المحاضرة السابعة – الأسبوع الرابع ..

الفصل الثالث: التوزيعات الاحتمالية المتصلة

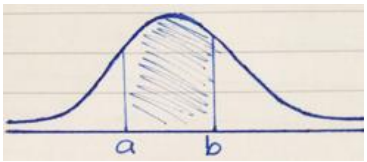
تعريف: إذا كان X متغير عشوائي متصل وكان f(x) اقتران حقيقي يتحقق الشرطان التاليين:

١- $f(x) \geq 0 \, , -\infty < X < \infty$

٢- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$

(عن المساحة تحت منحنى f(x) وفوق محور السينات = ١ فإن f(x) تسمى الكثافة الاحتمالية أي التوزيع الاحتمالي المتصل للمتغير X.

ويكون احتمال وقوع X بين قيمتين a = x , b = x يساوي المساحة تحت منحنى f(x) وفوق المحور الأفقي والمحصور بين a , b والشكل التالي يوضح ذلك



أي أن:

$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx$

ومن أنواع التوزيعات الاحتمالية المتصلة التي سنتعرف عليها في هذا الفصل:

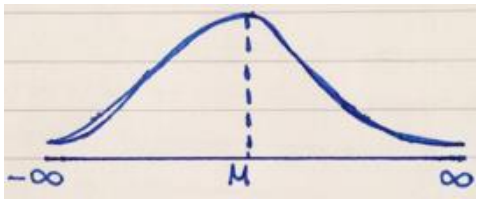
١- **التوزيع الطبيعي (The normal Distribution):** ويعتبر من أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة حيث يوصل التوزيع الطبيعي من خلال معادلة رياضية تحدد منحناه وتعين تماماً وبمعرفة كل من المعدل μ والتباين س٢ والتي يمكن كتابتها على الصورة التالية:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi س}} e^{-(X-\mu)^2 / \ 2س^2}$$

حيث μ: معدل التوزيع ، س٢: التباين ، $e \approx 2.718$ ، π=3.14 ، واحتمال الحادث X هو الذي يقع بين النقطتين a ، b هو:

$$p(a < x < b <) = \int_a^b f(x)dx$$

وسنعبر عن المتغير العشوائي X والذي يخضع للتوزيع الطبيعي الذي معدله μ وتباينه س٢ بالرمز (س ٢ X:N (M,



*** خواص التوزيع الطبيعي:**

١- مماثل حول العمود المقام على الوسط الحسابي M بحيث يشبه شكله شكل الجرس.

٢- له قيمة واحدة، وبذلك له منوال واحد ينطبق على الوسط الحسابي M.

٣- تقارب طرفا منحنى التوزيع الطبيعي من الصفر عندا $X \to -\infty$ ، $X \to \infty$.

٤- المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي ١.

٢- **التوزيع الطبيعي المعياري (Standard Normal Distribution):** هو التوزيع الطبيعي الذي معدله (وسد الحسابي) يساوي صفر وتباينه يساوي ١، وسنعبر عن التوزيع بالرمز Z: N (0, 1).

نظرية: إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو التوزيع الطبيعي ذو المعدل μ والتباين س٢ فإن توزيه المتغير العشوائي:

$Z = \frac{X-M}{س}$ هو التوزيع الطبيعي المعياري.

كل قيمة من X تقابلها قيمة من قيم Z حسب التحويل السابق وتسمى قيم Z القيم المعيارية المقابلة لقيم X.

مثال: إذا كان X: N (70,25) ، أوجد القيم المعيارية المقابلة لكل من القيم التالية:

١- $X_1 = 62$

٢- $X_2 = 13$

الحل: لتحويل قيم X إلى قيم Z ، نستخدم التحويل التالي: $Z = \frac{X-M}{\text{س}}$ (س= ..... المعياري)

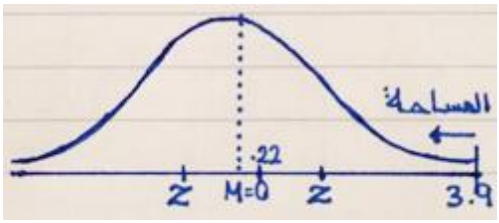
1- $Z_1 = \frac{65-70}{5} = \frac{-5}{5} = -1$

2- $Z_2 = \frac{13-7-}{5} = \frac{-57}{5}$

*** المساحات تحت التوزيع الطبيعي:** نستخدم جداول التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد المساحة المحصورة بين متغيرين عشوائيين حيث تعطى هذه الجداول المساحة إلى يسار ثم Z بشكل عام موجبة كانت أم سالبة بمعنى $P(Z \leq z)$.

لاحظو أن العامود الايسر في الجدول يعطي قيم z. ، ذات خانة عشرية واحدة والصف العلوي يعطي الخانة الخانة العشرية الثانية وتقاطع الصف مع العامود يعطي المساحة المطلوبة .

المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري :



(قيم Z موجبة) > نستخدم القيم الإحصائية لقيم Z الموجبة

(قيم Z سالبة) > نستخدم الجداول الإحصائية لقيم Z السالبة

[داخل جسم الجدول هي عبارة عن المساحات التي تقع على يسار قيمة معيات معينة]

أمثلة على المساحة التي تقع على يسار قيم معيارية مختلفة:

هي عبارة عن المساحات على يسار قيمة معيارية معينة ←

Z 3.4	= 1
Z 0.52	= 0.6982
Z 3.48	=0.0003
Z 0.11	0.4562

← القيمة المعيارية Z المقابلة لقيمة X المختلفة

امجاد الغامدي "(