# المحاضرة الخامسة

# المتباينات والقيمة المطلقة

# المتباينات:

أي تعبير يتضمن احد الرموز $<$ ، $\leq$ ، $>$ ، $\geq$ يسمى متباينة. فمثلاً كل مما يلي هي متباينات:

$$(i)\ 3x+4 \leq 8-2x$$

$$(ii)\ \frac{2x+4}{x+5} < 3$$

$$(iii)\ (x+4)(x-1) > 9$$

تستخدم المتباينات في تعريف نوع خاص من المجموعات الجزئية من الأعداد الحقيقية والتي تسمى الفترة. وهناك أربعة أنواع من الفترات تعرف كما يلي:

# تابع : المتباينات:

١. فترة مغلقة $[a,b]=\{x\in R: a\le x\le b\}$

٢. فترة مفتوحة $(a,b)=\{x\in R: a< x< b\}$

٣. نصف مغلقة (نصف مفتوحة) $[a,b)=\{x\in R: a\le x< b\}$

٤. فترة نصف مفتوحة (نصف مغلقة ) $(a,b]=\{x\in R: a< x\le b\}$

## خواص المتباينات:

١. $a^2\ge 0$ لكل $a\in R$

٢. إذا كانت a<b و b<c فان a<c

# تابع:خواص المتباينات:

٣. إذا كانت $a<b$ فان $a+c<b+c$ وكذلك $a-c<b-c$

٤. إذا كانت $a<b$ وكانت $c>0$ فان $ac<bc$

٥. إذا كانت $a<b$ وكانت $c<0$ فان $ac>bc$

٦. إذا كانت $a>0$ فان $\frac{1}{a}>0$

٧. إذا كانت $a>0$ و $b>0$ بحيث $a<b$ فان $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

# تابع: المتباينات:

## حل المتباينات:

حل المتباينة هو القيمة أو مجموعة القيم التي تجعل المتباينة صحيحاً.

مثال(١): حل المتباينة $4x+7 \geq 2x-3$

الحل:

$$4x+7-7 \geq 2x-3-7$$

$$4x \geq 2x-10$$

$$4x-2x \geq -10$$

# تابع : الحل:

$$2x \geq -10$$

$$\frac{1}{2} \times 2x \geq \frac{1}{2} \times -10$$

$$x \geq -5$$

مجموعة الحل هي الفترة $[-5,\infty)$.

# تابع: المتباينات:

مثال(٢): حل المتباينة $-5 < 3x - 2 < 1$

الحل:

$$-5+2 < 3x < 1+2$$

$$-3 < 3x < 3$$

$$\frac{1}{3} \times -3 < \frac{1}{3} \times 3x < \frac{1}{3} \times 3$$

$$-1 < x < 1$$

مجموعة الحل هي الفترة (-1,1).

# تابع: المتباينات:

مثال(٣): حل المتباينة $x^2 + x - 12 > 0$

الحل:

$$(x-3)(x+4) > 0$$

الحالة الأولى $(x-3) > 0$ و $(x+4) > 0$

اذاً $x > 3$ و $x > -4$

أي أن $x > 3$

# تابع الحل :

الحالة الثانية $(x-3)<0$ و $(x+4)<0$

اذاً $x<3$ و $x<-4$

أي أن $x<-4$

اذاً مجموعة الحل هي $(-\infty,-4)\cup(3,\infty)$

# تمارين:

## حل المتباينات التالية:

1. $5 > 2 - 9x > -4$
2. $5x - 6 > 11$
3. $-6 \le 1 - 3x \le 2$
4. $4 \le 2x + 2 \le 10$
5. $3x - 5 < 10$
6. $x^2 + x > 12$

# تابع : تمارين:

7. $3 \le 4x - 7 < 9$

8. $\frac{1}{2}x + \frac{2}{3} \le 2$

# القيمة المطلقة:

## تعريف:

القيمة المطلقة لأي عدد حقيقي (ويرمز له بالرمز $|x|$ ) تعرف كالآتي:

$$|x| = \begin{cases} x & , \quad x \geq 0 \\ -x & , \quad x < 0 \end{cases}$$

# تابع: القيمة المطلقة:

## خواص القيمة المطلقة:

١. $|x| < a$ تكافئ $-a < x < a$ حيث $a > 0$

٢. $|x| \le a$ تكافئ $-a \le x \le a$ حيث $a > 0$

٣. $|x| > a$ تكافئ $x > a$ أو $x < -a$ حيث $a > 0$

٤. $|x| \ge a$ تكافئ $x \ge a$ أو $x \le -a$ حيث $a > 0$

٥. $|ab| = |a||b|$

# تابع: الخواص :

٦. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$

٧. $|a+b| \le |a| + |b|$

٨. $|a-b| \ge |a| - |b|$

# تابع: القيمة المطلقة:

## مثال (١):

حل المتباينة $|2x+4| \le 3$

الحل:

$$|2x+4| \le 3 \quad \Rightarrow \quad -3 \le 2x+4 \le 3$$

$$-7 \le 2x \le -1$$

$$-\frac{7}{2} \le x \le -\frac{1}{2}$$

مجموعة الحل هي الفترة $\left[-\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right]$

# تابع: القيمة المطلقة:

مثال(٢):

حل المتباينة $|2x-5|>3$

الحل:

$$2x-5>3 \quad \text{أو} \quad 2x-5<-3$$

$$2x>8 \quad \text{أو} \quad 2x<2$$

$$x>4 \quad \text{أو} \quad x<1$$

مجموعة حل المتباينة هي $(-\infty,1)\cup(4,\infty)$

# تابع: القيمة المطلقة:

مثال(٣):

حل المتباينة $\left|\frac{3x+1}{2}\right|<1$

الحل:

$$-1<\frac{3x+1}{2}<1$$

$$-2<3x+1<2$$

# تابع: الحل:

$$-3 < 3x < 1$$

$$-1 < x < \frac{1}{3}$$

مجموعة الحل هي $(-1, \frac{1}{3})$

# تمارين:

حل المتباينات التالية:

1. $|x+2|<1$
2. $|3x|>12$
3. $|3x-2|\leq 4$
4. $|1-2x|>3$
5. $|2x-3|<7$
6. $|3x+4|\geq 5$

# تمارين:

7. $|2x| < 6$

8. $\left|\frac{7-3x}{2}\right| \leq 1$

# تمت بحمد الله