

تمارين الواجب :

١- إذا $A=\{2,3,4,5,6\}$ و $B=\{5,9,13\}$ وكانت

$$f_1 = \{(5,2), (9,3), (13,4)\}$$

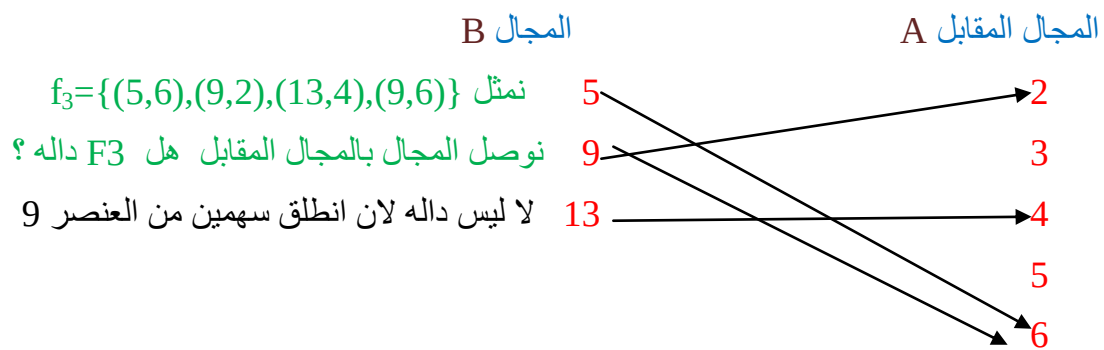
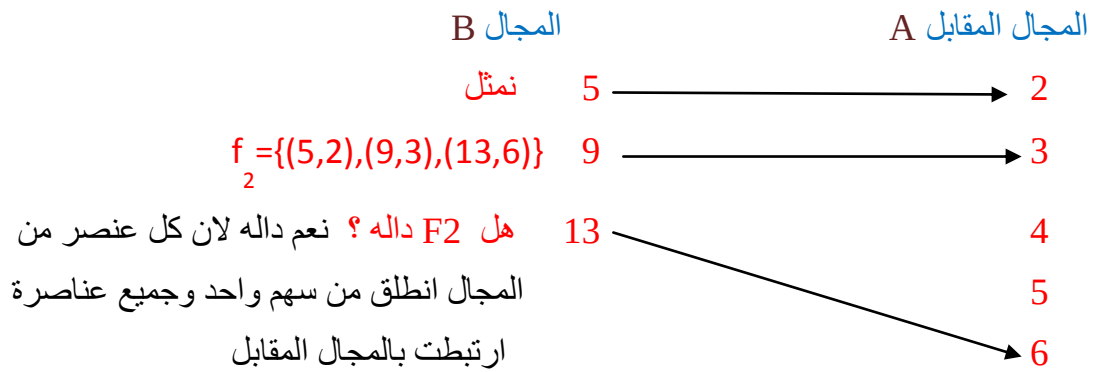
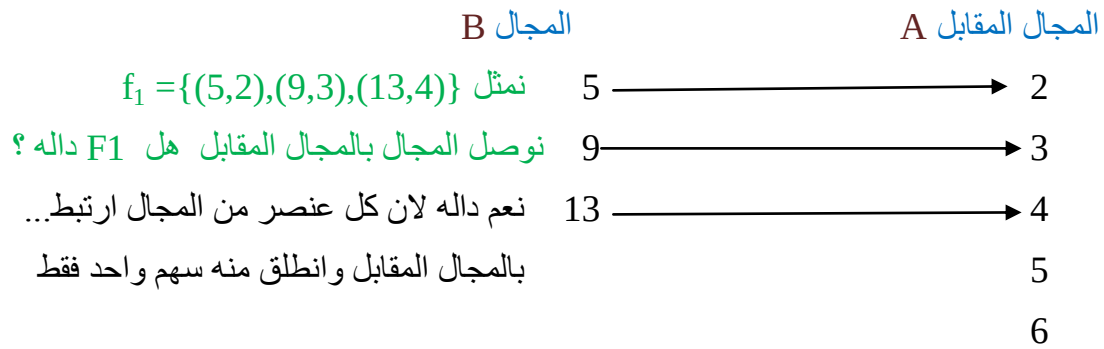
$$f_2 = \{(5,2), (9,3), (13,6)\}$$

$$f_3 = \{(5,6), (9,2), (13,4), (9,6)\}$$

فهل f_1, f_2, f_3 دوال من B إلى A ؟

اولا نلاحظ المجال من B الي A

نجي نمثل المجال والمجال المقابل



٢- أي من العلاقات التالية تمثل دالة :

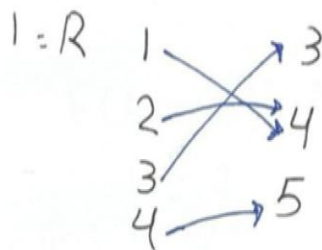
$$1-R = \{(1,4), (2,4), (3,3), (4,5)\}$$

$$2-R = \{(2,4), (3,1), (3,2), (4,1), (5,2)\}$$

$$3-R = \{(-1,0), (-4,4), (2,3), (1,9)\}$$

أولاً :- نجي نحلل كل دالة بمجال والمجال المقابل

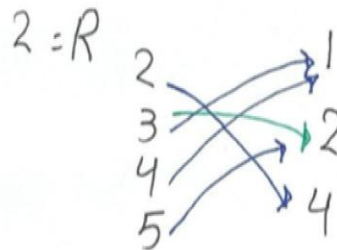
المثال الأول :-



هل R_1 دالة ؟

نعم دالة لأن كل عنصر بالمجال مرتبط بالمجال المقابل وانطلق منه سهم واحد فقط ...

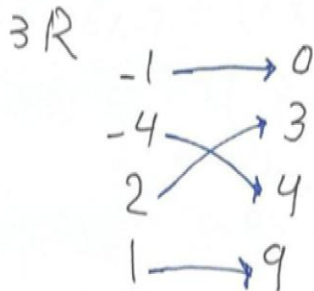
المثال الثاني :-



هل R_2 دالة ؟

لا ليست دالة لأن انطلق من العنصر 3 سهمين لا نقبّر دالة ...

المثال الثالث :-



هل R_3 دالة ؟

نعم دالة لأن جميع عناصر المقابل مرتبط بالمجال المقابل وانطلق منه سهم واحد فقط

ملاحظة /
بإدخال نختص بالمجال فقط لو لاحظ أنه بالمجال قد يرتبط مرتين بالمجال المقابل
لا يهم الا فهم المجال لا ينطلق منه سهمين

٣- للدالة $f(x) = 2x^3 + 10x^2 - 15$ أحسب $f(1) + f(3)$

٤- إذا كانت $f(x) = 6x + 3$ و $g(x) = 10$ فأوجد:

$$(f+g)(x), (f-g)(x), (f \times g)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$$

حل المثال ٣ :- أولاً نأخذ المعادلة المعطاه ونقوم بتعويض

$$\text{عن قيمته } (x) = 2x^3 + 10x^2 - 15$$

$$F(1) = 2(1)^3 + 10(1)^2 - 15 = \\ = 2 + 10 - 15 = -3$$

$$F(3) = 2(3)^3 + 10(3)^2 - 15 = \\ = 54 + 90 - 15 = 129$$

$$F(1) + F(3) \text{ احسب :-} \\ -3 + 129 = \underline{\underline{126}}$$

حل المثال ٤ :-

$$\text{أولاً اوجد } (F+g)(x) = 6x+3+10 = 6x+13$$

$$\text{ثانياً } (F-g)(x) = (6x+3) - (10) = 6x-7$$

$$\text{ثالثاً } (F \times g)(x) = (6x+3) \times (10) = 60x+30$$

$$\text{رابعاً :- } \left(\frac{F}{g}\right)(x) = \frac{6x+3}{10}$$

٥- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(6, \frac{-3}{4})$ و $B(4, \frac{8}{5})$.

٦- أوجد ميل الخط المستقيم الواصل بين النقطتين $A(\frac{3}{2}, \frac{9}{2})$ و $B(7, \frac{-5}{8})$.

٧- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$-5x + 3y - 8 = 0$$

٨- أوجد ميل الخط المستقيم الذي معادلته :-

$$12x = -9y + 30$$

انتظر رد الدكتور على الحل ؟

- ٩- هل المستقيمان $8x - 2y - 4 = 0$ و $4y = 16x + 4$ متوازيان ؟
 ١٠- هل المستقيمان $3y - 12x - 6 = 0$ ، $8y + 2x - 30 = 0$ متعامدان ؟
 ١١- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(9, -2)$ و ميله يساوي 5- ؟

حل المثال ٩ /

المعادلة الاولى نقوم بترتيبها $-2y + 8x - 4 = 0$

$$a = -2 \quad b = 8$$

$$m1 = \frac{-a}{b} = \frac{-(-2)}{8} = \frac{1}{4}$$

نقوم بترتيب المعادلة الثانيه $4y - 16x - 4 = 0$ $a = 4 \quad b = -16$

$$M2 = \frac{-a}{b} = \frac{-4}{-16} = \frac{1}{4}$$

هل المستقيمان متوازيان ؟ نعم متوازيان $m1 = m2$

حل المثال ١٠ /

هل المستقيمان $3y - 12x - 6 = 0$ ، $8y + 2x - 30 = 0$ متعامدان ؟

المعادلة الاولى $3y - 12x - 6 = 0$ $a = 3 \quad b = -12$

$$M1 = \frac{-3}{-12} = \frac{1}{4}$$

المعادلة الثانيه $8y + 2x - 30 = 0$ $a = 8 \quad b = 2$

$$M2 = \frac{-8}{2} = -4$$

هل المستقيمان متعامدان ؟ لا $m1 \neq m2$

حل المثال ١١ /

- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة $(9, -2)$ و ميله يساوي 5- ؟

اولا نعرف القانون لهذه المعادلة $y - y1 = m(x - x1)$

من المعطيات $m = -5 \quad y1 = -2 \quad x1 = 9$

الان نعوض المعطيات بالمعادلة

$$y - (-2) = -5(x - 9)$$

$$y + 2 = -5x + 45$$

$$y = -5x + 43$$

تمرين ١ :-

أوجد قيمة كل مما يأتي :-

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} (10 - 2x + x^2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 12} (3x + 6)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} (9x - 2)$$

الحل /

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5 = 5$$

ببساطة العدد نفسه ما هو
عندما لا يوجد x

$$\lim_{x \rightarrow 5} (10 - 2x + x^2) \quad \text{نحوض بـ } x$$
$$(10 - 2(5) + (5)^2) = \cancel{10} - \cancel{10} + 25 = \underline{\underline{25}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 12} (3x + 6) = 3(12) + 6 = 36 + 6 = \underline{\underline{42}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} (9x - 2) = (9(\frac{2}{3}) - 2) = 6 - 2 = \underline{\underline{4}}$$

تمرين ٢ :-

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 20$ و $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -15$ و

$\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 18.5$ ، فأوجد ما يلي :-

$$1- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) + f(x)]$$

$$2- \lim_{x \rightarrow 5} [h(x) - g(x)]$$

$$3- \lim_{x \rightarrow 5} [g(x) \times f(x)]$$

$$4- \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{g(x)}{f(x)} \right]$$

أولاً السؤال يوجد فيه خطأ

بسؤال $\lim_{x \rightarrow 2}$ فأول الس 2

وبالخطأ $\lim_{x \rightarrow 5}$ فأول الس 5

والصحيح اننا فأول الس 2

نقوم بالحل

$$1- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) + f(x)]$$

الحل بسيط نقوم بالتعويض بقيمة كل من h و f

$$\lim_{x \rightarrow 2} = 18.5 + 20 = 38.5$$

$$2- \lim_{x \rightarrow 2} [h(x) - g(x)] = 18.5 - (-15)$$

$$= 18.5 + 15 = 33.5$$

$$3- \lim_{x \rightarrow 2} [g(x) \times f(x)] =$$

$$= -15 \times 20 = -300$$

$$4- \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{g(x)}{f(x)} \right] = \frac{-15}{20} = -\frac{3}{4}$$

تمرين ٣ :-

أوجد :-

$$1 - \lim_{x \rightarrow 1} [5x - 2]^2$$

$$2 - \lim_{x \rightarrow 2} [10 - 2x]^2$$

الحل

$$1 - \lim_{x \rightarrow 1} [5x - 2]^2 \quad \text{نعوض بقيمة } x$$

$$[5(1) - 2]^2 = [5 - 2]^2 = [3]^2 = \underline{\underline{9}}$$

$$2 - \lim_{x \rightarrow 2} [10 - 2x]^2 =$$

$$[10 - 2(2)]^2 =$$

$$[10 - 4]^2 =$$

$$[6]^2 = \underline{\underline{36}}$$

تمرين ٤ :-

أوجد نهاية كل من الدوال التالية :-

نحوض x بقيمة $\leftarrow 5$

$$1- \lim_{x \rightarrow 5} (2x^3 - 2x^2 - 50) = (2(5)^3 - 2(5)^2 - 50) = 250 - 50 - 50 = 150$$

$$2- \lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^x)$$

$$3- \lim_{x \rightarrow 1} \log(10x^4 + 15)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^x)$$

الحل ٢
نحوض بقيمة x

$$4- \lim_{x \rightarrow 2} e^{2x^2 + 3x + 2}$$

$$(1 - e^0)$$

كيف نعرف نتيجة e^0 يوجد بالالة الحاسبة

$$5- \lim_{x \rightarrow 3} \ln(20x^2 - 5x + 10)$$

نضبط $\ln$ shift $\uparrow$ e ونضع القيمة الاساسية
 $= 1 - 1 = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \log(10x^4 + 15) = \log(10(1)^4 + 15) = \log(25) = 1.3979$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} e^{2x^2 + 3x + 2} = e^{2(2)^2 + 3(2) + 2} = e^{8 + 6 + 2} = e^{16}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \ln(20x^2 - 5x + 10) = \ln(20(3)^2 - 5(3) + 10) = \ln(180 - 15 + 10) = \ln(175) = 5.1647$$

$$\ln(175) = 5.1647$$

تمرين ٥ :-

إذا كانت

$$f(x) = \begin{cases} 30x^2 + 15 & , \quad x < 2 \\ 5x - 2 & , \quad x > 2 \end{cases}$$

الآن احس من $\lim_{x \rightarrow 2^-}$ $\rightarrow$ اليمين
الآن احس من $\lim_{x \rightarrow 2^+}$ $\rightarrow$ اليسار
فأوجد :-

1- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

2- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

الحل /
 $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

في هذه الحالة أكبر من 2 يعني نستخدم المعادلة الثانية

$$= 5(3) - 2 = 15 - 2 = 13$$

2- $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

في هذه الحالة أقل من 2 يعني نستخدم المعادلة الأولى

$$= 30(1)^2 + 15$$

$$= 30 + 15 = \underline{\underline{45}}$$

تمرين ٦ :-

هل الدالة المعرفة بـ

$$f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad 0 < x < 1 \\ 3 + x^2 & , \quad x \geq 1 \end{cases}$$

متصلة في $x = 10$ ؟

الحل / نفحص بتحويل بعض بدالتي

$$1 = 2x \rightarrow 2(10) = 20$$

$$2 = 3 + x^2 \rightarrow 3 + (10)^2 =$$

$$3 + 100 = 103$$

إذا المتتابع غير متساوية

إذا الدالة غير متصلة عند $x = 10$

المحاضرة الثانية

إذا كانت دالة الطلب هي $(D = 1.5x + 20)$ أحسب مرونة الطلب إذا علمت الكمية المطلوبة هي ٦٠٠ وحدة عند سعر ٢٠٠ ريال ؟

أولاً نوجد المشتقة الاولى لدالة الطلب

$$\text{تفاضل } 1.5x = 1.5$$

$$\text{تفاضل } 20 = 0$$

$$D/ = 1.5$$

ثانياً التعويض في القانون:-

م = المشتقة الاولى لدالة الطلب x السعر / المطلوبة الكمية

$$\text{م} = (1.5)x \frac{200}{600}$$

$$= 0.5$$

إذا الناتج اقل من واحد اذا الطلب قليل المرونه او غير مرن