

كلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع

ملخص مبادئ الرياضيات

المستوى الأول – إدارة أعمال

إعداد : Lotus
مراجعة : سارة الغنام
بإشراف : د. ثابت القحطاني

المحاضرة الأولى (الفصل الأول)

• نظم الأعداد :

1/ مجموعة الأعداد الطبيعية $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ **الموجبه**

2/ مجموعة الأعداد الكلية $A = N \cup \{0\} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ **الموجبه والصفر**

3/ مجموعة الأعداد الصحيحة $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ **الموجبه+السالبة+الصفر**

4/ مجموعة الأعداد النسبية $R_n = \{\frac{a}{b}, a, b \in Z, b \neq 0\}$

5/ مجموعة الأعداد الغير نسبية $Q^* = \{x : x \in R_n\}$

$$\pi \in Q^* \quad \pi \in R_n$$

$$\sqrt{A} \in Q^* \quad \pi \in Z$$

6/ مجموعة الأعداد الحقيقية : $R = R_n \cup Q$

ينتمي \in

اتحاد \cup

تقاطع \cap

فياي \emptyset

$$\pi \approx 3.14$$

قواعد الإشارات:-

في الضرب والقسمة

إذا تساوت الإشارات = (+)

وإذا اختلفت = (-)

وفي الجمع والطرح :

$$(+)(+) = +$$

$$(-) + (-) = -$$

وإذا اختلفت نأخذ اشارته

الأكبر ونطرح

الأسس :-

$$x^3 \times x^2 = x^5 \quad \text{نجمع}$$

$$x^3 \div x^2 = x^1 \quad \text{نطرح}$$

- أولويات العمليات الحسابية : (الضرب والقسمة أولى من الجمع والطرح)

$$9 \div 3 + 4 \times 2 = 3 + 4 \times 2 = 3 + 8 = 11$$

*مثال :

$$8 - 7 \times 2 + 3 = 8 - 14 + 3 = -6 + 3 = -3$$

$$\frac{-8 - 4 \times -6 \div 12}{4 - 3 \times 2} = \frac{-8 + 24 \div 12}{4 - 6} = \frac{-8 + 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\frac{15 \div 5 \times 4 \div 6 - 8}{-6 + 5 - 8 \div 8} = 3$$

- خصائص بعض العمليات الحسابية : (توحيد المقامات عند جمع وطرح عددين نسبيين)

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd}$$

*مثال :

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{2} = \frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{19}{6}$$

$$5 + \frac{2}{5} = \frac{25}{5} + \frac{2}{5} = \frac{27}{5}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{4} = \frac{20}{12} - \frac{9}{12} = \frac{11}{12}$$

$$\frac{3}{2} - 7 = \frac{3}{2} - \frac{14}{2} = \frac{-11}{2}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

*عملية الضرب :

$$\frac{3}{4} \times \frac{-2}{5} = \frac{-6}{20} = \frac{-3}{10}$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

مثال :

$$\frac{4}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{20}{14}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

*عملية القسمة :

$$\frac{4}{3} \div \frac{1}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{2}{1} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{3}{5} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{21}{10}$$

مثال* :

$$\frac{-2}{3} \div \frac{6}{4} = \frac{-2}{3} \times \frac{4}{6} = \frac{-8}{18} = \frac{-4}{9}$$

المعكوس الجمعي : هو عكس الإشارة لنفس العدد
(العنصر المحايد للجمع = 0)

المعكوس الضربي : هو قلب الكسر
(العنصر المحايد للضرب = 1)

$$= \frac{-10 \frac{2}{3} + 4}{3 \frac{3}{5} - 2} = \frac{70}{-21}$$

$$\frac{-3}{5} + \frac{2}{3} = \frac{1}{15}$$
$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4}$$

$$3 \times [4 + 2(3 - 5) - 2] = -6$$

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

• القيمة المطلقة:

$$|-4| = -(-4) = 4$$

$$|5| = 5$$

$$|5 - \sqrt{3}| = 5 - \sqrt{3}$$

$$|3| = 3$$

$$|\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2$$

$$|-6| = 6$$

$$\left| \frac{3}{5} - \frac{4}{3} \right| = \frac{9 - 20}{15} = \left| \frac{-11}{15} \right| = \frac{11}{15}$$

• مثال :

المحاضرة الثانية

- العمليات الجبرية :
- عملية الجمع و الطرح :

$$3x + 5x - 4 = 8x - 4$$

$$+ 5a2a + 3a + 5a^2 = 5a^2$$

$$(3x^2 + 5x - 2) + (6x^2 + 2x + 8) = 9x^2 + 7x + 6$$

$$5x + 2y - 2x + 4y = 3x + 6y$$

$$(2a + 5b) - (4a - 3b) = -2a + 8b$$

$$(5x^2 + 3x - 2) - (x^2 + 2x + 6) = 4x^2 + x - 8$$

$$(5a^2 - 3a + 4) - (a^2 - 8) = 4a^2 - 3a + 12$$

$$3x + 5x = 8x$$

$$4a + 2a - 3 = 6a - 3$$

$$2x + 5a + 3x + 5 = 5x + 5a + 5$$

$$5x + 2y - 2x + 6y - 3y = 3x + 5y$$

$$(3x^4 - 2x^3 - 4x^2) + (x^3 - 2x^2 - 5x) - (x^2 + 7x - 2) \\ = 3x^4 - x^3 - 7x^2 - 12x - 2$$

$$(5a^2 - 3a + 4) - (a^2 - 8) = 4a^2 - 3a + 12$$

• إيجاد قيمة المقادير الجبرية:

• اوجد قيمة المقدار التالي:

$$\frac{3x^3 - 2x^2 + 5y^2 - 2y}{3x^2 + y}$$

$$\text{عندما } x = 2, y = -2$$

$$\frac{3(2)^3 - 2(2)^2 + 5(-2)^2 - 2(-2)}{3(2)^2 + (-2)} = \frac{40}{10} = 4$$

$$3x^2 + 2y - 4z$$

$$\text{عندما } x = 2, y = 3, z = 1$$

$$3(2)^2 + 2(3) - 4(1)$$

$$= 3 \times 4 + 6 - 4 = 14$$

$$2a + 3b - c$$

$$\text{عندما } a = 3, b = 1, c = 2$$

$$2(3) + 3(1) - 2$$

$$= 6 + 3 - 2 = 7$$

$$\frac{2a^2 + 5b - 3c}{a + 3b + 4c^3}$$

$$\text{عندما } a=2 \quad b=1 \quad c=2$$

$$= \frac{2(2)^2 + 5(1) - 3(2)}{(2) + 3(1) + 4(2)^3} = \frac{7}{37}$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{a}\right)(b^2 - c^2)$$

$$\text{عندما } a = 3, b = 1, c = 2$$

$$\left(\frac{3}{1} + \frac{2}{3}\right)(1^2 - 2^2)$$

$$\left(\frac{9+2}{3}\right)(1-4)$$

$$= \frac{11}{3} \times \left(\frac{-3}{1}\right) = \frac{-33}{3} = -11$$

• ضرب المقادير الجبرية :

$$5(3x^2 + 2y) = 15x^2 + 10y$$

$$(3a + 2)(2a + 4) = 6a^2 + 16a + 8$$

$$(3x - 1)(x + 2) = 3x^2 + 5x - 2$$

$$3(5x + 2y) = 15x + 6y$$

$$3x - [5 - 3(x - 2)] = 3x - \{5 - 3x + 6\} = 3x - (11 - 3x) \\ = 6x - 11$$

$$2[3 - (x - 4)] = 2[3 - x + 4] = 2[7 - x] = 14 - 2x$$

• ضرب بعض المقادير الخاصة :

$$(a + b)(a - b) = (a^2 - b^2)$$

• قاعده الفرق بين مربعين :

$$(3x - 4y^2)(3x + 4y^2) = (9x^2 - 16y^4)$$

• مثال :

$$(25y^4 - 16x^8) = (5y^2 - 4x^4)(5y^2 + 4x^4)$$

$$(3 - x)(3 + x) = 9 - x^2$$

$$(2a - 5)(2a + 5) = 4a^2 - 25$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

*قاعدة:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

$$(2x + 3b)^2 = 4x^2 + 12xb + 9b^2$$

*مثال:

$$(a^2 + 5b^3)^2 = a^4 + 10a^2b^3 + 25b^6$$

$$(x^4 - 5)^2 = x^8 - 10x^4 + 25$$

$$(4 + 3b)^2 = 16 + 24b + 9b^2$$

$$(6 - 2x)^2 = 36 - 24x + 4x^2$$

• قسمة المقادير الجبرية:

$$\frac{8x^4y^3}{2xy^2} = 4x^3y$$

$$\frac{x^5}{x^2} + \frac{y^4}{y^3} = x^3 + y$$

$$\begin{aligned} \frac{12x^5y^6}{3x^3y^2} \div \frac{25x^4yz^3}{2y^4z^2} &= 4x^2y^4 \div \frac{25x^4z}{2y^3} = \frac{4x^2y^4}{1} \times \frac{2y^3}{25x^4z} \\ &= \frac{8x^2y^7}{25x^4z} = \frac{8y^7}{25x^2z} \end{aligned}$$

$$\frac{25m^4n^3}{15m^2n^5} = \frac{5}{3}m^2n^{-2} = \frac{5m^2}{3n^2}$$

المحاضرة الثالثة

- تحليل بعض المقادير الجبرية:
1- التحليل بإيجاد العامل المشترك:

• مثال

$$25x^2 + 5x = 5x[5x + 1]$$

$$2x^3 + yx = x[2x^2 + y]$$

$$4x^2y + 2xy^2 = 2xy[2x + y]$$

$$4x^3y^2 + 12x^2y^3 + 6x^5y^2 = 2x^2y^2[2x + 6y + 3x^3]$$

$$2x(3x - 2) - 7(3x - 2) = (3x - 2)(2x - 7)$$

$$3a(2a + 5) + 5(2a + 5) = (2a + 5)(3a + 5)$$

$$3x^3y - 6x^2y^2 - 3xy^3 = 3xy(x^2 - 2xy - y^2)$$

2- التحليل بالتجميع المناسب:

• مثال:

$$\begin{aligned}3x^2 - 6x + 4x - 8 &= (3x^2 - 6x) + (4x - 8) \\ &= 3x(x - 2) + 4(x - 2) \\ &= (x - 2) \times (3x + 4)\end{aligned}$$

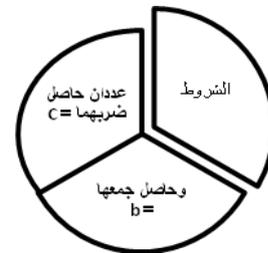
$$\begin{aligned}wy + wz - 2xy - 2xz &= w(y + z) - 2x(y + z) \\ &= (y + z)(w - 2x)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2x^2 + 6x + 5x + 15 &= 2x(x + 3) + 5(x + 3) \\ &= (x + 3)(2x + 5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2pr + ps - 6qr - 3qs &= p(2r + s) - 3q(2r + s) \\ &= (2r + s)(p - 3q)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6wy - xz - 2xy + 3wz &= 2y(3w - x) + z(3w - x) \\ &= (3w - x)(2y + z)\end{aligned}$$

• تحليل المقدار الثلاثي



• مثال:

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$$

$$y^2 + 3y - 10 = (y - 2)(y + 5)$$

• تحليل بعض المقادير الجبرية الخاصة :

$$(u + v)^2 = u^2 + 2uv + v^2$$

الحالة الاولى :

$$(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 2(2x)(3y) + 9y^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

مثال :

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

الحالة الثانية :

$$(3x - 5)^2 = 9x^2 - 2(3x)(5) + 25 = 9x^2 - 30x + 25$$

مثال :

• الفرق بين مربعين :

$$u^2 - v^2 = (u - v)(u + v)$$

عدادان مرافقان

• مثال :

$$(25 - a^2) = (5 - a)(5 + a)$$

$$(3 + 2a)(3 - 2a) = 9 - 4a^2$$

$$9x^2 - 4y^2 = (3x - 2y)(3x + 2y)$$

- الفرق بين مكعبين (مهمه جداً) :

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

مثال :

$$(27 - 8y^3) = (3 - 2y)(9 + 6y + 4y^2)$$

- جمع مكعبين :

$$u^3 + v^3 = (u + v)(u^2 - uv + v^2)$$

$$(27 + 8a^3) = (3 + 2a)(9 - 6a + 4a^2)$$

مثال :

$$m^3 + n^3 = (m + n)(m^2 - mn + n^2)$$

المحاضرة الرابعة (الفصل الثاني)

*المضاعف المشترك البسيط:

*أمثلة : اوجد العامل المشترك ؟

$$2x^2y, 6xy^2 = 2xy$$

$$(x + 1), 2x = x$$

$$a^2b, 3a = a$$

*اوجد جمع ناتج ما يلي :

$$\frac{5}{x} + \frac{2}{3} = \frac{15}{3x} + \frac{2x}{3x} = \frac{15 + 2x}{3x}$$

$$\frac{2}{xy} + \frac{y}{x^2} = \frac{2x}{x^2y} + \frac{y^2}{x^2y} = \frac{2x + y^2}{x^2y}$$

*اوجد ناتج طرح ما يلي :

$$\frac{3x}{2y} - \frac{5}{y} = \frac{3x}{2y} - \frac{10}{2y} = \frac{3x - 10}{2y}$$

$$\frac{2+x}{x} - \frac{y}{x+1} = \frac{(2+x)(x+1)}{x(x+1)} - \frac{xy}{x(x+1)} = \frac{(2+x)(x+1) - xy}{x(x+1)}$$

*ضع المقادير التالية في أبسط صورة ؟

$$\frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{4}{x^2} - 1} = \frac{\frac{(2-x)}{x}}{\frac{(4-x)}{x^2}} = \frac{(2-x)}{x} \div \frac{(4-x^2)}{x^2}$$

$$= \frac{(2-x)}{x} \times \frac{x^2}{(4-x^2)} = \frac{(2-x)x^2}{x(4-x^2)}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{1}{m} = \frac{m}{nm} - \frac{n}{nm} = \frac{m-n}{nm}$$

$$\frac{m}{n} + \frac{n}{m} = \frac{m^2}{nm} + \frac{n^2}{nm} = \frac{m^2 + n^2}{nm}$$

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 1} \div \frac{x - 3}{x - 1} = \frac{(x^2 - 9)}{(x^2 - 1)} \times \frac{x - 1}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 1)(x + 1)} \times \frac{(x - 1)}{(x - 3)}$$

$$= \frac{(x + 3)}{(x + 1)}$$

$$\frac{1 + \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{(x+1)}{x}}{\frac{(x-1)}{x}} = \frac{x+1}{x} \div \frac{x-1}{x} = \frac{x+1}{x} \times \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{(x-1)}$$

$$\frac{\frac{x^2}{y^2} - 1}{\frac{x}{y} + 1} = \frac{\frac{(x^2-y^2)}{y^2}}{\frac{(x+y)}{y}} = \frac{(x^2-y^2)}{y^2} \div \frac{(x+y)}{y} =$$

$$\frac{(x^2-y)}{y^2} \times \frac{y}{(x+y)} = \frac{(x-y)(x+y)}{y(x+y)} = \frac{(x-y)}{y}$$

المحاضرة الخامسة (الفصل الثالث)

الاسس :

$$b^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{b^{\frac{m}{n}}}$$

* قاعدة :

$$\frac{m}{bn} = (b^{\frac{1}{n}})^m$$

قاعدة :

$$8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{3}{3}} = 2$$

أمثلة :

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$(5y^{\frac{3}{4}})(2y^{\frac{1}{3}}) = 10y^{\frac{13}{12}}$$

$$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$$

$$\frac{1}{x^{-5}} = x^5$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

$$\frac{x^{-3}}{y^{-5}} = \frac{y^5}{x^3}$$

$$\frac{u^{-7}}{v^{-2}} = \frac{v^2}{u^7}$$

$$(x^3 y^2)^0 = 1$$

$$4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{2}{2}} = 2$$

$$(3x^{\frac{1}{3}}) \cdot (2x^{\frac{1}{2}}) = 6 x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}} = 6x^{\frac{5}{6}}$$

$$\left(\frac{4x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(4x^{\frac{-1}{6}}\right)^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{-1}{12}} = 2x^{\frac{-1}{12}} = \frac{2}{x^{\frac{1}{12}}}$$

$$\frac{3^{-2} \cdot x^5 \cdot y^{-3}}{3^{-4} \cdot x^{-2} \cdot y^{-4}} = \frac{3^4 \cdot x^5 \cdot x^2 \cdot y^4}{3^2 y^3} = \frac{3^2 x^7 y^1}{1} = 9x^7 y$$

$$3^4 \cdot 3^{-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$5^{-2} \cdot 5^{-3} = 5^{-5} = \frac{1}{5^5}$$

$$(a^n)^m = a^{n \times m} \quad \text{قاعدة :}$$

$$(2^{-5})^{-1} = 2^5$$

$$(3^2)^3 = 3^6 \quad \text{مثال* :}$$

$$(ab)^m = a^m \cdot b^m \quad \bullet \text{ قاعدة :}$$

$$(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3 \quad \bullet \text{ مثال :}$$

$$(3.5)^{-2} = 3^{-2} \cdot 5^{-2} = \frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{5^2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{25} = \frac{1}{225}$$

مثال*

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

قاعدة :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

مثال :

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^2 = 4$$

قاعدة :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{2^4 x^{-2}}{2^{-3} x^{-5}} = \frac{2^4 \cdot 2^3 \cdot x^5}{x^2} = 2^7 \cdot x^3$$

*تمارين :

$$\frac{6x^{-3}}{8x^{-4}} = \frac{6x^4}{8x^3} = \frac{3}{4}x$$

$$3x^5(2x^2) = 6x^7$$

$$(2a^{-3}b^2)^{-2} = 2^{-2}a^6b^{-4} = \frac{a^6}{2^2b^4} = \frac{a^6}{4b^4}$$

$$\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^{-2} = \frac{a^{-6}}{b^{-10}} = \frac{b^{10}}{a^6}$$

$$\frac{4x^{-3}y^{-5}}{6x^{-4}y^3} = \frac{4x^4}{6x^3y^5 \cdot y^3} = \frac{2x^4}{6x^3y^8} = \frac{2x}{3y^8}$$

$$\left(\frac{x^{-3}}{y^4z^{-2}}\right)^{-3} = \frac{x^9}{y^{-12}z^6} = \frac{x^9y^{12}}{z^6}$$

$$\left(\frac{m^{-3}n^3}{n^{-2}}\right)^{-2} = \frac{m^6n^{-6}}{n^4} = \frac{m^6}{n^4 \cdot n^6} = \frac{m^6}{n^{10}}$$

*كيف نتخلص من الجذر؟! ← بقسمة الاس على معامل الجذر

*أمثلة :

$$\sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$$

$$\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$$

$$\sqrt[5]{x^2y^3} = x^{\frac{2}{5}}y^{\frac{3}{5}}$$

$$\sqrt[3]{x^2y^3z^5} = x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{3}{3}}z^{\frac{5}{3}}$$

$$\sqrt{12x^3y^5z^2} = 12^{\frac{1}{2}}x^{\frac{3}{2}}y^{\frac{5}{2}}z$$

*استخدام الجذور لتبسيط الاسس :

$$b^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{b^m} \quad \text{: قاعدة*}$$

*مثال :

$$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}} = x^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{x^7}$$

$$x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3}$$

$$x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$$

$$y^{\frac{-2}{3}} = \frac{1}{y^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{y^2}}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a \quad \text{: قاعدة*}$$

$$(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3) = x - 9 \quad \text{: مثال*}$$

$$(5 + \sqrt{2})(5 - \sqrt{2}) = 25 - 2$$

$$4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$$

المحاضرة السادسة

*انطاق المقام : (التخلص من الجذور في المقام)

*مثال :

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{3}{2 - \sqrt{3}} = \frac{3}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{6 + 3\sqrt{3}}{4 - 3} = 6 + 3\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{5 + \sqrt{3}} = \frac{10 - 2\sqrt{3}}{22}$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{10} + \sqrt{3} + \sqrt{15}}{-4}$$

اللوغاريتمات

$$\log_a b = c \leftrightarrow b = a^c \quad \text{: قاعدة*}$$

$$\log_a 1 = 0 \quad \text{دائماً}$$

$$\log_a a = 1 \quad \text{دائماً} \quad \text{: قاعدة*}$$

*مثال : اكتب الصيغة اللوغاريتمية المقابلة للصيغة الاسية :

$$4^2 = 16 \leftrightarrow \log_4 16 = 2$$

$$3^2 = 9 \leftrightarrow \log_3 9 = 2$$

$$2^{-3} = \frac{1}{8} \leftrightarrow \log_2 \frac{1}{8} = -3$$

$$3^4 = 81 \leftrightarrow \log_3 81 = 4$$

$$2^{-5} = \frac{1}{32} \leftrightarrow \log_2 \frac{1}{32} = -5$$

$$0.001 = 10^{-3} \leftrightarrow \log_{10} 0.001 = -3$$

$$\log_2 64 = 6 \leftrightarrow 2^6 = 64$$

$$\log_2 8 = 3 \leftrightarrow 2^3 = 8$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3 \leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 = -3 \leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$$

$$\log_{10} 1000 = 3 \leftrightarrow 10^3 = 1000$$

*أوجد قيمة المجهول !؟

$$\log_3 x = 2 \leftrightarrow 3^2 = x \rightarrow x = 9$$

$$\log_4 x = 3 \leftrightarrow 4^3 = x \rightarrow x = 64$$

$$\log_x 81 = 4 \leftrightarrow x^4 = 81 \rightarrow x = 3$$

$$\log_5 125 = x \leftrightarrow 5^x = 125 \rightarrow x = 3$$

$$\log_x 27 = 3 \leftrightarrow x^3 = 27 \rightarrow x = 3$$

$$\log_{10}(x^2 + 1) = 1 \leftrightarrow 10^1 = (x^2 + 1) = x^2 = 10 - 1 = x^2 = 9 = x = \pm 3$$

$$\log_a(x \times y) = \log_a x + \log_a y \quad \text{: قاعدة*}$$

$$\log_2(5 \times 3) = \log_2 5 + \log_2 3 \quad \text{: مثال*}$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y \quad \text{: قاعدة*}$$

$$\log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2 \quad \text{: مثال*}$$

$$\log_a x^n = n \log_a x \quad \text{: قاعدة*}$$

$$\log_2 4^3 = 3 \log_2 4 \quad \text{: مثال*}$$

*مثال : أوجد ما يلي :- $\log_3 5 = 1,46$, $\log_3 2 = 0,63$

$$\log_3 10 = \log_3(5 \times 2) = \log_3 5 + \log_3 2 = 1,46 + 0,63 = 2,09$$

$$\log_3 15 = \log_3(5 \times 3) = \log_3 5 + \log_3 3 = 1,46 + 1 = 2,46$$

$$\log_3 16 = \log_3 2^4 = 4 \log_3 2 = 4 \times 0,63 \approx 2,52$$

$$\log_3 2.5 = \log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2 = 1,46 - 0,63 \approx 0,83$$

$$\log_3 0.4 = \log_3 \frac{4}{10} = \log_3 \frac{2}{5} = \log_3 2 - \log_3 5 = -0,83$$

$$\log_3 \sqrt[3]{4} = \log_3 4^{\frac{1}{3}} = \log_3 (2^2)^{\frac{1}{3}} = \log_3 2^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_3 2 = \left(\frac{2}{3}\right) \times 0,63 \approx 0,42$$

المحاضرة السابعة (الفصل الرابع)

*التباديل :

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 = 4 \text{ مضروب العدد}$$

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 = 5 \text{ مضروب العدد}$$

$$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720 = 6 \text{ مضروب العدد}$$

*بالحاسبة : Shift + (x!)

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{: قاعدة}$$

*مثال : عدد تباديل 6 مأخوذة 4 في كل مرة ؟؟

$${}^6 P_4 = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 360 \quad \text{: الطريقة الأولى}$$

$${}^6 P_4 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360 \quad \text{: الطريقة الثانية}$$

*بالحاسبة : 6 + shift + (npr) + 4

*مثال : احسب عدد تباديل 5 مأخوذة 3 في كل مرة ؟؟

$${}^5 P_3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 60 \quad \text{: الطريقة الأولى}$$

$${}^5 P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \quad \text{: الطريقة الثانية}$$

*بالحاسبة : 5 + shift + (npr) + 3

$${}^n P_n = n! \quad \text{: قاعدة}$$

$$5p_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120 \quad \text{: مثال*}$$

*مثال : بكم طريقه يمكن اختيار 3 كتب من مجموعة مكونه من 10 كتب ؟

$$10P3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10!}{7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 720 \quad \text{: الطريقة الاولى*}$$

$$10P3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \quad \text{: الطريقة الثانية*}$$

$$10 + \text{shift} + (\text{npr}) + 3 \quad \text{: بالحاسبة*}$$

*مثال : احسب ؟

$$7p_6 = 7.6.5.4.3.2 = 5040$$

$$4p_2 = 4.3 = 12$$

$$12p_3 = 12.11.10 = 1320$$

$$8p_8 = 8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40320$$

*التوافق :

$$nc_r = \frac{np_r}{r!} \quad \text{: قاعدة*}$$

$$nc_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad \text{: قاعدة*}$$

*مثال : احسب $5c_2$ بثلاث طرق :

$$5c_2 = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3! \cdot 2!} = \frac{5 \cdot \cancel{4^2} \cdot \cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 2 \cdot 1} = 10 \quad \text{: الطريقة الاولى*}$$

$$5c_2 = \frac{5p_2}{2!} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = \frac{5 \cdot \cancel{4^2}}{\cancel{2 \cdot 1}} = 10 \quad \text{: الطريقة الثانية*}$$

$$5 + shift + (nC_r) + 2 \quad \text{: بالحاسبة*}$$

$$7c_1 = 7 \quad \text{: مثال*}$$

$$nc_1 = n \quad \text{: قاعدة*}$$

$$3c_3 = 1 \quad \text{: مثال*}$$

$$nc_n = 1 \quad \text{: قاعدة*}$$

$$5c_0 = 1 \quad \text{: مثال*}$$

$$nc_0 = 1 \quad \text{: قاعدة*}$$

*مثال :

*احسب بطريقتين مختلفتين ثم استخدم الحاسبة للتأكد :

$$5c_4 = \frac{5!}{(5-4)!4!} = \frac{5!}{1!4!} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 5$$

*الطريقة الاولى :

$$5c_4 = \frac{5p_4}{4!} = \frac{5 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{\cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 5$$

*الطريقة الثانية :

$$12c_8 = \frac{12!}{(12-8)!8!} = \frac{12!}{4!8!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 495$$

*الطريقة الاولى :

$$12c_8 = \frac{12p_8}{8!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}}{\cancel{8} \cdot \cancel{7} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 495$$

*الطريقة الثانية :

$$7c_5 = \frac{7!}{(7-5)!5!} = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot \cancel{6}^3 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}}{2 \cdot 1 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 21$$

*الطريقة الاولى :

$$7c_5 = \frac{7c_5}{5!} = \frac{7 \cdot \cancel{6}^3 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3}}{\cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 21$$

*الطريقة الثانية :

$$9c_1 = 9$$

$$8c_0 = 1$$

$$4c_4 = 1$$

المحاضرة الثامنة (الفصل الخامس)

*المعادلة الخطية :

$$ax + b = 0 \quad \text{: قاعدة*}$$

*مثال : حل المعادلات الخطية التالية :

$$2x + 1 = 6x - 7$$

$$2x - 6x = -7 - 1$$

$$-4x = -8$$

$$x = 2$$

$$2x - 6 = 4x + 1$$

$$2x - 4x = 6 + 1$$

$$-2x = 7$$

$$x = -\frac{7}{2}$$

$$-5x + 3 = 8x - 7$$

$$-5x - 8x = -3 - 7$$

$$-13x = -10$$

$$x = \frac{10}{13}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{4x}{3} = \frac{5}{2}$$

$$(\times 2) \frac{\cancel{2}(x)}{\cancel{2}} - \frac{8x}{3} = \frac{10}{2}$$

$$(\times 3) 3x - \frac{\cancel{3}(8x)}{\cancel{3}} = 15$$

$$3x - 8x = 15$$

$$-5x = 15$$

$$x = -3$$

$$2 + \frac{3x}{2} - 5 = \frac{x}{4} + \frac{2}{3}$$

$$4 + \frac{\cancel{2}(3x)}{2} - 10 = \frac{2x}{4} + \frac{4}{3}$$

$$16 + 12x - 40 = \frac{\cancel{4}(2x)}{4} + \frac{16}{3}$$

$$16 + 12x - 40 = 2x + \frac{16}{3}$$

$$16 - \frac{16}{3} - 40 = 2x - 12x$$

$$-\frac{88}{3} = -10x$$

$$x = \frac{44}{15}$$

$$7x - 10 = 4x + 5$$

$$7x - 4x = 10 + 5$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

$$\frac{x}{5} + \frac{3}{2} = x + \frac{1}{2}$$

$$(\times 5) \frac{\cancel{5}(x)}{\cancel{5}} + \frac{15}{2} = 5x + \frac{5}{2}$$

$$(\times 2) 2x + 15 = 10x + 5$$

$$2x - 10x = 5 - 15$$

$$-8x = -10$$

$$x = \frac{5}{4}$$

$$\frac{x+1}{3} - \frac{x}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{\cancel{3}(x+1)}{\cancel{3}} - \frac{3x}{4} = \frac{3}{2}$$

$$4(x+1) - \frac{\cancel{4}(3x)}{\cancel{4}} = \frac{12}{2}$$

$$4x + 4 - 3x = 6$$

$$4x - 3x = 6 - 4$$

$$x = 2$$

$$5x - 4 = 2x + 8$$

$$5x - 2x = 4 + 8$$

$$3x = 12$$

$$x = 4$$

$$4(x + 3) = 6(x - 2)$$

$$4x + 12 = 6x - 12$$

$$4x - 6x = -12 - 12$$

$$-2x = -24$$

$$x = 12$$

$$5 - \frac{3a - 4}{5} = \frac{7 - 2a}{2}$$

$$25 - \frac{\cancel{5}(3a - 4)}{\cancel{5}} = \frac{35 - 10a}{2}$$

$$50 - 6a + 8 = \frac{\cancel{2}(35 - 10a)}{\cancel{2}}$$

$$50 - 6a + 8 = 35 - 10a$$

$$50 + 8 - 35 = 6a - 10a$$

$$23 = -4a$$

$$a = -\frac{23}{4}$$

$$-4 - 3(x + 2) + x = 5(x - 1) - 7x$$

$$4 - 3x - 6 + x = 5x - 5 - 7x$$

$$-3x + x - 5x + 7x = -4 + 6 - 5$$

$$0 \neq -3$$

ليس لها حل لأن المستقيمان اللذان يمثلان المعادلتين المتساويتين هما مستقيمان متوازيان
لهما نفس الميل

المحاضرة التاسعة

*حل المعادلات الخطية ذات المجهولين :

أولا : طريقه الحل بالتعويض:

*مثال:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الاولى : $x = -y + 2$

نعوض بقيمة x في المعادلة الثانية :

$$2(-y + 2) - y = 1$$

$$-3y = -3$$

$$y = 1$$

نعوض بقيمة y في المعادلة الاولى :

$$x = -y + 2$$

$$x = -1 + 2$$

$$x = 1$$

مجموعة الحل = $\{(1, 1)\}$

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ -2x + y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الاولى : $x = y + 3$

نعوض بقيمة x في المعادلة الثانية :

$$-2(y + 3) + y = 1$$

$$-y = 5$$

$$y = -5$$

نعوض بقيمة y في المعادلة الاولى :

$$x = y + 3$$

$$x = -5 + 3$$

$$x = -2$$

مجموعة الحل = $\{(-2, -5)\}$

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

من المعادلة الثانية : $y = -2x + 4$

نعوض قيمة y في المعادلة الاولى :

$$x + 3(-2x + 4) = 2$$

$$x - 6x + 12 = 2$$

$$-5x = -10$$

$$x = 2$$

بتعويض قيمة x في المعادلة الثانية :

$$y = -2(2) + 4$$

$$y = 0$$

$$\{(2, 0)\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$$

من المعادلة الثانية : $x = 2y + 1$

نعوض قيمة x في المعادلة الاولى :

$$3(2y + 1) + y = 10$$

$$6y + 3 + y = 10$$

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

بتعويض قيمة y في المعادلة الثانية :

$$x = 2(1) + 1$$

$$x = 3$$

$$\{(3, 1)\} = \text{مجموعة الحل}$$

*ثانيا : طريقه الحذف :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x - 3y = 4 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

بالتعويض بقيمة x في إحدى المعادلتين

$$3(2) - 3y = 4$$

$$6 - 3y = 4$$

$$y = \frac{2}{3}$$

$$\left\{ \left(2, \frac{2}{3} \right) \right\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$5x = 5$$

$$x = 1$$

بالتعويض بقيمة x في إحدى المعادلتين

$$2(1) + y = 2$$

$$2 + y = 2$$

$$y = 0$$

$$\{(1, 0)\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

نضرب المعادلة الثانية في 2 :

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 4x + 2y = 8 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$7x = 9$$

$$x = \frac{9}{7}$$

بالتعويض بقيمة x في إحدى المعادلتين

$$3\left(\frac{9}{7}\right) + 2y = 1$$

$$y = \frac{10}{7}$$

$$\left\{\left(\frac{9}{7}, \frac{10}{7}\right)\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$\begin{cases} x + 5y = -1 \\ -x + 2y = 8 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$7y = 7$$

$$y = 1$$

بالتعويض بقيمة y في إحدى المعادلتين

$$x + 5(1) = -1$$

$$x = -6$$

$$\{(-6, 1)\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

بضرب المعادلة الأولى في -2 :

$$\begin{cases} -2x + 2y = -10 \\ 2x + 4y = -3 \end{cases}$$

نجمع المعادلتين :

$$6y = -13$$

$$y = -\frac{13}{6}$$

بالتعويض بقيمة y في المعادلة الأولى :

$$x - \left(-\frac{13}{6}\right) = 5$$

$$x = \frac{17}{6}$$

$$\left\{\left(\frac{17}{6}, -\frac{13}{6}\right)\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

*حل معادلات الدرجة الثانية بمجهول واحد :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

*الصورة القياسية :

*أولا : بطريقة التحليل :

*مثال :

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$\{-2, -3\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 1$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

$$\{-2, 1\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0$$

$$(2x + 3)(2x + 3) = 0$$

$$2x + 3 = 0$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$2x^2 = 5x$$

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$2x - 5 = 0$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\left\{0, \frac{5}{2}\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$x^2 - 6x + 5 = -4$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

{3, 3} = مجموعة الحل

الحل مكرر

$$4x^2 = 3x$$

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$ = مجموعة الحل

المحاضرة العاشرة

*بطريقة إكمال المربع :

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 \quad \text{: قاعدة*}$$

*مثال :

$$x^2 + 4x = 2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 2 + 4$$

$$(x + 2)^2 = 6$$

$$(x + 2) = \pm\sqrt{6}$$

$$x = \pm\sqrt{6} - 2$$

*أكمل العبارة التالية لتصبح مربعا كاملا :

$$x^2 + 5x$$

$$x^2 + 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 3x$$

$$x^2 - 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

*حل المعادلات بطريقة إكمال المربع :

$$2x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 - 2x = -\frac{3}{2}$$

$$x^2 - 2x + (1)^2 = -\frac{3}{2} + (-1)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = -\frac{1}{2}$$

$$(x - 1) = \pm \sqrt{-\frac{1}{2}}$$

لا يوجد حل لأنها ليست من الأعداد
الحقيقية R

$$3x^2 - 12x + 3 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$x^2 - 4x = -1$$

$$x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$x - 2 = \pm\sqrt{3}$$

$$x = \pm\sqrt{3} + 2$$

$$x^2 + 6x - 2 = 0$$

$$x^2 + 6x = 2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 10$$

$$(x + 3)^2 = 11$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{11}$$

$$x = \pm\sqrt{11} - 3$$

$$x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x^2 + 3x = 2$$

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{17}{4} - \frac{3}{2}}$$

*ثالثاً: باستخدام القانون العام :

*قاعدة :
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$b^2 - 4ac$$



*مثال :

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

طريقة التحليل :

$(x + 2)(x + 3) = 0$

$x + 2 = 0$
 $x = -2$

$x + 3 = 0$
 $x = -3$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

طريقه القانون العام :

نحسب المميز :

$(5)^2 - 4(1)(6) = 1$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2}$

$x = \frac{-5 \pm 1}{2}$

$x = \frac{-5 + 1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$

$x = \frac{-5 - 1}{2} = \frac{-6}{2} = -3$

مجموعة الحل = $\{-2, -3\}$

$$4x^2 + 12x + 9 = 0$$

نحسب المميز :

$$(12)^2 - 4(4)(9) = 0$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{0}}{8}$$

$$x = -\frac{12}{8}$$

$$x = -\frac{3}{2}$$

$$\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

نحسب المميز :

$$(-3)^2 - 4(1)(-4) = 25$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm 5}{2}$$

$$x = \frac{3 - 5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x = \frac{3 + 5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\{-1, 4\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$2x^2 = 5x$$

طريقة التحليل :

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x(2x - 5) = 0$$

$$x = 0$$

$$2x - 5 = 0$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\left\{0, \frac{5}{2}\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

طريقة إكمال المربع :

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{16}$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$x = 0$$

طريقة القانون العام:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25}}{4}$$

$$x = \frac{5 \pm 5}{4}$$

$$x = \frac{5 + 5}{4} = \frac{5}{2}$$

$$x = \frac{5 - 5}{4} = 0$$

$$\left\{0, \frac{5}{2}\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$4x^2 = 3x$$

طريقة التحليل :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x(4x - 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$4x - 3 = 0$$

$$4x = 3$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$\left\{0, \frac{3}{4}\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

طريقة إكمال المربع :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{2}x = 0$$

$$x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{9}{64} = \frac{9}{64}$$

$$\left(x - \frac{3}{8}\right)^2 = \frac{9}{64}$$

$$x - \frac{3}{8} = \pm \frac{3}{8}$$

$$x = \pm \frac{3}{8} + \frac{3}{8}$$

$$x = \frac{3}{4}$$

$$x = 0$$

طريقة القانون العام :

$$4x^2 - 3x = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9}}{8}$$

$$x = \frac{3 \pm 3}{8}$$

$$x = \frac{3+3}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3-3}{8} = 0$$

$$\left\{0, \frac{3}{4}\right\} = \text{مجموعة الحل}$$

$$x^2 - 6x + 5 = -4$$

طريقة التحليل :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)(x - 3) = 0$$

$$x = 3$$

$$\{3, 3\} = \text{مجموعة الحل}$$

طريقة إكمال المربع :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$\{3, 3\} = \text{مجموعة الحل}$$

طريقة القانون العام :

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

$$\{3, 3\} = \text{مجموعة الحل}$$

المحاضرة الحادية عشر (الفصل السادس)

* أساس المتتابعة الحسابية هو الفرق بين حدين متتاليين

* لكي تكون المتتابعة حسابية يجب أن يكون الفرق بين الحدين المتتاليين دائما عدد ثابت

*مثال :

بين اذا كانت المتتابعة التالية حسابية ام لا ؟

$$-2, -6, -10, -15, -20, -25$$

غير حسابية

اوجد أساس المتتابعة التالية :

$$0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{4} = \text{أساس المتتابعة}$$

اوجد الحدود الخمسة التالية لهذه المتتابعة

$$-8, -6, -4, _, _, _, _, _$$

$$2 = \text{أساس المتتابعة}$$

$$-2, 0, 2, 4, 6$$

* الحد النوني في المتتابعة الحسابية :

* قاعدة :

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_n = \text{الحد النوني}$$

$$a_1 = \text{الحد الاول}$$

$$n = \text{عدد الحدود}$$

$$d = \text{اساس المتتابعة}$$

• مثال :

اوجد الحد العاشر في المتتابعة الحسابية التالية :

$$(-5, -2, 1, \dots \dots \dots)$$

$$a_{10} = -5 + (9)(3) = 22$$

اوجد الحد السابع في المتتابعة التي فيها $a_1 = 5$ $d = 3$

$$a_7 = 5 + (6)(3) = 23$$

اوجد a_n علما أن : $n = 9$ $d = 6$ $a_1 = -4$

$$a_9 = -4 + (9 - 1)6 = 44$$

اوجد a_{15} علما أن : $d = -3$ $a_1 = 5$

$$a_{15} = 5 + (14)(-3) = -37$$

* إيجاد الأوساط الحسابية :

* مثال :

اوجد خمسة اوساط حسابية بين الحدين $-8, 22$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$22 = -8 + (6)d$$

$$22 = -8 + 6d$$

$$6d = 30$$

$$d = 5$$

$-8, -3, 2, 7, 12, 17, 22$

اوجد الاوساط الحسابية الخمسة $-2, 10$

$$10 = -2 + 6d$$

$$6d = 12$$

$$d = 2$$

$-2, 0, 2, 4, 6, 8, 10$

* المجموع الجزئي للمتسلسلات الحسابية :

* قاعدة :

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \quad \text{: الصيغة العامة}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d) \quad \text{: الصيغة البديلة}$$

* مثال :

أوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية :

$$3 + 5 + 7 + \dots + 43$$

$$a_1 = 3 \quad a_n = 43 \quad d = 2$$

أولا نوجد قيمة n :

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$43 = 3 + 2n - 2$$

$$2n = 42$$

$$n = 21$$

ثانيا نعوض بالصيغة العامة للمتسلسلات :

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

$$S_{21} = 21 \left(\frac{3 + 43}{2} \right)$$

$$S_{21} = 483$$

أوجد مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التالية :

$$2, 7, 12, \dots + 67$$

$$d = 5 \quad a_n = 67 \quad a_1 = 2$$

أولا نوجد قيمة n :

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$67 = 2 + (n-1)5$$

$$67 = 2 + 5n - 5$$

$$5n = 70$$

$$n = 14$$

ثانيا نعوض بالصيغة العامة للمتسلسلات :

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

$$S_{14} = 14 \left(\frac{2 + 67}{2} \right)$$

$$S_{14} = 483$$

المحاضرة الثانية عشر

اوجد الحدود الثلاثة للمتتابعة التي فيها :

$$n = 8 \quad a_n = 36 \quad S_n = 120$$

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

$$120 = 8 \left(\frac{a_1 + 36}{2} \right)$$

$$a_1 = -6$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$36 = -6 + 7d$$

$$7d = 42$$

$$d = 6$$

$$-6, 0, 6, 12, 18, \dots, 36$$

اوجد الحدود الثلاثة الأولى لمتتابعة حسابية فيها :

$$a_n = 79 \quad a_1 = 7 \quad S_n = 430$$

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

$$430 = n \left(\frac{7 + 79}{2} \right)$$

$$n = \frac{430}{43} = 10$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$79 = 7 + 9d$$

$$9d = 72$$

$$d = 8$$

$$7, 15, 23, 31, \dots, 79$$

اوجد مجموع $\sum_1^4 (k - 1)$

$$= 6 \sum_1^4 (k - 1) = (1 - 1) + (2 - 1) + (3 - 1) + (4 - 1) = 0 + 1 + 2 + 3$$

اوجد مجموع $\sum_1^5 (k^2 - 2)$

$$\begin{aligned} \sum_1^5 (k^2 - 2) &= (1^2 - 2) + (2^2 - 2) + (3^2 - 2) + (4^2 - 2) + \\ &= 45(5^2 - 2) = -1 + 2 + 7 + 14 + 23 \end{aligned}$$

* المتتابعة الهندسية :

* قاعدة : $a_n = a_1 r^{n-1}$ الحد النوني

اوجد a_1 اذا كان $a_3 = 5$ $r = 6$:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_3 = a_1 r^{3-1}$$

$$5 = a_1 (6)^2$$

$$5 = 36a_1$$

$$a_1 = \frac{5}{36}$$

• مثال :

اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة الهندسية التالية :

$$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \dots$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_n = \frac{1}{2} (2)^{n-1}$$

* إيجاد الأوساط الهندسية :

اوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين

$$3, \dots, 768$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = a_1 r^{5-1}$$

$$768 = 3r^4$$

$$r^4 = \frac{768}{3} = 256$$

$$r = \pm 4$$

$r=4$ لأن الحدود موجبة جميعها

$$a_2 = a_1 \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

$$a_3 = 12 \times 4 = 48$$

$$a_4 = 48 \times 4 = 192$$

اوجد ثلاثة أوساط هندسية بين العددين

$$, \dots, 1024 \frac{1}{4}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = a_1 r^{5-1}$$

$$1024 = \frac{1}{4} r^4$$

$$r^4 = 4096 r = \pm 8$$

$r=8$ لأن الحدود موجبة

$$a_2 = a_1 \times 4 = \frac{1}{4} \times 8 = 2$$

$$a_3 = 2 \times 8 = 16$$

$$a_4 = 16 \times 8 = 128$$

$$\frac{1}{4}, 2, 16, 128, 1024$$

اوجد أربعة أوساط هندسية بين العددين

$$, \dots, 512 \frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_6 = a_1 r^{6-1}$$

$$512 = \frac{1}{2} r^5$$

$$r^5 = \frac{512}{\frac{1}{2}} = 1024$$

$$r = 4$$

$$a_2 = a_1 \times 4 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$a_3 = 2 \times 4 = 8$$

$$a_4 = 8 \times 4 = 32$$

$$a_5 = 32 \times 4 = 128$$

$$\frac{1}{2}, 2, 8, 32, 128, 512$$

*المجموع الجزئي لمتسلسلة هندسية :

*قاعدة :

$$R \neq 1$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r} \quad \text{الصيغة العامة} :$$

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \quad \text{الصيغة البديلة} :$$

هنا المعادلة الكتب

أوجد مجموع المتسلسلة التي فيها
 $r = 3 \quad n = 10 \quad a_1 = 2$

باستخدام الصيغة العامة

$$S_{10} = \frac{a_1 - a_1 r^{10}}{1 - r}$$

$$S_{10} = \frac{2 - 2(3)^{10}}{-2}$$

$$S_{10} = \frac{2 - 2(59049)}{-2}$$
$$= 59048$$

أوجد مجموع المتسلسلة التي فيها
 $r = \frac{1}{2} \quad a_n = 125 \quad a_1 = 2000$

باستخدام الصيغة البديلة

$$S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{2000 - 125 \left(\frac{1}{2}\right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_n = 3875$$

يمكن كتابة مجموع المتسلسلة كالتالي :

$$\sum_{k=1}^n ar^{k-1}$$

*مجموع المتسلسلات الهندسية :

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^6 3(4)^{k-1} &= 3(4)^{1-1} + 3(4)^{2-1} + 3(4)^{3-1} + 3(4)^{4-1} + 3(4)^{5-1} \\ &\quad + 3(4)^{6-1} \\ &= 3 + 12 + 48 + 192 + 768 + 3072 = 4095\end{aligned}$$

اوجد مجموع حدود المتسلسلة التالية

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{67} 4(-3)^{k-1} &= 4(-3)^{1-1} + 4(-3)^{2-1} + 4(-3)^{3-1} + 4(-3)^{4-1} \\ &\quad + 4(-3)^{5-1} + 4(-3)^{6-1} + 4(-3)^{7-1} \\ &= 4 + (-12) + 36 + (-108) + 324 + (-972) + 2916 = 2188\end{aligned}$$

* مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية :

$$s = \frac{a_1}{1-r} \quad \text{*قاعدة :}$$

اوجد مجموع المتسلسلة التالية

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

أولا نوجد r

$$r = \frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

$$s = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1$$

اوجد مجموع المتسلسلة التالية

$$\frac{2}{3}, \frac{6}{15}, \frac{18}{75}, \dots$$

أولا نوجد r

$$r = \frac{6}{15} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{5}$$

$$s = \frac{a_1}{1-r}$$

$$s = \frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$$

*مثال :

المحاضرة الثالثة عشر (الفصل السابع)

*المصفوفات :

(تتساوى مصفوفتان إذا كان لهما نفس العناصر بالترتيب نفسه)

*مثال :

$$\begin{bmatrix} -1+2y & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & x-2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \text{ اوجد قيمه } x, y \text{ اذا كانت}$$

$$-1+2y = 5 \quad \text{إيجاد قيمه } y$$

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

$$x - 2 = 3 \quad \text{إيجاد قيمة } x$$

$$x = 5$$

$$\begin{bmatrix} 3-x & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & y+5 \end{bmatrix} \text{ اوجد قيمه } x, y \text{ اذا كانت}$$

$$3 - x = 4 \quad \text{إيجاد قيمه } x$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

$$y + 5 = 2 \quad \text{إيجاد قيمة } y$$

$$y = -3$$

* جمع وطرح المصفوفات :

(في الجمع والطرح يجب أن تكون المصفوفتان من نفس النوع)

* مثال :

إذا كان $\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ و $\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ فأوجد :

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} + \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

(لان الجمع عملية ابدالية) $\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$

$$\underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} - \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -8 \end{bmatrix}$$

(لان الطرح عملية غير ابدالية) $\underline{A} - \underline{B} \neq \underline{B} - \underline{A}$

$$3\underline{A} + 2\underline{B} = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ -3 & 12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 10 \\ 6 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 16 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

$$5\underline{A} - 3\underline{B} = \begin{bmatrix} 15 & 10 \\ -5 & 20 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 15 \\ 9 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -5 \\ -14 & 32 \end{bmatrix}$$

لا يمكن جمعها لأنها ليست من نفس النوع $\begin{bmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} =$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 8 \\ 10 & 7 \end{bmatrix}$$

إذا كان $\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ و $\underline{B} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ فأوجد :

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} - \underline{A} = \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -1 \\ 3 & -7 \end{bmatrix}$$

$$3\underline{A} - 2\underline{B} = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ -3 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10 & 2 \\ 4 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 4 \\ -7 & 18 \end{bmatrix}$$

• ضرب المصفوفات :

لكي تتم عملية ضرب المصفوفتين التاليتين $\underline{A}_{m \times n} \times \underline{B}_{n \times c}$ لابد وأن يتحقق الشرط التالي :

عدد الأعمدة في المصفوفة الأولى n يساوي عدد الصفوف في المصفوفة الثانية n

*مثال :

أوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين $\underline{A}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ $\underline{B}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 3 + 3 \times 2 & 2 \times 1 + 3 \times 4 \\ 4 \times 3 + 5 \times 2 & 4 \times 1 + 5 \times 4 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 12 & 14 \\ 22 & 24 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} \times \underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \times 2 + 1 \times 4 & 3 \times 3 + 1 \times 5 \\ 2 \times 2 + 4 \times 4 & 2 \times 3 + 4 \times 5 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} 10 & 14 \\ 20 & 26 \end{bmatrix}$$

($\underline{A} \times \underline{B} \neq \underline{B} \times \underline{A}$) لان الضرب عملية غير ابدالية

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\underline{A}_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \underline{B}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A}_{2 \times 2} \times \underline{B}_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \times 2 + 0 \times 2 & 1 \times 3 + 0 \times -1 & 1 \times -2 + 0 \times 0 \\ 2 \times 2 + 3 \times 2 & 2 \times 3 + 3 \times -1 & 2 \times -2 + 3 \times 0 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 10 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

في المثال السابق هل يمكن إيجاد $\underline{B}_{2 \times 3} \times \underline{A}_{2 \times 2}$ ولماذا ؟

لا يمكن لان عدد الأعمدة في $\underline{B} \neq$ عدد الصفوف في \underline{A}

اوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \times 2 + 3 \times 3 + 1 \times 2 & 2 \times 1 + 3 \times 4 + 1 \times 3 \\ 1 \times 2 + 2 \times 3 + 5 \times 2 & 1 \times 1 + 2 \times 4 + 5 \times 3 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 15 & 17 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$$

أوجد حاصل ضرب المصفوفتين التاليتين

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} 2 \times 1 + 3 \times 2 & 2 \times 3 + 3 \times 4 \\ -2 \times 1 + 1 \times 2 & -2 \times 3 + 1 \times 4 \\ 0 \times 1 + 2 \times 2 & 0 \times 3 + 2 \times 4 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 8 & 18 \\ 0 & -2 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

حل المعادلة المصفوفية التالية : $2\underline{X} - 3\underline{A} = 3\underline{B} - \underline{X}$

حيث : $\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ و $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

$$2\underline{X} + \underline{X} = 3\underline{A} + 3\underline{B}$$

$$3\underline{X} = 3\underline{A} + 3\underline{B}$$

$$\underline{X} = \underline{A} + \underline{B}$$

$$\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

المحاضرة الرابعة عشر

*المحددات : 2×2

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = (a_1 b_2) - (a_2 b_1) \quad \text{: قاعدة}$$

*مثال :

اوجد محده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = (2 \times 4) - (-5 \times 3) = 8 - (-15) = 23$$

اوجد محده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = (-1 \times -2) - (3 \times 2) = 2 - 6 = -4$$

اوجد محده المصفوفة التالية : $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -5 \end{vmatrix} = (3 \times -5) - (-2 \times 4) = (-15) - (-8) = -7$$

*المحددات : 3×3

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & b_3 \\ c_2 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_1 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix} \quad \text{: قاعدة*}$$

*مثال :

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad \text{اوجد محدة المصفوفة التالية}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 2[(4 \times 2) - 2 \times 0] - 3[(-1 \times 2) - 2 \times 3] + 1[(-1 \times 0) - (4 \times 3)]$$

$$= 16 - 12 + (-12)$$

$$= -8$$

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & -2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= [(2 \times 4 \times 2) + (3 \times -2 \times 3) + (1 \times -1 \times 0)]$$

$$- [(3 \times -1 \times 2) + (2 \times -2 \times 0) + (1 \times 4 \times 3)]$$

$$= -8$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \text{ اوجد محدد المصفوفة التالية}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$0 - 2[(3 \times 2) - (0 \times 2)] + 1[(3 \times -1) - (4 \times 2)]$$

$$0 - 12 - 11 = -23$$

طريقة كرامر :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 10 & 2 \\ 3 & 4 & 03 & 4 \\ 2 & -1 & 22 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$[(0 \times 4 \times 2) + (2 \times 0 \times 2) + (1 \times 3 \times -1)]$$

$$-[(2 \times 3 \times 2) + (0 \times 0 \times -1) + (1 \times 4 \times 2)]$$

$$= [0 + 0 - 3] - [12 + 0 + 8] = -23$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ احسب المحدد للمصفوفة التالية}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} = 0 \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= 0 - 2[(-1 \times 3) - (2 \times 1)] + 3[(-1 \times 0) - (0 \times 1)]$$

$$= 10 + 0 = 10$$

*معكوس المصفوفة :

*خطوات إيجاد معكوس المصفوفة :

أولاً : نوجد المحددة Δ

ثانياً : نوجد معكوس المصفوفة بالطريقة التالية :

$$\underline{A^{-1}} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} b_2 & -a_2 \\ -b_1 & a_1 \end{bmatrix}$$

*مثال :

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = (2 \times 0) - (1 \times 3) = -3$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = (-2 \times 1) - (3 \times 4) = -14$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{14} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{14} & \frac{3}{14} \\ \frac{4}{14} & \frac{2}{14} \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A^{-1}}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} = (-2 \times 4) - (1 \times -3) = -5$$

$$\underline{A^{-1}} = -\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$$

اوجد قيمة x التي تجعل المصفوفة التالية $\underline{A} = \begin{bmatrix} x-2 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ليس لها معكوس؟

حتى تكون للمصفوفة معكوس يجب ان تكون $\Delta \neq 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} x+2 & x \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = (x+2) \times 2 - x \cdot 3$$

$$2x + 4 - 3x \neq 0$$

$$2x - 3x \neq 4$$

$$-x \neq 4$$

$$x = -4$$

*حل نظام المعادلات الخطية باستخدام المحددات :

*الطريقة :

أولاً : نوجد المحددة Δ ونوجد الثوابت $\underline{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$

ثم نوجد $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

ثانياً : نوجد قيمة المجهولين x, y كالتالي : $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$ $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$

*مثال :

حل النظام التالي $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ x - y = 1 \end{cases}$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \underline{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (2 \times -1) - (1 \times 1) = -3$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -3 \quad \therefore x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-3}{-3} = 1$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \quad \therefore y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{0}{-3} = 0$$

$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 2x - y = -1 \end{cases} \text{ حل النظام التالي}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \underline{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = (1 \times -1) - (3 \times 2) = -7$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad \therefore x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7 \quad \therefore y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1$$

$$\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \text{ حل النظام التالي}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \underline{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = (3 \times 1) - (-2 \times 1) = 5$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \quad \therefore x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{5}{5} = 1$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5 \quad \therefore y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{5}{5} = 1$$

الواجب الأول

*السؤال الأول :

$$27^{\frac{1}{3}} = \quad \blacksquare \frac{1}{3} \quad \blacksquare 9 \quad \blacksquare \frac{1}{9} \quad \textcircled{3}$$

الحل :

$$27^{\frac{1}{3}} = (3^3)^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$$

*السؤال الثاني :

ناتج جمع المقدارين التاليين هو $\frac{3}{xy} + \frac{x}{y^2}$

$$\blacksquare \frac{3y + x^2}{xy^2}$$

$$\blacksquare \frac{3+x}{y} \quad \blacksquare \frac{3+x}{y^2} \quad \blacksquare \frac{3y+x^2}{xy}$$

الحل:

$$\frac{3}{xy} + \frac{x}{y^2} = \frac{3y}{xy^2} + \frac{x^2}{xy^2} = \frac{3y + x^2}{xy^2}$$

*السؤال الثالث :

حاصل طرح كثيرتي الحدود التاليين $(4x^3 - 2x^2 + 5x - 2) - (3x^3 + 5x^2 - 3x + 4)$

$$\blacksquare x^3 - 3x^2 - 8x + 6$$

$$\blacksquare x^3 + 3x^2 + 2x + 2$$

$$\blacksquare x^3 - 7x^2 - 8x + 2$$

$$\textcircled{\blacksquare x^3 - 7x^2 + 8x - 6}$$

*السؤال الرابع :

تحليل المقدار $8z^3 - 27$ هو

■ $(2z + 3)(4z^2 + 6z - 9)$

■ $(2z + 3)(4z^2 - 6z + 9)$

■ $(2z - 3)(4z^2 - 6z - 9)$

■ $(2z - 3)(4z^2 + 6z + 9)$

الحل :

باستخدام القاعدة التالية :

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

*السؤال الخامس :

حاصل تبسيط العبارة التالية $\frac{x^2-4}{x^2-1} \div \frac{(x+2)}{(x+1)}$ هو

■ $\frac{(x + 2)}{(x + 1)}$

■ $\frac{(x + 1)}{(x + 2)}$

■ $\frac{(x - 2)}{(x - 1)}$

■ $\frac{(x - 1)}{(x - 2)}$

الحل :

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} \div \frac{(x + 2)}{(x + 1)} = \frac{\cancel{(x + 2)}(x - 2)}{\cancel{(x + 1)}(x - 1)} \times \frac{\cancel{(x + 1)}}{\cancel{(x + 2)}} = \frac{(x - 2)}{(x - 1)}$$

*السؤال السادس :

تحليل المقدار التالي $2x^2 + 6x + 5x + 15$

■ $(x + 2)(2x + 5)$

■ $(2x + 3)(2x + 5)$

■ $(x + 3)(2x + 5)$

■ $(2x + 5)(x + 2)$

الحل :

$2x(x+3)+5(x+3)$

$(x+3)(2x+5)$

*السؤال السابع :

بسّط المقدار التالي $\frac{\frac{4-x}{x}}{\frac{x}{2}-1}$ هو

■ $(x + 2)$

■ $(-x + 2)$

■ $(x - 2)$

■ $(-x - 2)$

الحل :

$$\frac{\frac{4-x}{x}}{\frac{x}{2}-1} = \frac{\frac{4-x}{x}}{\frac{x-x}{2}} = \frac{\frac{4-x}{x}}{\frac{x-2}{2}} = \frac{4-x}{x} \times \frac{2}{x-2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x} \times \frac{x}{x-2} = (x+2)$$

*السؤال الثامن :

بسّط العبارة التالية $\left(\frac{m^{-2}n^3}{m^3n^{-1}}\right)^{-2}$

■ $\frac{n^2}{m^{10}}$

■ $\frac{m^2}{n^4}$

■ $\frac{1}{m^{10}n^4}$

■ $\frac{m^{10}}{n^8}$

الحل :

$$\left(\frac{m^{-2}n^3}{m^3n^{-1}}\right)^{-2} = \frac{m^4n^{-6}}{m^{-6}n^2} = \frac{m^4 \cdot m^6}{n^6 \cdot n^2} = \frac{m^{10}}{n^8}$$

*السؤال التاسع :

ابسط صورة الكسر التالي $\frac{3}{2-\sqrt{5}}$

■ $-6 - 3\sqrt{5}$

■ $\frac{6 + 3\sqrt{5}}{9}$

■ $\frac{-6 - 3\sqrt{5}}{9}$

■ $-6 + 3\sqrt{5}$

الحل :

$$\frac{3}{2-\sqrt{5}} = \frac{3}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{6+3\sqrt{5}}{4-5} = \frac{6+3\sqrt{5}}{-1} = -6 - 3\sqrt{5}$$

*السؤال العاشر :

حاصل ضرب كثيرة الحدود التاليين $(x^2 + 2x - 3)(x - 1)$

■ $x^3 + x^2 - 5x - 3$

■ $x^3 + x^2 + 5x + 3$

■ $x^3 + x^2 - 5x - 3$

■ $x^3 + x^2 - 5x + 3$

*السؤال الحادي عشر :

تحليل المقدار $(25x^{16} - 9y^{36})$ هو

■ $(5x^8 - 3y^{18})(5x^8 - 3y^{18})$

■ $(5x^4 - 3y^{18})(5x^4 - 3y^6)$

■ $(25x^8 - 9y^{18})(25x^8 - 9y^{18})$

■ $(25x^4 - 9y^6)(25x^4 - 9y^6)$

الحل :

الاساس $5 \times 5 = 25$ $3 \times 3 = 9$

الاسس $8 + 8 = 16$ $18 + 18 = 36$

*السؤال الثاني عشر :

حاصل تبسيط المقدار التالي $\frac{10 \div 4 - 2 \times 3 - 4}{6 \div 3 + 8 \times 2 + 6}$

■ $\frac{1}{2}$

■ $\frac{4}{3}$

■ $\frac{16}{13}$

■ $\frac{17}{18}$

*السؤال الثالث عشر :

ابسط صورة المقدار التالي $\frac{8m^4n^3}{4m^3n^5} \div \frac{25mn^4}{15m^4n^2}$

$\frac{6m^5}{5n^3}$
 $\frac{6m^4}{5n^4}$
 $\frac{6m^3}{5n^5}$
 $\frac{6m^3}{5n^4}$

الحل :

$$\frac{8m^4n^3}{4m^3n^5} \div \frac{25mn^4}{15m^4n^2} = \frac{2m}{n^2} \div \frac{5n^2}{3m^3} = \frac{2m}{n^2} \times \frac{3m^3}{5n^2} = \frac{6m^4}{5n^4}$$

*السؤال الرابع عشر :

تبسيط $\sqrt{4x^4y^6z^8}$ هو

$2x^2y^3z^4$

$2x^2y^4z^6$

$4x^2y^3z^4$

$4x^2y^4z^6$

الحل : $\sqrt{4x^4y^6z^8} = 2x^{\frac{4}{2}}y^{\frac{6}{2}}z^{\frac{8}{2}} = 2x^2y^3z^4$

*السؤال الخامس عشر :

قيمة المقدار $\frac{2a^3-3b^2+2ab}{3a^2-b^2}$ عندما $a=2$ $b=-1$ هي

$\frac{9}{11}$
 $\frac{9}{11}$
 $\frac{17}{13}$
 $\frac{15}{13}$
 $\frac{23}{11}$

الحل :

$$\frac{2a^3 - 3b^2 + 2ab}{3a^2 - b^2} = \frac{2(2)^3 - 3(-1)^2 + 2(2)(-1)}{3(2)^2 - (-1)^2} = \frac{9}{11}$$

*السؤال السادس عشر :

تحليل المقدار $6x^4y^3 - 3x^2y^2 + 12x^3y^5$

■ $(3x^2y^2)(3x^2y - 1 + 9xy^3)$

■ $(3x^2y^2)(3x^2y + 9xy^3)$

■ $(3x^2y^2)(2x^2y + 4xy^3)$

■ $(3x^2y^2)(2x^2y - 1 + 4xy^3)$

الواجب الثاني

*السؤال الأول :

حل النظام التالي المكون من المعادلتين الخطيتين $x + y = 1$ $x - y = 1$

■ $(1,1)$ ■ $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ■ $(1,0)$ ■ $(0,1)$

الحل :

من المعادلة الأولى: $x - y = 1 \Leftrightarrow x = 1 + y$

نعوض بالمعادلة الثانية :

$x + y = 1 \Leftrightarrow (1 + y) + y = 1 \Leftrightarrow 2y = 1 - 1 \Leftrightarrow y = 0$

نعوض قيمة y في المعادلة الأولى: $x = 1 + 0 \Leftrightarrow x = 1$

*السؤال الثاني :

$6C3 =$

■ $\frac{6P3}{3}$ ■ $\frac{6!}{(6-3)! - 3}$ ■ $\frac{6!}{3!}$ ■ $\frac{6P3}{3!}$

الحل :

$nCr = \frac{nPr}{r!}$ $6C3 = \frac{6P3}{3!}$ باستخدام القاعدة

*السؤال الثالث :

حل المعادلة التالية $3x^2 = 5x$

$$\blacksquare \left\{0, \frac{3}{5}\right\} \quad \blacksquare \left\{0, -\frac{5}{3}\right\} \quad \blacksquare \left\{0, \frac{5}{3}\right\} \quad \blacksquare \left\{0, -\frac{3}{5}\right\}$$

الحل :

$$3x^2 - 5x = 0$$

$$x(3x - 5) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 3x - 5 = 0 \quad \leftrightarrow \quad x_2 = \frac{5}{3}$$

السؤال الرابع :

$$\frac{nPr}{nCr} =$$

$$\blacksquare n! \quad \blacksquare r! \quad \blacksquare (n-r) \quad \blacksquare (n-r)!$$

الحل :

$$\frac{nPr}{nCr} = \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{\frac{n!}{(n-r)!r!}} = \frac{n!}{(n-r)!} \times \frac{(n-r)!r!}{n!} = r!$$

*السؤال الخامس :

حل المعادلة الخطية التالية $3x + 2 = 5x + 6$

■ $x = 2$ ■ $x = -4$ ■ $x = -2$ ■ $x = 1$

الحل :

$$3x + 2 = 5x + 6$$

$$3x - 5x = 6 - 2$$

$$-2x = 4$$

$$x = -2$$

*السؤال السادس :

حل النظام الخطي التالي $x - y = 0$ $2x + 3y = 5$

■ $(2, 1)$ ■ $(2, 2)$ ■ $(1, 2)$ ■ $(1, 1)$

الحل :

من المعادلة الأولى : $x = y$ \leftrightarrow $x - y = 0$

نعوض بالمعادلة الثانية :

$$2x + 3y = 5 \quad \leftrightarrow \quad 2y + 3y = 5 \quad \leftrightarrow \quad 5y = 5 \quad \leftrightarrow \quad y = 1$$

*السؤال السابع :

$$5P4 =$$

■ 5 ■ 20 ■ 60 ■ 120

الحل :

بالحاسبة : $5 + \text{shift} (nPr) + 4 = 5.4.3.2.1 = 120$

*السؤال الثامن :

حل المعادلة التربيعية $x^2 - 3x + 2 = 0$

- $\{-1, -2\}$ ■ $\{2, -1\}$ ■ $\{1, -2\}$ ■ $\{1, 2\}$

الحل :

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 1)(x - 2) = 0$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = 2$$

*السؤال التاسع :

القانون العام لحل المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد صيغته كالتالي :

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$-b \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

*السؤال العاشر :

$$4C2 =$$

- 6 ■ 1 ■ 12 ■ 3

الحل :

4 + SHIFT (nCr) + 2 بالحاسبة

*السؤال الحادي عشر :

$$2P2 =$$

■1 ■0 ■4 ■2

الحل :

باستخدام القاعدة $nPn = n!$ أو باستخدام الحاسبة

*السؤال الثاني عشر :

حل المعادلة الكسرية التالية $x = \frac{(x+2)}{2} + \frac{x}{3}$

■2 ■6 ■3 ■5

الحل :

$$x = \frac{(x+2)}{2} + \frac{x}{3}$$

$$2x = (x+2) + \frac{2x}{3}$$

$$6x = 3x + 6 = 2x$$

$$6x - 3x - 2x = 6$$

$$x = 6$$

الواجب الثالث

*السؤال الاول :

مجموع حدود المتسلسلة الهندسية $a_1=-3$ $n=4$ $r=3$

■ 120 ■ 123 ■ - 120 ■ - 123

الحل :

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r} = \frac{-3 - (-3)3^4}{1 - 3} = \frac{240}{-2} = -120$$

*السؤال الثاني :

الثلاثة أوساط هندسية في المتتابعة الهندسية التالية $\frac{1}{2}, \dots, \dots, \dots, \frac{128}{81}$

■ $\frac{-2}{3}, \frac{8}{9}, \frac{-32}{27}$

■ $\frac{2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{32}{27}$

■ $\frac{2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{32}{27}$

■ $\frac{-2}{3}, \frac{-8}{9}, \frac{-32}{27}$

*السؤال الثالث :

مجموع المتسلسلة الهندسية الغير منتهية التالية $\frac{-5}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{-1}{10}, \frac{-1}{50}, \dots$

■ $\frac{-25}{4}$ ■ $\frac{-8}{25}$ ■ $\frac{-4}{25}$ ■ $\frac{-25}{8}$

الحل :

$$r = \frac{-1}{2} \div \frac{-5}{2} = \frac{1}{5}$$

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{-5}{2}}{1-\frac{1}{5}} = \frac{-25}{8}$$

السؤال الرابع :

مجموع حدود المتسلسلة الحسابية التي فيها $a_1 = 2$ $a_n = 32$ $d = 2$

■ 268 ■ 272 ■ 274 ■ 270

الحل :

$$a_n = a_1(n-1)d$$

$$32 = 2 + 2n - 2$$

$$n = 16$$

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

$$= 16 \frac{2 + 32}{2} = 272$$

*السؤال الخامس :

الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الحسابية التي فيها $S_n = 1134$ $a_1 = 3$ $a_n = 81$

■ 3, 6, 9

■ 3, 9, 15

■ 3, 8, 13

■ 3, 7, 11

الحل :

$$S_n = n \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right)$$

$$1134 = n \left(\frac{3 + 81}{2} \right)$$

$$n = 27$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$81 = 3 + 26d$$

$$d = 3$$

3, 6, 9

*السؤال السادس :

الوسطان الحسابيان في المتتابعة التالية 16, ..., ..., -5

■ 3, 10

■ 4, 12

■ 0, 6

■ 2, 9

الحل :

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$16 = -5 + (3)d$$

$$3d = 21$$

$$d = 7$$

$$-5, 2, 9$$

*السؤال السابع :

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ $\underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ فإن $\underline{A} - \underline{B} =$

■ $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$

■ $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

■ $\begin{bmatrix} -7 & -4 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$

■ $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$

*السؤال الثامن :

$$\sum_{n=1}^3 (3n - 1) =$$

■ 10 ■ 6 ■ 12 ■ 15

الحل :

$$\sum_{n=1}^3 (3n - 1) = (3 \times 1 - 1) + (3 \times 2 - 1) + (3 \times 3 - 1)$$

$$2 + 5 + 8 = 15$$

*السؤال التاسع :

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ فإن $\underline{A}^{-1} =$

■ $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$ ■ $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 3 & 1 \\ \frac{4}{4} & \frac{4}{4} \end{bmatrix}$ ■ $\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ■ $\begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

الحل :

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -2 \times 1 - 2 \times 3 = -8$$
$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{-8} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{8} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{8} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

*السؤال العاشر :

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ و $\underline{B} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ فإن $\underline{A} \times \underline{B} =$

■ $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$

■ $\begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

■ $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$

■ $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$

الحل :

$$\underline{A} \times \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 \times -2 + 2 \times 0 & 1 \times 1 + 2 \times 2 \\ -1 \times -2 + 3 \times 0 & -1 \times 1 + 3 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

*السؤال الحادي عشر :

الحد الاول في متسلسلة هندسية فيها $r = \frac{1}{2}$ $a_5 = \frac{-1}{8}$

- $\frac{1}{2}$ ■ $\frac{-1}{2}$ ■ -1 ■ -2

: الحل

$$a_5 = \frac{-1}{8}$$

$$a_4 = \frac{-1}{8} \div \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$a_3 = -\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = -1$$

$$a_1 = -1 \div \frac{1}{2} = -2$$

*السؤال الثاني عشر :

الحد التاسع في المتتابعة الحسابية التي فيها $n = 9$ $d = 5$ $a_1 = -4$

- 37 ■ 38 ■ 36 ■ 35

: الحل

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_9 = -4 + (8)(5) = 36$$

الاختبار الفصلي

السؤال الأول

$$\log_{10} 100 = \text{هي قيمه المقدار التالي}$$

$$10^x = 100 \leftrightarrow 10^2 = 100$$

$$\therefore x = 2$$

السؤال الثاني :

$$8^{\frac{1}{3}} =$$

$$(2^3)^{\frac{1}{3}} = (2)3 \times \frac{1}{3} = 2^{\frac{3}{3}} = 2^1$$

السؤال الثالث :

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \text{ هو ايسط صورة لكسر التالي}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

السؤال الرابع :

$$\frac{5}{x} + \frac{2}{y} = \text{نتاج جمع المقدارين التاليين}$$

$$y \times \left(\frac{5}{x}\right) + \left(\frac{2}{y}\right) \times x = \frac{5y + 2x}{xy}$$

السؤال الخامس :

$5x^2y + 15xy^3$ تحليل المقدار التالي

نسحب العامل المشترك

$$5 \times 3 = 15$$

$$(5xy)[x + 3y^2]$$

السؤال السادس :

$\log_2 x = 4$ في المعادلة X قيمة

$$2^4 = 16$$

$$\therefore x = 16$$

السؤال السابع :

XY, X^2 (7) المضاعف المشترك البسيط للحددين

X^2 هو X مضاعف المشترك البسيط لي

Y هو Y مضاعف المشترك البسيط لي

$$\therefore x^2y$$

السؤال الثامن :

$\frac{8m^5n^2}{2m^3n}$ ابسط المقدار

$$\frac{8}{2} = 4 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{m^5}{m^3} = m^2 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{n^2}{n} = n$$

$$\therefore 4m^2n$$

السؤال التاسع :

$$9) \log_3 1 + \log_3 3^2 =$$

$$\log_3 1 = 0 \quad \leftrightarrow \quad \log_3 3^2 = 1 \times 2 = 2$$

$$\therefore 2$$

السؤال العاشر :

$$10) (x + 2)(x - 2)$$

$$\therefore (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(x^2) - (2^2) = x^2 - 4$$

السؤال الحادي عشر :

$$4 + 5 \times 4 \div 2 =$$

$$4 + 20 \div 2 = 4 + 10 = 14$$

السؤال الثاني عشر :

$$12) \frac{x^2 - 9}{(x + 3)} =$$

$$\frac{(x - 3)\cancel{(x + 3)}}{\cancel{(x + 3)}} = x - 3$$

السؤال الثالث عشر :

$$13) (x^3 - y^3) = \text{تحليل مقدار الفرق بين مكعبين}$$

$$\therefore (x^3 - y^3) = (x - y)(x^2 - xy + y^2)$$

السؤال الرابع عشر :

$$\log_c(ab) = \log_c a + \log_c b$$

السؤال الخامس عشر :

$$(x^2 - 6x + 9) = \text{تحليل المقدار التالي}$$

$$\therefore (u^2 - 2uv + v^2) = (u - v)$$

نعوض في القانون

$$x^2 - 2 \times 3x + 3^2 = (x - 3)$$

السؤال السادس عشر :

$$x = 1 \text{ عندما } \frac{3x^2 - 5x + 7}{2x + 3} = \text{قيمة المقدار}$$

$$\frac{3(1^2) - 5 \times 1 + 7}{2 \times 1 + 3} = \frac{3 - 5 + 7}{2 + 3} = \frac{5}{5} = 1$$

السؤال السابع عشر :

$$(3 - \sqrt{2}) = \text{هو مرافق العدد}$$

نفس القيمة ولكن عكس إشارة (-) *

$$(3 + \sqrt{2})$$

السؤال الثامن عشر :

$$(3x^2 + 5x + 1) + (x^2 - 2x - 4) = \text{جمع كثيرتي الحدود}$$

$$4x^2 + 3x - 3$$

السؤال التاسع عشر :

$$\sqrt{16x^2y^8} = \text{هو تبسيط المقدار}$$

$$16^{\frac{1}{2}} \times x^{\frac{2}{2}} \times y^{\frac{8}{2}} = 4xy^4$$

السؤال العشرين :

$$^{-1} = \left(\frac{x^{-2}y^{-1}}{x^3y^{-4}} \right)$$

$$= \frac{x^2y^1}{x^{-3}y^4} = \frac{x^2y^1x^3}{y^4} = \frac{x^5}{y^3}$$

اللهم لا تدعني أصاب بالغرور إذا نجحت .. ولا أصاب باليأس إذا
فشلت .. بل ذكرني دائما بأن الفشل هو التجارب التي تسبق
النجاح

اللهم إني أستودعك ما قرأت و ما حفظت و ما تعلمت فرده عند
حاجتي إليه، إنك على كل شيء قدير

زميلتكم / lotus.

الملخص بمجهود أختنا lotus

وبمراجعة زميلتكم ساره الغنام .

وتصحيح : د. ثابت القحطاني "حفظه الله"

لا نطلب منكم إلا الدعاء .