

الباب الأول : قوانين الاحتمالات

يحتوي هذا الباب على عدة مواضيع علمياً أن القوانين التي بها مطلوب حفظها ولن يزودونا بها في الاختبار وهي كالتالي :

نظرية الاحتمالات	طرق العد	التجربة الإحصائية
قوانين الإحتمالات	طريقة الضرب	الحادث البسيط
قوانين ديمورغان	طريقة الجمع	الحادث المركب
الاحتمال الشرطي	طريقة التبديل	الحادث الأكيد
الحوادث المستقلة	طريقة التوافق	الحادث المستحيل

التجربة الإحصائية

هي أي تجربة إحصائية بالتأكد تكون فيها نتائج والتجارب التي أخذنا أمثلة فيها هي تجربة إلقاء قطعة نقد وتجربة إلقاء قطعة نرد.

قطعة النقد: تحتوي على صورة وكتابة فقط ونرمز للصورة H وكتابة T أي أنه في حال إلقاء القطعة لن تظهر لك غير النتيجتين إما صورة أو كتابة فلو طلب منك بالسؤال إلقاء قطعة نقد:

مرة واحدة : نتيجة واحدة في كل مرة فقط إما صورة أو كتابة $[(H),(T)]$.

مرتين : 4 نتائج صورة وصورة أو صورة وكتابة أو كتابة وصورة أو كتابة وكتابة ستكون كالتالي $[(H,H),(H,T),(T,T),(T,H)]$.

ثلاث مرات : 8 نتائج ستكون كالتالي $[(H,H,H),(H,H,T),(H,T,H),(H,T,T),(T,T,H),(T,T,T),(T,H,H),(H,H,H)]$.

أما بالنسبة لقطعة نرد نعرف أن النرد يحتوي على 6 أرقام من 1,2,3,.....,6 فلو طلب منك بالسؤال إلقاء قطعة نرد :

مرة واحدة : نتيجة واحدة في كل مرة إما 1 أو 2 إلى 6 $[(1),(2),(3),(4),(5),(6)]$.

مرتين : 36 نتيجة كالتالي

$[(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6)]$

$(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)$

وهكذا حتى

$[(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)]$

ملاحظة: لن تكون هناك تجربة من إلقاء قطعة نرد ثلاث مرات لأن النتائج ستكون كثيرة.

طبعا دائما النتائج التي تظهر نرمز لها بالرمز S وتعني فضاء العينة بعد معرفة النتائج التي ستظهر سيطلب منك في السؤال أن تستخرج التالي :

حادث بسيط : وهي أي قيمة واحدة من النتائج فمن النقد ممكن أن نقول (H,H) مثلا ومن قطعة النرد نقول مثلا (1,2) .

حادث مركب : وهي نتيجتين فأكثر فمن النقد ممكن أن نقول (H,H),(H,T) مثلا أو أكثر ومن قطعة النرد نقول مثلا (2,2),(2,3),(2,4) .

حادث مستحيل : المستحيل هي مثلا احتمال ظهور الرقم 7 في تجربة النرد والنرد لا يحتوي على الرقم 7 لذلك نقول الحادث المستحيل دائما $\emptyset$.

حادث أكيد : وهي كل النتائج التي حصلت عليها من التجربة لذلك هي الفضاء العيني بكاملة إذن ستكون هي S .

وكذا انتهينا من القسم الأول بالباب الأول

طرق العد

طريقة الضرب:

قاعدها طرق التجربة الأولى مضروبة في طرق التجربة الثانية

مثلا لو أتاك سؤال بأن هناك طالب يريد التسجيل في مقررين (لاحظ أنه يريد التسجيل في الأثنين) أحدهم في الإحصاء والآخر في الحاسب , فإذا كان عدد المقررات في الإحصاء 3 مقررات والحاسب 4 مقررات فما عدد الطرق التي يمكن أن يسجل فيها الطالب ؟

لاحظ بأنه أعطاك عدد الطرق لكل مادة وهي عدد المقرر فطرق الإحصاء 3 وطرق الحاسب 4 فهنا نستخدم طريقة الضرب وهي :

$$3 \times 4 = 12 \text{ طريقة يمكن التسجيل فيها .}$$

طريقة الجمع:

قاعدها طرق التجربة الأولى مجموعة مع طرق التجربة الثانية

مثلا لو أتاك نفس السؤال السابق بأن هناك طالب يريد التسجيل في أحد المقررين (لاحظ أنه يريد التسجيل في أحدهما من كل المادتين) إما من قسم الإحصاء أو من قسم الحاسب فإذا كان عدد المقررات في الإحصاء 3 مقررات والحاسب 4 مقررات فما عدد الطرق التي يمكن أن يسجل فيها الطالب ؟

لاحظ أولاً أنه شرط هنا شرط وهذا ما يفرق بين طريقة الضرب والجمع الضرب بدون شروط ويمكن أن تحدث معاً اما الجمع فأتت مشروط هنا باختيار احده المادتين لذلك نستخدم طريقة الجمع.

أعطاك عدد الطرق لكل مادة وهي عدد المقرر فطرق الإحصاء 3 وطرق الحاسب 4 فهنا نستخدم طريقة الجمع كما ذكرنا وهي :

$$3 + 4 = 7 \text{ طريقة يمكن التسجيل فيها .}$$

طريقة التبديل:

لديها ثلاث قواعد :

القاعدة الأولى: $n! = n(n-1)(n-2)....$

$$n! = \frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!} \text{ : القاعدة الثانية}$$

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ : القاعدة الثالثة}$$

التبديل هي طريقة ترتيب بعض أو جميع العناصر المعطاة بالسؤال فسيطلب منك السؤال أن تقوم بترتيب مجموعة أو كلمة أو غيرها فعندما يسألك عن ترتيب أي أنه يقصد هنا استخدام طريقة التبديل . ولكن السؤال أي قاعدة يمكن أن تستخدم لتحل المسألة لنشرح القواعد الثلاثة:

القاعدة الأولى بطريقة التبديل: لو أعطيت مثلا ثلاث حروف a,b,c يريد منك ترتيبها ففي السؤال سيقول لك ما عدد ترتيب الحروف السابقة هو نستخدم القاعدة الأولى حيث أنك في حال ترتيب الحروف السابقة فيما أنها ثلاث حروف أي أنه لدينا ثلاث أماكن فارغة فقد لو وضعنا الحرف الأول a سيكون لدينا حرفين فقط ومكانين ولو اخترنا الحرف الثاني سيكون لدينا حرف واحد ومكان واحد أي أنه في حال ترتيب حرف تتناقص الحروف التي بالسؤال بالتدريج إلى أن تستخدم كل الحروف لذلك في المرة الأولى يكون العدد الكامل هو 3 حروف وفي المرة الثانية سيكون باقي حرفين وسيكون 2 وفي المرة الثالثة سيكون حرف واحد سيكون 1 وبذلك سيكون الحل بالطريقة التالية :

$$3P3 = 3! = 3 \times (3-1) \times (3-2) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

أنا شرحت الفكرة عشان تفهم شلون طلع الحل لكن فيه طريقة مختصرة وتوفر عليك الوقت فأننا رح اتطرق وأشرح الطرق المختصرة عشان نستفيد من الوقت

فلو جاك السؤال الأولى وطلب منك ترتيب الحروف السابقة لاحظ أنه لا يوجد أي حرف مكرر (يجب الانتباه لهذا الأمر وسنفهم لماذا في القاعدة الثانية) فلا يوجد هنا حروف مكررة لذلك مباشرة نطلع النتيجة بالآلة الحاسبة وهي عن طريق استخدام الأزرار التالية بالآلة :

$$3 \text{ [SHIFT] [x!] [=] = 6}$$

راح يطلع لك بالشاشة زي كذا

$$3!=6$$

طيباً ضغطت الـ [SHIFT] عشان تطلع لي بالآلة علامة التعجب التي فوق الزر [x!] ولو رجعت بالآلة راح تفهم هذي الرموز فما في داعي أوضح هذا الأمر اختصارا للوقت . طيب هذا حل القاعدة الأولى ومتى نستخدمها .

يتبع ..

القاعدة الثانية لطريقة التبديل: تستخدم القاعدة الثانية في حال أنه طلب منك بالسؤال **ماعدد تبادل او بكم طريقة يمكن ترتيب** كلمة سلسبيل وهذا الصيغتين بالسؤال عندها راح نستخدم القاعدة الثانية وبالآلة الحاسبة ليه القاعدة الثانية لأنه هناك حروف مكررة وهذا سبب عدم استخدام الطريقة الأولى ونفس الشي بالنسبة لكلمة MISSISSPPI .

خلونا نحل كلمة MISSISSPPI لازم نعرف أولاً عدد حروف الكلمة أولاً وعددها 10 حروف طيب فيه حرف الـ I مكرر ثلاث مرات وحرف S مكرر أربع مرات وحرف P مكرر مرتين لذلك راح نستخدم القاعدة الثانية وهي

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!} = \frac{10!}{4! \times 4! \times 2!}$$

البسط سيكون مضروب عدد الحروف كلها وهي 10 وبالمقام بيبكون مضروب الأربع المكررة في مضروب الثلاث المكررة في مضروب الاثنين المكررة ونفس الطريق بالطريقة بالآلة الحاسبة راح تطلع معك سويها نفس الشي بالكسر بالأزرار التالية :

هذه الأزرار اللي بالبسط

بعدين تنزل بالسهم تحت للمقام عن طريق زر الأسهم الدائري اللي موجود بنص الآلة وتكتب قيم البسط بالطريقة التالية

وعند الضغط على راح تظهر لك النتيجة وهي

طريقة 12600

القاعدة الثالثة لطريقة التبديل: تستخدم هذه الطريقة في حال طلب من بالسؤال طرق ترتيب كلمة " تاريخ " ولكنه شرط بالسؤال أن ترتب حرفين كم كلمة " تاريخ " هنا راح نستخدم القاعدة الثالثة وبالآلة الحاسبة ليه القاعدة الثانية لأنه طلب جزء من الحروف يعني كان هناك شرط وهذا سبب عدم استخدام الطريقة الأولى والطريقة الثانية .

راح نعوض بالقاعدة مباشرة عدد حروف الكلمة 5 حروف ويبي منها ترتيب حرفين

$$\frac{n!}{(n-r)!} = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 20$$

البسط سيكون مضروب عدد الحروف كلها وهي 5 وبالمقام بيبكون مضروب (عدد الحروف كلها مطروح منها عدد الحروف المراد ترتيبها) وبالتالي سيكون 5-2 = 3 يعني بالمقام مضروب 3 هنا في القاعدة الثالثة يمكن أن تقوم عملها بالآلة بطريقتين :

الأولى :

هذه الأزرار اللي بالبسط

بعدين تنزل بالسهم تحت للمقام عن طريق زر الأسهم الدائري اللي موجود بنص الآلة وتكتب قيم البسط بالطريقة التالية

وعند الضغط على راح تظهر لك النتيجة وهي

طريقة 20

الثانية : تطبق بداية القانون الثاني فقط وتكتب الآلة 5P2 ومن ثم تضغط يساوي ويطلع لك الناتج .. وتسويها بالأزرار التالية :

ثم

النتيجة 20 طريقة

لاحظ فوق زر الـ بتلاقي القاعدة nPr واللي هي قاعدتنا الثالثة لحل المسألة

$$nC_r = \frac{n!}{(n-r)!r!} \text{ قاعدتها:}$$

الفرق بين طريقة التوافيق والتباديل بأن التباديل يسأل عن ترتيب .. أما التوافيق فليس مهما هنا الترتيب ولذلك أي سؤال يأتيك فيه طلب عدد الطرق أن حدد في السؤال وطلب ترتيب يعني أنك ممكن تستخدم أي من القواعد الثلاثة من طرق التبديل أما لو طلب منك عدد الطرق وحدد بدون النظر إلى الترتيب فهنا يمكن اعتماد طريقة التوافيق .

وشرح قاعدتها مضروب عدد العناصر مقسوم على مضروب (عدد العناصر ناقص العينة المطلوبة) في مضروب العينة .

مثال : لو طلب منا صف فيه 10 طلاب بكم طريقة يمكن اختيار لجنة من 3 أشخاص دون النظر إلى الترتيب ؟

حدد هنا بدون ترتيب لذلك يمكن حل السؤال بالطريقة المطولة والطريقة المختصرة بعطيم الطريقة المختصرة بالآلة الحاسبة وهي أنك تأخذ الشطر الأول من القانون nCr وتعوض القيم في الآلة وتطلع لك النتيجة عن طريق ضغط الأزرار التالية :

1 0 SHIFT ÷ 3

ثم =

النتيجة 120 طريقة

البسط سيكون مضروب عدد الحروف كلها وهي 5 وبالمقام سيكون مضروب (عدد الحروف كلها مطروح منها عدد الحروف المراد ترتيبها) وبالتالي سيكون $5-2 = 3$ يعني بالمقام مضروب 3 هنا في القاعدة الثالثة يمكن أن تقوم عملها بالآلة بطريقتين :

الأولى :

هذه الأزرار اللي بالبسط

5 SHIFT x

بعدين تنزل بالسهم تحت للمقام عن طريق زر الأسهم الدائري ▼ اللي موجود بنص الآلة وتكتب قيم البسط بالطريقة التالية

(5 - 2) SHIFT x

وعند الضغط على = راح تظهر لك النتيجة وهي

20 طريقة

الثانية : تطبق بداية القانون الثاني فقط وتكتب الآلة 5P2 ومن ثم تضغط يساوي ويطلع لك الناتج .. وتسويها بالأزرار التالية :

5 SHIFT x 2

لاحظ فوق زر الـ ÷ بتلاقي القاعدة nCr .

في أحد الأمثلة بالمحتوى أعطانا 5 كرات حمراء و 7 كرات بيضاء في صندوق واحد وطلب منا طرق اختيار 4 كرات من الصندوق بغض النظر عن اللون يعني بغض النظر على الترتيب لذلك سنحل السؤال بطريقة التوافيق ... بعدها في الفقرة الثانية طلب اختيار 4 كرات بشرط أن تكون واحدة حمراء و 7 بيضاء هنا نحل المسألة بطريقة التوافيق ولكن كل لون لوحدة ففي الأحمر نكتب 1 AC 5 ونطلع الناتج وبعدين الكرات الأبيض نكتب 3 AC 7 ونطلع الناتج طيب وبعدين أيش تسوي تطبق قاعدة الظرب اللي بأول طرق العد ليه لأننا قلنا الظهر هو نتيجة التجربة الأولى في نتيجة الطرق الثانية فالنتيجة الأولى بتطلع 5 والثانية 5 3 فنضربهم ببعض يطلع الناتج 5 7 1 .

وكذا انتهينا من القسم الثاني في الباب الأول

نظرية الاحتمالات

طريقة التكرار النسبي :

الطريقة الأولى في نظرية الاحتمالات هي طريقة التكرار النسبي وتعتمد على القانون التالي :

$$P(A) = \frac{n(A)}{n}$$

وهو باختصار البسط عبارة عن عدد عناصر الحادثة والتي تمثل (A) مقسوم على المقام هي مجموع القيم أو العناصر كلها فلو كان السؤال المعطى مثلاً :

إذا كان طلبة إحدى الكليات موزعين حسب التالي : 320 إدارة أعمال – 480 محاسبة – 300 تسويق – 500 علوم مالية فما احتمال مقابلة أحد الطلبة من قسم المحاسبة ؟

كل ما علينا في طريقة التكرار النسبي أن نقوم بتحديد عدد عناصر الحادث والحادث هنا كلية المحاسبة وتحتوي على 480 اما مجموع الحوادث كلها فتحتوي على 500+300+480+320 فنعوض بالقانون مباشرة وعن طريق الآلة الحاسبة يمكن إيجاد القيمة

$$\frac{480}{320 + 480 + 300 + 500} = \frac{480}{1600} = 0.3$$

قوانين الاحتمالات:

قوانين الاحتمالات تحتوي 3 نظريات وهي :

النظرية الأولى : وهي نستطيع تسميتها مسلمات أي الاحتمال هذا يساوي كذا وتكون عادة الأسئلة فيها مباشرة بنفس القانون

- أن أي مجموعة خالية $\emptyset$ فإن احتمال هذه المجموعة تساوي (صفر) يعني لو جاب بالأسئلة $P(\emptyset) = 0$ فالجواب مباشرة (صفر) .
- أن أي مجموعة كلية S فإن احتمال هذه المجموعة تساوي (1) يعني لو جاب بالأسئلة $P(S) = 1$ فالجواب مباشرة (1) .
- أن أي احتمال لحادث E في الفضاء العيني S يكون محصوراً بين الصفر والواحد يعني لو جاب لك بالسؤال أوجد $0 \leq P(E) \leq 1$ فأختر الإجابة التي تحتوي على $0 \leq P(E) \leq 1$

النظرية الثانية : أي حادث يعطيك أياه في السؤال ويطلب منك متممة هذا الحادث فيفترض بك أتباع هذا القانون

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

ويعني هذا الرمز $\bar{A}$ متممة فلو طلب من بالسؤال إذا كان احتمال نجاح طالب في مادة المحاسبة 60% فما احتمال عدم نجاحه ؟

نلاحظ بالسؤال أن الحادثة A هي النجاح والتي قيمتها 60% أي (0.60) ويريد عدم احتمال نجاحه والتي بالتأكيد ستكون القيمة من الـ 60 بالمائة المكمل للواحد وتسمى متممة $\bar{A}$ لماذا لأننا ذكرنا بأن القيمة في الحادث دائماً تكون محصورة بين الصفر والواحد في النظرية الأولى لذلك سنقول :

$$P(\bar{A}) = 1 - 0.60 = 0.4$$

النظرية الثالثة : يجب أن نعرف أن الرمز U تعني أو وأن الرمز $\cap$ تعني و.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

في القانون يخبرنا بأن احتمال حدوث حادثة واحدة وعدم حدوث الأخرى عشان نستنتجها لابد من استخدام النظرية الثالثة من قوانين الاحتمالات مع العلم أنه في حال ذكر لك بالسؤال بأن A و B حادثين منفصلين فأننا نستخدم الجزء التالي من القانون فقط وهو :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

مثال حتى تتضح الصورة : احتمال غياب طالب في المحاضرة الأولى هي 0.30 وغيابه في الحاضرة الثانية هي 0.15 واحتمال غيابه عن طل المحاضرتين هي 0.20 فأجب عما يلي :

أ) احتمال غيابه في أحد المحاضرتين على الأقل ؟

ب) احتمال عدم غياب الطالب في أي من المحاضرتين ؟

ج) احتمال حضور الطالب للمحاضرة الأولى ؟

سنرمز A للمحاضرة الأولى ويساوي التغيب فيها 0.30

وسنرمز B للمحاضرة الثانية ويساوي التغيب فيها 0.15

وسنرمز $A \cap B$ وهي المطلوب الثالث في السؤال وهو حضور المحاضرتين معاً يعني A و B وقلنا إشارة (و) يعني اتحاد .

هنا الحل صار واضح

في الفقرة الأولى يريد منا غيابه في احد المحاضرتين الغياب يعني الأولى أو الثانية يعني الرمز U يعني نقول $A \cup B$ يعني نطبق القانون مباشرة وحل السؤال وبالألة الحاسب :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.30 + 0.15 - 0.2 = 0.25$$

النتائج هو 0.25 وهو احتمال غيابه في احد المادتين

في الفقرة الثانية يريد منا عدم غيابه في أي من المحاضرتين يعني حضور أحدهما لاحظ هنا الفقرة الأولى غياب أحدهما وهنا حضور أحدهما يعني يريد متممة النتيجة الأولى أي متممة $A \cup B$ ورمزها $\overline{(A \cup B)}$ هنا نأخذ النتيجة الأولى ونطرحها من واحد لية لأننا قلنا بالنظرية الأولى أن قيمة الاحتمالات محصورة بين 0 و 1 ولأنه عندنا غيابه في أحد المحاضرتين فحضوره في أحدها هي القيمة المتبقية من قيمة احتمال غيابه وهي :

$$P(\overline{(A \cup B)}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.25 = 0.75$$

في الفقرة الثالثة يريد منا حضور الطالب للمحاضرة الأولى فقط وهنا نفس الفقرة الثانية يريد متممة $P(A)$ ليه لأنه بالسؤال معطينا غيابه بالمحاضرة الأولى فنسبة حضوره تعادل القيمة المتبقية من الرقم 1 أي أنه يريد متممة $P(A)$ فنقول الحل :

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0.30 = 0.70$$

القانون الثاني في النظرية الثالثة والتي يطلب فيها احتمال ظهور الحادثة A أو B حيث أنهما حدثين منفصلين سيأتي السؤال شبيهه بالطريقة التالية :

إذا كان $P(A) = 0.30$ و $P(B) = 0.4$ بحيث كان الحادثان منفصلان فأوجد احتمال حدوث A أو B ؟

هنا نعوض بالقانون الثاني بدون التقاطع

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.3 + 0.4 = 0.7$$

يتبع ..

النظرية الرابعة : إذا كان A و B حادثان في الفضاء العيني S فإن:

$$P(A \cup \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(B \cup \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B)$$

القانون الأول أن احتمال حدوث A وعدم حدوث B في نفس الوقت يساوي الحادث A مطروح من حدوث الحادثين معاً
القانون الثاني أن احتمال حدوث B وعدم حدوث A في نفس الوقت يساوي الحادث B مطروح من حدوث الحادثين معاً

فلو جانا سؤال يقول إذا كان احتمال حضور مدير شركة معينة في يوم ما يساوي 0.9 واحتمال حضور مساعدة في ذلك اليوم هو 0.95 واحتمال حضور واحد منهما على الأقل يساوي 0.97 أوجد ما يلي :

- أ احتمال حضور المدير ومساعدة ؟
- ب احتمال حضور المدير وحده فقط ؟
- ت احتمال حضور المساعد وحده فقط ؟

الحل راح نرمز للمدير بالرمز A والمساعد بالرمز B .

لاحظ بالفقرة أ يبي احتمال حضورهم الاثنين معاً يعني حضور A و B أي $(A \cap B)$ يعني لو رجعنا للقانون

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

عندنا قيمة A تساوي 0.9 وعندنا قيمة B تساوي 0.95 وعندنا قيمة $(A \cup B)$ وهي حدوث الأولى أو حدوث الثاني تساوي 0.97 فنعوّض بالقانون مباشرة

$$0.97 = 0.9 + 0.95 - P(A \cap B)$$

$$0.97 = 1.85 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 1.85 - 0.97 = 0.88$$

لاحظ بالفقرة ب يبي احتمال حضور المدير بس حضور A وهي تعني أن المدير حضر لكن المساعد غاب طيب بالسؤال معطينا حضور المساعد فغيابه يعني أيش يعني متممة B لذلك نستخدم القانون الأول في النظرية الرابعة وهي حضور الأول وغياب الثاني

$$P(A \cup \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup \bar{B}) = 0.9 - 0.88$$

$$P(A \cup \bar{B}) = 0.02$$

لاحظ بالفقرة ج يبي احتمال حضور المساعد بس حضور B وهي تعني أن المساعد حضر لكن المدير غاب طيب بالسؤال معطينا حضور المدير فغيابه يعني أيش يعني متممة A لذلك نستخدم القانون الثاني في النظرية الرابعة وهي حضور الثاني وغياب الأول

$$P(B \cup \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(B \cup \bar{A}) = 0.95 - 0.88$$

$$P(B \cup \bar{A}) = 0.07$$

يتبع ..

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

عشان نفهم قوانين ديمورغان نشوف السؤال التالي :

إذا كان $P(A)=0.3$ و $P(B)=0.4$ و $P(A \cup B)=0.5$ أوجد ما يلي :

- أ- احتمال حدوث الحادثين معاً ؟
- ب- عدم حدوث أي من الحادثين A, B ؟
- ت- عدم حدوث الحادث A أو الحادث B ؟
- ث- حدوث الحادث A وعدم حدوث B ؟
- ج- حدوث الحادث B وعدم حدوث A ؟
- ح- احتمال حدوث الحادث A أو الحادث B إذا كان A , B حادثين منفصلين ؟

هذا تقريبا سؤال يشمل أكثر من قانون .

فقرة أ : عدم حدوث الحادثان معاً يعني $(A \cap B)$ طيب عشان نطلع القيمة هذي نرجع للقانون في النظرية الثالثة ونعوض القيمة

والقانون هو :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$0.5 = 0.3 + 0.4 - P(A \cap B)$$

$$0.5 = 0.7 - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B) = 0.7 - 0.5$$

$$P(A \cap B) = 0.2$$

فقرة ب : عدم حدوث أي من الحادثتين لأنه بالسؤال معطينا قيم الحادثة A وقيم الحادثة B معناه عدم حدوث A يساوي متممة A وعدم حدوث B يساوي متممة B ولأنه بيبي عدم حدوثهما معاً يعني تقاطع (و) يعني $(\overline{A} \cap \overline{B})$ طيب عشان نطلع القيمة هذي نرجع للقانون في نظرية ديمورغان واللي نقول أن

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A} \cap \overline{B})$$

يعني لو عندك قيمة $P(\overline{A \cup B})$ فهي تساوي $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ والعكس صحيح لو رجعنا للسؤال حنا عندنا $P(A \cup B)$ يعني عشان نطلع الإجابة نجيبه متممة $P(A \cup B)$ وهي $P(\overline{A \cup B})$ ولذلك نرجع للقانون المعروف متممة الشي تساوي

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0.5$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A \cup B}) = 0.5$$

فقرة ت : عدم حدوث الحادث A أو الحادث B وهذا يعني علامة (أو) يعني $(\overline{A} \cup \overline{B})$ طيب عشان نطلع القيمة هذي نرجع للقانون في نظرية ديمورغان واللي نقول أن

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A} \cup \overline{B})$$

يعني لو عندك قيمة $P(\overline{A \cap B})$ فهي تساوي $P(\overline{A} \cup \overline{B})$ والعكس صحيح لو رجعنا للفقرة أ حنا طلعنا قيمة $(A \cap B)$ واللي تساوي 0.2 الحين نطلع متممتها بنفس القانون الخاص بالمتممة

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0.2$$

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A \cap B}) = 0.8$$

فقرة ث : حدوث الحادث A وعدم حدوث B وهذا يعني أننا نتعامل مع القاعدة الأولى في النظرية الرابعة وهي :

$$P(A \cup \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0.3 - 0.2 = 0.1$$

يتبع ..

فقرة ج : حدوث الحادث B وعدم حدوث A وهذا يعني أننا نتعامل مع القاعدة الثانية في النظرية الرابعة وهي :

$$P(B\bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 0.4 - 0.2 = 0.2$$

فقرة ح : احتمال حدوث الحادثة A أو الحادثة B إذا كان A, B حادثين منفصلين هنا نعود للقانون الثاني في النظرية الثالثة الخاصة بالانفصال وهي

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cup B) = 0.3 + 0.4$$

$$P(A \cup B) = 0.7$$

الاحتمال الشرطي :

أي أن حدوث الحادث A مشروطاً بحدوث الحادث B والعكس والقانون المستخدم هنا :

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

حيث أن $P(B)$ أكبر من صفر .

ولو كان حدوث B مشروطاً بحدوث A نعكس بالقانون كالتالي :

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

مثال لتوضيح الصورة : رميت قطعة نقد ثلاث مرات فإذا رمزنا لظهور الصورة H وظهور الكتابة T فإذا علمت أن الوجه الأول H فما احتمال أن يكون الوجه الثاني HH ؟

هذا يسمى احتمال شرطي ولذلك نطبق القاعدة ولكن قبل ذلك نخرج القيم المطلوبة بالقاعدة . لنفرض أن A هي H ونفرض أن B هي HH . عشان نعوض بالقانون لازم نوجد قيمة $P(A \cap B)$ وهي A تقاطع B يعني A+B وتساوي (HHH) وهي نتيجة واحدة من أصل 8 نتائج وتكتب بالطريقة التالية :

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

القسم الثاني من القانون يبقى نتيجة A ولو لاحظنا أن A ظهورها بين النتائج بحيث يكون الخانة الأولى هي H هي موجودة بالطريقة هذه في أربع نتائج من أصل 8 نتائج فراح يكون الناتج هو :

$$P(A) = \frac{4}{8}$$

الحين نعوض بالقانون الشرطي

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{4}{8}} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A / B)$$

$$P(A \cap B) = P(A)P(B / A)$$

طبعا هذا قانون الضرب من خلال الاحتمال الشرطي مثال عشان نفهم القاعدتين :

إذا كان $P(A)=0.6$ و $P(B)=0.3$ وكان $P(A / B)=0.4$ أوجد :

$$P(A \cap B) \quad -$$

$$P(B/A) \quad -$$

من السؤال نشوف حط لنا القيمة الشرطية $P(A / B)$ يعني هنا هو يتكلم عن قانون الضرب من خلال الاحتمال الشرطي ولذلك راح نتعامل مع القانون

$$P(A \cap B) = P(B)P(A / B)$$

$$P(A \cap B) = 0.3 \times 0.4$$

$$P(A \cap B) = 0.12$$

الفقرة الثانية من السؤال يطلب قيمة $P(B/A)$ وحنا قلنا بقانون الاحتمال الشرطي أن

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.12}{0.6} = 0.2$$

الحوادث المستقلة :

أي أن حدوث الحادث A لا يؤثر على الحادث B وكذلك العكس :

ومنها نحصل على قانون الحوادث المستقلة وهو

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

وراح يجيك بالسؤال إذا كان A,B حادثتين مستقلتين وكان $P(A)=0.4$ و $P(B)=0.6$ فأوجد :

$$P(A \cap B) \quad -$$

$$P(\overline{A \cap B}) \quad -$$

الطلب الأول بالسؤال بسيط نعوض في قانون الحوادث المستقلة مباشرة وهو

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0.4 \times 0.6$$

$$P(A \cap B) = 0.24$$

الطلب الثاني بالسؤال يطلب متممة $P(A \cap B)$ نعوض في قانون المتممة مباشرة وهو

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(\overline{A \cap B}) = 1 - 0.24$$

$$P(\overline{A \cap B}) = 0.76$$

وكذا نكون انتهينا من قوانين الباب الأول في مبادئ الإحصاء

توزيعات احتمالية خاصة

توزيع ذات الحدين

توزيع بواسون

خواص التوقع الرياضي والتباين للمتغير العشوائي الذي يتبع بواسون

المتغيرات العشوائية والتوزيعات المنفصلة

المتغيرات العشوائية

التوزيع الاحتمالي المنفصل

التوقع الرياضي للمتغير العشوائي

خواص التوقع الرياضي

التباين للمتغير العشوائي

خواص التباين

المتغيرات العشوائية :

اختصارا للوقت ... هنا لا يوجد قانون ولكن لو عدنا للمثال بالمحتوى ففيه شرح وافي لطريقة استخراج قيمة المتغير العشوائي من الجدول .

التوزيع الاحتمالي المنفصل :

حتى نعرف أن التوزيع الذي أمامنا توزيع احتمالي منفصل يجب أن يكون

$$\begin{aligned} f(x) &\geq 0, x \text{ لجميع قيم} \\ \sum f(x) &= 1, x \text{ لجميع قيم} \end{aligned}$$

وفي السؤال راح يعطينا معادلة مثل

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{15}, x = 1, 2, 3, 4, 5 \\ f(x) &= 0 \text{ لغير ذلك} \end{aligned}$$

ويقولك هل تمثل المعادلة توزيع احتمالي منفصل :

عشان نحلها نسوي جدول ونعوض بقيم x

x	1	2	3	4	5	المجموع
F(x)	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{5}{15}$	1

لو جمعنا الكسور راح يطلع لنا الناتج 1 إذن المعادلة توزيع احتمالي منفصل

كمان ممكن يجيك سؤال ثاني ويعطيك القيم بالجدول ويخفي عنك مثلا قيمة 1 يضع مكانها a ويقولك أوجد قيمة a الحل بسيط اجمع الكسور واطرحها من 1 وبيطلع لك الناتج .

وأیضا يجيك يسألك أنه أوجد ($P(x > 4)$ فلو شفت الجدول القيمة الأكبر من 4 هي قيمة الـ 5 يعني الجواب $\frac{5}{15}$

وأیضا يجيك يسألك أنه أوجد ($P(x > 3)$ فلو شفت الجدول القيمة الأكبر من 3 هي قيمة الـ 4 والقيمة 5 يعني الجواب $\frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{3}{5}$

وأیضا يجيك يسألك أنه أوجد ($P(x \leq 4)$ من الجدول تأخذ قيمة الـ 1 + 2 + 3 ومعاهم قيمة الـ 4 لأنه قال أصغر أو يساوي وتجمعهم وتطلع الناتج .

يتبع ..

التوقع الرياضي يرمز له بالرمز μ وهو ببساطة حتى نطلع قيمة التوقع الرياض ناخذ قيمة X ونضربها بقيمة $F(X)$ ونجمع بعدها الناتج هذا هو التوقع الرياضي والقانون حقه :

$$\mu = E(x) = \sum x f(x)$$

فيمكن يجب لك القيم بالجدول مثل الجدول اللي حلينا قبل هذا ويمكن يجب لك نفس السؤال الماضي وهو :
أوجد توقع X إذا كان :

$$f(x) = \frac{x}{15}, x = 1, 2, 3, 4, 5$$

لغير ذلك $f(x) = 0$

تقدر تحلها مباشرة بالآلة الحاسبة بتصير بالشكل التالي تحط قيمة X تضربها بقيمة $F(X)$ وتجمع باللي بعدها بالطريقة التالية

$$f(x) = 1 \times \frac{1}{15} + 2 \times \frac{2}{15} + 3 \times \frac{3}{15} + 4 \times \frac{4}{15} + 5 \times \frac{5}{15} = \frac{11}{3}$$

العملية سهلة بالآلة تطلع لك الناتج بسرعة

خواص التوقع الرياضي:

قانون خاصية التوقع الرياضي يقول إذا كان

$$E(ax + b) = aE(x) + b$$

فلو عطانا سؤال وقالنا إذا كان $E(X)=6$ فأوجد :

- $E(3X+5)$
- $E(0.5X-2)$
- ثم أوجد قيمة a في $E(aX+5)=25$ إذا كانت $E(X)=10$

الحل بالأول تعوض عادي

$$E(3 \times 6 + 5) = 23$$

الحل بالثاني نعوض عادي

$$E(0.5 \times 6 - 2) = 1$$

أما الثالث بيبي قيمة a هنا نطبق قانون خاصية التوقع الرياضي وهو

$$E(aX + 5) = 25$$

$$aE(x) + 5 = 25$$

$$a \times 10 + 5 = 25$$

$$10a = 25 - 5 = 20$$

$$10a = 20$$

نقسم على 10

$$a = 2$$

تباين التوقع الرياضي يرمز له بالرمز σ^2 فإذا أردنا أن نعرف التباين الرياضي فعلينا التعامل مع القاعدة التالية :

$$\sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 f(x)$$

سيطلب منك سؤال : أوجد تباين X إذا كان توزيعه الاحتمالي كما يلي ثم أوجد الانحراف المعياري ؟

X	F(X)
10	$\frac{1}{4}$
20	$\frac{1}{4}$
30	$\frac{1}{4}$
40	$\frac{1}{4}$

لحل السؤال هذا نطبق بداية طريقة الحصول على التوقع الرياضي عبر القانون والناتج بالآلة الحاسبة نطلعه

$$\mu = E(x) = \sum x f(x) = 10 \times \frac{1}{4} + 20 \times \frac{1}{4} + 30 \times \frac{1}{4} + 40 \times \frac{1}{4} = 25$$

حصلنا على التوقع الرياضي وهو 25 الآن نعوض بقانون التباين الرياضي للحصول على التباين

$$\sigma^2 = \sum (x - \mu)^2 f(x) = (10 - 25)^2 \times \frac{1}{4} + (20 - 25)^2 \times \frac{1}{4} + (30 - 25)^2 \times \frac{1}{4} + (40 - 25)^2 \times \frac{1}{4} = 125$$

إذا تباين التوقع الرياضي هو 125 وحسب السؤال أنه يريد الانحراف المعياري والانحراف المعياري هو عبارة عن جذر التباين أي $\sqrt{125}$

خواص التباين:

من خواص التباين بأننا نستطيع أن نوجد قيمة التباين للمتغير Y في حال كان X متغير منفصل معدله μ وتباينه σ_X^2 وكان لدينا التحول $Y = aX + b$.

كما أننا نستطيع إيجاد الانحراف المعياري للمتغير Y بالقانون التالي

$$\sigma_Y^2 = a^2 \sigma_X^2$$

يعني لو جانا مثال إذا كان المتغير X , $\mu_X = 50$, $\sigma_X^2 = 16$ أوجد معدل Y وانحرافه المعياري إذا كان $Y = 3X - 4$

الحل :

لاحظ بالسؤال كل المعطيات التي تكلمنا فيها بخواص التباين معطاه ما علينا غير نعوض بس لإيجاد تباين Y

$$\mu_Y = E(3X - 4) = 3\mu_X - 4 = 3 \times 50 - 4 = 146$$

بعد ما نعوض القيم بتطلع عندنا معادلة ممكن حلها بالآلة الحاسبة إذا الآن التوقع الرياضي للمتغير Y هو 146

طيب الآن مطلوب منا نطلع الانحراف المعياري نعوض أيضا بالقانون

$$\sigma_Y^2 = a^2 \sigma_X^2$$

قيمة a بالمعادلة السابقة تساوي 3 وهو ببني 3 تربيع فنعوض بـ 3 تربيع وقيمة التباين لأكس موجودة ومعطاه بالسؤال وهو 16 أجل نعوض تعويض مباشر

$$\sigma_Y^2 = 3^2 \times 16 = 9 \times 16 = 144$$

طيب تباين Y معروف أنه جذر الانحراف المعياري للـ Y والانحراف المعياري للـ Y = 144 يعني التباين يساوي (وبالآلة الحاسبة)

$$\sqrt{144} = 12$$

توزيع ذات الحدين وتسمى أيضا (محاولات بيرنوللي)

تعريف تجربة بيرنوللي هو :

إذا أجريت تجربة بيرنوللي وكان n من المرات واحتمال النجاح في المحاولة الواحدة p وكان x يمثل عدد النجاحات فنطبق القانون التالي .

$$nC_x \times p^x \times (1 - p)^{n-x}$$

شروطها :

كل تجربة مستقلة عن الأخرى - وكل محاولة نسمي أحدها بالنجاح والأخرى بالفشل - واحتمال النجاح هو عدد ثابت نرسم له p واحتمال الفشل هو

$$q=1-p$$

عشان تحل توزيع احتمالي ذو حدين لازم يتوفر عندك القيم التالية

$$b(x; n; p)$$

قيمة x بتكون موجود بالسؤال عندما يسألك عن عدد النجاحات .

قيمة n أيضا بتكون بالسؤال وهي عدد إجراء المرات .

قيمة p في حال لم يزودك أياها بالسؤال فمباشرة نتوقع قيمتها $\frac{1}{2}$

مثال : رميت قطعة نقد أربع مرات جد التوازن الاحتمالي لهذه التجربة ثم أوجد احتمال ظهور الصورة أربع مرات ؟

طيب هنا توفر هنا بالسؤال الشروط قيمة n وهي 4 وقيمة p وهي $\frac{1}{2}$ لأنه قلنا بأنه لو قيمة p غير موجودة يعني تساوي نصف نعوض الحين بالقانون :

$$nC_x \times p^x \times (1 - p)^{n-x}$$

$$4C_4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{4-4}$$

المعادلة كاملة وحلها أسهل مما تتوقع بالآلة الحاسبة فقط ما عليك إلا تكتبها بالآلة الحاسبة ويطلع لك الناتج مباشرة وعشان تكتبها بنفس الشكل اتبع الرموز اللي حطيتها لك بالأسفل بنفس الترتيب

$$4 \text{ [SHIFT]} \div 4 \text{ [X]} \text{ [C]} \text{ [1]} \text{ [v]} \text{ [2]} \text{ [R]} \text{ [x]} \text{ [4]} \text{ [R]} \text{ [X]} \text{ [C]} \text{ [1]} \text{ [=]} \text{ [C]} \text{ [1]} \text{ [v]} \text{ [2]} \text{ [R]} \text{ [x]} \text{ [4]} \text{ [=]} \text{ [4]}$$

ثم بعد ذلك تضغط [=] وراح تطلع معك النتيجة وهي

$$\frac{1}{16}$$

توزيع بواسون :

يعتمد توزيع بواسون على القانون التالي

$$p(x; \lambda) = p(x = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

لاحظ القانون مو طويل انت عليك تحفظ هذا $\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ لأنه هو المطلوب لحل المعادلة أما البقية فهي تساعدك على تذكر القيم الموجودة بالأساس في في

السؤال ☺

خلينا نطبق مثال :

تصل المكالمات الهاتفية إلى مقسم أحد المستشفيات بمعدل مكاملة واحدة كل دقيقتين ما احتمال ما يلي :

- صفر مكاملة في أربع .
- 4 مكالمات في أربع دقائق .

طبعا عشان نحل المعادلة لازم تكون عندنا قيمة x وقيمة λ وعشان نطلع قيمة لمدا (λ) عن طريق القانون التالي :

$$\text{قيمة } \lambda = \text{معدل النجاحات } x \text{ (أي مضروبة في) الفترة الزمنية أو المنطقة المحددة اللي هي قيمة } e$$

معدل النجاحات شلون نطلعه عندنا كل دقيقتين مكاملة يعني في المكاملة الواحد تستقبل كم ؟ تستقبل نصف مكاملة هذا هو معدل النجاح الفترة الزمنية حسب الطلب في السؤال بيبي هو في اربع دقائق كذا نعوض مباشرة ونحلها بالآلة الحاسبة

$$\lambda = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

طلعنا قيمة لمدا الحين نحل الفقرة الأولى من السؤال :

قيمة أكس في القانون هي صفر وهي تعكس عدد النجاحات .

نعوض بالمعادلة

$$\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-2} \times 2^0}{0!} = 0.1353$$

طبعاً مو صعبة حسبتها لو كانت بالآلة الحاسبة وكيف تكتبها بالآلة الحاسبة أتبع الأزرار التالية وراح تطلع لك نفس المعادلة



وبعدها تضغط  وراح يطلع لك نفس الناتج

طيب حلينا اللمدا وحلينا الطلب الأول من السؤال الطلب الثاني نفس الطلب الأول بس نعوض القيم الصحيحة

قيمة أكس راح تكون هنا 4 لأن بيبي حساب احتمال 4 مكالمات في أربع دقائق إذا قيمة أكس 4 ولمدا 2

$$\frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} = \frac{e^{-2} \times 2^4}{4!} = 0.0902$$

خواص التوقع الرياضي والتباين للمتغير العشوائي الذي يتبع توزيع بواسون :

طيب أي توقع رياضي يتبع بواسون يمكن معرفته مباشرة بمعرفة قيمة لمدا (λ)

فإن توقع X هو $E(X) = \lambda$ وتباين X هو $\sigma_x^2 = \lambda$

نحل السؤال عشان توضح : ما هو التوقع الرياضي والانحراف المعياري لمتغير عشوائي يتبع توزيع بواسون إذا كان $\lambda = 25$ ؟

عطانا قيمة لمدا إذا التوقع الرياضي هو 25 مباشرة وتكتب $E(X) = 25$

الانحراف المعياري هنا قلنا سابقاً أن الانحراف المعياري هو جذر التباين وهنا قلنا أنه التباين هو قيمة لمدا يعني تباين $= 25$ والانحراف المعياري هو جذر الـ 25

$$\sqrt{25} = 5$$

إنّ الانحراف المعياري هو 5

وكذا نكون انتهينا من الباب الثاني

التوزيعات الاحتمالية المتصلة

التوزيع الطبيعي المعياري

توزيع (t)

توزيع كاي تربيع

توزيع (F)

التوزيع الطبيعي المعياري :

سأحاول هنا اتطرق مباشرة للقانون الذي يفترض بنا حفظه والتعامل معه ومن أراد الشرح بالتفصيل يمكنه مراجعة المحاضرة والمحتوى .
رمز التوزيع الطبيعي المعياري هو

$$Z: N(0, 1)$$

طبعاً بالسؤال أحياناً يبيجك الرمز كذا $X: N(0, 1)$ أو يجبه لك محول جاهز فإذا كان محول جاهز هنا تكون قيمة Z موجوده لديك ويمكنك أستخراج التوزيع الطبيعي المعياري من الجدول الإحصائي مباشرة واللي راح يزوده لنا الدكتور مع الأسئلة أهم شي تعرف كيف تطلع القيمة .

لكن لو ما كان محول القيمة وأعطاك أيها $X: N(0, 1)$ هنا لازم تحولها لقيم Z وعشان تحولها لازم نحفظ القانون وهو

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

وشرح القانون هو :

قيمة μ هي القيمة الأولى بداخل القوس $X: N(0, 1)$ وهي تساوي هنا 0

قيمة σ هي جذر القيمة الثانية بداخل القوس $X: N(0, 1)$ وهي تساوي هنا 1 يعني تطلع جذر العدد اللي راح يعطيك بالسؤال وتوعدس مباشرة بالقانون .

أما قيمة X راح يزودك أيها بالسؤال .

لاحظ أن قيمة Z لازم تكون محصورة بين الصفر والواحد لذلك عند التحويل لو طلعت القيمة أكبر من الواحد لازم تحولها لقيمة أصغر عن طريق إيجاد قيمة Z من الجدول وطرحها من العدد 1.

قبل لا ناخذ مثال هذا الباب يعتمد على الجداول الإحصائية والتي راح يزودنا بها الدكتور في الاختبار عشان نعرف نطلع منها القيم اللي نبيها عشان كذا بذكر كذا مثال للأسئلة اللي ممكن تجينا :

المثال الأول يقول :

نفرض أن وزن العبوات $X = N(85, 2.5^2)$ المطلوب :

$$P(X > 90) -$$

$$P(X < 82) -$$

طيب لاحظ بالسؤال معطيك X يعني لازم تحولها إلى Z لكل الفقرتين بالسؤال وأيضاً القانون قلنا بالمقام نخط جذر القيمة الثانية بالقوس لكن لو لاحظت أن القيمة الثانية حاط لها الدكتور أس 2 إذا القيمة ما يحتاج لها تحويل بس شيل الأس وحطها نفسها لو كانت بدون أس طلع لها الجذر مثل ما شرحنا القانون الحين نعوض للقانون بالقانون التالي :

$$P(X > 90) = Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{90 - 85}{2.5} = 2$$

أذن هنا نجد أن Z تساوي

$$\mathbf{P}(\mathbf{Z} > \mathbf{2})$$

ولأننا قلنا القيمة لازم تكون محصورة بين الصفر والواحد نحول قيمة Z إلى قيمة أصغر من 2 عن طريق طرحها من 1 وعشان نحل المعادلة نوجد قيمة Z المقابلة لقيمة 2 من الجداول الاحصائية كيف !!

لاحظ أن القيمة 2 مافي رقم بعدها ولا رقم قبلها يعني لو تخيلنا اللي بعدها اكيد بتكون 2.00 لأنه القيمة أثنتين فبعد الفاصلة بتكون طبيعي أنها أصفار
انا أقول كذا لأننا راح نقسم الناتج هذا إلى عددين هما 2.0 والعدد الثاني 0.00 عشان نقدر نطلع القيمة من الجدول عشان اختصر الجدول لأنه طويل
بطلع القيم اللي تخص مسألتنا وهي

جدول التوزيع الطبيعي المعياري Z :

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

القيمة ما قبل الفاصلة وما بعدها برقم تكون إلى يسار الجدول وهي القيمة 2.0

القيمة ما بعد الرقم الأول الذي بعد الفاصلة تكون فوق الجدول اللي هي 0.00

والرقم الذي يقع تحت هذا وذاك هو قيمة Z من الجدول وتساوي 0.9773

الحين نوجد قيمة z لما تكون أصغر من 2

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x} > 90) &= P(\mathbf{Z} > 2) = 1 - P(\mathbf{z} < 2) \\ &= 1 - 0.9773 \\ &= 0.0227 \end{aligned}$$

وهي قيمة حتما أصغر من 1

لاحظ المطلوب الثاني في السؤال لو حولناه من X إلى Z

$$P(x < 82) = Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{82 - 85}{2.5} = -1.2$$

هنا الناتج طلع لنا قيمة أصغر من الواحد وبالسالب .. أجل ما راح نحتاج هنا لعملية إيجاد قيمة Z أصغر من واحد هنا راح نعوض مباشرة من الجدول لكن الناتج بالسالب وهنا لازم تعرف انه فيه جدول خاص بالناتج الموجب وجدول خاص بالناتج السالب ... وراح يزودنا بها أيضا الدكتور لذلك نشوف صورة الجدول بالسالب وقبلها نشوف الرقم كيف راح نقسمه الى رقمين لما يقولك 1.2 بالتأكيد هي 1.20 فالرقمين هما :

1.2- هذا بالجهة اليسرى من الجدول ... والرقم 0.00

Table Z: Areas under the standard normal curve (negative Z)

Second decimal place in z										z
0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.02	0.01	0.00	
0.0681	0.0694	0.0708	0.0721	0.0735	0.0749	0.0764	0.0778	0.0793	0.0808	-1.4
0.0823	0.0838	0.0853	0.0869	0.0885	0.0901	0.0918	0.0934	0.0951	0.0968	-1.3
0.0985	0.1003	0.1020	0.1038	0.1056	0.1075	0.1093	0.1112	0.1131	0.1151	-1.2
0.1170	0.1190	0.1210	0.1230	0.1251	0.1271	0.1292	0.1314	0.1335	0.1357	-1.1
0.1379	0.1401	0.1423	0.1446	0.1469	0.1492	0.1515	0.1539	0.1562	0.1587	-1.0

طبعاً ما يضر لو كان الجدول القائمة الأساسية يمين أو شمال يعتمد على حسب الجدول عربي أو انجليزي

هنا قيمة $Z = 0.1151$

في الأسئلة ممكن يريحك من هذا كله " وياليت يسوي كذا الدكتور 😊 " يعطيك قيمة Z جاهزة فيقولك أوجد مثلاً $Z=3.48$ بنفس الطريقة نقسم الرقم إلى اثنين الأول هو 3.4 والثاني راح يكون خذينا الـ 3 فبنحط بدلها صفر وخذنا الـ 4 فبنحط بدلها صفر أجل راح يكون 0.08 ونروح نشوفها بالجدول تحت الرقمين :

Table Z: Areas under the standard normal curve (positive Z)

[illegible]

فيه سؤال ممكن يجيبه له أوجد قيمة Z في :

$$P(-1.23 < Z < -0.68)$$

عشان أطلع مساحة Z المحصورة بين القيمتين لاحظ أن القيم بالسالب .. وقيمة -0.68 هي أكبر من -1.23 لأن السالب كلما الزيادة في القيمة يعني صغرها .

هنا لازم نطبق قاعدة وهي طرح القيمة الأكبر من القيمة الأصغر لذلك المعادلة راح تكون

$$P(Z < -0.68) - P(Z < -1.23)$$

نطلع القيم لـ Z من الجدول وبنفس الطريقة نقسم الرقمين ونطلعهم من الجدول راح يطلعوا

$$P(Z < -0.68) - P(Z < -1.23)$$

$$= 0.2483 - 0.0934$$

$$= 0.1549$$

ملاحظة احتمال وحسب كلام الدكتور بالمحاضرات بأنه يجب لك قيمة الـ Z فما يحتاج كذا تطلعها من الجدول .

توزيع (t) :

رمز التوزيع (t) هو

$$t[\lambda; v]$$

وأیضا عندما تكون قيمة λ صغيرة مثل 0.05 أو 0.01 نستعمل القاعدة التالية عشان نوجد قيمة t

$$t[1 - \lambda; v]$$

مافي داعي تحفظ القانون حقه أحفظ الرمز هذا يغنيك عن القانون لأن السؤال راح يجيك في الغالب بالشكل التالي :

مثال : المتغير العشوائي t يتبع التوزيع t بدرجات حرية 4 , أوجد :

- المساحة الواقعة على يسار 1.532 ؟
- ماهي قيمة t التي يقع على يسارها 0.01 ؟
- قيمة λ بحيث $t[\lambda; 4] = -2.776$

الحل

انت لازم تكون حافظ رمز التوزيع ونعوض القيم فيها مباشرة طبعا من الفقرة الأولى بالسؤال نعرف أن قيمة t تساوي 1.532 فنقول :

$$t[\lambda; 4] = 1.532$$

الآن نبي نوجد قيمة λ لذلك من الجدول الخاص بالتوزيع t احنا بحاجة أن نوجد المساحة اللي على يسار t لاحظ هنا القائمة اللي على اليمين بالجدول راح تختار الرقم 4 وهو يبي القائمة العلوية فكيف تطلعها من قيمة t قيمة t تساوي 1.532 بالجدول ابحت في الأرقام المقابلة للرقم 4 بتلاقي الرقم 1.533 مو مشكلة إذا وجد فرق في الرقم الأخير عن قيمة t لانه ما بتلاقي قيمة t بالجدول نفسها لذلك هذي أقرب قيمة لها بعدها تشوف الرقم بالجدول فوق المقابل للقيمة 1.533 راح تلاقيها 0.90 هذي هي قيمة λ .

الفترة الثانية يبي قيمة t التي على يسارها 0.01 هو معطيك اليمين معناته عشان نطلع القيمة اللي على اليسار نطرح من الرقم 1 بالطريقة التالية :

$$t[0.01; 4] = -t[1 - 0.01; 4]$$

$$= -t[0.99; 4]$$

الآن نشوف القيمة من الجدول اللي محصورة بين 0.99 من القائمة العلوية وبين الرقم 4 من القائمة الجنبية فنجدها

$$= -3.747$$

توزيع (كاي) :

رمز التوزيع (كاي) هو

$$\chi^2[\lambda; v]$$

مثال : إذا كان المتغير χ^2 يخضع لتوزيع كاي بدرجة حرية $v=15$ أوجد :

- 1- قيمة x^2 التي تقع 0.99 من المساحة على يسارها ؟
- 2- قيمة x^2 التي تقع 0.01 من المساحة على يمينها ؟

الحل عندي درجة الحرية وعندي درجة لمدا من المعطيات بالسؤال نحل الفقرة الأولى :

$$x^2 [0.99; 15]$$

الآن عشان نطلع قيمة x^2 من الجدول الخاص بتوزيع كاي والمحصورة بين 15 من القائمة اليمنى والقائمة العلوية 0.99 وبالتالي راح تكون 30.578 هذه هي قيمة x^2

الفقرة الثانية بيبي قيمة x^2 التي تقع 0.01 من المساحة على يمينها . في قانون كاي نلاحظ أن المساحة على اليمين هي متممة للمساحة التي على اليسار لذلك قيمة x^2 ستكون نفسها 30.578

توزيع (F) :

رمز التوزيع (F) هو :

$$F [\lambda ; v_1; v_2]$$

وأيضاً عندما تكون قيمة λ صغيرة مثل 0.05 أو 0.01 نستعمل القاعدة التالية عشان نوجد قيمة t

$$F (\lambda ; v_1; v_2) = \frac{1}{F (1 - \lambda ; v_1; v_2)}$$

رمز التوزيع فوق :

يحدد لك λ من أي جدول راح تأخذ القيم لأنه فيه توزيع F فيه عدة جداول وستكون محددة من قبل الدكتور .

يحدد لك v_1 القيمة العلوية للجدول

يحدد لك v_2 القيمة الجانبية للجدول

ناخذ مثال لو طلب منك أوجد مايلي :

$$F(0.95;9,7) -$$

لاحظ لمدا هي 0.95 يعني نروح لجدول التوزيع (F) الخاص بقيم 0.95 وبعدها نطلع القيمة المحصورة بين نقطة 7 ونقطة 9 راح تكون هذي هي قيمة F وتساوي 3.68

Den. df	A	Numerator df								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	.50	0.506	0.767	0.871	0.926	0.960	0.983	1.00	1.01	1.02
	.90	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.95	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.975	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82
	.99	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.995	16.2	12.4	10.9	10.1	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51
	.999	29.2	21.7	18.8	17.2	16.2	15.5	15.0	14.6	14.3

لاحظ انا اخذت القيمة من مقابل 0.95 التي هي قيمة لمدا لو قيمة لمدا غير يعني مثلاً 0.99 الناتج يتغير إلى 6.72

أحياناً يجب الدكتور جدول يطلب مثلاً قيمة F المحصورة بين 7 و 9 لكن بالجدول تلاقي بدل 9 فيه بس 8 و 10 تأخذ قيمة القيمة تحت 8 ونجمعها مع القيمة تحت 10 ونقسمهم على 2 نطلع لنا القيمة تحت 9 .

مثال ثاني لو طلب منك أوجد مايلي :

$$F(0.01;10,7) -$$

لاحظ قيمة لمدا صغيرة ولا يوجد لها جدول فإذا جانا سؤال كذا نطبق القانون

$$F (\lambda ; v_1; v_2) = \frac{1}{F (\lambda ; v_1; v_2)} = \frac{1}{F (1 - 0.01; 10, 7)} = \frac{1}{F (0.99 ; 10; 7)} = \frac{1}{6.62}$$

والقيمة طلعناها من الجدول للتوزيع F الخاص بـ 0.99

كذا نكون انتهينا من الباب الثالث

الباب الرابع : توزيعات المعاينة

القوانين من الباب الرابع إلى الباب السادس والأخير غير مطلوبة للحفظ فقط أفهمها والدكتور راح يزودنا بأي قانون نحتاجه لحل المسائل المتعلقة بتلك الأبواب

توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{X}$

النظرية الأولى

النظرية الثانية

النظرية الثالثة

النظرية الرابعة

النظرية الأولى :

النظرية بسيطة تقولك باختصار

- الوسط الحسابي للعينة تساوي معدل العينة المسحوبة من المجتمع يعني $\mu_{\bar{X}} = \mu$
- تباين العينة تساوي التباين مقسوم على حجم العينة $\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}$

المسألة سهلة .. لو طلب منك بالسؤال ما يلي : سحبت عينة عشوائية من مجتمع لا نهائي معدلته 70 وتباينه 40 إذا كان حجم العينة 10 أوجد :

- 1- الوسط الحسابي للعينة .
- 2- تباين العينة
- 3- الانحراف المعياري للعينة

الحل :

- 1- الوسط الحسابي للعينة حسب القانون هو نفس معدل العينة المسحوبة إذا الجواب 70
- 2- تباين العينة مثل ما قلنا التباين المعطى بالسؤال مقسوم على حجم العينة

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{40}{10} = 4$$

- 3- الانحراف المعياري كلنا نعرف أن الانحراف المعياري هو جذر التباين والتباين عندنا اللي طلعتنا للعينة يساوي 4 يعني جذرها =

$$\sqrt{4} = 2$$

وكذا انتهينا من النظرية الأولى مافيه زود ... ☺

النظرية الثانية :

تستخدم النظرية الثانية في حل المسألة إذا كان المعاينة من مجتمع طبيعي وسطه وتباينه معلومين وإذا كانا معلومين فإنه يخضع لتوزيع طبيعي معياري أي تستخدم فيها جداول التوزيع الطبيعي المعياري

قانون توزيع المعاينة لوسط حسابي $\bar{X}$ يخضع لتوزيع طبيعي معياري هو :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

لاحظ هنا أن القانون لوسط حسابي يخضع لتوزيع طبيعي هو نفس قانون التوزيع الطبيعي فقط تم إضافة مقسوم على الجذر في المقام والمثال للتوضيح

تخضع علامات الطلاب في احد المقررات لتوزيع طبيعي وسطي 65 وانحراف معياري 18 أخذت عينة عشوائية حجمها 36 طالب أحسب :

1- احتمال أن يزيد وسط علامات العينة على 74

2- احتمال أن يقل وسط علامات العينة على 60

الحل :

نراعي مسألة المقام هنا متغير فهو طالب في الفقرة الأولى ($P(\bar{x} > 74)$ وفي الفقرة الثانية ($P(\bar{x} < 60)$ فنحل كل فقرة لوحدها

مثل ما تعلمنا في التوزيع الطبيعي المعياري بنحول X إلى Z

$$P(\bar{x} > 74) = P\left(Z > \frac{74 - 65}{18/\sqrt{36}}\right) = P(Z > 3)$$

عوضنا في المعادلة وبالألة الحاسبة طلعنا الناتج 3 ولأن قيمة Z تكون دائما أقل من 1 نحول Z من أكبر إلى أصغر بنفس قانون التحويل في التوزيع الطبيعي :

$$P(Z > 3) = 1 - P(Z < 3)$$

نطلع القيمة الموجودة تحت الرقم 3 في الجدول المعياري الطبيعي طبعاً الرقم يكون 3.00 يعني اليمين 3.0 والقيمة العلوية بالجدول 0.00

من الجدول القيمة بتساوي 0.9987 نكمل المعادلة

$$P(Z > 3) = 1 - 0.9987 = 0.0013$$

1- الفقرة الثانية من السؤال يبي احتمال أن يقل وسط علامات العينة على 60

$$P(\bar{x} < 60) = P\left(Z > \frac{60 - 65}{18/\sqrt{36}}\right) = P(Z < -1.67) = 0.0475$$

من الجدول للتوزيع المعياري السالب القيمة الموجودة تحت 1.6 والقيمة 0.07 راح تكون 0.0475

النظرية الثالثة :

تستخدم النظرية الثالثة في حل المسألة إذا كان المعاينة من مجتمع طبيعي وسطه وتباينه غير معلومين وإذا كانا غير معلومين فإنه يخضع لتوزيع t أي تستخدم فيها جداول t

وقانونها هو :

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}}$$

ويخضع التوزيع t بدرجات حرية $\nu = n - 1$

نفس قانون التوزيع الطبيعي المعياري لكن استبدلنا التباين بالانحراف المعياري ليه لأننا في النظرية هنا المجتمع والتباين غير معلومة ولو لاحظنا بالمثال التالي :

إذا كانت أطوال الطلاب في احد الصفوف تتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي 160 سم , إذا سحبت عينة عشوائية من 4 طلاب فما احتمال أن يقل متوسطها الحسابي عن 166 سم إذا علمت أن الانحراف المعياري للعينة يساوي 10 سم؟

لاحظ بالمثال حجم المجتمع غير معلوم ... ولا التباين لذلك مباشرة تطبع النظرية الثانية وتعوض القيم

الحل : يبي منا الآن ($P(\bar{x} < 166)$)

$$T = \frac{\bar{x} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{166 - 160}{10/\sqrt{4}} = \frac{6}{5} = 1.2$$

عوضنا القيم بمعطيات السؤال وطلع لنا قيمة t الحين نبي نطلع ($P(t[\lambda, \nu])$ قيمة ν حنا قلنا تساوي حجم العين ناقص واحد وحجم العينة 4 نطرحها من واحد تصير 3 أما قيمة λ نروح للجدول الخاص بتوزيع t ونبحث عن الرقم 1.2 من الأرقام بالجدول اللي مقابلة درجة الحرية رقم 3 راح نلاقي الرقم فنأخذ أقرب رقم له كان بالجدول 1.638 وهذه القيمة تقع بين 3 وبين 0.90 فنقول أن

$$P(t[\lambda, 3]) = 1.2 = 0.90$$

تستخدم النظرية الرابعة في حل المسألة إذا طلب منا توزيع المعاينة للفرق بين وسطي عينيتين $(\bar{X}, \bar{Y})$

$$Z = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_2 - \mu_1)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

وهو يخضع لتوزيع طبيعي معياري أي تستخدم فيه الجداول الخاصة بالتوزيع الطبيعي المعياري .

لا تخاف من القانون لأنه الدكتور راح يجيبه لنا بالاختبار ما عليك إلا تعرف متى تستخدمه فخلينا نضرب مثال

تخضع علامات الناجحين من امتحان الدراسة الثانوية في إحدى المدارس (أ) لتوزيع طبيعي معدله 70 وانحرافه المعياري 12 ومدرسة ثانية (ب) تخضع لعلامات التوزيع الطبيعي معدله 74 وانحرافه المعياري 16 , أخذت عينة عشوائية حجمها 16 من المدرسة أ وعينة عشوائية أخرى حجمها 9 من المدرسة ب . على فرض أن الوسط الحسابي للعينة الأولى $\bar{x}$ والثانية $\bar{y}$ أوجد :

$$P(\bar{y} - \bar{x}) > 8 \quad -$$

بنعوض بالقيم مباشرة من السؤال إلى القانون :

$$Z = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{8 - (74 - 70)}{\sqrt{\frac{(12)^2}{16} + \frac{(16)^2}{9}}} = 0.65$$

يعني $P(z > 0.65)$ وبما أننا عارفين أن قيمة z تكون من 1 فأقل لذلك نقوم بتحويل الأكبر إلى أصغر كالتالي :

$$P(z > 0.65) = 1 - P(z < 0.65)$$

من خلال جدول التوزيع الطبيعي المعياري نوجد القيمة الواقعة تحت 0.65

$$= 1 - 0.7422$$

$$= 0.2578$$

وكذا نكون انتهينا من الباب الرابع

الباب الخامس : التقدير

القوانين من الباب الرابع إلى الباب السادس والآخر غير مطلوبة للحفظ فقط أفهمها والدكتور راح يزودنا بأي قانون نحتاجه لحل المسائل المتعلقة بتلك الأبواب

التقدير

التقدير بنقطة

التقدير بفترة وفيه 6 نظريات

التقدير بنقطة :

قانونها هو

تقدير معدل المجتمع μ دانما يساوي الوسط الحسابي للعينة

تقدير تباين المجتمع $\sigma_x^2 = \sigma^2$ يعني عشان نطلع تباين مجتمع بنظرية النقطة من خلال قانون :

$$\sigma_x^2 = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

مثال : أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبي $N(\mu, \sigma^2)$ فكانت قيمتها 6,4,7,3,5 أوجدنا تقديرا معدل المجتمع μ وتباين المجتمع σ^2

الحل : تقدير معدل مجتمع انا قلت لك يساوي مباشرة الوسط الحسابي نأخذ القيم السابقة وهي 6.4.7.3.5 نجمعهم ونقسمهم على عددهم وهنا عددهم 5 ومجموعهم 25 نقسم 25 على 5 يساوي 5 هذا هو الوسط الحسابي

اما بالنسبة للتباين فنطبق القانون اللي فوق

$$\sigma_x^2 = \frac{(6 - 5)^2 + (4 - 5)^2 + (7 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (5 - 5)^2}{5 - 1} = 2.5$$

بالآلة الحاسبة طبعاً

وحتى في توزيع بواسون تقدير معدل = هو الوسط الحسابي

فلو قالنا بالمثل في توزيع بواسون قدر عدد النجاحات في فترة زمنية معينة (λ) بناء على عينو عشوائية 7,7,7,7,7

فالحل : نأخذ الوسط الحسابي

لازم نعرف أن النظرية بفترة تتخللها بعض الأمور التي لازم نعرفها لأنها راح تطبق في كل النظريات يوجد لدينا 6 نظريات في درس التقدير وكلهم لازم تعرف فترة الثقة أو توجد ما فبدل ما تعيد عملية إيجاد فترة الثقة كل سؤال يختصرها هنا لك واحفظها .

طبعاً الدكتور ببجيب فترة الثقة 98% أو 95% أو 90% ما راح يجيب غيرهم أبد عشان نحل أي مسألة في التقديرات لازم نتبع الخطوات التالية :
أولاً : نقوم بتحويل عملية الفترة وذلك طبعاً لإيجاد قيمة $1-\alpha/2$ الموجودة بالقانون وعشان نختصرها احفظوها من هنا وتستخدم مع كل النظريات

فترة 98% تساوي 99% تساوي 0.99

فترة 95% تساوي 97.5% تساوي 0.975

فترة 90% تساوي 95% تساوي 0.95

هذا التحويل حق كل قيمة الفترة التي ممكن تجيك بالسؤال .

ثانياً تعوض القيم المعطاه بالسؤال على القانون الذي بيعطيك آياه الدكتور علما أن القانون غير مطلوب حفظه فقط أعرف متى تستخدم القانون أو أي قانون تستخدم .

بكتب لك القانون وأقولك متى تسخدمه وبحل لك مسألة عشان تعرف كيف تعوض من السؤال وذلك لضيق الوقت ولاحظ القوانين كلها نفس الشيء مع تغيير فيها حسب النظرية المستخدمة فيها علما أن الجانب الأيسر من القانون هو نفسة الجانب الأيمن فقط الجانب الأيسر بالسالب والأيمن بالموجب .

النظرية الأولى بتقدير الفترة :

يستخدم في حال كان مجتمع طبيعي معلوم تباينه و حجم العينة فيها أقل من 30

قانونها :

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

النظرية الثانية بتقدير الفترة :

نفس قانون النظرية الأولى ويستخدم في حال كان مجتمع غير طبيعي معلوم تباينه بشرط حجم العينة فيها أكبر أو تساوي 30

قانونها :

$$\left(\bar{x} - Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

النظرية الثالثة بتقدير الفترة :

ويستخدم في حال كان مجتمع طبيعي غير معلوم تباينه هنا يتحول من توزيع طبيعي إلى توزيع (t) ونستخدم معاه جداول التوزيع (t)

قانونها :

$$\left(\bar{x} - t[1-\alpha/2, n-1] \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t[1-\alpha/2, n-1] \frac{S}{\sqrt{n}} \right)$$

ويستخدم في حال طلب منك بالسؤال إيجاد فترات الثقة للفرق بين وسيطين ونستخدم معاه جداول التوزيع الطبيعي المعياري

قانونها :

$$\left((\bar{x} - \bar{y})Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\bar{x} - \bar{y})Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right)$$

النظرية الخامسة بتقدير الفترة :

ويستخدم في حال طلب منك بالسؤال إيجاد النسبة ونستخدم معاه جداول التوزيع الطبيعي المعياري

قانونها :

$$\left(\bar{P} - Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}, \bar{P} + Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}} \right)$$

علماً أنه قيمة $\bar{P}$ توجد من خلال القانون التالي :

$$\bar{P} = \frac{x}{n}$$

النظرية السادسة بتقدير الفترة :

ويستخدم في حال طلب منك بالسؤال إيجاد نسبة الفرق بين النسبتين من مجتمع بيرنوللي

قانونها :

$$\left((\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{P}_1(1-\bar{P}_1)}{n_1} + \frac{\bar{P}_2(1-\bar{P}_2)}{n_2}}, (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) + Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\bar{P}_1(1-\bar{P}_1)}{n_1} + \frac{\bar{P}_2(1-\bar{P}_2)}{n_2}} \right)$$

هنا نهاية الباب الخامس

لاتجهد نفسك بحفظ القانون كما ذكرت فقط اعرف شكل القانون يستخدم مع أي حاله وراح يزودك الدكتور بالقانون وبالنسبة للرموز بالقانون كلها راح تكون معطيك إياها الدكتور بس تعوض وتطلع القيمة