

المحاضرة السابعة - الفصل الرابع : المقادير الكسرية

*ما هو المقدار الكسري ؟

هو عبارة عن ناتج قسمة كثيرتي حدود بحيث يسمى المقسوم بالبسط و المقسوم عليه بالمقام .

- ومن الأمثلة على المقادير الكسرية :

$$\begin{aligned} 1. & \frac{5x - 4}{2x + 1} \leftarrow \begin{array}{l} \text{بسط} \\ \text{مقام} \end{array} \\ 2. & \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 + 2} \\ 3. & x^4 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^4}{1} - \frac{1}{x^2} \\ & = \frac{x^4}{1} \cdot \left(\frac{x^2}{x^2} \right) - \frac{1}{x^2} \\ & = \frac{x^6}{x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x^6 - 1}{x^2} \end{aligned}$$

*العمليات الجبرية على المقادير الكسرية :

١. جمع و طرح المقادير الكسرية :- عند جمع أو طرح المقادير الكسرية يجب ملاحظة ما يلي :
أ (إذا كانت المقادير الكسرية لها المقام نفسه فيكون المجموع النهائي لها نفس المقام و بسطه يتكون من ناتج البسط الأول مع بسط المقدار الثاني .
بصورة رموز ←

مثال / اوجد ناتج مايلي بأبسط صورة :-

$$\begin{aligned} 1. & \frac{x + 3}{x - 2} - \frac{3x}{x - 2} \\ 2. & \frac{4x - 3}{5x} - \frac{2}{5x} \end{aligned}$$

ب) إذا كانت المقادير الكسرية لها مقامات مختلفة ففي هذه الحالة نقوم بتحويلها الى كسور مكافئة لها نفس المقام و ذلك عن طريق ضربها في كثيرة حدود مناسبة ثم نطبق الطريقة في (أ) .
و بصورة رمزية يمكن التعبير عن الفقرة في الاعلى كما يلي :

مثال :
أوجد ناتج مايلي :-

$$1. \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2} = \frac{5 \cdot (x)}{x \cdot (x)} + \frac{3}{x^2} = \frac{5x + 3}{x^2}$$

$$2. \frac{2}{x} - \frac{3}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x(x-1)} - \frac{3x}{x(x-1)} = \frac{2x-2-3x}{x(x-1)} = \frac{-x-2}{x(x-1)}$$

أوجد ناتج عملية طرح المقادير الكسرية التالية :-

$$1. \frac{7}{x^2-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{7}{(x-1)(x+1)} - \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{7 - x^2 - x}{(x-1)(x+1)}$$

ملاحظة : عند توحيد المقامات بالمقادير الكسرية ، فإنه يجب تحليل مقامات الكسور إلى عواملها الأولى هان أمكن .

أوجد ناتج الجمع فيما يلي :

$$1. \frac{x^3-1}{x^2} + \frac{x^2-5x}{x-1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2} + \frac{x^2-5x}{x-1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1) + x^2(x-1) - 5x(x-1)}{x^2(x-1)}$$

٢ . عملية ضرب المقادير الكسرية :

عند ضرب مقدار كسري مع آخر ، فإننا نقوم بضرب البسط مع البسط مقسوما على المقام ضرب المقام .

أوجد ناتج مايلي :-

$$1. \frac{3x}{x-1} \cdot \frac{5}{x} = \frac{3x \cdot 5}{(x-1) \cdot x} = \frac{15x}{x(x-1)} = \frac{15}{x-1}$$

$$2. \frac{5x}{x-1} \cdot \frac{-3x}{x+1} = \frac{5x \cdot (-3x)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-15x^2}{(x-1)(x+1)}$$

$$3. x \cdot \frac{x^3}{x-2} = \frac{x^4}{x-2}$$

$$4. \frac{1}{x} \cdot \frac{2x^3}{x^{-1}} = \frac{1 \cdot 2x^3}{x \cdot x^{-1}} = \frac{2x^4}{x^0} = 2x^4$$

$$\text{طريقة أخرى} = \frac{1}{x} \cdot \frac{2x^3}{x^{-1}} = \frac{1}{x} \cdot 2x^4 = 2x^3$$

٣ . قسمة المقادير الجبرية :
لقسمة مقدار كسري على آخر فإننا نحول إشارة القسمة إلى ضرب و نأخذ مقلوب الكسر الثاني .

بسط ماييلي :-

$$1. \frac{3}{x} \div \frac{x}{3} = \frac{3}{x} \times \frac{3}{x} = \frac{9}{x^2}$$

$$2. \frac{x^2+1}{x-1} \div \frac{x+1}{x^2-1} = \frac{x^2+1}{x-1} \times \frac{x^2-1}{x+1} = \frac{(x^2+1)(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = x^2+1$$

$$3. \frac{5}{x} \cdot \frac{x^2}{5} \div \frac{x-1}{x} = \frac{5}{x} \cdot \frac{x^2}{5} \cdot \frac{x}{x-1} = \frac{x^2}{x-1}$$

$$4. \frac{x}{5} \div \frac{x-1}{x} \cdot \frac{2}{x^2} = \frac{x}{5} \cdot \frac{x}{x-1} \cdot \frac{2}{x^2} = \frac{2}{5(x-1)}$$

تمارين و مسائل :
أوجد ناتج ماييلي بأبسط صورة :-

$$1. \frac{3x}{x-3} + \frac{1}{x^2-9} = \frac{3x}{x-3} + \frac{1}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x(x+3) + 1}{(x-3)(x+3)} = \frac{3x^2+9x+1}{(x-3)(x+3)}$$

$$2. \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{2}{x^2} + \frac{x-1}{x^2} = \frac{2+x-1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2}$$

$$3. \frac{1}{x^2-4} \div \frac{5}{x+2} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{x+2}{5} = \frac{1}{5(x-2)}$$

$$4. \frac{7-x}{x} - \frac{x^2-2}{x^2-2}$$

* أرجو التنبيه عند وجود أي خطأ .. و بالتوفيق للجميع .
Zeko