حلول الفقرات المختارة من تمارين المحاضرة التاسعة

$$3. \quad \lim_{x\to -4} \frac{x+4}{x^2+5x+4}$$

بالتعويض المباشر نجد أن

$$\lim_{x\to -4} \frac{x+4}{x^2+5x+4} = \frac{-4+4}{(-4)^2+5\times -4+4} = \frac{-4+4}{16-20+4} = \frac{0}{0}$$ كمية غير معينة

لإزالة هذه الحالة نحلل المقام إلى عوامله الأولية

تابع: الحلول:

$$\lim_{x\to -4} \frac{x+4}{x^2+5x+4} = \lim_{x\to -4} \frac{\cancel{x+4}}{(\cancel{x+4})(x+1)} = \lim_{x\to -4} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{-4+1}$$

$$= -\frac{1}{3}$$

تابع: الحلول:

$$4. \quad \lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{x-9}$$

الحل:

$$\lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{x-9}=\frac{3-\sqrt{9}}{9-9}=\frac{3-3}{9-9}=\frac{0}{0}$$

لإزالة هذه الحالة نضرب كل من البسط والمقام بمرافق البسط $(\ 3+\sqrt{x}\ )$

تابع: الحلول:

$$\lim_{x\to 9}\frac{3-\sqrt{x}}{x-9}=\lim_{x\to 9}\frac{\left(3-\sqrt{x}\right)\left(3+\sqrt{x}\right)}{(x-9)\left(3+\sqrt{x}\right)}=\lim_{x\to 9}\frac{9-x}{(x-9)\left(3+\sqrt{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 9}\frac{-(x-9)}{(x-9)\left(3+\sqrt{x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 9}\frac{-1}{3+\sqrt{x}}$$

$$=\frac{-1}{3+\sqrt{9}}=\frac{-1}{3+3}=\frac{-1}{6}$$

تابع: الحلول:

7. $$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+6x-21}{x^2+1}$$

الحل:

بما أن درجة البسط أكبر من درجة المقام اذاً:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+6x-21}{x^2+1}=\infty$$

تابع: الحلول:

هل الدالة المعرفة بـ

$$2. \quad f(x)=\begin{cases} 2x & , x \ge -1 \\ x-1 & , x < -1 \end{cases}$$

متصلة في x=-1 ؟

تابع: الحلول:

$$f(-1) = 2 \times -1 = -2$$

$$\lim_{x \to -1^+} f(x) = \lim_{x \to -1} 2x = 2 \times -1 = -2$$

$$\lim_{x \to -1^-} f(x) = \lim_{x \to -1} (x-1) = -1-1 = -2$$

تابع: الحلول:

بما أن

$$\lim_{x\to -1^{+}} f(x) = \lim_{x\to -1^{-}} f(x)$$

اذاً

$$\lim_{x\to -1} f(x) = -2$$

و بما أن

$$\lim_{x\to -1} f(x) = f(-1) = -2$$

اذاً الدالة متصلة في x=-1

تابع: الحلول:

هل الدالة المعرفة بـ

4. $$f(x)=\begin{cases} x+1 & , \quad x<2 \\ 1 & , \quad x=2 \\ 5-x & , \quad x>2 \end{cases}$$

متصلة في x=٢ ؟

تابع: الحلول:

$$f(2)=1$$

$$\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2}(5-x)=5-2=3$$

$$\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2}(x+1)=2+1=3$$

تابع: الحلول:

بما أن

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^-} f(x)$$

اذاً

$$\lim_{x\to 2} f(x) = 3$$

و بما أن

$$\lim_{x\to 2} f(x) \neq f(2)$$

اذاً الدالة غير متصلة في x=2

رسم منحنى الصيغة القياسية للدالة:

٣. الدالة التكعيبية:

مثال: ارسم الدالة $y = f(x) = x^3$

الحل:

x	-2	-1	0	1	2
y=f(x)	-8	1	0	1	8