الفصل الأول: نظرية الاحتمالات
التجربة الإحصائية والفضاء العيني والحوادث

تعريف 1: التجربة الإحصائية هي أي عملية أو مجموعة عمليات لا تعرف نتائجها المسبقة بشكل حتمي. فمثلا رمي زهرة نرد, أو إلقاء قطعة نقد يمثلان تجربة إحصائية ويسمى هذا النوع من التجارب بالتجارب العشوائية حيث نلاحظ أن النتائج تتغير في كل مرة يتم إجراء فيها التجربة.

ولكل تجربة إحصائية نتائج, وتعرف النتيجة للتجربة على أنها (النتيجة البسيطة, أي التي لا يمكن تحليلها إلى نتيجتين أو أكثر) وتسمى جميع النتائج البسيطة الممكنة الحدوث بالفضاء العيني للتجربة.

شرح : هناك نوعين من التجارب الاحصائية : **1): الأكيدة** ، تكون نتائجها المسبقة معروفه بشكل حتمي ..
مثال على التجارب الأكيدة : لو رمينا كره في الهواء فلابد بالنهاية ان ترتد إلى الأرض بفعل الجاذبية
2): العشوائية ، النتائج تتغير في كل مره يتم اجراء فيها التجربة بمعنى اننا لانعرف نتائجها المسبقة بشكل حتمي .
مثال على التجارب العشوائية : عند إلقاء قطعه نقد مره واحدة اما ان يكون الناتج هو صورة أو كتابة .

تعريف 2: الفضاء العيني (Sample Space) لتجربة إحصائية هي مجموعة جميع النتائج الممكنة لتلك التجربة وسنعبر عن الفضاء العيني بالرمز S.

تعريف 3: الحادث Event هو مجموعة جزئية من الفضاء العيني ويرمز له بأحد الأحرف التالية ... A, B, C, ويقسم إلى قسمين:

1- الحادث البسيط: وهو الحادث الذي يحتوي على نتيجة واحدة فقط.
2- الحادث المركب: وهو الحادث الذي يحتوي على نتيجتين فأكثر.

الشرح في مثال : عند القاء قطعه نرد مرتين ، عندما نرمي الاولى سيظهر لدينا العدد 1 أو العدد 2 (هذه الحوادث البسيطة) وعند القائها المره الثانية ستظهر لدينا من 1 إلى 6
عند القاء قطعه نرد مرتين إما سيظهر حادث بسيط العدد 1،1 – 2،2 – 3،3 ... سيكون لدينا 36 ناتج ، الحادث المركب إذا ضمينا أكثر من نتيجة في نفس الوقت

كما يمكن تعريف بعض من الحوادث التالية:

1- الحادث المستحيل: وهو الحادث الذي لا يحتوي على أي عنصر ورمزه Ø.
الشرح : عند القاء قطعه نرد او نقد من غير الممكن ان يظهر لنا حادث مستحيل .. " لايحتوي على أي عنصر "
2- الحادث الأكيد: وهو الحادث الذي يحتوي على جميع عناصر الفضاء العيني S.
الشرح : لابد أن يظهر لدينا احد الوجهين .

تعريف 4: فضاء العينة المنفصل يسمى الفضاء العيني فضاءً منفصلا إذا كان محدودا أو لا نهائيا معدودا, أي إذا أمكن ربط عناصره واحدا إلى واحد مع الأعداد الصحيحة الموجبة كان نقول اربط العنصر الأول مع العدد 1 والعنصر الثاني مع العدد 2 وهكذا إلى مالا نهاية.

إضافات : متى يسمى الفضاء فضاء منفصل ؟ 1) : إذا كان محدوداً 2) : لانهائي محدود

- **محدود :** بأن نقول لدينا تجربة عشوائية عند رمي قطعه نقد يكون لدينا الناتج أما صورة أو كتابة
- **لانهائي محدود :** بأن نجري تجربة عشوائية عدد لانهائي من المرات وفي كل مره نربط نتيجة هذه التجربة بأعداد صحيحة موجبة [نستطيع ان نربط عدد مالانهاية مع مجموعه الاعداد الصحيحة الموجبة]

مثال: في تجربة إلقاء قطعة نقد مرتين, أوجد الفضاء العيني لهذه التجربة ثم أعط مثال على حادث بسيط, حادث مركب وحادث أكيد؟
ملاحظة: سيتم الرمز بالحرف H لوجه الصورة, وبالحرف T لوجه الكتابة.
الحل:

صورة ↑ كتابة ↑

S= {(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)}

A={(H,H)} حادث بسيط

B={(T,H),(T,T)} حادث مركب

C= S حادث أكيد

[لاحظ أن الحادث الأكيد دائما هو الحادث الذي يحتوي على جميع عناصر الفضاء العيني, بينما الحادث الذي لا يحتوي على أي عنصر يسمى بالحادث المستحيل.]

مثال: في تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة, أوجد الفضاء العيني لهذه التجربة ثم أعط مثال على حادث بسيط, حادث مركب وحادث أكيد؟
الحل:

الفضاء العيني للتجربة S={1, 2, 3, 4, 5, 6}
وبالتالي يمكن كتابة الحوادث التالية:

A={5} حادث بسيط
B={3, 4} حادث مركب
C= S حادث أكيد
D= {7} حادث مستحيل

[لاحظ أن العدد 7 لا ينتمي إلى الفضاء العيني لهذه التجربة ولذلك سمي بالحادث المستحيل.]

تمرين 1: في تجربة إلقاء قطعة نقد وحجر نرد, أوجد الفضاء العيني لهذه التجربة ثم اعط مثال على حادث بسيط وحادث مركب؟
تمرين 2: في تجربة إلقاء حجري نرد مرة واحدة, أوجد الفضاء العيني لهذه التجربة واعط مثال على حادث بسيط, حادث مركب وحادث أكيد؟

تمارين
تمرين 1: في تجربة إلقاء قطعة نقد وحجر نرد, أوجد الفضاء العيني لهذه التجربة ثم اعط مثال على حادث بسيط وحادث مركب؟
تمرين 2: في تجربة إلقاء حجري نرد مرة واحدة, أوجد الفضاء العيني لهذه التجربة واعط مثال على حادث بسيط, حادث مركب وحادث أكيد؟

الحوادث المتنافية
نقول بأن الحادثان A, B حادثان متنافيان إذا تحقق الشرط التالي:

$$A \cap B = \emptyset$$

مثال: إذا كان S ={ 1, 2, … ,10}, وكان A حادث يمثل ظهور عدد فردي وB حادث يمثل ظهور عدد زوجي من S, فعندئذ نقول بأن الحادثان A, B حادثان متنافيان.

العمليات الجبرية على الحوادث

$A \cup B = \{ x: x \in A \text{ or } x \in B\}$
$A \cap B = \{ x : x \in A \text{ and } x \in B\}$
$A = \{ x : x \in S \text{ and } x \notin A\}$

$A - B = \{ x : x \in A \text{ and } x \notin B \}$

مثال: إذا كان $S=\{ 1, 2, 3, \ldots\ldots, 10\}$

$A=\{ x: x$ عدد فردي $\}$

$B=\{ y: y$ عدد زوجي$\}$

أوجد : $A \cup B,\ A \cap B,\ A,\ A - B$ ؟

الحل:

$A \cup B = S$

$A \cap B = \emptyset$

$A = B$

$A-B = A$