مبادىء الرياضيات : المحاضرة 11

5) المتراجحات الخطية بمجهول واحد :

تعريف : المتراجحة هي عبارة عن معادلة ولكن تأخذ أحد الاشارات التالية :

$<$, $\leq$, $\geq$, $>$ بدلا من إشارة =

ومن الأمثلة على ذلك :

$5x-4 \geq 1$

$3x-2 < 5x+6$

وهي عبارة عن امثله على المتراجحات الخطية .

- عملية حل المتراجحات الخطية بمجهول واحد (x) تتم من خلال ايجاد قيمة المتغير x الذي يحقق طرفي المتراجحه . ويجب ملاحظة أن اشارة المتراجحة سوف تتغير عند الضرب أو القسمة بعدد سالب , أما بقية العمليات الجبرية كالجمع أو الطرح من عدد موجب أو سالب أو الضرب والقسمة بعدد موجب فتبقى اشارة المتراجحة كما هي .

مثال : اوجد حل المتراجحة التالية :

$3x+11 \geq 5x-1$

الحل : لحل هذه المتراجحة نطبق الاسلوب المتبع في حل المعادلات الخطية بمجهول واحد حيث نقوم بتجميع المتغيرات في طرف والاعداد الثابتة في الطرف الاخر , بحيث نحصل في النهاية على قيمة المتغير x لوحدة .

$3x-5x \geq -1-11$

$\frac{-2x}{-2} \geq \frac{-12}{-2}$ بقسمة طرفي المتراجحة على العدد 2-

$X \leq 6$

مجموعة الحل لهذه المتراجحة هي : $x = \{x : x \leq 6\}$ or $(-\infty , 6]$

مثال : اوجد حل المتراجحة :

$4x+3 \leq 1$

$4x \leq 1-3$

$\frac{4x}{4} \leq \frac{-2}{4}$ بقسمة طرفي المتراجحة على العدد 4 تحصل على

$X \leq -1/2$

مجموعة الحل هي :

$X = \{x : x \leq -\frac{1}{2}\}$ or $(-\infty , -1/2]$

مثال : اوجد حل المتراجحة :

$7x - 3 > 2x - 18$

الحل :

$7x - 2x > -18 + 3$

$\frac{5x}{5} > \frac{-15}{5}$

مجموعة الحل هي :

$(-3, \infty)$ or $X > -3$

نهاية الفصل الخامس

مسائل وتمارين :

أوجد حل كل من المتراجحات الخطية التالية :

1) $-1/2\, x \geq 4$

2) $3x - 1 < x + 1$

3) $3 \leq 2x - 5 \leq 5$

الفصل السادس : المتواليات

تعريف : المتوالية هي عبارة عن متتابعة لمجموعة من الاعداد مرتبة حسب قاعدة معينة أو صيغة معينة ويسمى كل عنصر من عناصرها حداً . ومن الأمثلة عليها :

1) $\{2, 4, 6, 8, \ldots\}$

2) $\{1, 1/2, 1/4, 1/8, \ldots\}$

وتقسم المتواليات الى قسمين :

1) المتواليات الحسابية .

2) المتواليات الهندسية .

أولا : المتواليات الحسابية :

تعريف : المتوالية الحسابية هي عبارة عن متتابعة من الأعداد كل حد من حدودها يزيد أو ينقص عن الحد الذي يسبقه بمقدار ثابت (باستثناء الحد الأول) .

إذا كان كل من :

a : يرمز للحد الأول

d: أساس المتوالية وهو عبارة عن الفرق بين أي حد والحد الذي يسبقه (ماعدا الحد الأول) .

فيمكن كتابة المتوالية الحسابية على الشكل التالي :

$a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots\ldots$

حيث يسمى :

a : الحد الأول .

a+d : الحد الثاني .

وهكذا .... وبالاستمرار بهذه الطريقة يمكن إيجاد قيمة الحد n (t n) ← الحد الذي موقعه العدد n

من خلال الصيغة التالية : $t_n = a + (n - 1)\, d$

حيث $n \in N$ (الأعداد الطبيعية)

أما لإيجاد مجموع n من حدود متوالية حسابية فيمكن تطبيق صيغة القانون التالية :

Total ← $T_n = n/2\, [2a + (n - 1)\, d]$

حيث a : الحد الأول .
d : أساس المتوالية .
n :عدد الحدود المطلوب إيجاد مجموعها .
وأيضا يمكن إيجاد مجموع n من حدود متوالية حسابية علم فيها الحد الأول a والحد الأخير b من خلال الصيغة التالية : t n = n/2 [a + b]

مثال : اوجد قيمة الحد السادس عشر من المتوالية :
..... , 13 , 10 , 7 , 4
ثم اوجد مجموع أول ستة حدود ؟
المطلوب : T 6 ? t16?
الحل : a = 4 , d = 7 – 4 = 3
T 16 =??
T 16 = a + (n – 1) d
= 4 + (16 – 1) . 3
= 4 + 15 (3)
= 4 + 45 = 49 .

(للتأكد : ..... , 52 , 49 , 46 , 43 , 40 , 37 , 34 , 31 , 28 , 25 , 22 , 19 , 16 , 13 , 10 , 7 , 4
الحد السادس
T 6 = ??
T 6 = n/2 [2 a + (n – 1) d]
= 6/2 [2 (4) + (6 – 1) . 3]
= 3 [8 + 15]
= 3 (23) = 69
(للتأكد : t 6 = 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 = 69)

مثال : اوجد مجموع أول 12 حدا من المتوالية الحسابية ..... , 13 , 8 , 3
الحل : 3 = 9 , d = 8 – 3 = 5
T 12 = n/2 [2a + (n – 1) d]
= 12/2 [2 (3) + (12 – 1) . 5]
= 6 [6 + 55] = 6 (61) = 366

مثال : أوجد مجموع أول عشرة حدود في متوالية حسابية فيها الحد الأول =5 , والحد الأخير = 100 ؟
الحل : t 10 = n/2 [5 + 100]
= 10/2 [105] = 5 (105)
= 525
سؤال : متوالية حسابية حدها الأول = 1 وأساسها = 5- , اوجد :
1) t 10 قيمة الحد العاشر
2) T 10 مجموع أول عشرة حدود

ملاحظة ..(أرجو التنبيه إذا كان هناك خطأ)...

بالتوفيق لكم جميعاً

.... انا ....