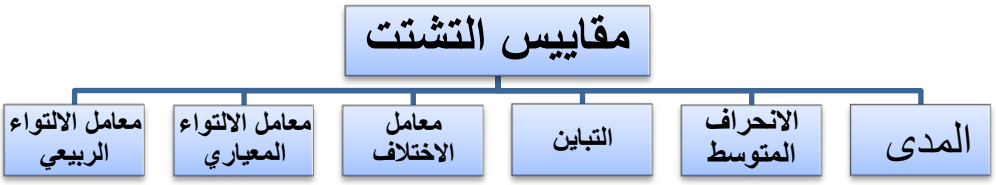
# المحاضره التاسعه

## تابع جمع البيانات و ترميزها وعرضها

### ثالثاً :- مقاييس التشتت :-

**إن درجة التباعد أو التقارب بين البيانات تسمى تشتتاً ، و تستخدم مقاييس التشتت في المقارنة بين مجموعات البيانات من حيث تشتتها.**

**كلما قل تشتت البيانات و كلما اقتربت من متوسطها كلما كانت أقرب للتجانس .**




### ١ – المدى :-

#### أولاً : البيانات غير المبوبة :-

**هو الفرق بين أكبر مفردة و أقل مفردة .**

**مثال :-**

**البيانات التالية تمثل أسعار مجموعة من تذاكر الطيران من الرياض إلى القاهرة و المطلوب حساب قيمة المدى لأسعار هذه التذاكر :-**

**1150 , 968 , 1300 , 675 , 500 , 1100**

**الحل**

**المدى = 1300 – 500 = 800ريال**

**مثال :-**

**البيانات التالية توضح درجات مقياس الذكاء لمجموعتين من الطلاب و المطلوب المقارنة بين المجموعتين :-**

**المجموعة الاولى { 100,110,50,90,130,200,160 } (اكبر مفرده ٢٠٠ . اصغر مفرده٥٠)**

**المجموعة الثانية { 150,160,120,100,170,165,155 } (اكبر مفرده ١٧٠واصغر مفرده١٠٠)**

**الحـــل**

**المدى للمجموعة الاولى = 200 - 50 = 150 درجة**

**المدى للمجموعة الثانية = 170 – 100 = 70 درجة**

**إذاً تشتت المجموعة الأولى أكبر من المجموعة الثانية**

## ثانياً : المدى من البيانات المبوبة :-

**المدى = الحد الأعلى للفئة الاخير – الحد الادنى للفئة الاولى**

**مثال :-**

**الجداول التالية توضح توزيع درجات مجموعة من الطلاب في مقررين دراسيين المحاسبة و الاحصاء و المطلوب بيان أي من المقررين أكثر تشتتاً ؟**

| درجات المحاسبة | 10- | 20- | 30- | 40- | 50-60 |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الطلاب | 100 | 120 | 210 | 300 | 150 |

| درجات الاحصاء | 50- | 55- | 60- | 65- | 70-75 |
|---|---|---|---|---|---|
| عدد الطلاب | 250 | 310 | 420 | 260 | 100 |

**١- المدى لدرجات المحاسبة = 60 - 10 = 50 درجة .**

**٢- المدى لدرجات الاحصاء =75 - 50 = 25 درجة .**

**إذا درجات المحاسبة أكثر تشتتاً من درجات الاحصاء**

## ٢- التباين و الانحراف المعياري :-

### ١-التباين :

**التباين هو متوسط مربعات الانحرافات القيم عن وسطها الحسابي و يرمز له بالرمز** $\sigma^2$

### ٢-الانحراف المعياري:

**الجذر التربيعي ويرمز للانحراف المعياري بالرمز** $\sigma$

## أولا التباين والانحراف المعياري من البيانات غير المبوبه :-

من بيانات المجتمع و n تمثل $X_n$،.....، $X_2$ ،$X_1$ إذا كانت فإن التباين والانحراف المعياري $\mu$ لهاالمتوسط الحسابي ويحسبان بالعلاقه :

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} = (\frac{\sum x}{n})^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

**مثال :-**

البيانات التالية توضح أجور اليومية مجموعة من العمال بالريال و المطلوب حساب قيمة التباين و الانحراف المعياري لأجور هؤلاء العمال :-

25 , 30 , 60 , 15 ,50 ,35

**الحل**

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 25 | 30 | 60 | 15 | 50 | 35 | $\sum x = 215$ |
| $x^2$ | 625 | 900 | 3600 | 225 | 2500 | 1225 | $\sum x^2 = 9075$ |

نرفع x الي تربيع 2يعني $625 = (25)^2$

6عدد خانات x

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - (\frac{\sum x}{n})^2 = \frac{9075}{6} - (\frac{215}{6})^2 = 228.47 \text{ ريال}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{228.47} = 15.1153 \text{ ريال}$$

**مثال :-**

البيانات التالية توضح درجات مجموعة من الطالب في مقرري الاحصاء و بحوث العمليات و المطلوب تقرير أي من درجات المقررين تعتبر أكثر تشتتاً :-

درجات الاحصاء { 13 , 18, 40 , 20 ,45 }

درجات بحوث العمليات { 35 , 40 , 28 ,30 ,48 }

| درجات الاحصاء x | 13 | 18 | 40 | 20 | 45 | 136 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x^2$ | 169 | 324 | 1600 | 400 | 2025 | 4518 |
| درجات بحوث العمليات x | 35 | 40 | 28 | 30 | 48 | 181 |
| $x^2$ | 1225 | 1600 | 784 | 900 | 2304 | 6813 |

أي أن درجات الطلاب في مقرر الاحصاء أكثر تشتتاً من درجات بحوث العمليات

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - (\frac{\sum x}{n})^2 = \frac{4518}{5} - (\frac{136}{5})^2 = 163.76$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{163,76} = 12,797 \text{ درجه}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{n} - (\frac{\sum x}{n})^2 = \frac{6813}{5} - (\frac{181}{5})^2 = 52.16$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{52.16} = 7.222$$

## ثانيا:- التباين والانحراف المعياري من البيانات المبوبه :

**اذا كانت البيانات الظاهرة ، مبوبه في جدول توزيع تكراري ، فإن الانحراف المعياري يحسب بتطبيق المعادله التاليه :-**

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

## مثال :

**الجدول التالي يتضمن فئات الانفاق الشهري للأسرة و المطلوب حساب الانحراف المعياري و التباين :-**

| فئات الانفاق | عدد الاسر |
|---|---|
| 50 - | 120 |
| 60 - | 140 |
| 70 - | 160 |
| 80 - | 180 |
| 90 - 100 | 150 |
| المجموع | 750 |

50+60 =110

2÷110 =55= قيمه x

وباقي نفس الطريقه

| فئات الانفاق | عدد الاسر f | مركز الفئة x | f x | $f^2x$ |
|---|---|---|---|---|
| 50 - | 120 | 55 | 6600 | 363000 |
| 60 - | 140 | 65 | 9100 | 591500 |
| 70 - | 160 | 75 | 12000 | 900000 |
| 80 - | 180 | 85 | 15300 | 1300500 |
| 90 - 100 | 150 | 95 | 14250 | 1353750 |
| المجموع | 750 | | 57250 | 4508750 |

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2 = \frac{4508750}{750} - (\frac{57250}{750})^2 = 184,8889$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 13,5974$$

**مثال :-**

**الجدول التالي يتضمن فئات الاجر الشهري لمجموعة من العاملين و المطلوب حساب الانحراف المعياري والتباين :-**

| فئات الانفاق | عدد الاسر |
|---|---|
| 100 - | 55 |
| 200 - | 65 |
| 300 - | 80 |
| 400 - | 75 |
| 500 - 600 | 35 |
| المجموع | 310 |

| فئات الانفاق | عدد الاسر f | مركز الفئة x | f x | $f^2x$ |
|---|---|---|---|---|
| 100 - | 55 | 150 | 8250 | 1237500 |
| 200 - | 65 | 250 | 16250 | 4062500 |
| 300 - | 80 | 350 | 28000 | 9800000 |
| 400 - | 75 | 450 | 33750 | 15187500 |
| 500 - 600 | 35 | 550 | 19250 | 10587500 |
| المجموع | 310 | | 105500 | 40875000 |

$$\sigma^2 = \frac{\sum fx^2}{\sum f} - (\frac{\sum fx}{\sum f})^2 = \frac{40875000}{310} - (\frac{105500}{310})^2 = 16035{,}38$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 126{,}6309$$

## ٣- معامل الاختلاف المعياري :-

هو معامل نسبي يستخدم للمقارنه بين تشتت ظاهرتين او اكثر مختلفتين في وحدة القياس او في القيمه المتوسطة لهما . والظاهرة التي معامل في اختلافتها أكبر تكون اكثر تشتتاً من الاخري ويرمز لها C.V.(X)

$$C.V = \frac{\sigma}{x} \times 100$$

## مثال :-

في دراسة لمستوى أداء طلاب التعليم عن بعد في مقررين وهما مقرر المحاسبة و الاحصاء تم تجميع البيانات التالية :-

| المقرر | المقاييس الوصفية لاختبار مستوى الطلاب | |
|---|---|---|
| | الوسط الحسابي $\bar{X}$ | الانحراف المعياري σ |
| المحاسبة | 70 | 5 |
| الاحصاء | 80 | 8 |

المطلوب : أي من المقررين أكثر تشتتاً ؟

الحل /

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} 100$$

$$C.V\ 1 = \frac{5}{70} \times 100 = 7.143\%$$

$$C.V\ 2 = \frac{8}{80} \times 100 = 10\%$$

بما أن معامل الاختلاف لدرجات الطلاب في مقرر الاحصاء أكبر من معامل الاختلاف بالنسبه لدرجات الطلاب في مقرر المحاسبة فيمكن القول أن التشتت النسبي لدرجات الاحصاء أكبر من من المحاسبة أي أن الدرجات المحاسبه اكثر تجانسا من درجات الاحصاء .

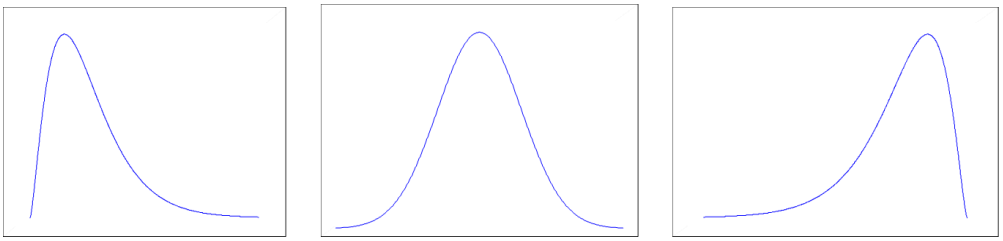
## معامل الالتواء :-

هو درجة بُعد المنحنى التكراري عن التماثل. ويقصد بالتماثل أنه إذا أسقطنا عموداً من قمة المنحنى التكراري وقسمه إلى قسمين منطبقين يكون التوزيع متماثلاً. والعكس فيكون التوزيع غير متماثل أي ملتو إما إلى جهة اليمين أو إلى جهة اليسار.

**معامل الالتواء =** صفر يعنى أن المنحنى الاعتدالي متماثل أي إذا قسمنا هذا المنحنى قسمين فإنهما يكونا متماثلان تماما، ويسمى لذلك توزيع اعتدالي. أما إذا انحرف المنحنى نحو القيم الكبيرة (جهة اليمين) فيوصف بأنه موجب الالتواء، وإذا انحرف نحو القيم الصغيرة (جهة اليسار) فيوصف بأنه سالب الالتواء.

يمكن الاستفادة من هذا التعريف في ناحيتين:

- معرفة نوع الالتواء موجب أو سالب على حسب الإشارة.
- المقارنة بين توزيعين تكرارين . المجموعة التي لها معامل التواء أكبر يكون توزيعها ملتوياً أكثر.



التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليسار
معامل الالتواء = قيمة سالبة

التوزيع متماثل
معامل الالتواء = 0

التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليمين
معامل الالتواء = قيمة موجبة

## ١- معامل الالتواء المعياري :-

معامل الالتواء المعياري= 3( الوسط الحسابي – الوسط )

الانحراف المعياري

**الناتج :-**

١- صفر أو يقترب من الصفر إذا فالتوزيع معتدل أو متماثل أو طبيعي .

٢- موجب إذا التوزيع ملتوي جهة اليمين .

٣- سالب إذا التوزيع ملتوي جهة اليسار .

**مثال:-**

اذا كان متوسط درجات الطلاب في مقرر الاحصاء ٨٥ درجه وذلك بانحرافمعياري قدره ١٠ درجات فإذا علمت أن قيمه وسيط الدرجات لهذا المقررهو ٨٠ درجه المطلوب حساب معامل الالتواء المعياري لدرجات الطلاب في هذا المقرر ؟

معامل الالتواء المعياري= 3( الوسط الحسابي – الوسط )

الانحراف المعياري

$$= \frac{3\times(85-80)}{10} = 1.5$$

حيث ان الناتج قيمته موجبة إذا فهذا التوزيع ملتوي جهه اليمين .

## بنسبه لمعامل الالتواء لربيع الاعلى والادني غير مطالبين فيه