أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

المحاضرة الأولى

تعريف المجموعات وأنواعها والعمليات المرتبطة بها

مثال: $A=\{a, b, c, d\}$ أي أن المجموعة A تتكون من العناصر a و b و c و d

$b \in A$ أي أن العنصر b ينتمي إلى المجموعة A

$f \notin A$ أي أن العنصر f لا ينتمي إلى المجموعة A

مثال: يمكن أن نعبر عن الحادثة : $A=\{ (x,y) : x + y = 7 \}$

الصفة المميزة $A=\{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

مثال: إذا كانت $A=\{2,4,6\}$ و $B=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

مجموعة الجزئية $A \subset B$

مثال: أي المجموعات التالية متكافئة وأيها متساوية؟

$$1)\ A=\{1,3,5,7\}\ ,\ B=\{3,1,5,7\}$$

<u>متساويتان</u> $1)\quad A=B$

$$2)\ A=\{0,1,2\}\ ,\ B=\{a,b,c\}$$

<u>متكافئتان</u> $2)\quad A\equiv B$

مثال:

A={1 , 2, -6 , -7}

B={-6, -7, -11}

الاتحاد $(A \cup B)$ = {1, 2, -6, -7, -11}

مثال:

A={1 , 2, -6 , -7}

B={-6, -7, -11}

التقاطع $A \cap B$ = {-6, -7}

مثال:

S={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20}

A={1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19}

B={1, 2, 3, 6, 8, 11, 12, 14, 16}

$\overline{A}$ مكملة المجموعة A $\qquad$ $\overline{A}$ ={2, 4, 6, 20}

$\overline{B}$ مكملة المجموعة B $\qquad$ $\overline{B}$={4, 5, 7, 9, 10, 13, 15, 17, 18, 19, 20}

من المجموعة الكلية U

مثال: $A=\{1,2,3,x,y\}$ و $B=\{3,4,5,x,w\}$

الفرق $A-B=\{1,2,y\}$

أمثلة

A={x: x عدد طبيعي اصغر من ٧}

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

B={x: x عدد طبيعي زوجي يقبل القسمة على٢}

حسب فهمي للسؤال → $B = \{0, 2, 4, 6, 8, ...\}$

C={y: y حرف من حروف الهجاء المحصور بين c و h}

$C = \{d, e, f, g\}$

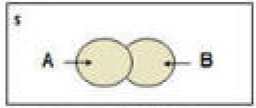
D={x: x عدد طبيعي فردي اصغر من ١٧}

حسب فهمي للسؤال → $D = \{15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1\}$

الاعداد الطبيعية الزوجية هى التى تقبل القسمة على ٢ وأصغر عدد طبيعى زوجى هو الصفر ومن أمثلتها ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ،.........

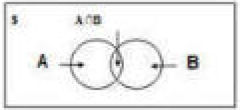
الاعداد الطبيعية الفردية هى التى لا تقبل القسمة على ٢ واصغرها الواحد ومن أمثلتها ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ،.........

تمثيل المجموعات من خلال استعمال الأشكال الهندسية

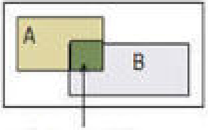


B و A شكل فن لتمثيل إتحاد حادثتين

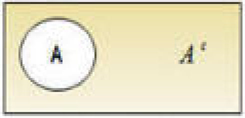
$(A \cup B)$



B و A شكل فن لتمثيل تقاطع حادثتين



$(A \cap B)$

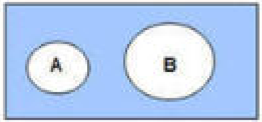


$\overline{A}$ A^c

A شكل فن لتمثيل مكملة الحادثة

$A \cap B = \phi$

$A \cap A^c = \phi$



B و A شكل فن لتمثيل حادثتان متنافيتان

$$\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \ldots\ldots \cup_n$$

مثال: قذفت قطعة نقود معدنية ثلاث مرات، أوجد فراغ العينة Ω وعدد عناصرها واكتب الحوادث التالية وعدد عناصر كل منها:

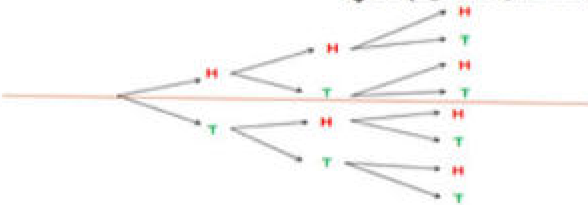
Ω= {(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)}

A= {(HHH), (HHT), (HTH), (HTT)}

B= {(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH)}

C = {(THH), (TTH)}

ويمكن من خلال استخدام الرسم الشجري معرفة فراغ العينة للمثال السابق (في تجربة رمي عملة معدنية ثلاث مرات) كالتالي:



المتغيرات العشوائية

مثـــال :

إذا كانت نسبة مبيعات أحد المراكز التجارية من التفاح الأمريكي 0.60، بينما يكون نسبة مبيعاته من الأنواع الأخرى للتفاح 0.40، اشترى أحد العملاء عبوتين،

والمطلوب:

- **كون فراغ العينة.**

إذا عرف المتغير العشوائي بأنه عدد العبوات المشتراة من التفاح الأمريكي، فأوجد الآتي:

- **التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي .**
- **ارسم دالة الاحتمال لهذا المتغير.**

الحــل:

تكوين فراغ العينة:

التجربة هنا هو شراء وحدتين من عبوات التفاح، ومن ثم فراغ العينة يتكون من أربع نتائج، هي:

لذا تكون القيم الممكنة للمتغير العشوائي هي:

$x=0$ **إذا كانت العبوتين من النوع الآخر، أى إذا كانت نتيجة التجربة (آخر، آخر)**

$x=1$ **إذا كان أحد العبوتين من النوع الأمريكي، أي إذا كانت نتيجة التجربة (آخر، أمريكي) أو (أمريكي،آخر)**

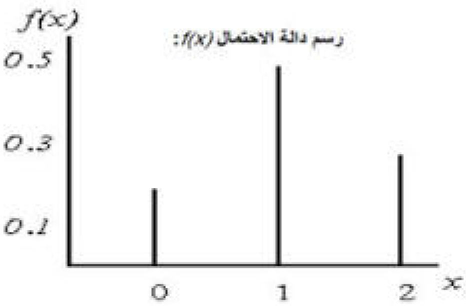
$x=2$ **إذا كان العبوتين من النوع الأمريكي، أي إذا كانت نتيجة التجربة (أمريكي ، أمريكي)**

ومن ثم يأخذ المتغير القيم: $X:\{x=0,1,2\}$ **، ويرتبط احتمالات هذه القيم باحتمالات نتائج التجربة المناظرة لها كما هو مبين أعلاه، ومن ثم يكون التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي** X **هو:**

جدول التوزيع الاحتمالي لعدد العبوات المشتراة من التفاح الأمريكي

x_i	$f(x_i)$
0	٠.١٦=٠.٤*٠.٤
1	٠.٤٨=(٠.٦*٠.٤)(٠.٦*٠.٤)
2	٠.٣٦=٠.٦*٠.٦
$\sum$	1

رسم دالة الاحتمال $f(x)$:



مثـال:

في المثال السابق احسب ما يلي:

- الوسط الحسابي لعدد العبوات المشتراة من النوع الأمريكي:
- احسب الانحراف المعياري لعدد العبوات المشتراة من النوع الأمريكي.
- أوجد معامل الاختلاف النسبي

الحل:

الوسط الحسابي لعدد العبوات من النوع الأمريكي:

لحساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري يتم استخدام المعادلة الخاصة بذلك وهذا يتطلب تكوين جدول يشمل المجاميع التالية: $\sum x_i^2 f(x_i)$ ، $\sum x_i f(x_i)$ ، وذلك كما يلي:

x_i	$f(x_i)$	$x_i f(x_i)$	$x_i^2 f(x_i)$
0	0.16	0	0
1	0.48	0.48	0.48
2	0.36	0.72	1.44
$\sum$	1	1.20	1.92

الوسط الحسابي هو: $\mu = \sum x_i \ f(x_i) = 1.20$

ولحساب الانحراف المعياري يجب أولا حساب التباين وهو:

$$\sigma^2 = \sum x_i^2 \ f(x_i) - \mu^2 = 1.92 - (1.20)^2 = 0.48$$

إذا الانحراف المعياري قيمته هي: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.48} = 0.693$

معامل الاختلاف النسبي هو: $C.V = \dfrac{\sigma}{\mu} \times 100 = \dfrac{0.693}{1.2} \times 100 = 57.7$

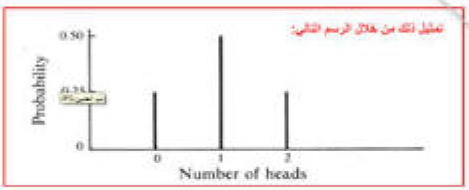
المحاضرة الرابعة

التوزيعات الإحتمالية

أ- توزيع ذي الحدين

مثال: عند رمي عملة متوازنة مرتين فإن النواتج الممكنة هي **TT,TH,HT,HH** وإذن :

$$P(0H)=\frac{1}{4} \qquad P(1H)=\frac{1}{2} \quad \text{and} \quad P(2H)=\frac{1}{4}$$



عدد الصور	إمكانية حدوثها	الاحتمال
0	TT	0.25
1	TH, HT	0.50
2	HH	0.25

مثال:

باستخدام توزيع ذي الحدين يمكننا إيجاد احتمال الحصول على **4** صور في **6** رميات لعملة متوازنة كالاتى :

$P(x)$= احتمال عدد **x** من النجاحات

$$P(X)=\frac{n!}{X!(n-X)!}P^{x}(1-P)^{n-X}$$

$$P(4)=\frac{6!}{4!(6-4)!}(1/2)^{4}(1/2)^{2}=\frac{6\bullet5\bullet4\bullet3\bullet2\bullet1}{4\bullet3\bullet2\bullet1\bullet2\bullet1}(1/16)(1/4)=15(1/64)=\frac{15}{64}\cong 0.23$$

عدد الصور المتوقع في ست رميات هو: $\mu=np=(6)(1/2)=3$

الانحراف المعياري للتوزيع الاحتمالي لست رميات هو:

$$\sigma=\sqrt{np(1-p)}=\sqrt{(6)(1/2)(1/2)}=\sqrt{6/4}=\sqrt{1.5}\cong 1.22\,heads$$

مثال: إذا كان من المعلوم أن عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة من سلعة معينة خلال الشهر تتبع توزيع بواسون بمتوسط 3 وحدات شهريا، إذا عرف المتغير العشوائي X بأنه عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر من هذه السلعة.

ب- توزيع بواسون:

المطلوب:

- ما نوع المتغير العشوائي؟
- اكتب شكل دالة الاحتمال لهذا المتغير.
- احسب الاحتمالات التالية:
  - احتمال أن الأسرة تستهلك وحدتين خلال الشهر؟
  - احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر؟
- احسب الوسط الحسابي، والانحراف المعياري لعدد الوحدات المستهلكة
- حدد شكل التوزيع.

الحل:

عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة متغير كمي منفصل، ومدى هذا المتغير في هذه الحالة هو: $X : \{x = 0,1,2,3,\ldots\}$

شكل دالة الاحتمال:

بما أن متوسط عدد الوحدات التي تستهلكها الأسرة خلال الشهر هو: $\mu = 3$ ، إذا

دالة الاحتمال هي:

$$P(x) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

$$= \frac{e^{-3}3^{x}}{x!} \quad , \quad x = 0,1,2,\ldots$$

حساب الاحتمالات:

حساب احتمال أن أسرة ما تستهلك وحدتين خلال الشهر، $p(2)$

$$P(2) = \frac{e^{-3}3^{2}}{2!} = \frac{0.0498(9)}{2\times 1} = 0.22404$$

احتمال أن أسرة ما تستهلك 3 وحدات على الأكثر خلال الشهر هو:

$$P(X \le 3) = p(3) + p(2) + p(1) + p(0)$$

$$= \left[\frac{3^3}{3!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^0}{0!}\right]\left[\frac{0.0498}{1}\right]$$

$$= [0.0498]\left(\frac{27}{6} + \frac{9}{2} + \frac{3}{1} + \frac{1}{1}\right) = 0.0498(13) = 0.6474$$

الوسط الحسابي (μ) في حالة التوزيع البواسون هو معلمة معطاة هي: $\mu = 3$

التباين يساوي الوسط الحسابي: $\sigma^2 = \mu = 3$

الانحراف المعياري هو: $\sigma = \sqrt{\mu} = \sqrt{3} = 1.732$

حساب معامل الاختلاف النسبي $C.V = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 = \frac{1.732}{3} \times 100 = 57.7\%$

دائما توزيع بواسون موجب الالتواء

e =أساس نظام اللوغاريتمات الطبيعي **وتوجد في بعض الالات الحاسبة، وقيمتها هي:** $e = 2.718$ **تقريبا، ويمكن حساب قيمتها باستخدام الآلة الحاسبة.**

مثال:

يتلقى قسم شرطة في المتوسط **5** مكالمات في الساعة فيكون احتمال تلقي مكالمتين في ساعة مختارة عشوائياً هو :

$$P(x) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!}$$

$$= \frac{e^{-5}5^x}{x!} = \ , \quad x = 0,1,2,...$$

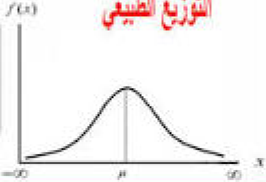
$$= \frac{(25)(0.00674)}{(2)(1)} = 0.08425$$

أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

المحاضرة الخامسة

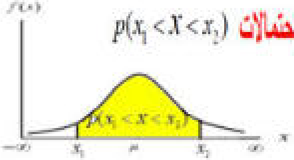
التوزيعات الإحتمالية

التوزيع الطبيعي

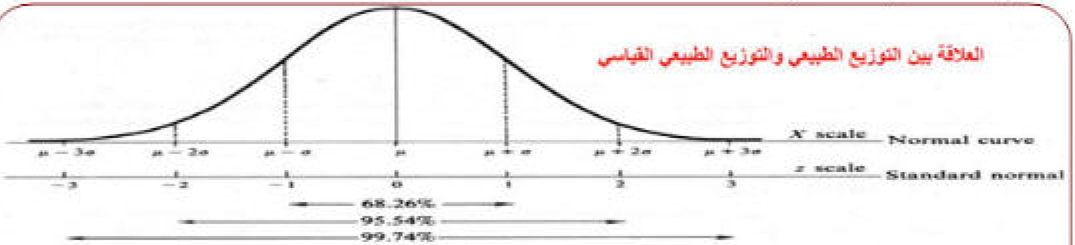


تدل قيمة μ على مكان مركز الجرس، كما تدل σ على كيفية الانتشار.
فالقيمة الصغيرة لـ σ تعني أن لدينا جرس طويل مدبب، والقيمة الكبيرة لـ σ تعني أن الجرس قصير ومفرطح

حساب الاحتمالات $p(x_1 < X < x_2)$



العلاقة بين التوزيع الطبيعي والتوزيع الطبيعي القياسي



احتمال وقوع أية مشاهدة على بعد انحراف معياري واحد من الوسط الحسابي هو 0.6827

احتمال وقوع أي مفردة على بعد إنحرافين معياريين من الوسط الحسابي هو 0.9545

احتمال وقوع أية مفردة على بعد ثلاثة انحرافات معيارية من الوسط الحسابي هو 0.9973

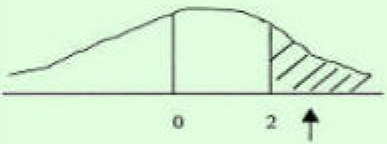
مثال احتمال أن تكون قيمة Z أكبر من ٢:

الحل:
حيث أن احتمال أن تكون Z أقل من صفر = ٠.٥٠٠٠ ومن الجدول احتمال Z في (٢.٠٠) = ٠.٤٧٧٢٥ اذن احتمال أن تكون قيمة Z أكبر من ٢ هي :

0.02275 = 0.47725 - 0.5000

اسئلة شبيهة

2- أن يزيد الايداع النقدي عن 700 د. ك.

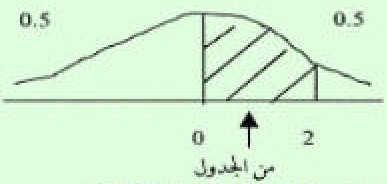


$$P(x > 700) = P(Z > 2)$$
$$= 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0.9772$$
$$= \underline{0.0228}$$

اذا ذكر في السؤال اكثر نطرح

اذا ذكر في السؤال اقل نجمع

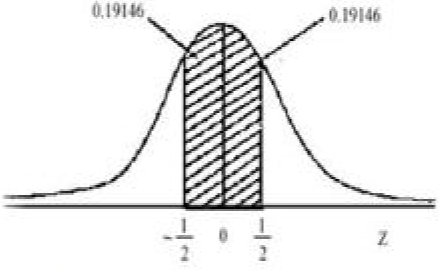
1- يقل الإيداع النقدي عن 700 د.ك.



$$P(x \leq 700)$$
$$Z = \frac{700 - 500}{100} = 2$$
$$P(Z \leq Z) = 0.5 + 0.4772 = \underline{0.9772}$$

http://www.arab-api.org/course7/c7_4_2_1_e.htm

مثال
- احتمال أن تقع Z بين صفر و 0.5.
- احتمال أن تقع Z بين 0.5 و 0.5-.



احتمال أن تقع Z في الفترة (0, 05) والمساحة المقابلة لقيمة Z = 0.19146
كذلك احتمال أن تقع Z في الفترة (0, -0.5) = 0.19146

اذن احتمال أن تقع Z في الفترة
(0.5 و -0.5) = ٢ × 0.19146 = 0.38292
وهي تتمثل بالمساحة المظللة في الرسم التالي:

مثال

قامت إحدى الشركات بإجراء اختبار للمتقدمين لشغل بعض الوظائف الشاغرة بها، فإذا علمت أن درجات هذا الاختبار تتبع توزيعا معتدلا وسطه الحسابي 500 وانحرافه المعياري 100 درجة وأن أحد الممتحنين قد اختير عشوائيا،

ما هو احتمال أن تكون درجة المتقدم أكبر من 700؟

الحل:

إذا كانت X تمثل أي درجة لأي ممتحن، فإن X تتبع توزيعا معتدلا وسطه الحسابي 500 درجه وإنحرافه المعياري 100 درجه، وباستخدام المعادلة الخاصة بالدرجة المعيارية

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$$

القيمة المعيارية Z للقيمة 700 هي : $Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{700-500}{100} = \frac{200}{100} = +2$

مثال

إذا اختير أحد الممتحنين عشوائيا، فما هو احتمال أن تزيد درجته عن الوسط الحسابي بأكثر من انحرافين معياريين؟

لإجابة على هذا السؤال فإننا نستخدم الشكل التالي:

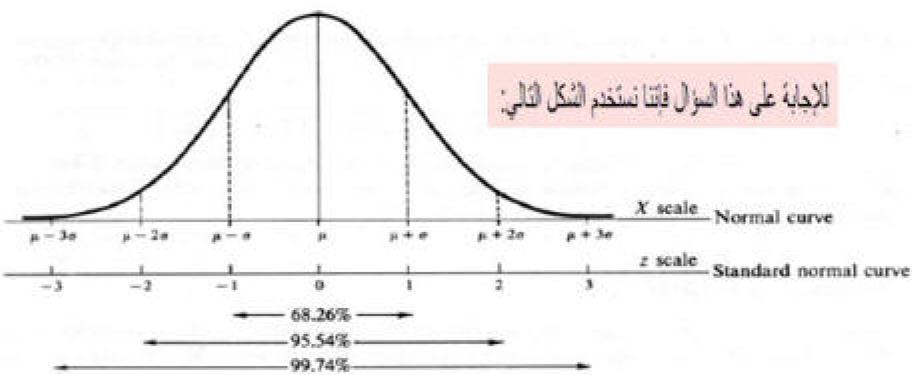


Fig. 3-4

والذي يبين أن المساحة تحت المنحنى المحصورة بين انحرافين معياريين من الوسط الحسابي 95.45% وبالتالي تكون المساحة المتبقية من المنحنى أي مساحة طرفي المنحنى هي (1-0.9545=0.0455)، ونتيجة لتماثل المنحنى حول وسطه الحسابي، فإن مساحة الطرف الأيمن للمنحنى تساوي مساحة طرفه الأيسر، أي تساوي (0.0455/2=0.02275).

لذا فإن المساحة تحت المنحنى على يمين ($\mu+2\sigma$) من الوسط الحسابي (أي على يمين $+2\sigma$) تساوي 0.02275 وهي قيمة احتمال أن تكون درجة الشخص الذي اختير عشوائيا أكبر من 700

مثال:

أوجد احتمال أن Z أقل من (<) 1.64

الحل:

الجدول التالي جزء من جدول الاحتمالات المتجمعة للتوزيع المعتدل المعياري

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05
1.6					0.9495	

فالإحتمال المتجمع المناظر للقيمة 1.64 يوجد أمام الصف 1.6 وتحت العمود 0.04 (لاحظ أن 1.6 + 0.04 = 1.64) وهي قيمة Z المطلوب إيجاد الاحتمال المتجمع عندها، وهذا الإحتمال هو 0.9495 ، أي أن $P(Z<1.64)=0.9495$ وهذا هو الإحتمال المتجمع للمتغير Z من ($-\infty$) إلى 1.64

Tables of the Normal Distribution

Probability Content from -oo to Z

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495

مثال: أوجد أن احتمال أن Z أكبر من (>) 1.64

الحل:
إن مجموع الاحتمالات المتجمعة لأي متغير عشوائي يساوي (١)، وحيث أن المساحة الكلية تحت منحنى أي متغير عشوائي مستمر تمثل مجموع الاحتمالات، لذا فإن هذه المساحة تساوي (١) لذا فإن :

$$P(Z>1.64)=1-P(Z<1.64)=1-0.9495=0.0505$$

مثال: أوجد المساحة تحت المنحنى المعتدل المعياري على يمين Z=-1.65

الحل:
المنحنى المعتدل كما أوضحنا منحنى متماثل حول الصفر، وبالتالي فإن المساحة تحت المنحنى على يمين 1.65- تساوي المساحة تحت المنحنى على يسار 1.65 ، أي أن $P(Z>-1.65)=P(Z<1.65)$

وباستخدام جدول التوزيع الطبيعي نجد أن $P(Z<1.65)=0.9505$ أي أن الإحتمال المتجمع من 1.65- إلى $+\infty$
أي أن:

$$P(Z<-1.65)=1-P(Z<1.65)=1-0.9505=0.0495$$

مثال:

افترض أن إدارة المرور بالاحساء وضعت جهازا للرادار على طريق الدمام عند مدخل المبرز وذلك لضبط السيارات المسرعة في فترة معينة من اليوم، افترض أن X تمثل السرعة في الساعة للسيارات التي تمر بمدخل المبرز في فترة عمل الرادار، إذا كانت X تتوزع توزيعا معتدلا وسطه الحسابي 60 ميلا وتباينه 25 ميلا، أوجد التالي:

الحل:

١- نسبة السيارات التي تقل سرعتها عن ٥٠ ميلا في الساعة :

$$P(X<50)=P(\frac{x-\mu}{\sigma}<\frac{50-60}{\sqrt{25}})=P(Z<-2)=1-0.9772=0.0228$$

٢- نسبة السيارات التي تزيد سرعتها عن 65 ميلا في الساعة :

$$P(X>65)=P(\frac{x-\mu}{\sigma}>\frac{65-60}{\sqrt{25}})=P(Z>1)=1-P(Z\le 1)=1-0.8413=0.1587$$

٣- نسبة السيارات التي تكون سرعتها بين 60 ميلا و 77.45 في الساعة :

$$P(60\le X\le 77.45)=P(\frac{60-60}{\sqrt{25}}\le Z\le \frac{77.45-60}{\sqrt{25}})$$

$$=P(0\le Z\le 3.49)=P(Z\le 3.49)-P(Z\le 0)$$

$$=0.9998-0.5000=0.4998$$

٤- عدد السيارات المتوقع سرعتها بين 60 ميلا و 77.45 ميلا من بين 10000 سيارة :

1000(0.4998)=4998

توزيع t ستيودنت

مثال : احسب القيمة الحرجة (نقطة القطع) بتوزيع t لدرجات حرية 8 ومستوى الدلالة 10 (الاحتمال بالذيل الأيمن)

الحل : بالبحث في الجدول توزيع t عند درجات 8 والعمود الخاص بمستوى الدلالة 10، نجد أن القيمة عند تقاطع الصف و العمود تساوي 1.860

$P(t8 >= 1.397) = .10$
$P(t8 <= 1.397) = .90$

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10
df						
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860

مثال: أوجد نقطة القطع العليا للمتغير العشوائي t عندما تكون درجات الحرية 20 ومستوى الدلالة 0.95

الحل : $t_\alpha = -t_{1-\alpha}$

$$t_{(20,0.95)} = -t_{(20,0.05)} = 1.725$$

توزيعات المعاينة

العينات الاحتمالية

العينة العشوائية	جميع عناصر المجتمع لها نفس الفرصة في الظهور في العينة
العينة الطبقية	يقسم المجتمع إلى طبقتين على الأقل ثم نختار العينة من كل منهما
العينة المنتظمة	نختار نقطة بداية من المجتمع ثم نختار العنصر الموجود على بعد ثابت من هذه النقطة
العينة العنقودية	يقسم المجتمع إلى مساحات أو أجزاء ثم نختار عشوائيا بعض هذه المساحات، ثم نختار جميع عناصرها بالعينة.

العينات غير الاحتمالية

عينة الصدفة	يتم اختيارها عن طريق الصدفة
العينة العمدية (القصدية)	يتم اختيار أفراد العينة تحت شروط معينة لتحقق الهدف من التجربة
العينة الحصية	يقسم المجتمع إلى أجزاء ثم نختار العينة من كل جزء من أجزاء المجتمع وفقا للنسب المحددة

مستوى الثقة وحدودها

مستوى ثقة إحصائية قدره (٦٨.٢٦%) أو باحتمالية قدرها (٠.٦٨٢٧) يقع متوسط مجتمع الدراسة بين قيمة متوسط متوسطات العينات و (+ و -) درجة واحدة من الخطأ المعياري .

مستوى ثقة إحصائية قدرها (٩٥%)، أو باحتمالية (٠.٩٥) يقع متوسط مجتمع الدراسة بين متوسط متوسطات العينات و (+ و –) درجتان من الخطأ المعياري تقريبا.

مستوى ثقة إحصائية قدرها (٩٩%) أو باحتمالية قدرها (٠.٩٩) يقع متوسط مجتمع الدراسة بين قيمة متوسط متوسطات العينات و (+ و –) ثلاث درجات من قيمة الخطأ المعياري تقريبا.

مثال:

قام أحد الباحثين في مجال الزراعة بدراسة مائة مزرعة، فوجد أن متوسط مساحة المزرعة الواحدة (٥٣) هكتارا، وبانحراف معياري عن المتوسط بقيمة (٢٦) هكتارا أحسب حدود الثقة في تقدير متوسط مساحة المزرعة في منطقة الدراسة؟

الحل:

$$\hat{\mu} = \overline{X} \pm Z\sigma_{\overline{x}}$$

$$= 53 \pm (1.96)\frac{26}{\sqrt{100}}$$

$$= 53 \pm 5.1$$

عندها يمكن القول بأنه وبثقة إحصائية قدرها (٩٥%) إن معدل مساحة المزرعة في منطقة الدراسة يقع بين (٥٣ + ٥.١ = ٥٨.١) هكتار و (٥٣ – ٥.١ = ٤٧.٩) هكتار . أما إذا أراد الباحث أن يكون مستوى الثقة الإحصائية (٩٩%) حينها يستبدل (١.٩٦) بـ (٢.٥٨) في المعادلة أعلاه ليكون المعدل المتوقع بين (٤٦.٣) و (٥٩.٧) هكتار.

مثال:

إذا كان لدينا مجتمع إحصائي مؤلف من العاملين في منشأة صغيرة حجمه N=4 مفردات، ومكون من القيم {0,2,4,6}

$$\mu = \frac{0+2+4+6}{4} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(0-3)^2+(2-3)^2+(4-3)^2+(6-3)^2}{4} = 5$$

الوسط الحسابي للعينة (الإحصائي) = الوسط الحسابي للمجتمع (المعلمة)

$\bar{X} = \mu$

الانحراف المعياري للعينة = الخطأ المعياري للمجتمع

$S_{\bar{x}} = \sigma_{\bar{x}}$

رقم العينة	العينة		المتوسط	رقم العينة	العينة		المتوسط
1	0	0	0	9	4	0	2
2	0	2	1	10	4	2	3
3	0	4	2	11	4	4	4
4	0	6	3	12	4	6	5
5	2	0	1	13	6	0	3
6	2	2	2	14	6	2	4
7	2	4	3	15	6	4	5
8	2	6	4	16	6	6	6

عدد العينات الممكن سحبها مع الإعادة يعطى بالعلاقة

$N^n = 4^2 = 16$

متوسطات العينات العشوائية المسحوبة تتراجع بين (0 ، 6) أنظر الجدول

الجدول الاحتمالي لتوزيع معاينة الأوساط الحسابية $\bar{X}$,

المتوسط	0	1	2	3	4	5	6
(P)	1/16	2/16	3/16	4/16	3/16	2/16	1/16

نود اختيار عينات من هذا المجتمع بدون إرجاع وبالإرجاع، مع العلم بان حجم العينة =٢

لم اضع اسئلة هذا الموضوع لانني اتوقع انه محذوف وكذلك لم ياتي في اسئلة الاختبار والله اعلم..

المحاضرة ٧

التقدير الإحصائي

درجة الثقة	معامل الضرب في الخطأ المعياري (معامل الثقة)
68.26%	1
95.44%	2
99.72 %	3

درجة الثقة	معامل الثقة Z
68.26%	1
90%	1.65
95 %	**1.96**
95.44%	2
99%	**2.58**
99.72%	3

ملاحظة أن 95%، 99% هي أشهرها على الإطلاق

مثال:

فلو سحبت عينة عشوائية من مجموع مجتمع الناخبين في دولة ما حجمها 100 ناخب، فإذا كان الوسط الحسابي والانحراف المعياري للدخل السنوي للناخبين بالعينة هما على الترتيب 90 ألف ريال و 25 ألف ريال.

المطلوب:

أوجد فترة تقدير للوسط الحسابي للدخل السنوي لمجموع الناخبين في هذه الدولة بدرجة ثقة 95% ؟

الحل: بما أن فترة تقدير الوسط الحسابي للمجتمع هي :

$$\hat{\mu} = \bar{X} \pm Z \frac{S}{\sqrt{n}}$$

حجم العينة $n = 100$

الوسط الحسابي للعينة $\bar{X} = 90$

والانحراف المعياري للعينة $S = 25$

وحيث أن درجة الثقة هي ٩٥% فإن: $Z = 1.96$ حسب ما هو موضح في الجدول السابق. وبالتالي فإن فترة تقدير الوسط الحسابي للدخل السنوي لمجتمع الناخبين بدرجة ثقة ٩٥% هي :

$$\hat{\mu} = 90 \pm 1.96 \frac{25}{\sqrt{100}}$$

$$= 90 \pm 1.96(2.5)$$

$$= 90 \pm 4.9$$

$$\mu = \begin{cases} 85.1 \\ 94.9 \end{cases}$$

أي أن الوسط الحسابي للدخل السنوي لمجتمع الناخبين يتراوح بين 85.1 ألف ريال كحد أدنى، 94.9 ألف ريال كحد أعلى، وذلك بدرجة ثقة % 95.

مثال:

أخذت عينة عشوائية حجمها **144** بوسط مقداره **100** وانحراف معيارى مقداره **60** وبالتالي فإن فترة تقدير الوسط الحسابى للمجتمع بدرجة ثقة ٩٥% هي :

$$\hat{\mu} = \overline{X} \pm 1.96 S_{\overline{X}}$$
$$= \overline{X} \pm 1.96 \frac{S}{\sqrt{n}}$$
$$= 100 \pm 1.96 \frac{60}{\sqrt{144}}$$
$$= 100 \pm 1.96(5)$$
$$= 100 \pm 9.8$$

أى أن $\hat{\mu}$ تقع بين 90.2 , 109.8 بدرجة ثقة 95% . وكثيرا ما تستخدم أيضاً درجات الثقة 90 , 99% وهى مناظرة لقيمة z=2.58 , z=1.64 على الترتيب

مثال:

إذا كانت دخول الأفراد اليومية في إحدى دول العالم النامية تتبع التوزيع الطبيعي بانحراف معياري $\sigma = 15$ دولاراً، فما هو حجم العينة المناسب لتقدير متوسط دخول الأفراد في هذه الدولة بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير متوسط الدخل اليومي 5 دولارات، وذلك بدرجة ثقة % 99؟

الحل :

في هذا المثال نجد أن :

درجة الثقة % 99 أي أن : Z = 2.58

أقصى خطأ مسموح به هو 5 دولارات، أي أن : e = 5

والانحراف المعياري للمجتمع : $\sigma = 15$

وبالتعويض بهذه القيم في المعادلة التي تحدد حجم العينة وهي :

$$n = \frac{Z^2 \sigma^2}{(e)^2}$$

فإن حجم العينة مقرباً لأقرب عدد صحيح هو :

$$n = \frac{(2.58)^2 (15)^2}{5^2}$$
$$= \frac{(6.65)(225)}{25}$$
$$= \frac{1496.25}{25} = 59.85 \approx 60$$

أي أنه يجب على الباحث أن يأخذ عينة لا يقل حجمها عن 60 فرداً حتى يكون لديه تقديراً دقيقاً عن متوسط دخول الأفراد في هذه الدولة بحيث لا يتعدى الخطأ في تقديره لمتوسط الدخل عن خمس دولارات، وذلك بدرجة ثقة % 99.

مثال:

يرغب أحد مدراء إحدى المصانع فى تقدير متوسط عدد الدقائق التى يأخذها العمال لإنجاز عملية صناعية معينة بحيث لا يتعدى الخطأ في تقدير متوسط الأداء في حدود ± 3 دقيقة وبدرجة ثقة 90% . ويعلم المدير من خبرته الماضية أن الانحراف المعيارى σ هو 15 دقيقة .

الحل :

في هذا المثال نجد أن :

درجة الثقة ٩٠% أي أن : Z = 1.65

أقصى خطأ مسموح به هو ٣ دقائق، أي أن : e = 3

والانحراف المعياري للمجتمع : $\sigma = 15$

وبالتعويض بهذه القيم في المعادلة التي تحدد حجم العينة وهي :

$$n = \frac{Z^2 . \sigma^2}{(e)^2}$$

فإن حجم العينة مقرباً لأقرب عدد صحيح هو :

$$n = \frac{(1.65)^2 (15)^2}{3^2}$$

$$= \frac{(2.72)(225)}{9}$$

$$= \frac{612}{9} = 68$$

أي أنه يجب على المدير أن يأخذ عينة لا يقل حجمها عن 68 فرداً حتى يكون لديه تقديراً دقيقاً لعدد الدقائق التى يأخذها العمال لإنجاز عملية صناعية معينة بحيث لا يتعدى الخطأ في تقديره لمتوسط الإنجاز عن ثلاث دقائق، وذلك بدرجة ثقة % 90.

أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

التقدير الإحصائي

مثال

على العينة أقل من ٣٠ و المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي :

سحبت عينة عشوائية من **n=10** بطارية فلاش متوسطها ٥ ساعات، والانحراف المعيارى للعينة **s=1** ساعة من خط إنتاج من المعروف أنه ينتج بطاريات عمرها موزع طبقاً للتوزيع الطبيعى .

المطلوب :

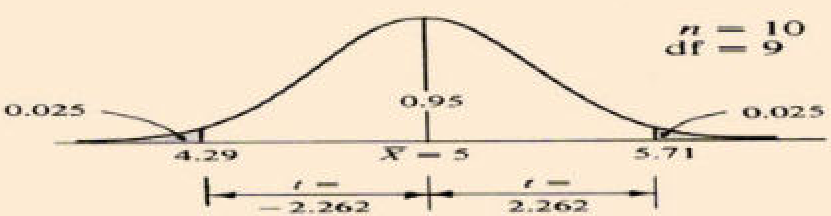
إيجاد فترة الـ **95%** ثقة للمتوسط غير المعلوم لعمر البطاريات فى المجتمع كله.

الحل:

لإيجاد فترة الـ **95%** ثقة للمتوسط غير المعلوم لعمر البطاريات فى المجتمع كله، فإننا نوجد أولا قيمة **t 0.025** و التى تكون معها **2.5%** من المساحة عند الأطراف لدرجات حرية **n-1=9** . ونحصل على هذه القيمة من خلال الرجوع إلى جدول **t** بالتحرك تحت عمود **0.025** حتى درجات حرية **9** والقيمة التى سيتم التحصل عليها هى **2.262** إذن:

$$\hat{\mu} = \overline{X} \pm 2.262 \frac{s}{\sqrt{n}} = 5 \pm 2.262 \frac{1}{\sqrt{10}} \cong 5 \pm 2.262(0.316) \cong 5 \pm 0.71$$

وتقع $\hat{\mu}$ بين **4.29 , 5.71** ساعة بدرجة ثقة **95%** (أنظر الشكل التالى):



مثال:

إذا رغبت جهة معينة إجراء دراسة على بيانات محددة، أوجد التالي:

١) كيف يمكن إيجاد قيمة *t* التى تناظر %10 من المساحة عند الأطراف وبدرجات حرية 9 ؟

الحل:

١) يمكن الحصول على قيمة *t* المناظرة لنسبة **%10** من المساحة عند **الأطراف** بالتحرك عبر العمود الذى رأسه **0.10** فى جدول t حتى نصل إلى درجات حرية **9** . وهذا يعطى قيمة *t* تساوى **t=+1.383** . وبالتماثل، فإن **%10** من المساحة لتوزيع *t* بدرجات حرية **9** تقع عند الطرف الأيسر وذلك إلى اليسار من **t=-1.383**.

t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20
df					
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383

٢) كيف تفسر قيم *t* مختلفاً عن تفسير قيم Z ؟

2) تشير قيم *t* فى جدول توزيع t إلى المساحات (الاحتمالات) عند أطراف توزيع *t* المقابلة لدرجات الحرية المعينة، أما قيم Z فى جدول التوزيع الطبيعي فإنها تشير إلى المساحات (الاحتمالات) تحت المنحنى الطبيعى المعيارى التى تقع بين المتوسط وبين قيم Z المحددة.

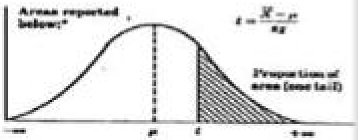
٣) أوجد قيم t المناظرة لنسب 5، 0.5 ، 2.5 % من المساحة عند الأطراف لعدد 9 من درجات الحرية ؟

٣) بالتحرك عبر الأعمدة التى رؤوسها **0.05**، **0.025**، و **0.005** فى جدول توزيع t حتى نصل إلى **9 df** ،نحصل على قيم **t =+1.833** ، **t=+2.262**، و **t=+3.250** على الترتيب . وكنتيجة للتماثل فإن **5**، **2.5**، و **0.5%** من المساحة تقع فى الطرف الأيسر لتوزيع t لدرجات حرية **9** إلى اليسار من **t=-1.833** ، **t=-2.262**، **t=-3.350** على الترتيب .

الدكتور اخطأ في اختيار الارقام من الجدول

جدول توزيع t

df	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250



٤) أوجد قيم t المناظرة لنسب 5، 0.5 ، 2.5 % عند الأطراف لحجم عينة n كبير جداً أو لا نهائى ؟

٤) عندما يكون حجم العينات (ودرجات الحرية) كبيرة جـــداً أو نهائية فإن قيمة $t_{0}.05 = 1.645$ ، $t_{0}.005 = 2.576$ و $t_{0}.025 = 1.960$ (من الصف الأخير فى جدول توزيع t) . وهذه تتطابق مع قيم **z** المناظرة فى جدول التوزيع الطبيعي . وبالتحديد $t_{0}.05 = 1.645$ تعنى أن **2.5%** من المساحة تحت توزيع t بدرجات حرية ∞ تقع عند الطرف الأيمن ، إلى اليمين من **t=1.96** . وبالمثل ، فإن **z=1.96** تعطى (من جدول التوزيع الطبيعي) **0.4750** من المساحة تحت التوزيع الطبيعى القياسى من $\mu = 0$ إلى **z=1.96**

وعليه لدرجات حرية هى $df = n-1 = \infty$ فإن توزيع t يتطابق مع التوزيع القياسى الطبيعى .

مثال:

عينة عشوائية حجمها 144 ناخباً سحبت من إحدى المدن فوجد أن عدد المؤيدين في العينة لمرشح معين هو 60 ناخباً، أنشئ فترة تقدير لنسبة المؤيدين لهذا المرشح في المدينة كلها بدرجة ثقة % 95.

الحل:

نحسب أولاً نسبة المؤيدين للمرشح في العينة $\hat{P}$ التي نحصل عليها بقسمة عدد المؤيدين له على العدد الكلي للعينة (حجم العينة) أي أن :

$$\hat{P} = \frac{60}{144} = 0.42$$

وحيث أن درجة الثقة المطلوبة هي % 95 فإن معامل الثقة المناســب هو: $Z = 1.96$ وفترة تقدير نسبة المؤيدين لهذا المرشح في المدينة تأخذ الشكل التالي :

$$P = \hat{P} \pm z\sqrt{\frac{\hat{P}(1-\hat{P})}{n}}$$

وبالتعويض عن حجم العينة $n = 144$

والنسبة في العينة $\hat{P} = 0.42$ ، $1-\hat{P} = 1-0.42 = 0.58$

ومعامل الثقة $Z = 1.96$

نحصل بعدها على :

$$P = 0.42 \pm 1.96\sqrt{\frac{0.42 \times 0.58}{144}}$$

$$= 0.42 \pm (1.96)(0.0411)$$

$$= 0.42 \pm 0.08$$

$$\therefore P \begin{cases} 0.34 \\ 0.50 \end{cases}$$

أي أن نسبة المؤيدين للمرشح في المدينة تتراوح بين 0.34 , 0.50 وذلك بدرجة ثقة % 95 ، بمعنى آخر أن نسبة مؤيدي هذا المرشح في هذه المدينة لا تتجاوز % 50 كحد أعلى، وبالتالي ففرصته في الفوز كمرشح قد لا تكون كبيرة وذلك بدرجة ثقة % 95 بمعنى أن هذا الحكم لا تتجاوز نسبة الخطأ فيه % 5.

أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

إختبار الفروض الإحصائية

مثال :

عينة عشوائية حجمها 49 شخصاً اختيرت من أفراد دولة ما، فإذا كان الوسط الحسابي لدخول الأفراد الأسبوعية في العينة هو 75 دولاراً. كيف يمكن اختبار الفرض الصفري بأن متوسط الدخل الأسبوعي لمواطني هذه الدولة يساوي 72 دولاراً مقابل الفرض البديل أنه لا يساوي 72 وذلك بمستوى معنوية % 5 إذا علمت أن الانحراف المعياري لدخول الأفراد يساوي 14 دولاراً.

الحل : ١- الفرض العدمي : هو أن متوسط المجتمع يساوي 72 وبالرموز: $Ho : \mu = 72$

٢- الفرض البديل : هو أن المتوسط لا يساوي 72 وبالرموز: $H1 : \mu \neq 72$

٣- الإحصائية: بما أن العينة كبيرة فإن الإحصائية في حالة اختبار الوسط تأخذ الشكل التالي :

$$Z_{\bar{x}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

بالتعويض نحصل على :

$$Z_{\bar{x}} = \frac{75 - 72}{\frac{14}{\sqrt{49}}}$$

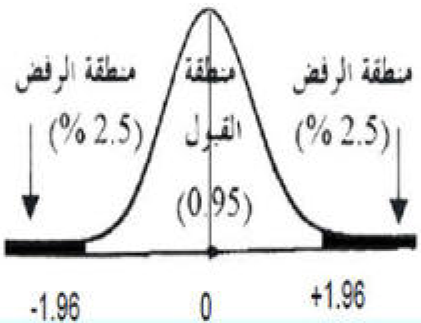
$$Z_{\bar{x}} = \frac{3}{\frac{4}{7}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

أي أن قيمة الإحصائية تساوي 1.5

حيث $n = 49, \sigma = 14, \bar{X} = 75, \mu = 72$

٤- حدود منطقتي القبول والرفض: نحصل عليها من التوزيع الطبيعي المعياري حيث مستوى المعنوية 5% وبما أن الفرض البديل هو: "لا يساوي" فإن ما يستخدم في هذه الحالة هو اختبار الطرفين كما في الشكل التالي :

وقد حصلنا على حدود منطقتي القبول والرفض وذلك بقسمة درجة الثقة (المكملة لمستوى المعنوية) والتي تساوي 0.95 على 2 فنحصل على 0.4750 وبالكشف في جدول التوزيع الطبيعي المعياري عن Z التي تقابل المساحة 0.4750 نجد أنها تساوي 1.96 وحيث أنها موزعة على طرفي المنحنى بالتساوي فنضع إشارة موجبة في النصف الأيمن، وإشارة سالبة في النصف الأيسر، أي أن منطقة القبول تبدأ من القيمة ١.٩٦- وتستمر حتى القيمة ١.٩٦ + (أي أن أي قيمة محصورة بين هاتين القيمتين تكون في منطقة القبول، وأي قيمة خارج هذه الحدود تكون في منطقة الرفض).

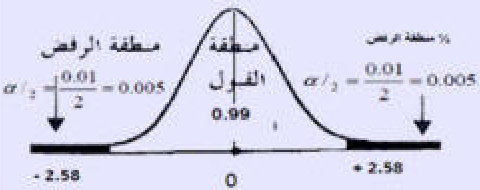


٥- المقارنة والقرار: وبمقارنة قيمة الإحصائية المحسوبة من الخطوة رقم 3 (والتي تساوي 1.5) بحدود منطقتي القبول والرفض (من الخطوة رقم 4) نجد أنها تقع في منطقة القبول لذلك فإن القرار هو:

قبول الفرض الصفري بأن متوسط دخول الأفراد الأسبوعية في هذه الدولة يساوي 72 دولاراً وذلك بمستوى معنوية % 5.

لو استخدمنا مستوى معنوية 1% بدلاً من 5% كما في المثال أعلاه فإن حدود منطقتي القبول والرفض تصبح كما يلي :

وبمقارنة قيمة الإحصائية 1.5 بحدود منطقتي القبول والرفض نجد أنها تقع في منطقة القبول أي أن القرار هو نفسه قبول الفرض الصفري ولن يتغير بل يتأكد باستخدام مستوى معنوية 1%.



مثال:

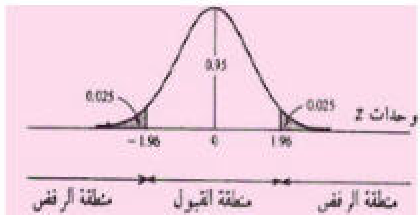
افترض أن شركة ترغب في اختبار ما إذا كان يمكنها الادعاء بأن متوسط عمر المصباح من إنتاجها هو 1000 ساعة احتراق. وأنها قامت بأخذ عينة عشوائية حجمها $n = 100$ من إنتاجها فوجدت أن متوسط العينة $\bar{X} = 980$ ساعة والانحراف المعياري للعينة $s = 80$ ساعة.
فإذا أرادت الشركة القيام بالاختبار عند مستوى معنوية 5%، فعليها القيام بالتالي:

الحل:

حيث أن μ يمكن أن تساوي أو تزيد عن، أو تقل عن 1,000، فإن الشركة يجب أن تضع الفرض الصفري والفرض البديل كالآتي:

$$H_0 : \mu = 1{,}000 \qquad H_1 : \mu \neq 1{,}000$$

وحيث أن $n > 30$ ، فإن توزيع المعاينة للوسط يكون تقريباً طبيعياً (ويمكن استخدام s كتقدير بدلاً من σ) . وتكون منطقة القبول للاختبار عند مستوى المعنوية 5% بين 1.96 تحت التوزيع الطبيعي القياسي وحيث أن منطقة الرفض تقع عند ذيل التوزيع، فإن الاختبار يسمى اختبار ذو ذيلين.
وتكون الخطوة الثالثة إيجاد القيمة المناظرة لقيمة $\bar{X}$:



$$z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_{\bar{X}}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{80 / \sqrt{100}} = \frac{-20}{8} = -2.5$$

وحيث أن قيمة z المحسوبة تقع داخل منطقة الرفض، فإن على الشركة أن ترفض الفرضية الصفرية (H_0) أي أن $\mu = 1{,}000$ وتقبل الفرضية البديلة (H_1) أي $\mu \neq 1{,}000$ وذلك عند مستوى معنوية 5%.

مثال:

ترغب شركة أن تعرف بدرجة ثقة 95% ما إذا كان يمكنها الادعاء بأن صناديق الصابون المسحوق الذي تبيعها تحتوي على اكثر من 500 جرام (حوالي 1.1 رطل) من الصابون. وتعرف الشركة من الخبرة الماضية أن أوزان الصابون بالصناديق تتبع التوزيع الطبيعي. وقد أخذت الشركة عينة عشوائية حجمها 25 = n ووجدت أن 520 = $\bar{X}$ جرام و 75 = s جرام.

الحل:

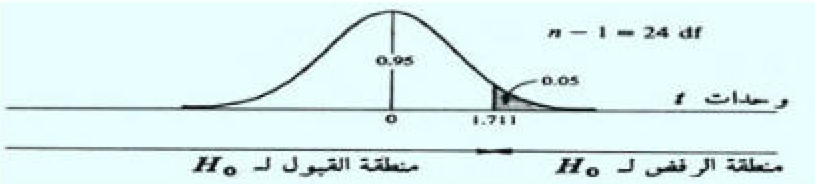
وحيث أن الشركة ترغب في اختبار ما إذا كانت 500 < μ، فإن :

$$H_0 : \mu = 500 \quad H_1 : \mu > 500$$

وحيث أن التوزيع طبيعي ، 30 > n، وكذلك σ غير معلومة، فعلينا أن نستخدم توزيع t (بدرجة حرية 24 = 1 − n) لتحديد المنطقة الحرجة، أي منطقة الرفض، للاختبار بمستوى معنوية 5%. ونجد ذلك في الجدول المخصص لاختبار t ويعرضها الشكل التالي، ويسمى هذا اختبار الذيل الأيمن. وأخيراً ، حيث أن

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} = \frac{520 - 500}{75/\sqrt{25}} = \frac{20}{15} = 1.33$$

وهي تقع داخل منطقة القبول، وتقبل H_0 أي 500 = μ ، عند مستوى معنوية 5% (أو بدرجة ثقة 95%) .



أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

اختبار الفروض الإحصائية المعلمية

مثال:

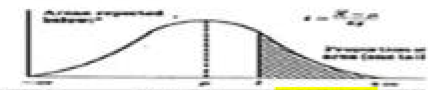
افترض أن مستوى المعنوية في مشكلة معينة يساوي 0.05 ، وأن حجم العينة يساوي 20 ، أوجد قيمة T الحرجة التي تناظر التالي:

١- اختبار ذو طرف أيمن.
٢- اختبار ذو طرف أيسر.
٣- اختبار ذو طرفين.

الحل:

١- عندما تكون $\alpha = 0.05$ و $v = (20-1) = 19$ ، نجد أن القيمة الموجودة أمام الصف 19 وتحت الإحتمال 0.05 الموجود في الصف العلوي الأول من الجدول هو 1.729 ، أي أن قيمة t الحرجة بدرجات حرية 19 ومستوى معنوية 0.05 هو 1.729 (لاختبار ذو طرف أيمن)، ويبين الجدول التالي جزء مستقطع من جدول t :

Q V		0.05
19		1.729



df	0.10	0.05
18	1.330	1.734
19	1.328	1.729
20	1.325	1.725
21	1.323	1.721

٢- ونتيجة لأن توزيع t متماثل حول الصفر، فإن قيمة t الحرجة بدرجات حرية 19 والتي تكون المساحة إلى يسارها مساوية 0.05 هي 1.729- ، وهذا في حالة الاختبار ذو الطرف الأيسر.

٣- إذا كان الاختبار ذو طرفين فإن قيمة α هي قيمة 2Q الموجودة في الصف العلوي الثاني من جدول t ، وبالنظر إلى الجدول نجد أن القيمة الحرجة لـ $t = 2.093$ وهي القيمة الموجودة أمام الصف 19 وتحت العمود 0.05 في صف 2Q العلوي الثاني، ويبين الجدول التالي جزء مستقطع من جدول t :

2Q V		0.05
19		2.093

t Table

cum. prob	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05
df							
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093

مثال على اختبار Z :

إذا كان متوسط استهلاك الفرد السعودي من الدجاج حسب تقارير وزارة الصحة هو (١٢) كيلوجرام بانحراف معياري (٦) كيلوجرامات لفترة السبعينات الميلادية. أجرى أحد الباحثين دراسة في عام ٢٠٠٣م من عينة قوامها (٤٩) فرداً ووجد أن متوسط الاستهلاك للفرد هو (١٤) كيلوجرام. هل تشير الدراسة الحالية أن متوسط الاستهلاك أرتفع عما عليه في السبعينات.

الحل: ١) فرض العدم والفرض البديل.

فرض العدم: $H_0: \mu=12$

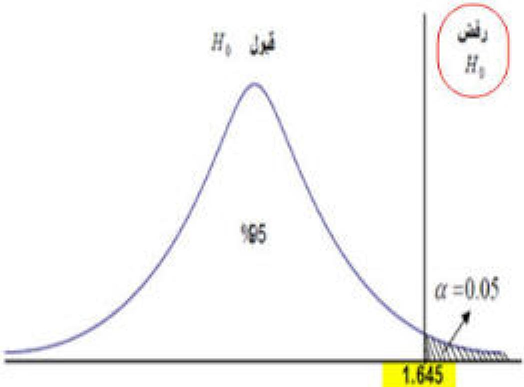
الفرض البديل: $H_1: \mu>12$

٢) مستوى الدلالة =(0.05):

٣) إحصائية الاختبار (Z):

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{14-12}{6/\sqrt{49}} = 2.33$$

٤) تحديد قيمة Z المعيارية من الجدول عند مستوى دلالة (٠.٠٥)، نحتاج لتحديد قيمة Zα التي تقع على اليمين وتساوي ١.٦٤٥
(أنظر الشكل التالي):



t Table

cum. prob	$t_{.50}$	$t_{.75}$	$t_{.80}$	$t_{.85}$	$t_{.90}$	$t_{.95}$
one-tail	0.50	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05
two-tails	1.00	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10
df						
1	0.000	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314
2	0.000	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920
3	0.000	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353
4	0.000	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132
5	0.000	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015
6	0.000	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943
7	0.000	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895
8	0.000	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860
9	0.000	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833
10	0.000	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812
11	0.000	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796
12	0.000	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782
13	0.000	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771
14	0.000	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761
15	0.000	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753
16	0.000	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746
17	0.000	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740
18	0.000	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734
19	0.000	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729
20	0.000	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725
21	0.000	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721
22	0.000	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717
23	0.000	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714
24	0.000	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711
25	0.000	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708
26	0.000	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706
27	0.000	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703
28	0.000	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701
29	0.000	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699
30	0.000	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697
40	0.000	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684
60	0.000	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671
80	0.000	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664
100	0.000	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660
1000	0.000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646
z	0.000	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645
	0%	50%	60%	70%	80%	90%

٥) بما أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة النظرية المستخرجة من الجدول كما يبين الشكل، فإنها تقع في منطقة الرفض. وبذلك نرفض فرض العدم حيث أن البيانات المتوفرة تقدم دليلاً كافياً على أن متوسط استهلاك الفرد من لحوم الدواجن في الوقت الحالي قد ارتفع بمستوى معنوي أو ذو دلالة عما علية في سبعينات القرن الماضي.

مثال على اختبار t :

لو كانت لدينا عينة عشوائية تتكون من ٢٥٠ طالب وجد أن الوسط الحسابي لأطوال طلاب العينة ١٥٥.٩٥سم، والانحراف المعياري = ٢.٩٤ سم، علما بأن الوسط الحسابي لأطوال طلاب الجامعة يبلغ ١٥٨ سم، اختبر أهمية الفرق المعنوي بين الوسط الحسابي لأطوال طلاب العينة والوسط الحسابي لأطوال طلاب الجامعة .

الحل :

سيتم اختبار الفرضيات التالية :

الفرضية الصفرية : لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط أطوال الطلاب في العينة ومتوسط أطوال الطلاب في الجامعة

$$(\mu = \mu_0)$$

الفرضية البديلة : توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط أطوال الطلاب في العينة ومتوسط أطوال الطلاب في الجامعة

$$(\mu \neq \mu_0)$$

مستوى الدلالة : α = ٠.٠٥

منطقة الرفض : قيمة (ت) الجدولية عند مستوى دلالة α ٠.٠٥ ودرجات حرية ٢٤٩ = ١.٩٦٠

المختبر الإحصائي :

$\overline{X}$ = ١٥٥.٩٥سم

μ = ١٥٨سم

n = ٢٥٠ طالب

S = ٢.٩٤ سم

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S / \sqrt{n}} = \frac{155.95 - 158}{2.94 / \sqrt{250}} = -11.006$$

القرار :

∵ قيمة ت المحسوبة (- ١١.٠٠٦) أكبر من قيمة ت المجدولة (١.٩٦) عند مستوى دلالة α = ٠.٠٥ .

حساب قيمة (ت) لنفس المثال السابق من خلال استخدام برنامج الـ SPSS

T-Test

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
الطول	250	155.9520	2.9422	.1861

One-Sample Test

	Test Value = 158					
					95% Confidence Interval of the Difference	
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Lower	Upper
الطول	-11.006	249	.000	-2.0480	-2.4145	-1.6815

يتضح من النتائج أن قيمة (ت) المحسوبة t-test = -١١.٠٠٦ ، ودرجات الحرية df = ٢٤٩ ، وقيمة Sig. (2-tailed) = ٠.٠٠٠ ، وبما أن قيمة Sig. (2-tailed) في الجدول (٠.٠٠٠) أصغر من قيمة α = ٠.٠٥ فإننا بالتالي نرفض الفرضية الصفرية، أي أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط أطوال العينة ومتوسط أطوال طلاب الجامعة .

أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

محمد الجناحي

اختبار الفروض الإحصائية المعلمية

مثال

أراد باحث أن يعرف أثر استخدام نظم مساندة القرارات على كفاءة القرارات التي تتخذها الإدارة بمساعدة تلك النظم، فوزع ٥٠ مديرا لمنشآت صناعية عشوائيا في مجموعتين، ثم عين أحدهما بطريقة عشوائية لتكون مجموعة تجريبية والأخرى ضابطة، وفي نهاية التجربة وزع على المجموعتان استقصاء يقيس درجة فاعلية القرار وكفاءته عندما يتم اتخاذه باستخدام نظم مساندة القرارات بدلا من الطريقة التقليدية فكانت النتائج كما يلي:

المجموعة الضابطة	المجموعة التجريبية
٢٥ = n_2	٢٥ = n_1
٦.٠٠ = $\overline{X_2}$	٧.٦٠ = $\overline{X_1}$
١.٧٨ = S_2^2	٢.٢٧ = S_1^2

فهل تدل هذه البيانات على أن أداء المجموعة التجريبية كان أفضل من أداء المجموعة الضابطة عند مستوى α = ٠.٠٥ ؟

الحل :

سيتم اختبار الفرضيات التالية :

الفرضية الصفرية : لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط المجموعة التجريبية ومتوسط المجموعة الضابطة ($\mu_1=\mu_2$).

الفرضية البديلة : توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط المجموعة التجريبية ومتوسط المجموعة الضابطة لصالح المجموعة التجريبية ($\mu_1>\mu_2$)

مستوى الدلالة : α = ٠.٠٥ .

منطقة الرفض : ∵ قيمة مستوى الدلالة α = ٠.٠٥ والاختبار بذيل واحد ، ودرجات الحرية = ٢٥ + ٢٥ - ٢ = ٤٨ ، بذلك تكون قيمة (ت) الجدولية = ١.٦٨

المختبر الاحصائي :

$$t=\frac{\overline{X_1}-\overline{X_2}}{S\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

التباين يساوي:

$$S^2=\frac{\left[(n_1-1)(S_1^2)\right]+\left[(n_2-1)(S_2^2)\right]}{(n_1+n_2)-2}$$

$$S^2=\frac{\left[(25-1)(2.27)^2\right]+\left[(25-1)(1.78)^2\right]}{(25+25)-2}=4.16$$

الإنحراف المعياري يساوي : $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{4.16} = 2.04$

قيمة (ت) من خلال تطبيق العلاقة التالية

$$t = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{S\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{7.60 - 6.0}{2.04\sqrt{\frac{1}{25} + \frac{1}{25}}} = 2.77$$

القرار :

∵ قيمة (t) المحسوبة (٢.٧٧) أكبر من قيمـــة (ت) المجدولة (١.٦٨) عند مستوى دلالة α = ٠.٠٥ .

∴ نرفض الفرضية الصفرية ونقبل البديلة

أي أن المجموعة التي خضعت للتجربة يصبح أداؤهم أفضل في عملية اتخاذ القرار من الذين لم يخضعون للتجربة وذلك عند مستوى دلالة α٠.٠٥ .

حساب قيمة (ت) لنفس المثال السابق من خلال استخدام برنامج الـ SPSS

T-Test

Group Statistics

	GROUP	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
USE_GDSS	USE DSS	25	7.6000	2.2730	.4546
	NOT USE DSS	25	6.0000	1.7795	.3559

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means				
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. E Differe
USE_GDSS	Equal variances assumed	1.096	.301	2.771	48	.008	1.6000	.5
	Equal variances not assumed			2.771	45.386	.008	1.6000	.5

يتضح من النتائج أن قيمة (F) = ١.٠٩٥ ومستوى دلالتها ٠.٣٠١ وهذه القيمة أكبر من ٠.٠٥ ، مما يدل على أنها غير دالة (وهذا يعني أن هناك تجانس بين تباين المجموعتين)، وهذا يدفعنا إلى قراءة نتائج اختبار (ت) المقابلة للعبارة "افتراض تساوي التباين" Equal variances assumed، من هذه النتائج نلاحظ أن قيمة (ت) المحسوبة t-test = ٢.٧٧١ ، ودرجات الحرية df = ٤٨ ، وقيمة Sig. (2-tailed) =٠.٠٠٨ ، وبما أن قيمة Sig. (2-tailed) في الجدول (٠.٠٠٨) أصغر من قيمة α = ٠.٠٥.

فإننا بالتالي نرفض الفرضية الصفرية، أي أنه توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط المجموعة التجريبية ومتوسط المجموعة الضابطة لصالح المجموعة الضابطة (وذلك بسبب حصولها على متوسط حسابي أكبر = ٧.٦٠).

مثال	الإختبار القبلي	الإختبار البعدي

السؤال لم يتم ذكره في الاختبار وبالتالي لم اتطرق اليه نفس المحاضرة

محمد الجابر

أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

إختبار الفروض الإحصائية المعلمية

مثال : إذا كان لدينا ثلاث منتجات لإحدى الشركات الصناعية ، وتم تقييمها من قبل مجموعة من المستهلكين وحصلنا على النتائج التالية :

المنتج (١) X_1	المنتج (٢) X_2	المنتج (٣) X_3
٧	٤	٢
١٠	٦	٢
١٠	٧	٣
١١	٩	٧
١٢	٩	٦
٥٠	٣٥	٢٠

المطلوب: هل هناك فروق ذات دلالة بين المنتجات الثلاثة ؟

الحل :

لكون لدينا ثلاث متغيرات فترية، ولرغبة الشركة معرفة الفروق بين هذه المتغيرات موضع الدراسة، فإن أنسب أسلوب إحصائي هنا هو تحليل التباين الأحادي One Way ANOVA ، ولغرض حساب تحليل التباين الأحادي، علينا اتباع الخطوات التالية:

المنتج (١) X_1		المنتج (٢) X_2		المنتج (٣) X_3	
X_1	X_1^2	X_2	X_2^2	X_3	X_3^2
٧	٤٩	٤	١٦	٢	٤
١٠	١٠٠	٦	٣٦	٢	٤
١٠	١٠٠	٧	٤٩	٣	٩
١١	١٢١	٩	٨١	٧	٤٩
١٢	١٤٤	٩	٨١	٦	٣٦
٥٠	٥١٤	٣٥	٢٦٣	٢٠	١٠٢

صياغة الفرضية الصفرية كالتالي: $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

في حين تفترض الفرضية البديلة التالي : متوسطان على الأقل غير متساويين H_A:

تحديد مستوى الدلالة (α): وتحدد مستويات المعنوية سلفاً وهي عادة 0.05 أو 0.01

حساب إحصائية الاختبار (F) وذلك من خلال اتباع الخطوت التالية:

✓ المتوسط الحسابي لـ X_1 = $\overline{X} = \frac{50}{5} = 10$

✓ المتوسط الحسابي لـ X_2 = $\overline{X} = \frac{35}{5} = 7$

✓ المتوسط الحسابي لـ X_3 = $\overline{X} = \frac{20}{5} = 4$

✓مجموع المربعات الكلي = Total Sum of Squares

$$Total..SS = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{(n_g)(k)} = 879 - \frac{(105)^2}{15} = 144$$

حيث ng تعني عدد أفراد المجموعة المحددة
K تعني عدد المجموعات موضع الدراسة

جات في الاختبار

✓مجموع المربعات بين المجموعات = Between Sum of Squares

$$Between..SS = \sum \frac{(\sum X_g)^2}{n_g} - \frac{(\sum X)^2}{(n_g)(k)} = \frac{(50)^2}{5} + \frac{(35)^2}{5} + \frac{(20)^2}{5} - \frac{(105)^2}{15} = 90$$

✓مجموع المربعات داخل المجموعات = Within Sum of Squares

$$\sum x_1^2 = 514 - \frac{(50)^2}{5} = 14$$

$$Within..SS = \sum \left[\sum X_g^2 - \frac{(\sum X_g)^2}{n_g} \right] \qquad \sum x_2^2 = 263 - \frac{(35)^2}{5} = 18$$

$$\sum x_3^2 = 102 - \frac{(20)^2}{5} = 22$$

نقوم بعد ذلك بجمع نواتج هذه المعادلات لنحصل على مجموع المربعات داخل المجموعات كالتالي :

Within sum of squares = 14+18+22=54

درجات الحرية بين المجموعات degrees of freedom Between groups $(K-1) = 3-1 = 2$

درجات الحرية داخل المجموعات degrees of freedom Within groups $(n-K) = 15-3 = 12$

درجات الحرية الكلية Total degrees of freedom $(n-1) = 15-1 = 14$

✓التباين بين المجموعات أو ما يسمى متوسط المربعات بين المجموعات = Between mean square

$$Beween..groups..mean..square = \frac{Between..SS}{K-1} = \frac{90}{2} = 45$$

✓التباين داخل المجموعات أو ما يسمى متوسط المربعات داخل المجموعات = Within mean square

$$Within..groups..mean..square = \frac{Within..SS}{(n-K)} = \frac{54}{12} = 4.5$$

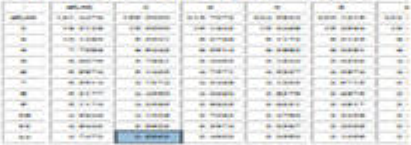
✓قيمة F =

$$F = \frac{Between..groups..mean..square}{Within..groups..mean..square} = \frac{45}{4.5} = 10$$

✓نقوم بعد ذلك بتفريغ ما تم الحصول عليه من معلومات في جدول تحليل التباين كالتالي

مصدر التباين	مجموع المربعات SS	درجات الحرية df	متوسط المربعات Means	قيمة F
بين المجموعات Between groups	٩٠	٢	٤٥	١٠
داخل المجموعات Within groups	٥٤	١٢	٤,٥	
الكلي (المجموع) Total	١٤٤	١٤		

Table F for Alfa = 0.05

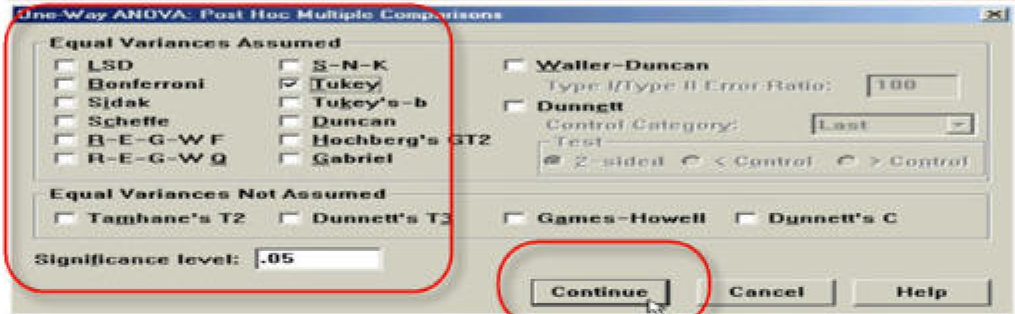


وبالرجوع إلى جدول توزيع F نجد أن القيمة الحرجة لـ F بدرجات حرية للبسط تساوي ٢ ودرجات حرية للمقام تساوي ١٢ وباستخدام مستوى= ٠.٠٥ نجد أن القيمة الحرجة تساوي ٣.٨٨ ،

وحيث أن القيمة المحسوبة لـ F = ١٠ وهي بالتالي أكبر من القيمة الحرجة المجدولة، نستنتج أن الفرضية الصفرية تكون مرفوضة، أي يوجد اختلاف بين متوسطي مجتمعين على الأقل من المجتمعات التي قيمة من المستهلكين ولمعرفة بين أي من المنتجات تكون الفروق ينبغي علينا اللجوء إلى أسلوب المقارنات المتعددة Multiple Comparisons .

حساب قيمة تحليل التباين الأحادي One Way Analysis of Varianceلنفس المثال السابق من خلال استخدام برنامج الـ SPSS

وفي المثال الحالي تم اختيار طريقة توكي Tukey للمقارنة البعدية بين أزواج الأوساط (ويمكن اختيار أكثر من طريقة في وقت واحد) كما يبدوا ذلك في الشكل التالي:



وفي المثال الحالي تم اختيار طريقة توكي Tukey للمقارنة البعدية بين أزواج الأوساط

Oneway

Descriptives

الدرجة

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean Lower Bound	Upper Bound	Minimum	Maximum
منتج١	5	10.0000	1.87083	.83666	7.6771	12.3229	7.00	12.00
منتج٢	5	7.0000	2.12132	.94868	4.3660	9.6340	4.00	9.00
منتج٣	5	4.0000	2.34521	1.04881	1.0880	6.9120	2.00	7.00
Total	15	7.0000	3.20713	.82808	5.2239	8.7761	2.00	12.00

ANOVA

الدرجة

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	90.000	2	45.000	10.000	.003
Within Groups	54.000	12	4.500		
Total	144.000	14			

نلاحظ أن برنامج الـ SPSS قام مباشرة بحساب الإحصاءات الأساسية للبيانات مثل المتوسط الحسابي والانحراف المعياري وغيرها من الإحصاءات ذات العلاقة.ثم بعد ذلك قام البرنامج بحساب قيمة (F) للمتغيرات موضع الدراسة في الجدول المعنون بـ ANOVA ، ومن هذه النتائج نلاحظ أن قيمة (F) المحسوبة = ١٠ ، ودرجات الحرية df (٢ ، ١٢) ، والقيمة الحرجة Sig.=٠.٠٠٣ ، وبما أن القيمة الحرجة لـ F Sig. في الجدول (٠.٠٠٣) أصغر من قيمة α = ٠.٠٥ .

فإننا نستنتج أن الفرضية الصفرية تكون مرفوضة ، أي يوجد اختلاف بين متوسطي مجتمعين على الأقل من المجتمعات التي قيّمة من المستهلكين. ولمعرفة بين أي من المنتجات تكون الفروق قمنا بحساب اختبار المقارنات البعدية Post Hoc Comparisons لتحديد هذه الفروق، وقد أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين منتج (١) والذي متوسطه ١٠ ومنتج (٣) والذي متوسطه ٤ وذلك لصالح منتج (١).

مثال:

إذا كانت لدينا البيانات التالية والتي تمثل بيانات أربع مجموعات تم اس موضوع ما:

	B	C	D

حيث أن : MSE تعني متوسط مربعات الخطأ ويتم حسابها من خلال المعادلة التالية:

$$MSE = \frac{SSW}{n-k}$$

مثال سابق لما ذكر اعلى.. وبالتالي لاداعي لحلة

اختبار المقارنات البعدية LSD

$$\mathrm{LSD} = t_{2n-2,\alpha/2}\sqrt{\mathrm{MSE} \times \frac{2}{n}}$$

أسئلة محاضرات التحليل الاحصائي

إختبار الفروض الإحصائية المعلمية

العلاقة الطردية بين المتغيرات: هو تعبير يشير إلى تزايد المتغيرين المستقل والتابع معا، فإذا كانت الإنتاجية مرتفعة، ومستوى الجودة مرتفع، يقال حينئذ أن بينهما ارتباط موجب، وأعلى درجة تمثله هي (١+) .

العلاقة العكسية بين المتغيرات: هو تعبير يشير إلى تزايد في متغير يقابله تناقص في المتغير الأخر، فإذا كانت الإنتاجية منخفضة ومستوى الجودة مرتفع، يقال حينئذ أن بينهما ارتباط سالب، وأعلى درجة تمثله هي (-١) .

نوع العلاقة	قيمة معامل الارتباط
طردية كاملة	١+
طردية ناقصة	+ كسر (قيمة موجبة)
صفرية	صفر
عكسية ناقصة	− كسر (قيمة سالبة)
عكسية كاملة	−١

ارتباط عكسي					ارتباط طردي				
قوي جدا	قوي	متوسط	ضعيف	ضعيف جدا	ضعيف جدا	ضعيف	متوسط	قوي	قوي جدا

-1   -0.9   -0.7   -0.5   -0.3   0   0.3   0.5   0.7   0.9   1

تام   منعدم   تام

معامل الارتباط: المقياس الإحصائي الذي يدل على مقدار العلاقة بين المتغيرات سلبية كانت أم إيجابية، وتتراوح قيمته بين الارتباط الموجب التام (+1) وبين الارتباط السالب التام (-1) .

Correlations

		ساعة_عمل	إنتاجية
ساعة_عمل	Pearson Correlation	1	.910**
	Sig. (2-tailed)	.	.000
	N	10	10
إنتاجية	Pearson Correlation	.910**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.
	N	10	10

**. Correlation is significant at the 0.01 level

معامل الارتباط

مستوى الدلالة

حجم العينة

اختبار الفروض الإحصائية اللامعلمية

المحاضرة الثالثة عشر

اختبار مان وتني Mann – Whitney U من خلال برنامج SPSS

مثال:

فيما يلى بيان بدرجات مجموعة من الطلاب فى مادة المحاسبة، فى كل من جامعة الملك فيصل وجامعة الدمام:

(١) درجات مادة المحاسبة بكلية إدارة الأعمال جامعة الملك فيصل:

١٠	١٤	٧	٨	١٦
٣	٧	١٥	١٤	٧

(٢) درجات مادة المحاسبة بكلية إدارة الأعمال جامعة الدمام:

١٣	٦	٥	١٢	٣
١٠	١١	١٠	١٠	١٤

المطلوب:

بإستخدام إختبار مان – ويتنى: إختبر هل هناك إختلاف فى متوسط درجات مادة المحاسبة بين جامعة الملك فيصل وجامعة الدمام وذلك عند مستوى معنوية 5% .

اختبار عينتين

Ranks

	CODES	N	Mean Rank	Sum of Ranks
SAMPLES	2	10	11.10	111.00
	3	10	9.90	99.00
	Total	20		

Test Statistics[b]

	SAMPLES
Mann-Whitney U	44.000
Wilcoxon W	99.000
Z	-.457
Asymp. Sig. (2-tailed)	.648
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	.684[a]

يلاحظ من نتائج هذا الاختبار: أن قيمة P.Value تساوى 0.648 وهي أكبر من مستوى المعنوية ٥% وبالتالى فإننا نقبل الفرض العدمى بأن متوسط درجات مادة المحاسبة في كلية إدارة الأعمال جامعة الملك فيصل يساوى متوسط درجات مادة المحاسبة في جامعة الدمام، أي أن الفروق بين الجامعتين غير معنوية.

مثال:

تأثير ممارسة الرياضة على إنقاص الوزن:

اختبار ويلكوكسون Wilcoxon Test :

عينات غير مستقلة

الوزن قبل ممارسة الرياضة	الوزن بعد ممارسة الرياضة
٨٥	٨٠
٩٦	٨٥
٨٠	٨٥
٩٥	٨٦
٩٠	٧٥
٨٨	٨٠
١٠٣	٨٤
٩٨	٨٦

المطلوب:

اختبار هل هنالك اختلاف معنوي في الوزن بسبب ممارسة الرياضة، باستخدام اختبار ويلكوكسون Wilcoxon عند مستوى معنوية ٥% .

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
AFTER - BEFORE	Negative Ranks	7[a]	4.93	34.50
	Positive Ranks	1[b]	1.50	1.50
	Ties	0[c]		
	Total	8		

الفرق = الوزن بعد ممارسة الرياضة – الوزن قبل ممارسة الرياضة

ويلاحظ أيضا: أن متوسط الرتب السالبة (٤.٩٣) أكبر من متوسط الرتب الموجبة (١.٥)، وهذا معناه أن متوسط الوزن قبل ممارسة الرياضة أكبر من متوسط الوزن بعد ممارسة الرياضة

Test Statistics[b]

	AFTER - BEFORE
Z	-2.313[a]
Asymp. Sig. (2-tailed)	.021

ويلاحظ من نتائج هذا الاختبار أن قيمة P.Value تساوي 0.021 وهي أقل من مستوى المعنوية 5% وبالتالي فإننا نقبل الفرض البديل بأن متوسط الوزن قبل ممارسة الرياضة يختلف معنويًا عن متوسط الوزن بعد ممارسة الرياضة.

مثال: الجدول التالي يوضح درجات مجموعة من الطلاب في مادة الإقتصاد في ثلاث جامعات هي: جامعة الملك فيصل – جامعة الدمام – جامعة الملك سعود:

جامعة الملك فيصل	جامعة الدمام	جامعة الملك سعود
١٣	٤	٥
١٤	٧	٦
١٤	١٠	١٥
١٥	١٢	١٠
١٥	٦	١٤
١٧	١٠	٦
٤	١٣	٦
١٦	١٨	١٢

إختبار كروسكال واليس Krushal-Wallis Test من خلال برنامج SPSS

المطلوب:
دراسة مدى وجود اختلاف بين مستوى الطلاب في الجامعات الثلاثة السابقة باستخدام إختبار كروسكال- والس، وذلك عند مستوى معنوية 5%

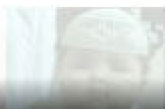
Ranks

	CODES	N	Mean Rank
SAMPLES	1	8	16.88
	2	8	10.75
	3	8	9.88
	Total	24	

Test Statistics[a,b]

	SAMPLES
Chi-Square	4.706
df	2
Asymp. Sig.	.095

يلاحظ من نتائج هذا الاختبار أن قيمة P.Value تساوى 0.095 وهى أكبر من مستوى المعنوية ٥% ،
وبالتالى فأننا نقبل الفرض العدمي بأن متوسط درجات مادة الاقتصاد في كلية إدارة الأعمال في الجامعات الثلاثة متساوي، أي أن الفروق بين الجامعات الثلاثة غير معنوية.




اللهم صلي على
نبينا محمد