{5}{x} + \frac{3}{x^2} = \frac{5 \cdot (x)}{x \cdot (x)} + \frac{3}{x^2} = \frac{5x}{x^2} + \frac{3}{x^2} = \frac{5x + 3}{x^2}$
2. $\frac{2}{x} - \frac{3}{x-1} = \frac{2 \cdot (x-1)}{x \cdot (x-1)} - \frac{3 \cdot (x)}{x-1 \cdot (x)} = \frac{2(x-1)}{x(x-1)} - \frac{3x}{x(x-1)} = \frac{2x - 2 - 3x}{x(x-1)}$
$= \frac{-x-2}{x(x-1)}$

أوجد ناتج عملية طرح المقادير الكسريه التاليه :-

1. $\frac{7}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{7}{(x-1)(x+1)} - \frac{x \cdot (x+1)}{x-1(x+1)} = \frac{7 - x(x+1)}{(x-1)(x+1)}$
$= \frac{7 - x^2 - x}{x^2 - 1}$

ملاحظة : عند توحيد المقامات لمقادير كسرية , فإنه يجب تحليل مقامات الكسور إلى عواملها الأولية أن مكن .

أوجد ناتج الجمع فيما يلي :

1. $\frac{x^3-1}{x^2} + \frac{x^2-1}{5x} = \frac{x^3 - 1 \cdot (5)}{x^2 \cdot (5)} + \frac{x^2 - 1 \cdot (x)}{5x \cdot (x)} = \frac{5(x^3-1) + x(x^2-1)}{5x^2}$
$= \frac{5x^3 - 5 + x^3 - x}{5x^2} = \frac{6x^3 - x - 5}{5x^2}$

2 . عملية ضرب المقادير الكسرية :
عند ضرب مقدار كسري مع آخر , فإننا نقوم بضرب البسط مع البسط مقسوما على المقام ضرب المقام .

$$\frac{x}{y} \cdot \frac{z}{w} = \frac{xz}{yw}$$

أوجد ناتج مايلي :-

1. $\frac{3x}{x-1} \cdot \frac{5}{x} = \frac{15x}{x(x-1)} = \frac{15}{x-1}$

2. $\frac{5x}{x-1}\cdot\frac{-3x}{x+1}=\frac{-15x^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{-15x^2}{x^2-1}$

3. $x\cdot\frac{x^3}{x-2}=\frac{x^4}{x-2}$

4. $\frac{1}{x}\cdot\frac{2x^3}{x^{-1}}=\frac{1\cdot(x^{-1})}{x\cdot(x^{-1})}\cdot\frac{2x^3}{x^{-1}}=\frac{2x^3}{x^0}=\frac{2x^3}{1}=2x^3$

طريقة أخرى $=\frac{1}{x}\cdot\frac{2x^3x^1}{1}=\frac{1}{x}\cdot\frac{2x^4}{1}=\frac{2x^4}{x}=2x^3$

3 . قسمة المقادير الجبرية :

لقسمة مقدار كسري على آخر فإننا نحول إشارة القسمة إلى ضرب و نأخذ مقلوب الكسر الثاني .

$$\frac{x}{y}\div\frac{z}{w}=\frac{x}{y}\times\frac{w}{z}=\frac{xw}{yz}$$

بسط مايلي :-

1. $\frac{3}{x}\div\frac{x}{3}=\frac{3}{x}\times\frac{3}{x}=\frac{9}{x^2}$

2. $\frac{x^2+1}{x-1}\div\frac{x+1}{x^2-1}=\frac{x^2+1}{x-1}\times\frac{x^2-1}{x+1}=\frac{x^2+1\cancel{(x-1)(x+1)}}{\cancel{(x-1)(x+1)}}=x^2+1$

3. $\frac{5}{x}\cdot\frac{x^2}{5}\div\frac{x-1}{x}=\frac{5x^2}{5x}\div\frac{x-1}{x}=\frac{5x^2}{5x}\div\frac{x-1}{x}=x\div\frac{x-1}{x}=x\cdot\frac{x}{x-1}=\frac{x^2}{x-1}$

4. $\frac{x}{5}\div\frac{x-1}{x}\cdot\frac{2}{x^2}=\frac{x}{5}\cdot\frac{x}{x-1}\cdot\frac{2}{x^2}=\frac{x^2}{5x-1}\cdot\frac{2}{x^2}=\frac{2}{5x-1}$

تمارين و مسائل :

أوجد ناتج مايلي بأبسط صورة :-

1. $\frac{3x}{x-3}+\frac{1}{x^2-9}=$

2. $\frac{2}{x^2}+\frac{1}{x}\cdot\frac{x-1}{x}=$

3. $\frac{1}{x^2-4}\div\frac{5}{x+2}=$

4. $\frac{7-x}{x} - \frac{x^2-2x+1}{5} =$

* أرجو التنبيه عند وجود أي خطأ .. و بالتوفيق للجميع .

Zeko