المحاضرة العاشرة – الأسبوع السادس

الفصل الثالث : التوزيعات الاحتمالية المتصلة

2. توزيع t :

ان احد التوزيعات الاحتمالية المتصلة الهامة لمتغير عشوائي متصل هو توزيع t .

تعريف : اذا كان توزيع الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي t

معطى بالمعادلة :

$$\mathbf{f\ (t) = \ c\ (\ 1 + \frac{t^2}{v})^{-v+\frac{1}{2}}}\ , -\infty < t < \infty$$

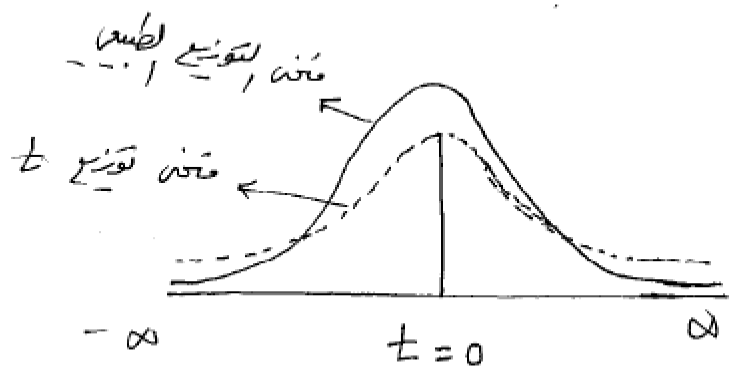
فان هذا التوزيع يسمى توزيع t حيث v درجات الحرية و c ثابت يعتمد على v ليجعل المساحة تحت المنحنى تساوي 1 .

خواص منحنى توزيع t :

1- يشبه منحنى توزيع t شكل الجرس , وهو احادي المنوال له قيمه تقابل t=0 , بحيث يتماثل منحنى الشكل حول العمود المقام على t

2- شكله يشبه شكل التوزيع الطبيعي المعياري ألا انه اكثر انخفاضاً منه , بالاضافه الى ان تقارب طرفيه من الصفر عندما $t \to \infty, t \to -\infty$ ابطأ من تقارب منحنى التوزيع الطبيعي المعياري

و الشكل التالي يوضح منحنى التوزيع الطبيعي مع منحنى توزيع t :



ملاحظة : يعتمد منحنى توزيع t على معلمة هامة تحدد شكل ذلك المنحنى وهي درجات الحرية فعندما تزداد درجات الحرية يقترب منحنى توزيع t من التوزيع الطبيعي المعياري .

حساب الاحتمالات تحت توزيع t :

تحسب الاحتمالات تحت توزيع t من خلال حساب المساحات المختلفة التي تقع على يسار قيم t بدرجات حرية مختلفة , ويوجد جداول خاصة لهذه المساحات ويكون استعمال هذه الجداول كالتالي :

1- تسجل درجات الحرية v في العمود الايسر , وعلى الخط الأفقي تسجل مساحات معينة

2- ان جدول t يعطي قيم $t\ [\surd; v]$ القريبة من 1 , لهذا عندما تكون √ صغيرة مثل 0.05 , 0.01 وغريها , فأننا نستعمل القاعدة $t\ [\surd; v] = -t\ [1 - \surd; v]$ وذلك بسبب تماثل توزيع t حول العمود المقام على الصفر .

مثال : المتغير العشوائي t يتبع لتوزيع t بدرجات حرية 4 , اوجد

1) المساحة الواقعة على يسار 1.532 ؟

$$t\ [\surd; 4] = 1.531$$

من جدول توزيع مباشرة نجد ان $\surd = 0.90$

2) ما هي قيمة t التي يقع الى يسارها المساحة 0.01 ؟

$$t\ [0.01; 4] = \quad ??$$

$$t\ [0.01; 4] = -t\ [1 - 0.01,4]$$

$$= -t\ [0.99,4]$$

$$= -3.747$$

3) **قيمة $\surd$ بحيث $\mathbf{t\,[\surd ; 4] = -2.776}$ ؟**

$t\,[\surd ; 4] = -2.776$

من الجدول مباشرة , نجد ان قيمة المساحة التي تحقق الشرط

$t\,[\surd ; 4] = 2.776$

هي $\surd = 0.975$

وبسبب وجود اشارة السالب ، لابد ان اخذ المتممة من العدد 1 ، وبذلك فان قيمة $\surd$ التي تحقق الشرط

$[\surd ; 4] = -2.776$

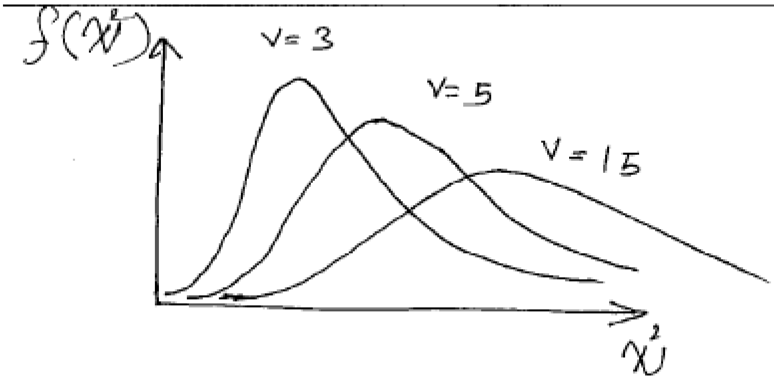
هي $\surd = 1 - 0.975 = 0.025$

3. توزيع كاي تربيع :

تعريف : اذا كان توزيع الكثافة الاحتمالي للمتغير العشوائي x^2 معطى بالمعادلة :

$$\mathbf{f(x^2) = c\,(x^2)^{(v-2)\backslash 2}\,e^{-\frac{x^2}{2}}}\quad , \qquad \mathbf{x^2} > 0$$

فان هذا التوزيع يسمى توزيع كاي تربيع بدرجات حرية v حيث تعتمد c على v وتحدد تكون المساحة تحت المنحنى تساوي 1 .



لإيجاد المساحات تحت منحنى كاي تربيع أر ايجاد القيم التي تقع الى يسارها او الى يمينها مساحة معينة , سنستخدم جدول كاي تربيع حيث يسجل عدد درجات الحرية في العمود الأيسر , وتسجل المساحات التي تقع تاى يسار قيمة x^2 على الخط الافقي وتسجل قيم x^2 داخل جسم الجدول .

مثال : اذا كان المتغير العشوائي x^2 يخضع لتوزيع كاي تربيع على درجات حرية 10 , اوجد :-

أ) قيمة x^2 التي يكون على يسارها 0.99 من المساحة .

$x^2\ [0.99 ; 10] \qquad = ??$

من الجدول مباشرة : $x^2 = 23.209$

ب) قيمة x^2 التي يكون الى يمينها 0.01 من المساحة .

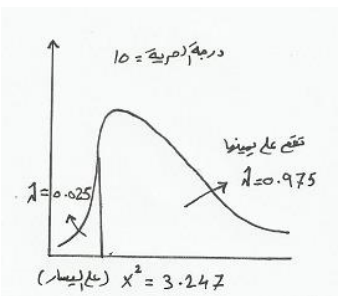
قيمة x^2 التي يكون الى يمينها 0.01 من المساحة

لاحظوا ان المساحة التي تقع على يمين $0.01 = \surd$ هي المساحة التي تقع على يسار $0.99 = \surd$, وبذالك فان قيمة

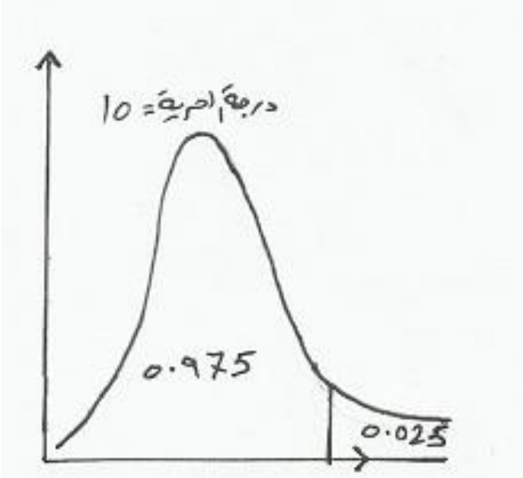
$x^2 = 23.209$

ت) قيمة x^2 التي يكون الى يسارها 0.975 و القيمة التي يكون الى يسارها 0.025 من المساحة ؟

المساحة اليمين $x^2[0.975 ; 10] = x^2[0.025 ; 10]$ المساحة من اليسار



$$x^2[0.025\,;10] = x^2[0.975\,;10] = 3.247$$



ملاحظة : نعبر عن قيمة المتغير العشوائي x^2 التي يقع على يسارها المساحة √ بدرجة حرية v تحت منحنى توزيع x^2 بالرمز

$$\mathbf{x^2}\ [\surd; \mathbf{v}]$$

تمرين : اذا كان المتغير العشوائي x^2 يخضع لتوزيع كاي بدرجة حرية 15 = v اوجد :

1) **قيمة x^2 التي تقع 0.99 من المساحة على يسارها ؟**
2) **قيمة x^2 التي تقع 0.01 من المساحة على يمينها ؟**