

معادلات الخط المستقيم

إيجاد ميل الخط المستقيم:

١ - ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين:

ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $P(x_1, y_1)$ و $Q(x_2, y_2)$ يعرف على أنه النسبة بين التغير في y والتغير في x ، ويرمز له عادة بالحرف m

إذن:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

حيث $x_1 \neq x_2$

مثال:

أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين P و Q حيث:

1. $P(1, -3)$ ، $Q(3, 7)$
2. $P(3, 2)$ ، $Q(5, 2)$
3. $P(2, 3)$ ، $Q(2, 6)$

الحل:

$$1. \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - (-3)}{3 - 1} = \frac{10}{2} = 5$$

$$2. \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 2}{5 - 3} = \frac{0}{2} = 0$$

$$3. \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 3}{2 - 2} = \frac{3}{0} = \infty \quad \text{إن الميل غير معرف}$$

ملاحظات هامة:

- إذا كان الميل يساوي صفر فإن ذلك يعني أن المستقيم يوازي محور السينات .
- إذا كان الميل يساوي ∞ فإن ذلك يعني أن المستقيم يوازي محور الصادات .

٢ - ميل الخط المستقيم الذي معادلته في الصورة العامة $ax + by + c = 0$

حيث a, b, c ثوابت والثابتان a, b لا يساويان الصفر معاً، هو $m = -\frac{a}{b}$

مثال:

أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته $2x + 4y - 7 = 0$

الحل:

$$m = -\frac{a}{b} \quad \text{حيث } a=2 \text{ و } b=4$$

$$\text{إذا } m = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة:

المستقيمات المتوازية:

يقال أن المستقيم L_1 موازيًا للمستقيم L_2 أي $L_1 \parallel L_2$ إذا وفقط إذا كان $m_1 = m_2$

مثال: هل المستقيمان $4x - y - 2 = 0$ و $y = 4x + 1$ متوازيان؟

الحل:

$$m_1 = 4, m_2 = 4$$

$$\therefore m_1 = m_2 = 4$$

إذا متوازيين

المستقيمات المتعامدة:

يقال أن المستقيم L_1 يعامد المستقيم L_2 أي $L_1 \perp L_2$ إذا وفقط إذا كان $m_1 \times m_2 = -1$

مثال: هل المستقيمان $y - 3x - 2 = 0$ و $3y + x - 15 = 0$ متعامدان؟

الحل:

$$m_1 = 3, m_2 = \frac{-1}{3}$$

$$\therefore m_1 \times m_2 = \frac{-1}{3} \times 3 = -1$$

إذا متعامدين

معادلة الخط المستقيم:

طرق تحديد معادلة الخط المستقيم:

١. بمعلومية نقطة وميل:

معادلة الخط المستقيم الذي ميله m ويمر بالنقطة $P(x_1, y_1)$ هي

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال: أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(5, -3)$ وميله يساوي -2 .

الحل:

$$m = -2, x_1 = 5, y_1 = -3$$

$$y - (-3) = -2(x - 5)$$

$$y + 3 = -2x + 10$$

$$y = -2x + 10 - 3$$

$$y = -2x + 7$$

مثال:

أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (1,1) وميله يساوي 2.

الحل:

$$m = 2, x_1 = 1, y_1 = 1$$

$$y - 1 = 2 (x - 1)$$

$$y - 1 = 2x - 2$$

$$y = 2x - 2 + 1$$

$$y = 2x - 1$$

2. بمعلومية نقطتين:

معادلة الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $P_1(x_1, y_1)$ و $P_2(x_2, y_2)$ هي

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال: أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (1,-2) ، (5,6)

الحل:

$$x_1 = 1, y_1 = -2, x_2 = 5, y_2 = 6$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - (-2)}{x - 1} = \frac{6 - (-2)}{5 - 1}$$

$$\frac{y + 2}{x - 1} = \frac{8}{4} = 2$$

$$y + 2 = 2(x - 1)$$

$$y + 2 = 2x - 2$$

$$y = 2x - 2 - 2$$

$$y = 2x - 4$$

3. بمعلومية ميل والمحصول الصادي:

معادلة الخط المستقيم الذي ميله m ويقطع من محور الصادات جزءا طوله b هي $y=mx+b$

مثال:

أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله $m=3$ ومقطوعه الصادي $b=-2$

الحل:

$$y = mx + b$$

$$y = 3x - 2$$

مثال:

أوجد الميل والمقطع الصادي للمستقيم $2x+3y=6$

الحل: لإيجاد المطلوب نضع أولا المعادلة المعطاة على الصورة :

$$Y=mx+b$$

من المعادلة المعطاة نجد أن

$$2x + 3y = 6$$

$$3y = -2x + 6$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

بمقارنة هذه المعادلة الأخيرة بالمعادلة $y=mx+b$

نجد أن

الميل هو $m = -\frac{2}{3}$ والمقطع الصادي هو $b=2$

٤. بمعلومية الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من محور الصادات :

المستقيم الذي يقطع من محور السينات جزءاً طوله a ومن محور الصادات جزءاً طوله يساوي b تكون معادلته:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

مثال:

أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محور السينات جزءاً طوله ٣ وحدات ومن محور الصادات جزءاً طوله ٢ وحدة.

الحل:

$$a = 3, b = 2$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$

$$2x + 3y = 6$$

مثال: أوجد الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته $2x - 3y = 5$

الحل:

المحصور السيني للخط $a=$ وهذا يعني أن الخط يمر بالنقطة $(a,0)$

$$2a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

المحصور الصادي للخط $b=$ وهذا يعني أن الخط يمر بالنقطة $(0,b)$

$$-3b = 5 \Rightarrow b = -\frac{5}{3}$$

تمارين:

١. أوجد الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من

محور الصادات للمستقيم الذي معادلته $y = -\frac{3}{2}x + 6$

٢. أوجد الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من

محور الصادات للمستقيم الذي معادلته $2x + 7y = 14$

٣. أوجد الجزء المقطوع من محور السينات والجزء المقطوع من

محور الصادات للمستقيم الذي معادلته $3x - y = 6$

٤. أوجد كل خط من الخطوط المستقيمة الذي يحقق الشروط المعطاة فيما يلي:

أ- المستقيم المار بالنقطة (1,-2) وميله $m=-3$

ب- المستقيم المار بالنقطة (3,4) وميله صفر

ج- المستقيم المار بنقطة الأصل وميله ٢

د- المستقيم المار بالنقطة (2,3) وميله $-3/2$

هـ- المستقيم المار بالنقطتين (3, 4) و (7,2)

و- المستقيم المار بالنقطتين (2,1) و (3,4)

ز- المستقيم الذي ميله $m=-2$ ومقطوعه الصادي $b=3$

ح- المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل ويوازي المستقيم $4y+2x=7$

ط- المستقيم الذي يمر بالنقطة (3,2) وعمودي على المستقيم $y=-3x+4$

ي- المستقيم الذي يمر بالنقطة (-1,2) وعمودي على المستقيم $4y=2x-3$

ك- المستقيم الذي يمر بالنقطة (0,3) ونقطة تقاطع المستقيمين $3x+y=1$ ، $4y+2x=3$

ل- المستقيم الذي يمر بالنقطة (3,5) ويوازي المستقيم $3x+5y-2=0$

م- المستقيم الذي يمر بالنقطة (-1,-5) وعمودي على المستقيم المار بالنقطتين

(5,3) و (1,8)

٥. أوجد الميل والمقطع الصادي لكل علاقة من العلاقات الخطية التالية:

i) $3x + 5y = 15$

ii) $2x = 13 - 4y$

iii) $y + 2x + 6 = 0$

iv) $8x + 5y = 20$

واجب (١):

١- أوجد كل خط من الخطوط المستقيمة الذي يحقق الشروط المعطاة فيما يلي

أ- المستقيم المار بالنقطة (6, 2) وميله $m=-7$

ب- المستقيم المار بالنقطتين (5,8) و (-3,6)

ج- المستقيم الذي يمر بالنقطة (3,0) وعمودي على المستقيم

$2x+3y=6$

د- المستقيم الذي يمر (3,3) ويوازي المستقيم $3x-y=6$

٢- أوجد الميل والمقطع الصادي للمستقيم $-4x=12-3y$