مثال: عينة عشوائية حجمها n=25 ، أخذت من مجتمع طبيعي انحرافه المعياري س = ٤ فأعطت المعدل $\overline{X} = 60$. أوجد فترة ٩٨% ثقة الوسط المجتمع μ ؟

الحل: قبل البدء بتطبيق نص النظرية يجب أن نقوم بعملية التحويل

$1- \propto = 98\% \rightarrow 1- \propto/2 = ??$

$1 - \propto = 2\%$

$\propto/2 = 1\%$

$1 - \propto/2 = 99\%$

وبتعويض القيم المعطاه في السؤال نحصل على

$$(\overline{X} - Z_{1-\propto/2}\frac{س}{\sqrt{n}} , \overline{X} + Z_{1-\propto/2}\frac{س}{\sqrt{n}})$$

$$(60 - Z_{0.99}\frac{4}{\sqrt{25}} , 60 + Z_{0.99}\frac{4}{\sqrt{25}})$$

$$60 - 2.33 \times \frac{4}{5} , 60 + 2.33 \times \frac{4}{5}$$

(58.14 , 61.86)

ملاحظة: يمكن تطبيق النظرية السابقة من حال كان السحب من مجتمع غير طبيعي وذلك من خلال استخدام نظرية التقارب بشرط ان حجم العينة (n) سيكون كبيراً (n≥30) وبذلك سنتعرف على النظرية رقم (٢).

نظرية (٢): إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي تباين غير معلوم فإن فترة 100(1-x)% ثقة للوسط الحسابي μ هي:

$$(\overline{X} - t\left[1 - \frac{\propto}{2}, n-1\right]\frac{s}{\sqrt{n}} , \overline{X} + t[a - \frac{\propto}{2}, n-1]\frac{s}{\sqrt{n}})$$

حيث S: الانحراف المعياري للعينة.

مثال: أخذت عينة عشوائية حجمها ١٥ من مجتمع طبيعي فأعطت $\overline{X}$ = 17.4 , S = 2.1 . أوجد فترة ٩٥% ثقة للوسط الحسابي μ ؟

الحل: نقوم بعملية التحويل $1 - \propto = 95\%$

$\propto = 5\%$

$\propto/2 = 2.5\%$

$1 - \propto/2 = 1- 2.5\% = 97.5\% = 0.975$

$$(17.4 - 2.145 \times \frac{2.1}{\sqrt{15}} , 17.4 + 2.145 \times \frac{2.1}{\sqrt{15}})$$

←(16.24 , 18.56) فترة ثقة للوسط الحسابي للمجتمع ٩٥%

نظرية (٣): (فترات الثقة للفرق بين وسطين)

إذا كانت $X_1 , X_2, \dots X_n$ **عينة عشوائية مسحوبة من مجتمع طبيعي $N(\mu_1 , س_1^2)$ ، وكانت $Y_1 , Y_2, \dots Y_n$ عينة عشوائية أخرى من مجتمع طبيعي $N(\mu_2 , س_2^2)$** مستقل عن الأول ، بحيث كانت $س_1^2$ ، $س_2^2$ معلومتين فإن هذه الثقة 100(1 − ∝)% للفرق بين الوسطين (M_1 , M_2) هي:

$$[(\overline{X} - \overline{Y})\ Z_{1-}\propto_{/2}\sqrt{\frac{س_1^2}{n_1} + \frac{س_1^2}{n_2}} , (\overline{X} - \overline{Y})\ Z_{1-}\propto_{/2}\sqrt{\frac{س_1^2}{n_1} + \frac{س_1^2}{n_2}}$$

مثال: أخذت عينة عشوائية حجمها ٩ من مجتمع طبيعي $N(M_1 , 25)$ ثم أخذت عينة عشوائية حجمها ١٠ من مجتمع طبيعي $N(M_2 ,$ (40 مستقل عن الأول، فإذا أعطيت العينة الأولى وسطاً حسابياً = ٣٢ ، بينما أعطيت العينة الثانية وسطاً حسابياً = ٤٧ أوجد:

أ- فترة ثقة ٩٥% للفرق بين الوسطين $(M_1 - M_2)$ ؟

ب- فترة ثقة ٩٠% للفرق بين الوسطين $(M_2 - M_1)$؟

الحل: المعطيات:

المجتمع الأول	المجتمع الثاني
$س_1^2 = 25$	$س_2^2 = 40$
$n_1 = 9$	$n_2 = 10$
$\overline{X} = 32$	$\overline{Y} = 74$

المطلوب: أ- فترة ٩٥% ثقة للفرق $M_1 - M_2$؟

$1 - \propto = 95\% \rightarrow 1 - \propto/2 = 97\%$

وبتطبيق نص النظرية نجد أن:

$$[(32 - 47) - Z_{0.975} \times \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}} , (32 - 47) + Z_{0.975} \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}}]$$

$$(-15 - 1.96 \times \sqrt{\frac{25}{9} + 4} , -15 - 1.96 \times \sqrt{\frac{25}{9} + 4})$$

$$(-20.1 , -9.9)$$

$$\overline{X} - \overline{Y} = 32 - 47$$

$$= -15$$

ب- فترة ثقة 90% للفرق بين $M_2 - M_1$؟

$1 - \propto = 90\% \rightarrow 1 - \propto/2 = 95\%$

وبتطبيق نص النظرية نجد أن:

$$[(47 - 32) - Z_{0.95} \times \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}} , (47 - 32) + Z_{0.95} \sqrt{\frac{25}{9} + \frac{40}{10}}]$$

$$(15 - 1.64 \times \sqrt{\frac{25}{9} + 4} , 15 + 1.64 \times \sqrt{\frac{25}{9} + 4})$$

$$(10.73 , 19.27)$$

$$\overline{X} - \overline{Y} = 15$$

تمرين : عينة عشوائيه حجمها n=16 سحبة من مجتمع طبيعي($N(\mu_1 , س_1^2$ اذا علمت ان الوسط الحسابي للعينة يساوي ٢٠ اوجد :

١) الوسط الحسابي للمجتمع اذا علمت ان تباين المجتمع ٩ ..؟

٢) الوسط الحسابي للمجتمع اذا علمت ان تباين العينة يساوي ٩ علماً بان فترة الثقه المطلوبه هي ٩٠% ..؟

~{.. فإن أحسنت فمن الله، وإن أسأت أو أخطأت فمن نفسي والشيطان .. آلحان آلشوق ..~