

تمرين في البرمجة الخطية

من المسألة التالية يطلب منك تحديد الحل الأمثل

$$\text{دالة الهدف} \quad \text{Max } z = 300x_1 + 150x_2$$

$$\text{قيود المسألة} \quad 6x_1 + 2x_2 \leq 350$$

$$3x_1 + 6x_2 \leq 300$$

$$\text{ قيد عدم السالبة} \quad x_1, x_2, \geq 0$$

الخطوة الاولى نعدل النموذج

دالة الهدف نقوم بنقل عناصر الطرف الايمن الى الايسر مع تغير الاشارات وإضافة صفر

$$\text{Max } z - 300x_1 - 150x_2 = 0$$

القيد الاول نستبدل (\leq) الى (S_1) بمتغير راكد موجب

$$6x_1 + 2x_2 + S_1 = 350$$

القيد الثاني نستبدل (\leq) الى (S) بمتغير راكد موجب

$$3x_1 + 6x_2 + s_2 = 300$$

ملاحظة :

اذا كان علامة المتباينة (\leq) اصغر او يساوي نضيف متغير راكد موجب

اذا كان علامة المتباينة (\geq) اكبر او يساوي نضيف متغير راكد سالب

قيد عدم السالبة نضيف له المتغيرين الراكدين

$$x_1, x_2, S_1, S_2 \geq 0$$

شرح الوردة الخجولة

نرتب المعادلات بعد تعديلها

$$\text{دالة الهدف } Max z - 300x_1 - 150x_2 = 0$$

$$\text{قيود المسألة } \begin{cases} 6X_1 + 2X_2 + S_1 = 350 \\ 3X_1 + 6X_2 + S_2 = 300 \end{cases}$$

$$\text{قيود عدم السالبة } X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0$$

الخطوة الثانية / نرسم جدول رقم (١) ونبدأ بتفريغ البيانات

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
S_1	6	2	1	0	350
S_2	3	6	0	1	300
Z	300 -	150 -	0	0	0

الخطوة الثالثة / ننظر لصف Z لكي نتحقق هل يوجد حل امثل او لا

نظرنا لصف Z و جدنا قيمتين سالبة (-150 , -300) فالحل غير امثل يجب تحسينه نختار اكبر قيمة للقيمة السالبة اللي هي (-300) لنستدل بها المتغير الداخل فنعرف انه المتغير الداخل هو (X_1) نبسطو ونوضحو لكم بالجدول

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
S_1	6	2	1	0	350
S_2	3	6	0	1	300
Z	300 -	150 -	0	0	0

حددنا العمود المتغير الداخل هو (X_1) و ضللنا بالاخضر

دحين نجي نحدد المتغير الخارج نقسم الثوابت لكل قيد (300 , 350) على ارقام قيم

العامود المتغير الداخل اللي ضللنا بالاخضر باستبعاد صف z من القسمة

$$100 = 3 / 300$$

$$58.33 = 6 / 350$$

بعد ما انتهينا من القسمة نختار اصغر قيمة وهي (58.33) لنحدد صف الارتكاز

المتغير الخارج هو (S_1)

نحدد صف المتغير الخارج هو (S_1) وضللنا بالازرق

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
S_1	6	2	1	0	350
S_2	3	6	0	1	300
Z	300 -	150 -	0	0	0

بعد ما حددنا المتغير الداخل والمتغير الخارج نقطة التقاطع بينهم تسمى العنصر المحوري

وضللنا بالوردي نقطة التقاطع اللي هي 6

دحين نجي نكون الجدول الثاني لتحسين الحل

ننظر للجدول بعد ما ادخلنا المتغير الداخل (X_1) محل المتغير الخارج (S_1)

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1					
S_2					
Z					

نوجد صف الارتكاز الجديد ونحصل عليه بقسمة جميع عناصر صف S_1 على العنصر المحوري اللي هو 6

معادلة الاتكاز الجديدة (X_1) = معادلة الارتكاز القديمة (S_1) * عنصر الارتكاز (العنصر المحوري)

	X_1	X_2	S_1	S_1	الثابت
S_1	6	2	1	0	350

نبدأ بعملية القسمة

$$1 = 6 / 6$$

$$0.333 = 2 / 6$$

$$0.166 = 1 / 6$$

$$0 = 0 / 6$$

$$58.33 = 350 / 6$$

انتهينا من القسمة نكتبها بالجدول ٢

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1	1	0.333	0.166	0	58.33
S_2					
Z					

نطبق المعادلة الثانية (الجديدة X_1) على باقي الصفوف (Z, S_2)

نطبق المعادلة الثانية الجديدة (X_1) لايجاد صف معادلة الارتكاز لـ S_2

معادلة الاتكاز الجديدة (S_2) = معادلة القديمة (S_2) - معاملها في العمود المحوري (العنصر

المحوري) * (معادلة الارتكاز الجديدة (X_1)

معادلة الارتكاز الجديدة (X_1)

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1	1	0.333	0.166	0	58.33

نضربها في معامل العامود المحوري ((العنصر المحوري S_2))

اللي باللون الاخضر مظل (3)

S_2	3	6	0	1	300
-------	---	---	---	---	-----

ضربنا المعادلة الجديدة في 3 و ثم نطرحها دحين من S_2 القديمة

	3	6	0	1	300
S_2	3	0.99	0.5	0	175
S_2 الجديدة	0	5	-0.5	1	125

ننقل النواتج الى صف الارتكاز S_2 في الجدول الجديد رقم ٢

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1	1	0.333	0.166	0	58.33
S_2	0	5	-0.5	1	125
Z					

نطبق المعادلة الثانية الجديدة (X_1) لايجاد صف معادلة الارتكاز لـ Z

معادلة الاتكاز الجديدة (Z) = معادلة Z القديمة - معاملها في العامود المحوري (العنصر المحوري)
* (معادلة الارتكاز الجديدة (X_1))

شرح الوردة الخجولة

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1	1	0.333	0.166	0	58.33

معادلة الارتكاز الجديدة (X_1) نضربها في معامل العامود المحوري ((العنصر المحوري Z))

Z	300 -	150 -	0	0	0
-----	-------	-------	---	---	---

اللي باللون الاخضر مضلل (-300)

$$1 * (-300) = -300$$

$$0.333 * (-300) = -100$$

$$0.166 * (-300) = -49$$

$$0 * (-300) = 0$$

$$58.33 * (-330) = -17499$$

ضربنا المعادلة الجديدة في - 300 بعدين نطرحها دحين من Z القديمة

Z القديمة	-300	-150	0	0	0
	-300	-100	-49	0	17499
Z الجديدة	0	- 50	49	0	17499

ننقل النواتج الى صف الارتكاز Z في الجدول الجديد رقم ٢

شرح الوردة الخجولة

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	الثابت
X ₁	1	0.333	0.166	0	58.33
S ₂	0	5	-0.49	1	125
Z	0	-50	49	0	17499

حلنا ليس بامثل لوجود قيمة سالبة لكده تستمر عملية التحسين

نظرنا لصف Z و جدنا قيمة سالبة (-50) فالحل غير امثل يجب تحسينه نستدل بها المتغير الداخل فنعرف انه المتغير الداخل هو (X₂) نبسطو ونوضحو لكم بالجدول

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	الثابت
X ₁	1	0.333	0.166	0	58.33
S ₂	0	5	-0.49	1	125
Z	0	-50	49	0	17499

حددنا العامود المتغير الداخل هو (X₂) و ضللنا بالاصفر

دحين نجي نحدد المتغير الخارج نقسم الثوابت لكل قيد (58.33 , 125) على ارقام قيم العامود المتغير الداخل اللي ضللنا بالاصفر باستبعاد صف Z من القسمة

$$175.1 = 0.333 / 58.33$$

$$25 = 5 / 125$$

بعد ما انتهينا من القسمة نختار اصغر قيمة وهي (25) لنحدد صف الارتكاز

المتغير الخارج هو (S₂)

نحدد صف المتغير الخارج هو (S₂) و ضللنا بالبرتقالي

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1	1	0.333	0.166	0	58.33
S_2	0	5	-0.49	1	125
Z	0	-50	49	0	17499

بعد ما حددنا المتغير الداخلى والمتغير الخارج نقطة التقاطع بينهم تسمى العنصر المحوري
وضللنا بالازرق نقطة التقاطع اللي هيا 5

دحين نجي نكون الجدول الثالث لتحسين الحل

ننظر للجدول بعد ما ادخلنا المتغير الداخلى (X_2) محل المتغير الخارج (S_2)

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1					
X_2					
Z					

نوجد صف الإرتكاز الجديد ونحصل عليه بقسمة جميع عناصر صف S_2 على العنصر المحوري اللي هو 5

معادلة الاتكاز الجديدة (X_2) = معادلة الارتكاز القديمة (S_2) \div عنصر الارتكاز (العنصر المحوري)

	X_1	X_2	S_1	S_1	الثابت
S_2	0	5	-0.49	1	125

نبداء بعملية القسمة

$$0 = 5 / 0$$

شرح الوردة الخجولة

$$1 = 5 / 5$$

$$-0.01 = 5 / -0.49$$

$$0.2 = 5 / 1$$

$$25 = 5 / 125$$

انتهينا من القسمة نكتبها بالجدول ٣

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1					
X_2	0	1	-0.01	0.2	25
Z					

نطبق المعادلة الثانية (الجديدة X_2) على باقي الصفوف (Z, X_1)

معادلة الارتكاز الجديدة (X_1) = معادلة القديمة (X_1) - معاملها في العامود المحوري (العنصر المحوري) * (معادلة الارتكاز الجديدة (X_2)

معادلة الارتكاز الجديدة (X_2)

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_2	0	1	-0.01	0.2	25

نضربها في معامل العامود المحوري ((العنصر المحوري X_1))

اللي باللون الاصفر ماضل (0.333)

X_1	1	0.333	0.166	0	58.33
-------	---	-------	-------	---	-------

ضربنا المعادلة الجديدة في 0.333 و ثم نطرحها دحين من X_1 القديمة

X_1 القديمة	1	0.333	0.166	0	58.33
	0	0.333	0.333	0.06	8.33
الجديدة	1	0	0.16	-0.06	50

ننقل النواتج الى صف الارتكاز X_2 في الجدول الجديد رقم 3

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_1	1	0	0.16	-0.06	50
X_2	0	1	-0.09	0.2	25
Z					

نطبق المعادلة الثانية الجديدة (X_2) لايجاد صف معادلة الارتكاز لـ Z

معادلة الارتكاز الجديدة (Z) = معادلة القديمة (Z) - معاملها في العمود المحوري (العنصر المحوري)
* (معادلة الارتكاز الجديدة X_2)

	X_1	X_2	S_1	S_2	الثابت
X_2	0	1	-0.09	0.2	25

معادلة الارتكاز الجديدة (X_2) نضربها في معامل العمود المحوري ((العنصر المحوري Z))

Z	0	-50	49	0	17499
---	---	-----	----	---	-------

شرح الوردة الخجولة

اللي باللون الزيتي مضلل (-50)

$$0 * (-50) = 0$$

$$1 * (-50) = -50$$

$$-0.09 * (-50) = 4.59$$

$$0.2 * (-50) = -10.2$$

$$25 * (-50) = -1250$$

ضربنا المعادلة الجديدة في - 51 بعدين نطرحها دحين من Z القديمة

Z القديمة	0	-50	49	0	17499
	0	-50	4.59	-10.2	-1250
Z الجديدة	0	0	44.5	10.2	18750

ننقل النواتج الى صف الارتكاز Z في الجدول الجديد رقم 3

	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	الثابت
X ₁	1	0	0.19	-0.06	50
X ₂	0	1	-0.09	0.2	25
Z	0	0	44.5	10.2	18750

الحل امثل لان صف زد خالي تمام من القيم السالبة

دالة الهدف العظمى Z = تتحقق عند 18750

تحقق عند النقاط

$$X_2 = 25$$

$$X_1 = 50$$

والتعويض بدالة الهدف 18750 = 300*50 + 150 *25

شرح الوردة الخجولة