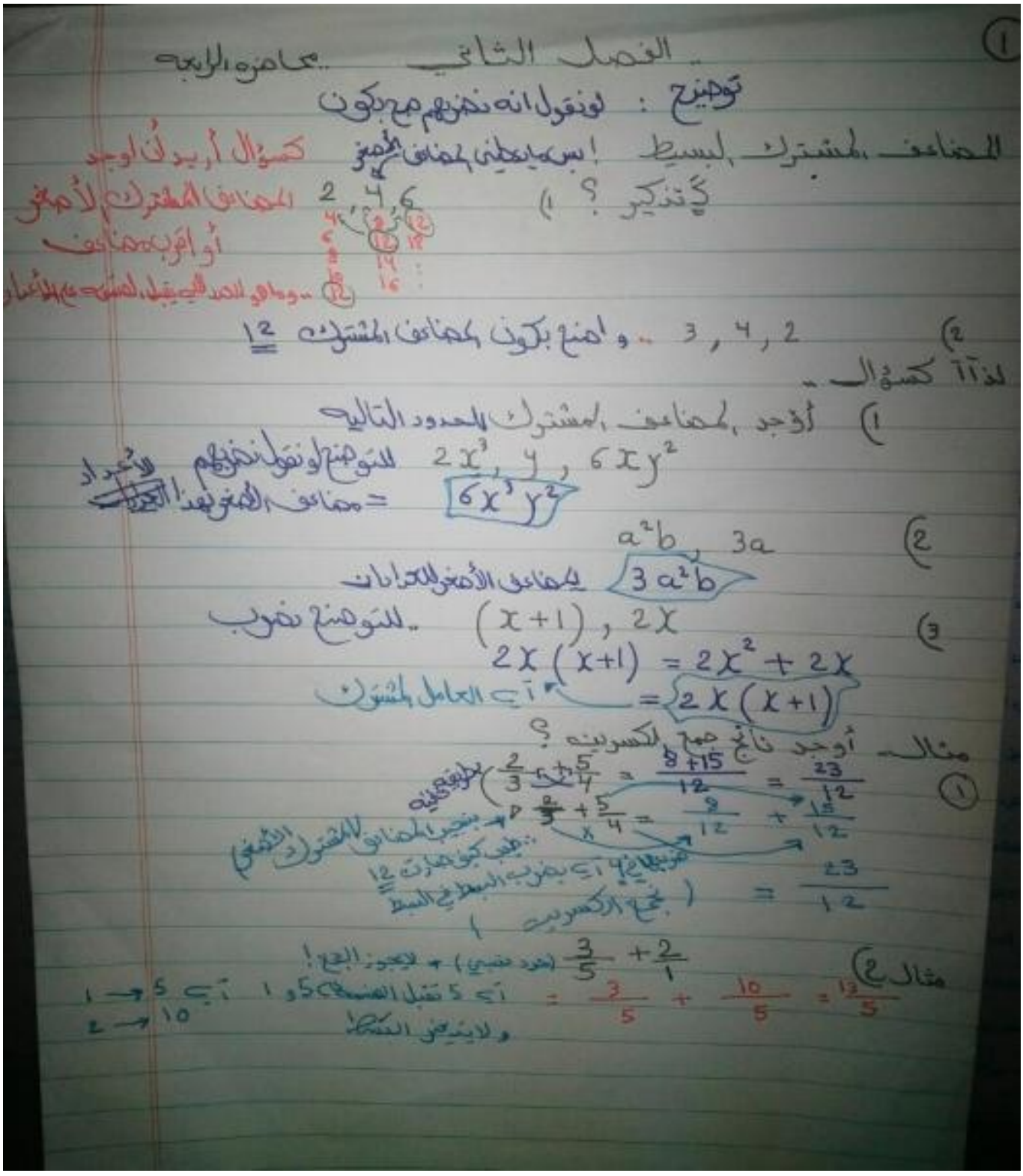
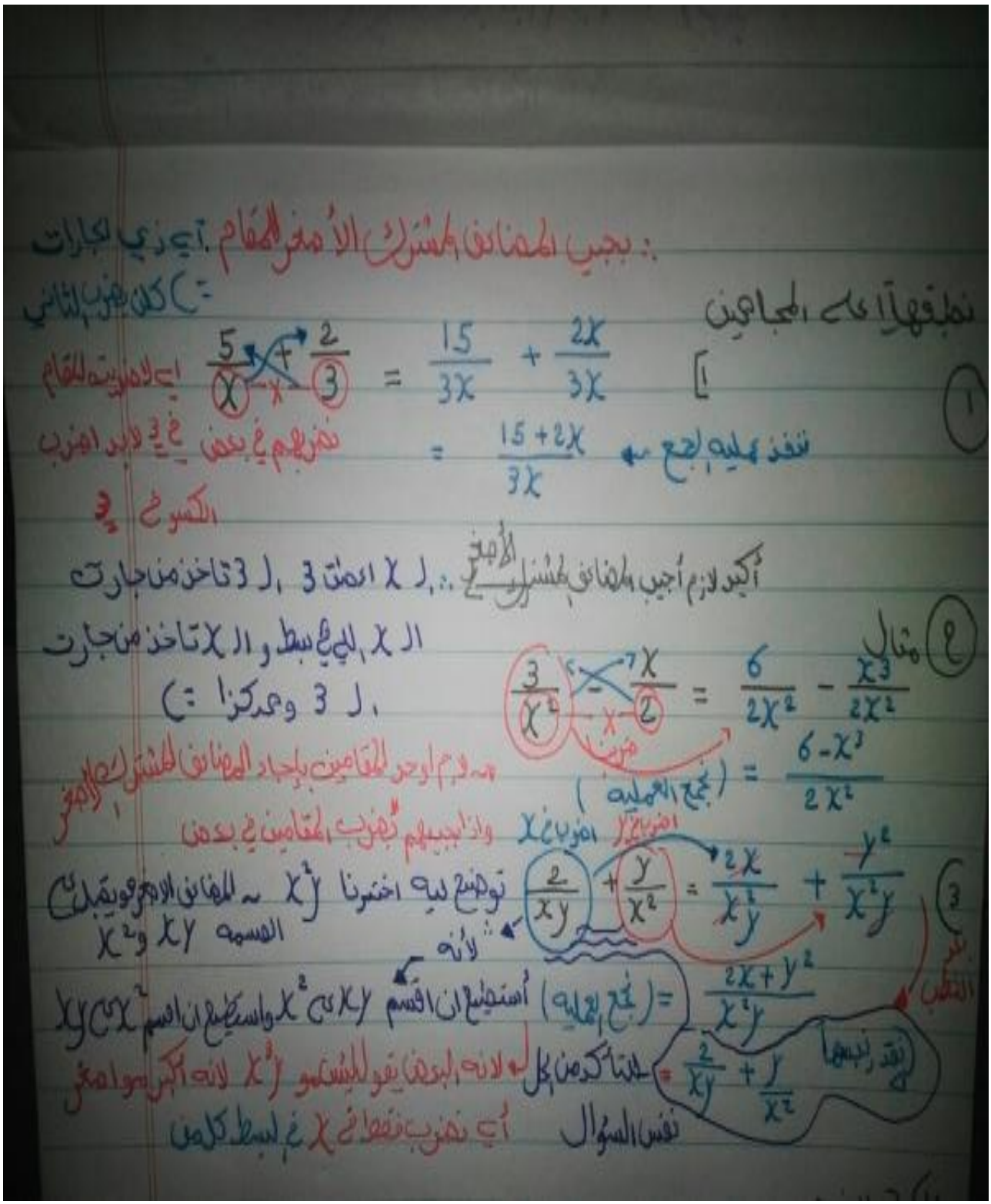
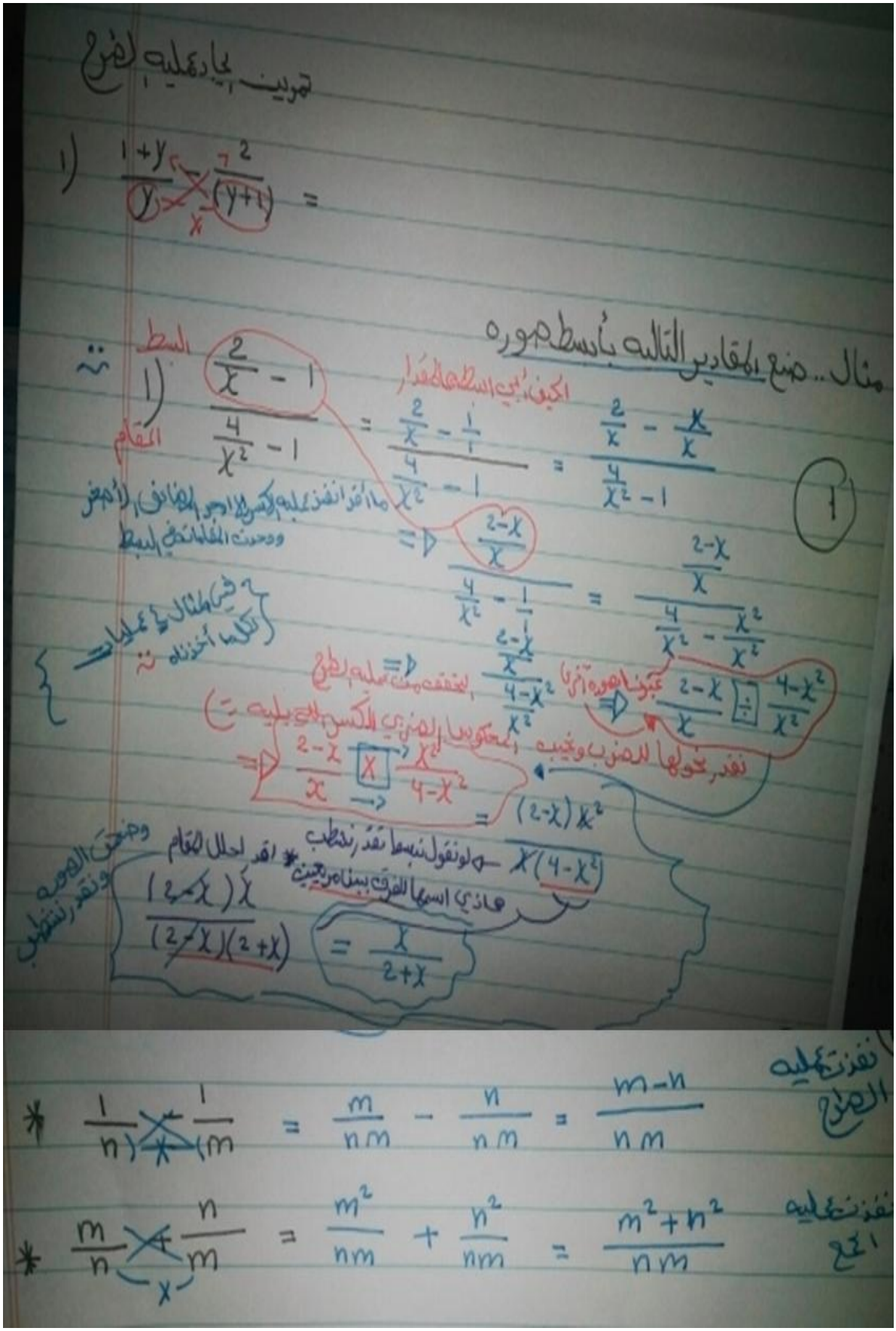
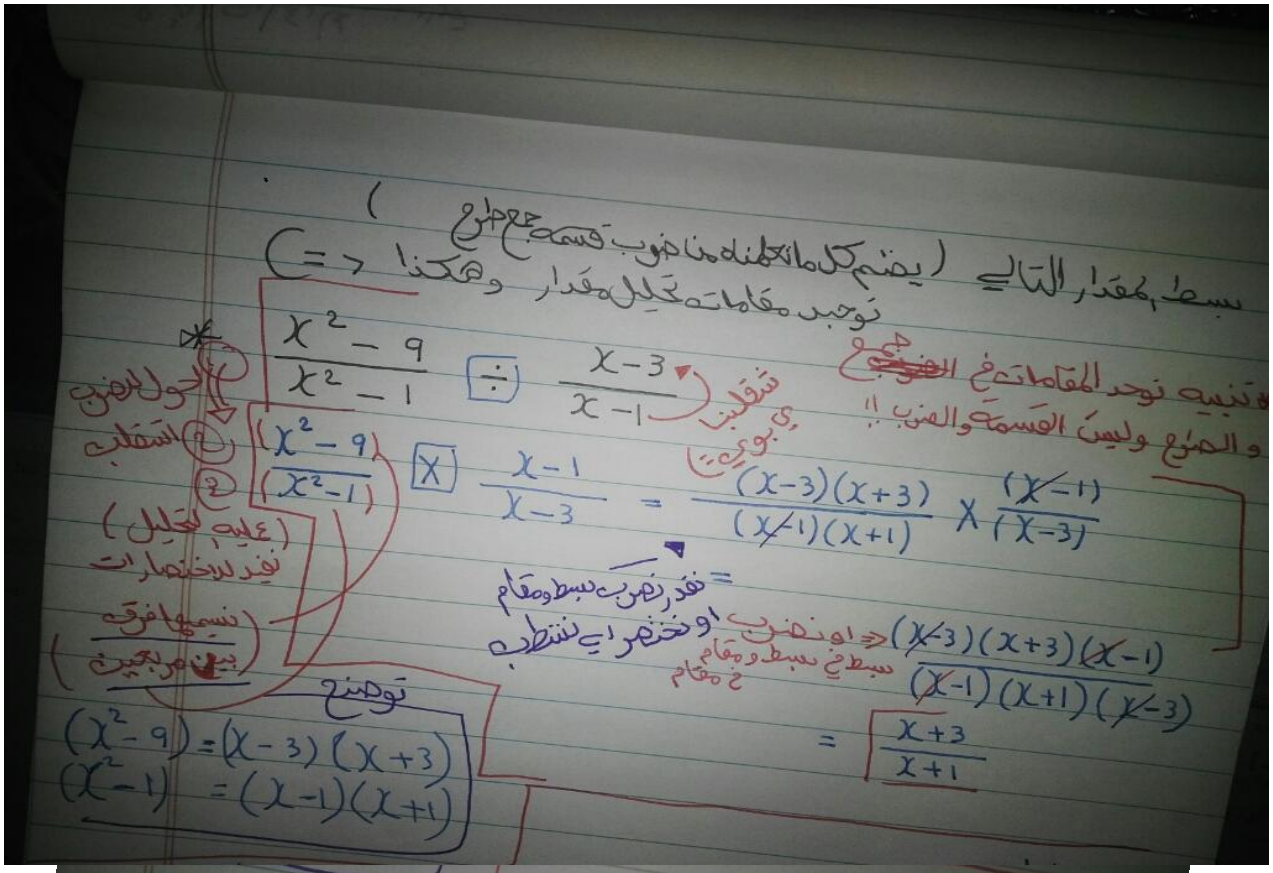
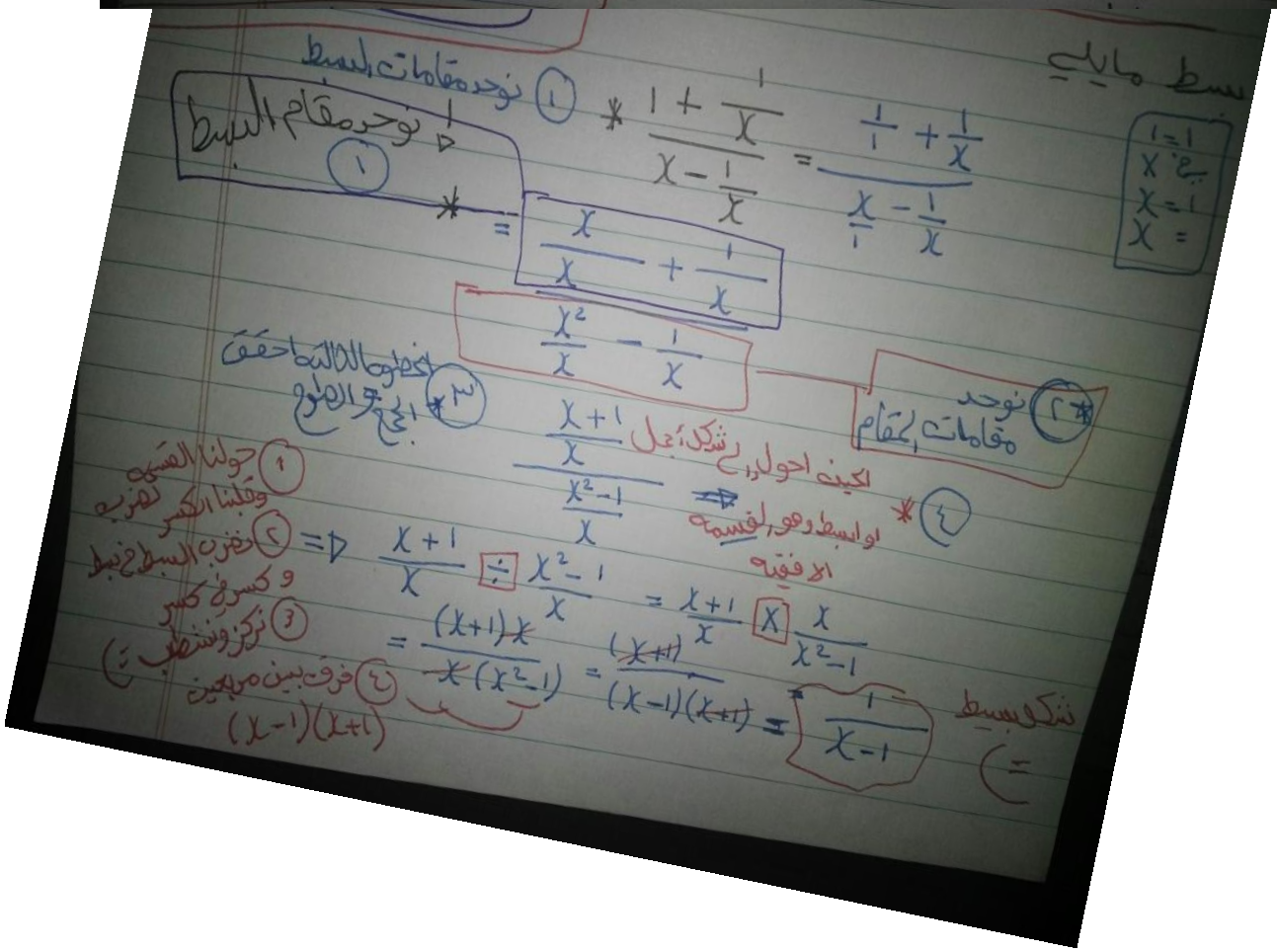
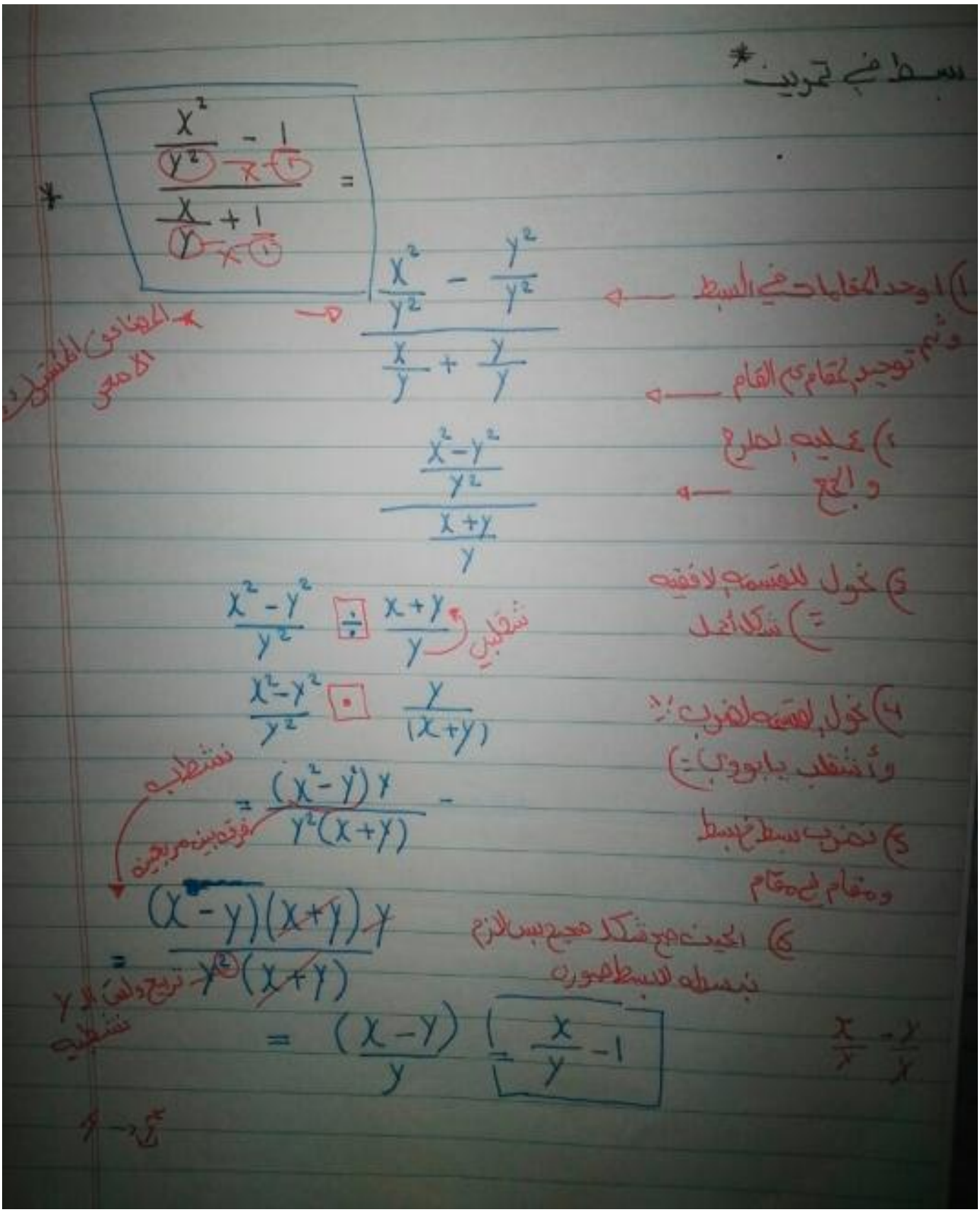

الفصل الثاني
توضيح :
المضاعف المشترك البسيط
مثال
مثال 2

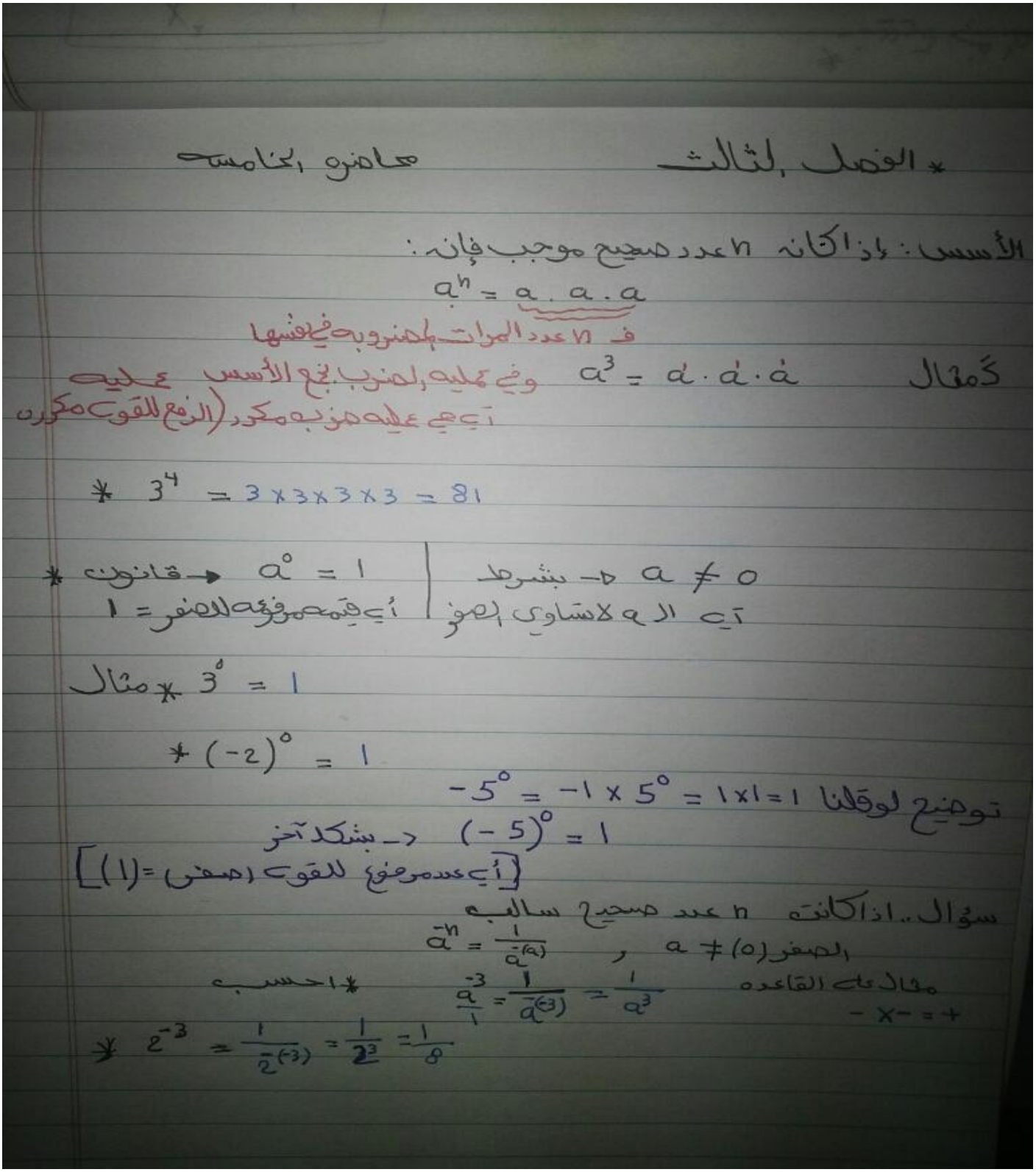

نطبقها على المجاهين
نقدر نبسطها
نفس السؤال

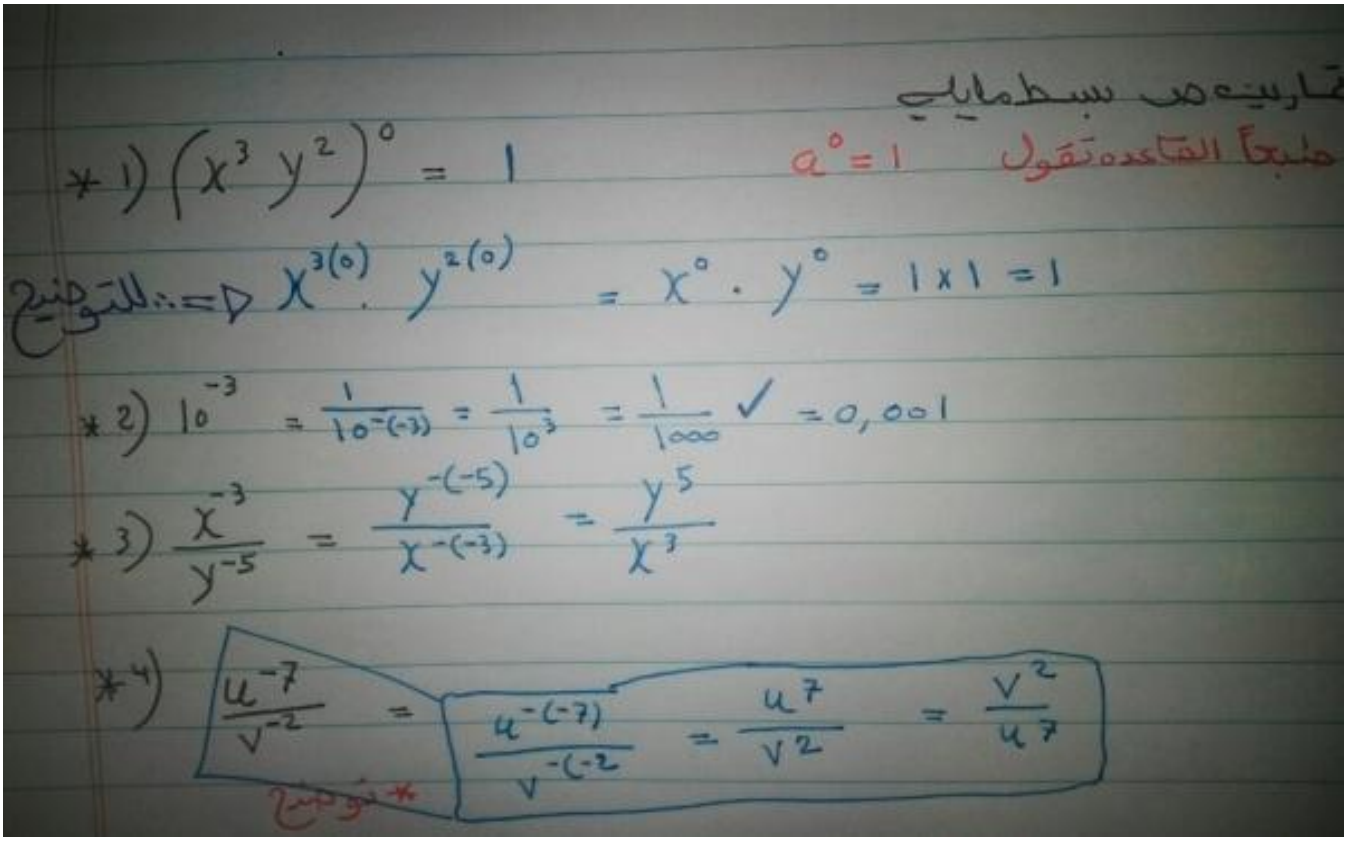

تمرين إجابة عليه الفرع
مثال.. ضع المقادير التاليه بأبسط صوره
نفذ عليه الجمع
نفذ عليه الجمع

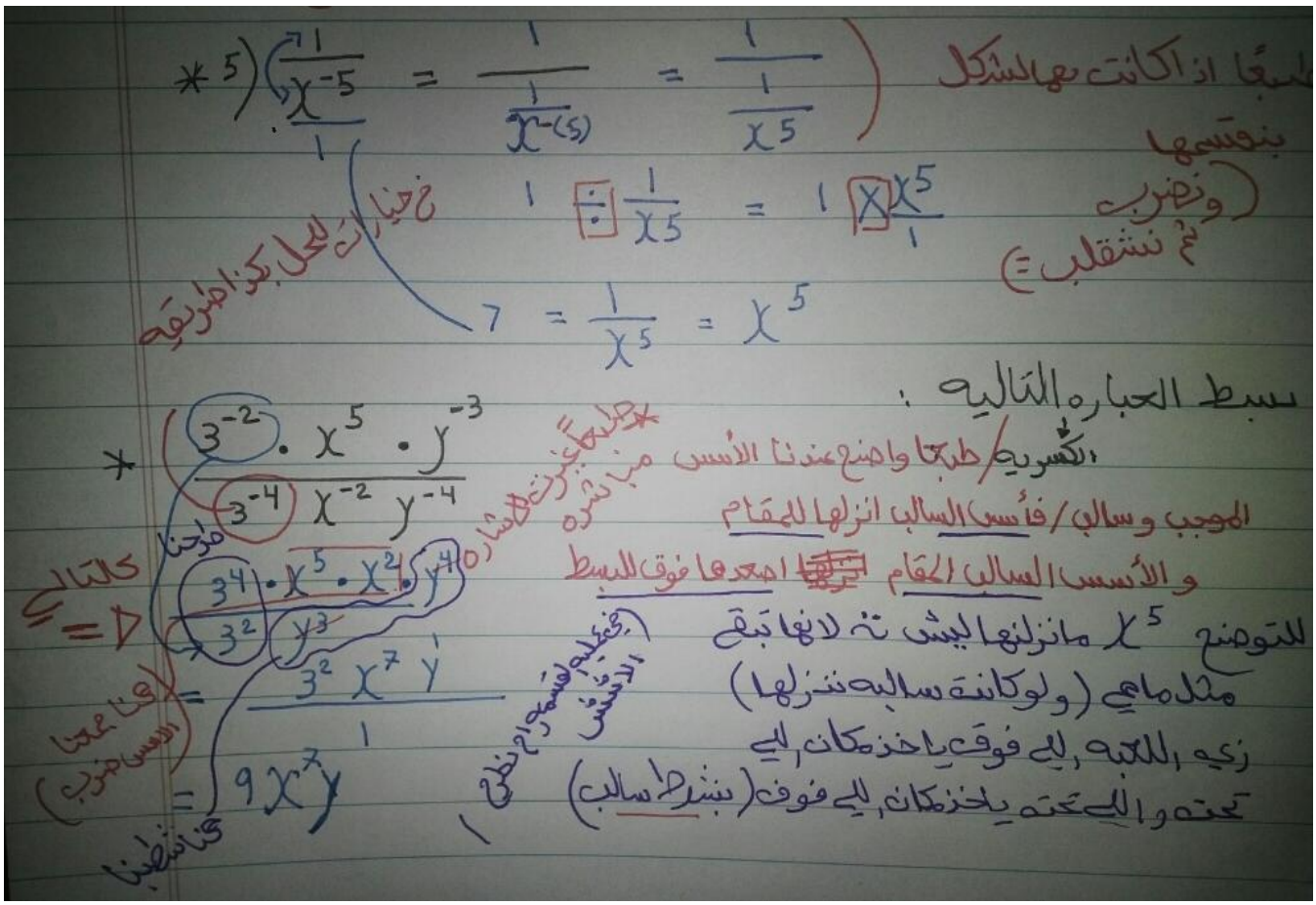

بسط المقدار التالي (يضم كل ما تكلمنا عنه مع بعض)
توجد مقامات تحليل مقدار وهكذا
تنقلب
بوع
تنبيه نوحد المقامات في الضرب
والضرب وليس القسمة والضرب !!
حول للضرب
استقلب
(عليه تحليل)
نفرد للاختصارات
(نبسطها فرق بين مربعين)
توضيح
$(x^2-9)=(x-3)(x+3)$
$(x^2-1)=(x-1)(x+1)$
= قد ضرب بسط ومقام
او اختصار بنشطب
او ضرب بسط في بسط ومقام في مقام

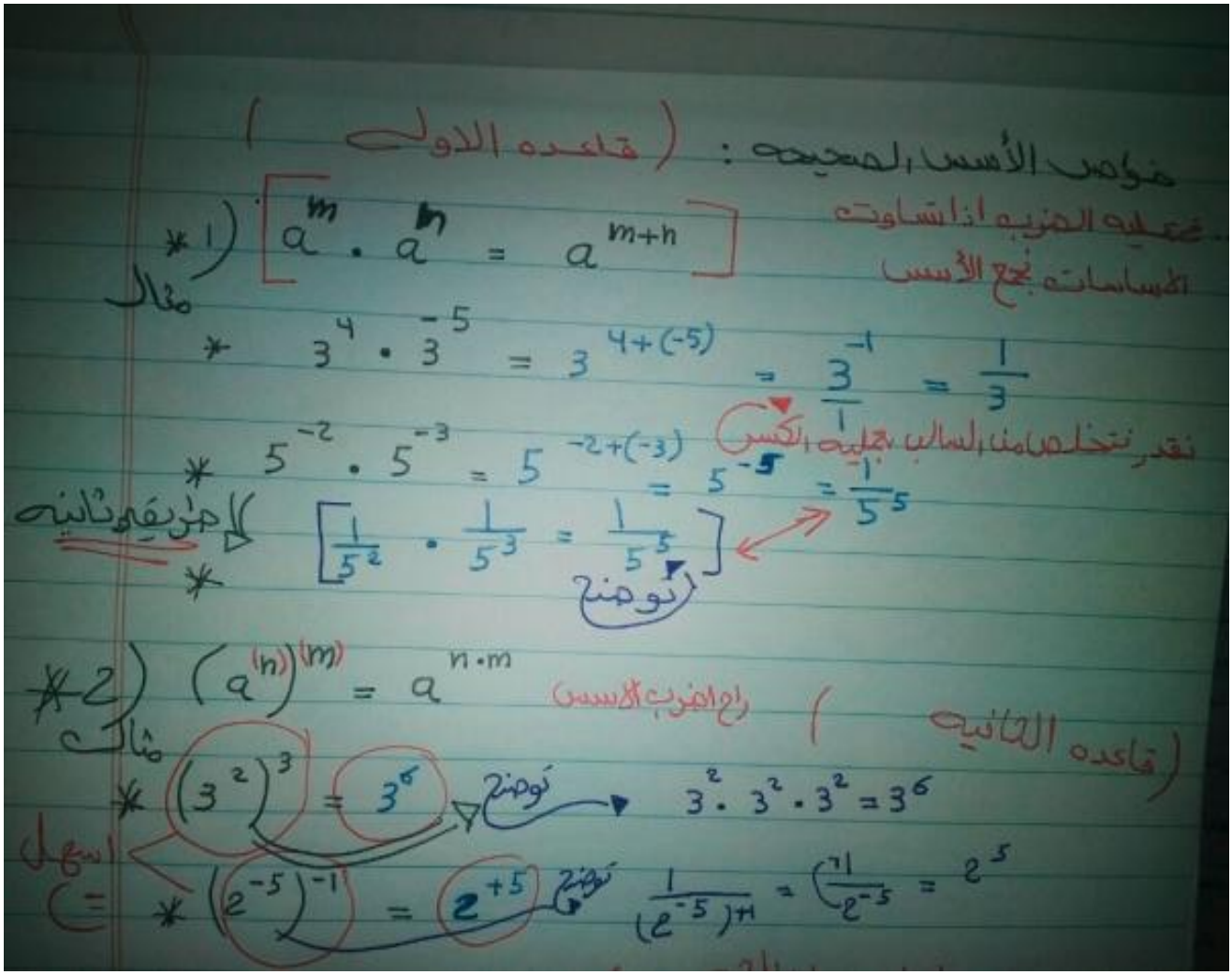

بسط مايلي
نوحد مقامات البسط
نوحد مقام البسط
نوحد مقامات المقام
اخطوها الله احقق
لكين احول لشكل أعل
او بسط وهو القسمة الافقيه
حولنا القسمه وقلبنا الكسر للضربه
ضرب البسط في بسط و كسر في كسر
نركز ونشطب
فرق بين مربعين
نشكل بسيط

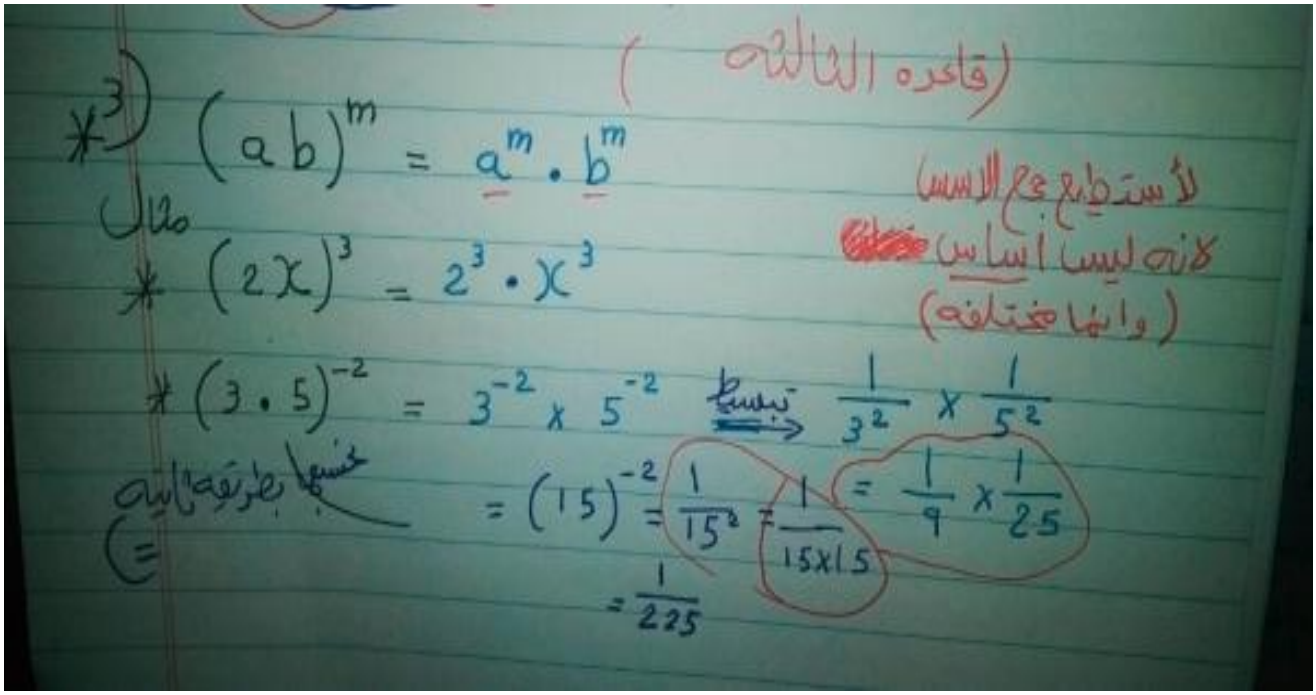

بسط في تمرين *
$\frac{\frac{x^2}{y^2}-1}{\frac{x}{y}+1}$ =
$\frac{\frac{x^2}{y^2}-\frac{y^2}{y^2}}{\frac{x}{y}+\frac{y}{y}}$
$\frac{\frac{x^2-y^2}{y^2}}{\frac{x+y}{y}}$
$\frac{x^2-y^2}{y^2} \div \frac{x+y}{y}$
$\frac{x^2-y^2}{y^2} \cdot \frac{y}{(x+y)}$
$= \frac{(x^2-y^2)\,y}{y^2(x+y)}$
$\frac{(x-y)(x+y)\,y}{y^2(x+y)}$
$= \frac{(x-y)}{y}\left(= \frac{x}{y}-1\right)$
1) اوجد المجاهيل في البسط ثم توحيد المقام مع القام
2) عليه لطرح والجمع
3) نحول للقسمة لاقيه =) شكل اثنين
4) نحول لقسمة لضرب: وأنشقلب يابووي =)
5) نضرب بسط في بسط ومقام في مقام
6) الحين هي شكل صحيح بس لازم نبسطه لابسط صورة
المقامين المشتركين الاصغر
نشطبه
فرق بين مربعين
نشطبه
= تربيع واحد لا ×

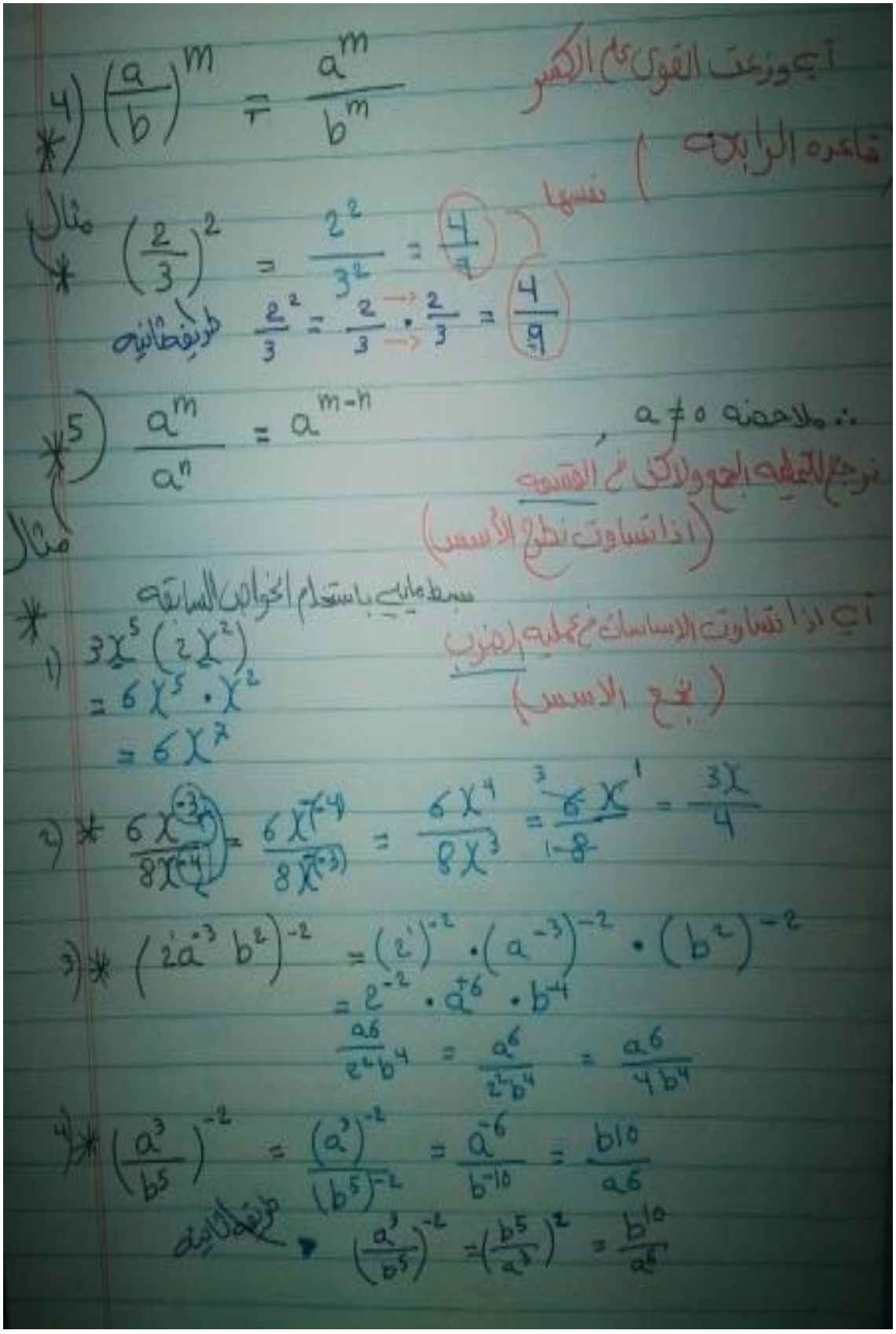

* الفصل الثالث محاضره الخامسه
الأسس: إذا كانه n عدد صحيح موجب فإنه:
$a^n = a \cdot a \cdot a$
ف n عدد المرات المضروبه في نفسها
كمثال $a^3 = a \cdot a \cdot a$ وفي عمليه الضرب نجمع الأسس عليه
أي في عمليه مضروبه مكرره (الرفع للقوت مكرره
* $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
* قانون $a^0 = 1$ | بشرط $a \neq 0$ أي القيمه لا تساوي الصفر
مثال * $3^0 = 1$
* $(-2)^0 = 1$
توضيح لوقلنا $-5^0 = -1 \times 5^0 = 1 \times 1 = 1$
بشكل آخر $(-5)^0 = 1$
[أي عدد مرفوع للقوت الصفر = (1)]
سؤال.. اذا كانت n عدد صحيح سالبه
$a^{-n} = \frac{1}{a^{(n)}}$, $a \neq$ الصفر (0)
مثال على القاعده $\frac{a^{-3}}{1} = \frac{1}{a^{(-3)}} = \frac{1}{a^3}$
- x - = +
* احسب
* $2^{-3} = \frac{1}{2^{(-3)}} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$


تمارين على بسط مايلي
*1) $(x^3 y^2)^0 = 1$
طبعاً القاعده تقول $a^0 = 1$
للتوضيح ∴ $x^{3(0)} \cdot y^{2(0)} = x^0 \cdot y^0 = 1 \times 1 = 1$
*2) $10^{-3} = \frac{1}{10^{-(-3)}} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$
*3) $\frac{x^{-3}}{y^{-5}} = \frac{y^{-(-5)}}{x^{-(-3)}} = \frac{y^5}{x^3}$
*4) $\frac{u^{-7}}{v^{-2}} = \frac{u^{-(-7)}}{v^{-(-2)}} = \frac{u^7}{v^2} = \frac{v^2}{u^7}$
* توضيح


*5) $\frac{1}{\frac{x^{-5}}{1}} = \frac{1}{\frac{1}{x^{-(5)}}} = \frac{1}{\frac{1}{x^5}}$
طبعاً اذا كانت بهالشكل
بنوسطها ونضرب ثم نشقلب =)
خيارات للحل بكذا طريقه
$1 \div \frac{1}{x^5} = 1 \times \frac{x^5}{1}$
$? = \frac{1}{x^5} = x^5$
بسط العباره التاليه :
* $\frac{3^{-2} \cdot x^5 \cdot y^{-3}}{3^{-4} x^{-2} y^{-4}}$
طبعا غيرنا الاشاره من البسط
الكسريه/ طبعا واضح عندنا الأسس
الموجب وسالب/ فأسس السالب انزلها للمقام
والأسس السالب المقام اصعدها فوق للبسط
ملحنا كالتالي =>
$\frac{3^4 \cdot x^5 \cdot x^2 \cdot y^4}{3^2 \cdot y^3}$
للتوضيح x^5 مانزلنها ليش ؟ لانها بقى مثلما هي (ولو كانت سالبه تنزلها) زي اللتبه, اللي فوق ياخذ مكان اللي تحته واللي تحته ياخذ مكان اللي فوق (بشرط سالب)
(تجميع لاشعة الاسس)
$= \frac{3^2 x^7 y^1}{1}$
$= 9x^7 y$
هكذا انتظرنا
(لانها عندنا الاسس ضرب)


خواص الأسس الصحيحه : (قاعده الاولى)
عند ضرب القوى المتشابهه
الأساسات نجمع الأسس
*1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
مثال
$3^4 \cdot 3^{-5} = 3^{4+(-5)} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$
نقدر نتخلص من السالب بعمل عكس
$5^{-2} \cdot 5^{-3} = 5^{-2+(-3)} = 5^{-5} = \frac{1}{5^5}$
طريقه ثانيه
$\frac{1}{5^2} \cdot \frac{1}{5^3} = \frac{1}{5^5}$
نوعنى
*2) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
رفع القوى الأسس
(قاعده الثانيه)
مثال
$(3^2)^3 = 3^6$ نوعنى $3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 = 3^6$
اسهل
$(2^{-5})^{-1} = 2^{+5}$ نوعنى $\frac{1}{(2^{-5})^{+1}} = \frac{1}{2^{-5}} = 2^5$


(قاعده الثالثه)
*3) $(ab)^m = a^m \cdot b^m$
لأستطيع جمع الأسس
لانه ليس اساس
(وانها مختلفه)
مثال
$(2x)^3 = 2^3 \cdot x^3$
$(3 \cdot 5)^{-2} = 3^{-2} \times 5^{-2}$ نبسط $\frac{1}{3^2} \times \frac{1}{5^2}$
حسبها بطريقه ثانيه
$= (15)^{-2} = \frac{1}{15^2} = \frac{1}{15 \times 15}$
$= \frac{1}{225}$
$= \frac{1}{9} \times \frac{1}{25}$


4) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
توزيع القوى على الكسر
قاعده الرابعه
مثال $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$
نفسها
طريقه ثانيه $\frac{2^2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$
5) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq 0$ ملاحظه :.
نرجع للقاعده الجمع ولاكن في القسمه
(اذا تساوت تطرح الأسس)
مثال
بسط مايلي باستخدام الخواص السابقه
آي اذا تساوت الاساسات مع عمليه الضرب
(نجمع الاسس)
1) $3x^5(2x^2) = 6x^5 \cdot x^2 = 6x^7$
2) $\frac{6x^{-3}}{8x^{-4}} = \frac{6x^{-4}}{8x^{-3}} = \frac{6x^4}{8x^3} = \frac{3x^1}{4} = \frac{3x}{4}$
3) $(2a^{-3}b^2)^{-2} = (2^1)^{-2} \cdot (a^{-3})^{-2} \cdot (b^2)^{-2}$
$= 2^{-2} \cdot a^{+6} \cdot b^{-4}$
$\frac{a^6}{2^2 b^4} = \frac{a^6}{2^2 b^4} = \frac{a^6}{4b^4}$
4) $\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^{-2} = \frac{(a^3)^{-2}}{(b^5)^{-2}} = \frac{a^{-6}}{b^{-10}} = \frac{b^{10}}{a^6}$
طريقه ثانيه $\left(\frac{a^3}{b^5}\right)^{-2} = \left(\frac{b^5}{a^3}\right)^2 = \frac{b^{10}}{a^6}$

تمرين

*5) $\left(\frac{4x^{-3}y^{-5}}{6x^{-4}y^{3}}\right) = \frac{4x^{4}}{6x^{3}y^{3}y^{5}}$

$= \frac{4x^{4}}{6x^{3}y^{8}} = \frac{2\cancel{4}x}{\cancel{6}_{3}y^{8}} = \frac{2x}{3y^{8}}$

*6) $\left(\frac{m^{-3}n^{3}}{n^{-2}}\right)^{-2} =$ طريقة (1)

1) أوزع القوى على البسط والمقام

2) اقلب الكسر واغير اشارة الاسس

$= \frac{(m^{-3})^{-2}(n^{3})^{-2}}{(n^{-2})^{-2}}$

وزعت القوى على مراحل القوس

$= \frac{m^{6}n^{-6}}{n^{4}} = \frac{m^{6}}{n^{6}n^{4}} = \boxed{\frac{m^{6}}{n^{10}}}$ ✓

(مع الاس اذا ضربهم نجمع الاسس) (و الاساس نفس الاساس) (بحال القوس)

حل مثل ماني ما (= الاعم الناتج صح)

$\left(\frac{m^{-3}n^{3}}{n^{-2}}\right)^{-2} = \left(\frac{n^{-2}}{m^{-3}n^{3}}\right)^{2}$

$= \frac{(n^{-2})^{2}}{(m^{-3})^{2}(n^{3})^{2}} = \frac{n^{-4}}{m^{-6}n^{6}}$

$= \frac{m^{6}}{n^{4}\cdot n^{6}} = \frac{m^{6}}{n^{10}}$ ✓

*7) $\left(\frac{x^{-3}}{y^{4}z^{-2}}\right)^{-3} = \frac{(x^{-3})^{-3}}{(y^{4})^{-3}(z^{-2})^{-3}}$ طريقة (1)

$= \frac{x^{9}}{y^{-12}z^{6}} = \frac{x^{9}y^{12}}{z^{6}}$

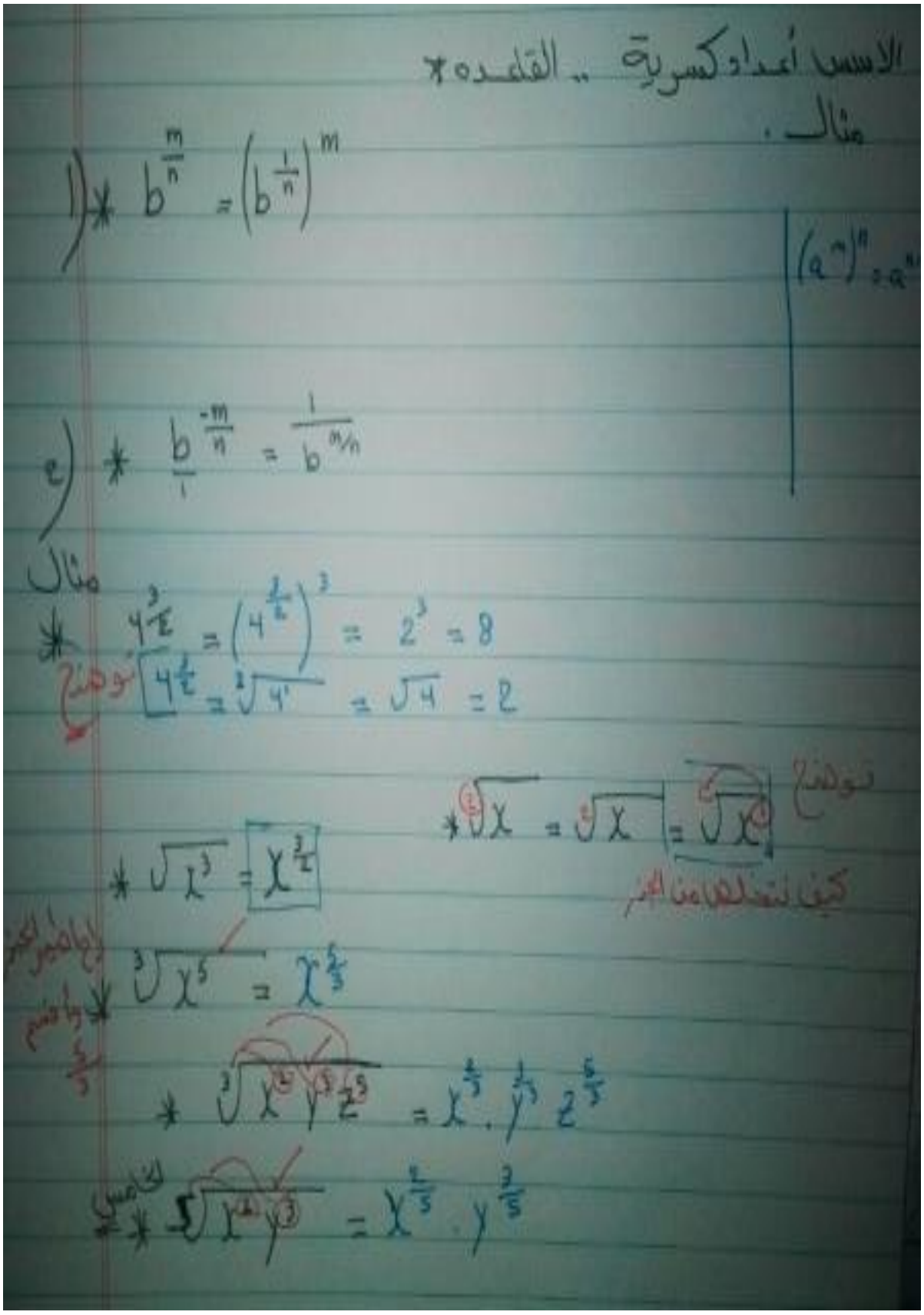
حل على طريقة 2

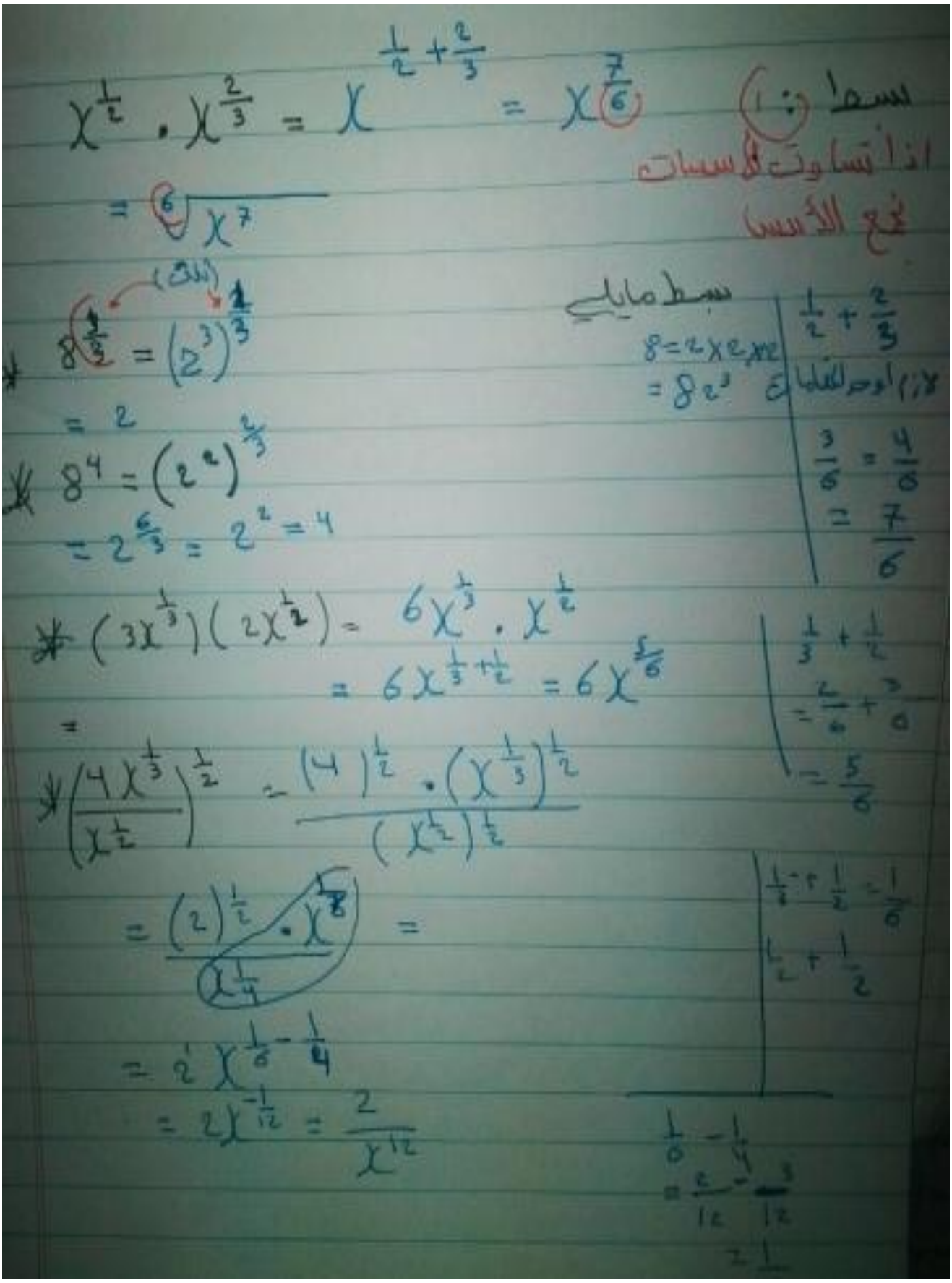
$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2}$

$\left(\frac{5}{3^{-2}}\right)$ (3)

$= \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$ (3)

(اغير في الخارج بالاسس ولا الداخل)


الأسس أعداد كسرية .. القاعده *
مثال .
1) * $b^{\frac{m}{n}} = (b^{\frac{1}{n}})^m$
$(a^n)^m = a^{nm}$
e) * $\frac{b}{1}^{\frac{-m}{n}} = \frac{1}{b^{m/n}}$
مثال
* $4^{\frac{3}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^3 = 2^3 = 8$
توضيح
$4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4^1} = \sqrt{4} = 2$
* $\sqrt[3]{\sqrt{x}} = \sqrt[6]{x}$
توضيح
كيف نتخلص من الجذر
* $\sqrt{x^3} = x^{\frac{3}{2}}$
* $\sqrt[3]{x^5} = x^{\frac{5}{3}}$
* $\sqrt[3]{x^2 y^3 z^5} = x^{\frac{2}{3}} \cdot y^{\frac{3}{3}} z^{\frac{5}{3}}$
* $\sqrt[5]{x^2 y^3} = x^{\frac{2}{5}} \cdot y^{\frac{3}{5}}$


$x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{2}{3}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}} = x^{\frac{7}{6}}$
بسط ١ : اذا تساوت الاسسات نجمع الأسس
$= \sqrt[6]{x^7}$
$8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}}$
$= 2$
$8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}}$
$= 2^{\frac{6}{3}} = 2^2 = 4$
بسط ثاني
$8 = 2 \times 2 \times 2$
$= 8 \times 2^3$
$\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$
١) اوحد المقامات
$\frac{3}{6} = \frac{4}{6}$
$= \frac{7}{6}$
$(3x^{\frac{1}{3}})(2x^{\frac{1}{2}}) = 6x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{2}}$
$= 6x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = 6x^{\frac{5}{6}}$
$\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$
$= \frac{2}{6} + \frac{3}{6}$
$= \frac{5}{6}$
$\left(\frac{4x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{(4)^{\frac{1}{2}} \cdot (x^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}}}{(x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}}$
$= \frac{(2)^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{4}}} =$
$= 2^1 x^{\frac{1}{6}-\frac{1}{4}}$
$= 2x^{-\frac{1}{12}} = \frac{2}{x^{12}}$
$\frac{1}{6} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$\frac{1}{6} - \frac{1}{4}$
$= \frac{2}{12} - \frac{3}{12}$
$= -\frac{1}{12}$

الفصل الثالث (يتبع) محاضرة السادسة

الأسس الكسرية .

تمرين سبط $(5x^{\frac{3}{4}})(2y^{\frac{1}{3}}) =$

القاعدة الدليل

استخدام الجذور لتبسيط الأسس

القاعدة $b^{\frac{m}{n}} \quad \sqrt[n]{b^m}$

مثال $x^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{x^1} = \sqrt{x}$

$x^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{x^3}$

مثال $16^{\frac{3}{2}} = \sqrt{16^3}$

$y^{\frac{-2}{3}} = y^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{y^2}}$

تبسط مايلي

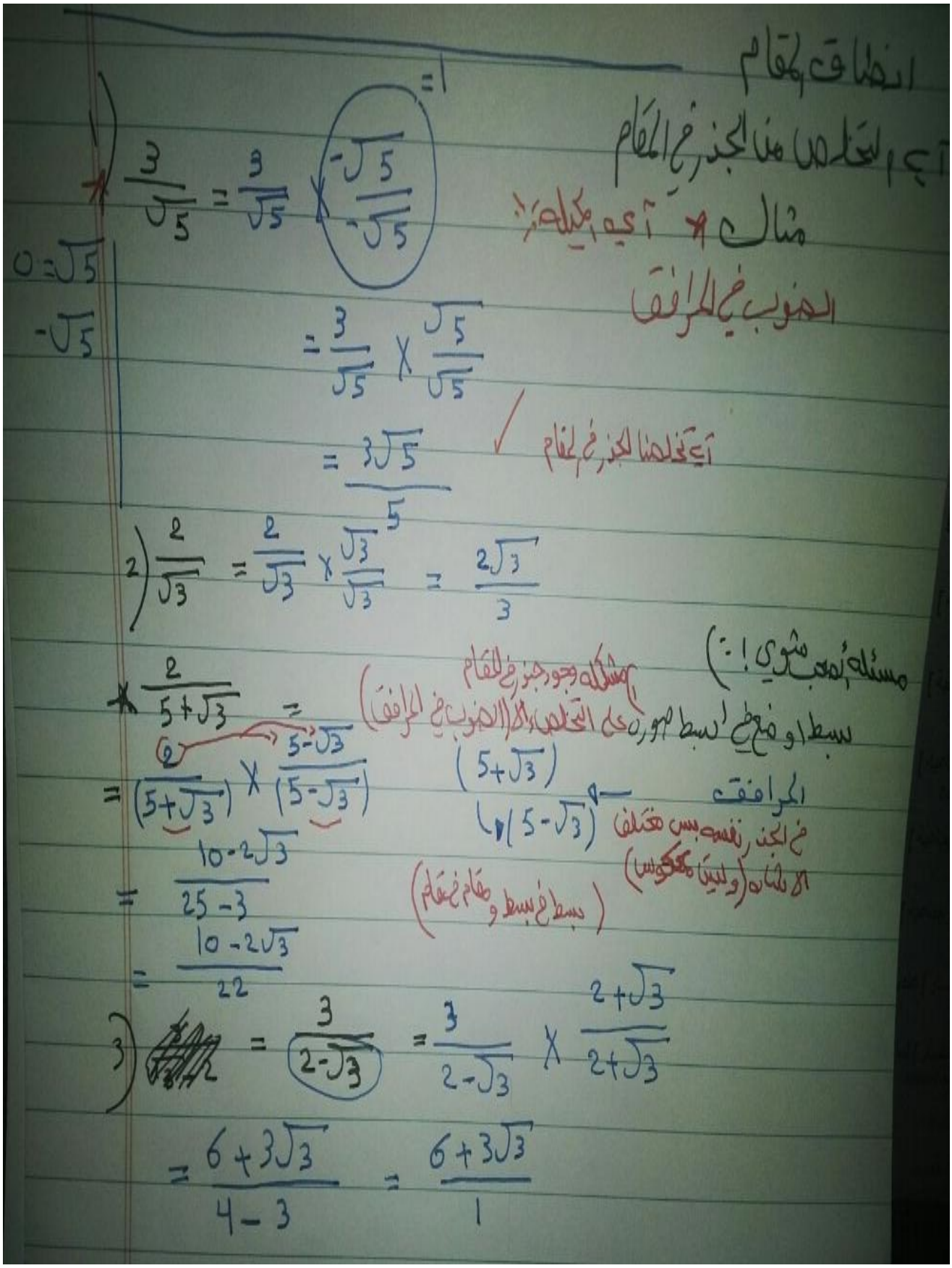
$= \sqrt[2]{12 \cdot x^3 y^5 z^2}$

$= 12^{\frac{1}{2}} x^{\frac{3}{2}} y^{\frac{5}{2}} z^{\frac{5}{2}}$

$= 15^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{5}{2}} z^{\frac{5}{2}}$

$5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (5+4)\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

$9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$


انطلاق المقام
مثال: آجيب مثيله:
المرافق
آجي نخلصنا الجذر في المقام
مسئله صعب شوي!:)
مشكله وجود جذر في المقام
(لازم التخلص منه أولا عن طريق الضرب في المرافق)
بسط او مقام
المرافق
في الجذر نفسه بس مختلف
الاشاره (وليتا معكوس)
(بسط في بسط ومقام في مقام)

اللوغارتمات

$a \neq 1$

$a, b \in IR^*$

اوله لشكل أسي من اللوغاريتم

$*\log_a b = c \iff b = a^c$

الاساس a

كقاعده

مثال 1) $\log_a x = d \iff x = a^d$

$\log_a 1 = 0 \iff a^0 = 1$ فاي عدد مرفوع للقوى اصفر = 1

ليه 1 = صفر دايم باللوغاريتم

$\log_a a = 1 \iff a^1 = a$

مثال $\log_3 3 = 1 \Rightarrow$ لانه 3 مرفوعة للقوى يساوي 1

$\log_b 10 = 1$

أكتب الصيغه اللوغاريتميه المقابله لصيغة الأسيه؟

ان نحول من الشكل الأسي الى اللوغاريتمي

$3^2 = 9 \Rightarrow \log_3 9 = 2$

$4^2 = 16 \Rightarrow \log_4 16 = 2$

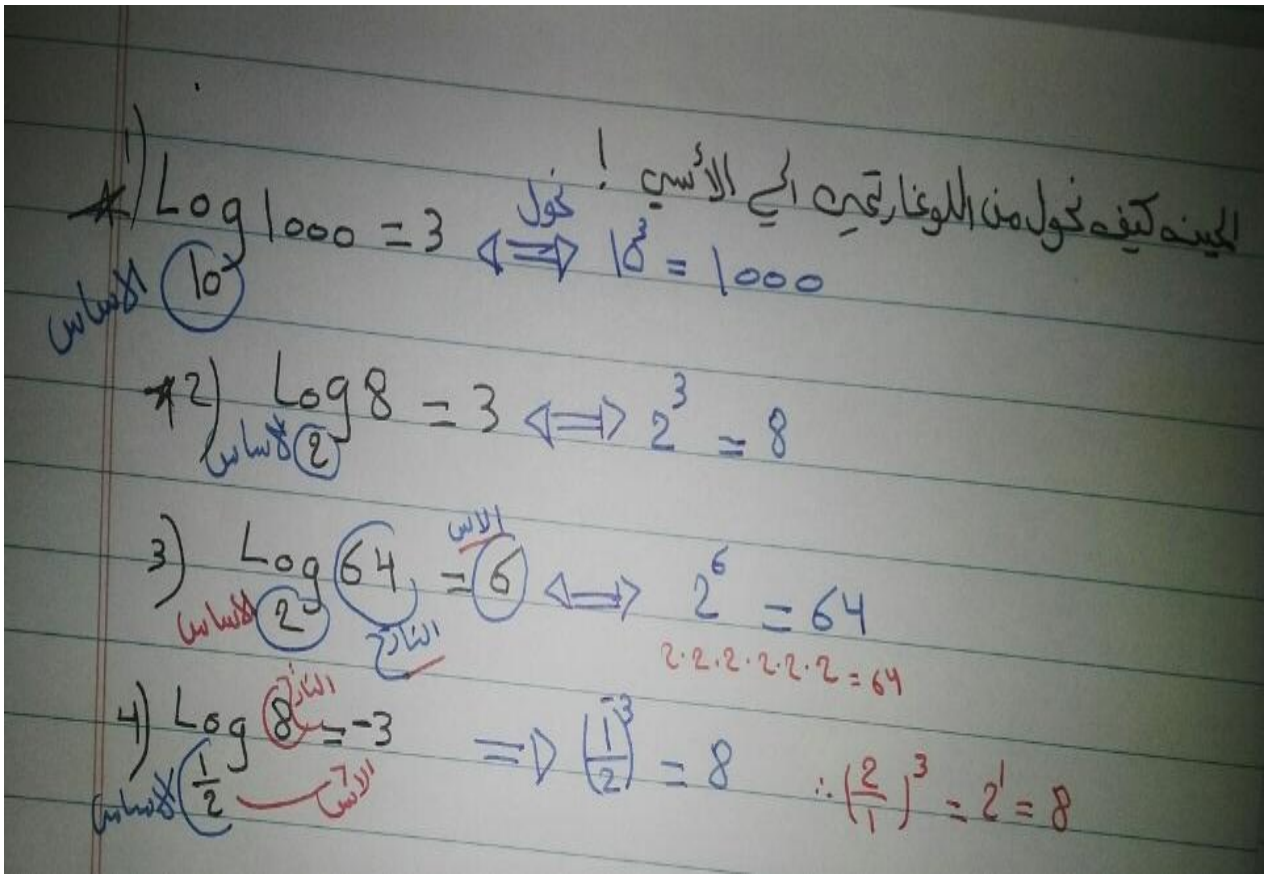
1) تركيز الاساس

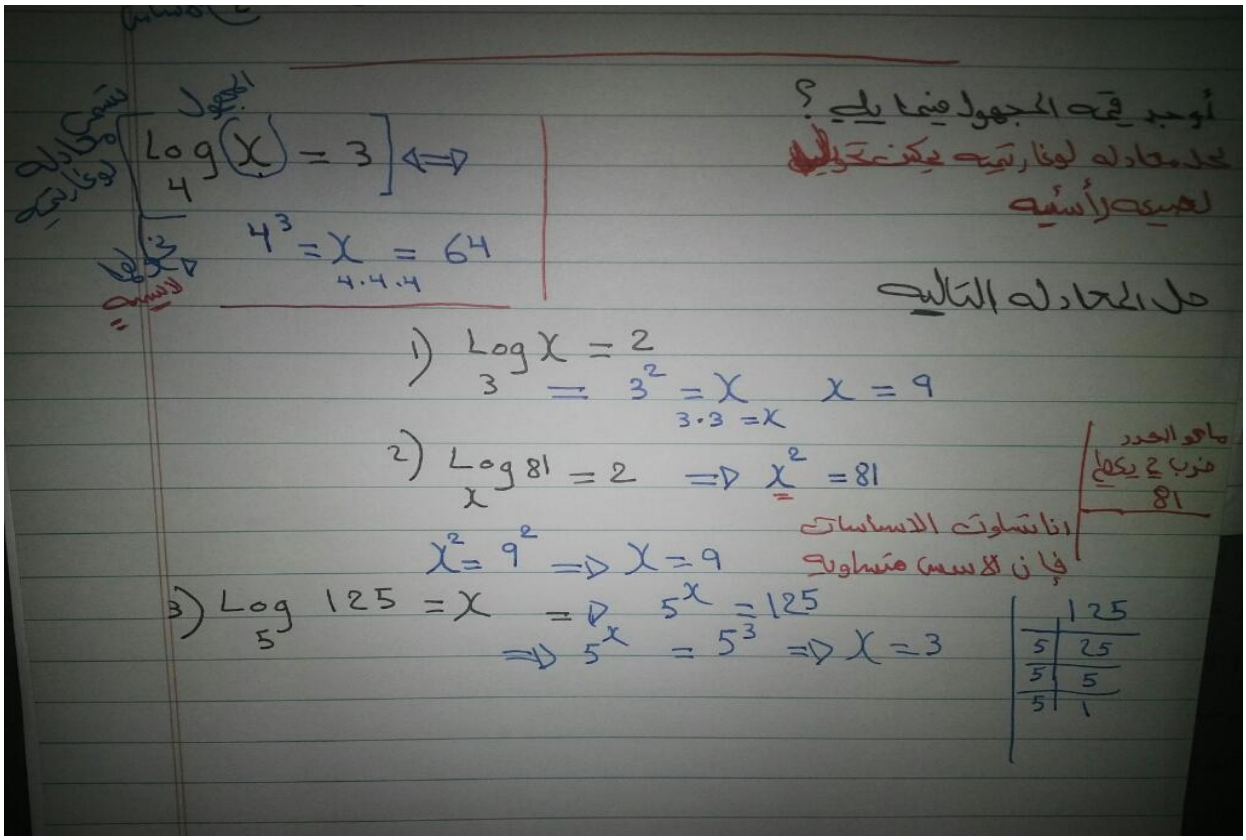
هاذي بشكل أسي نحولها الى اللوغاريتمي

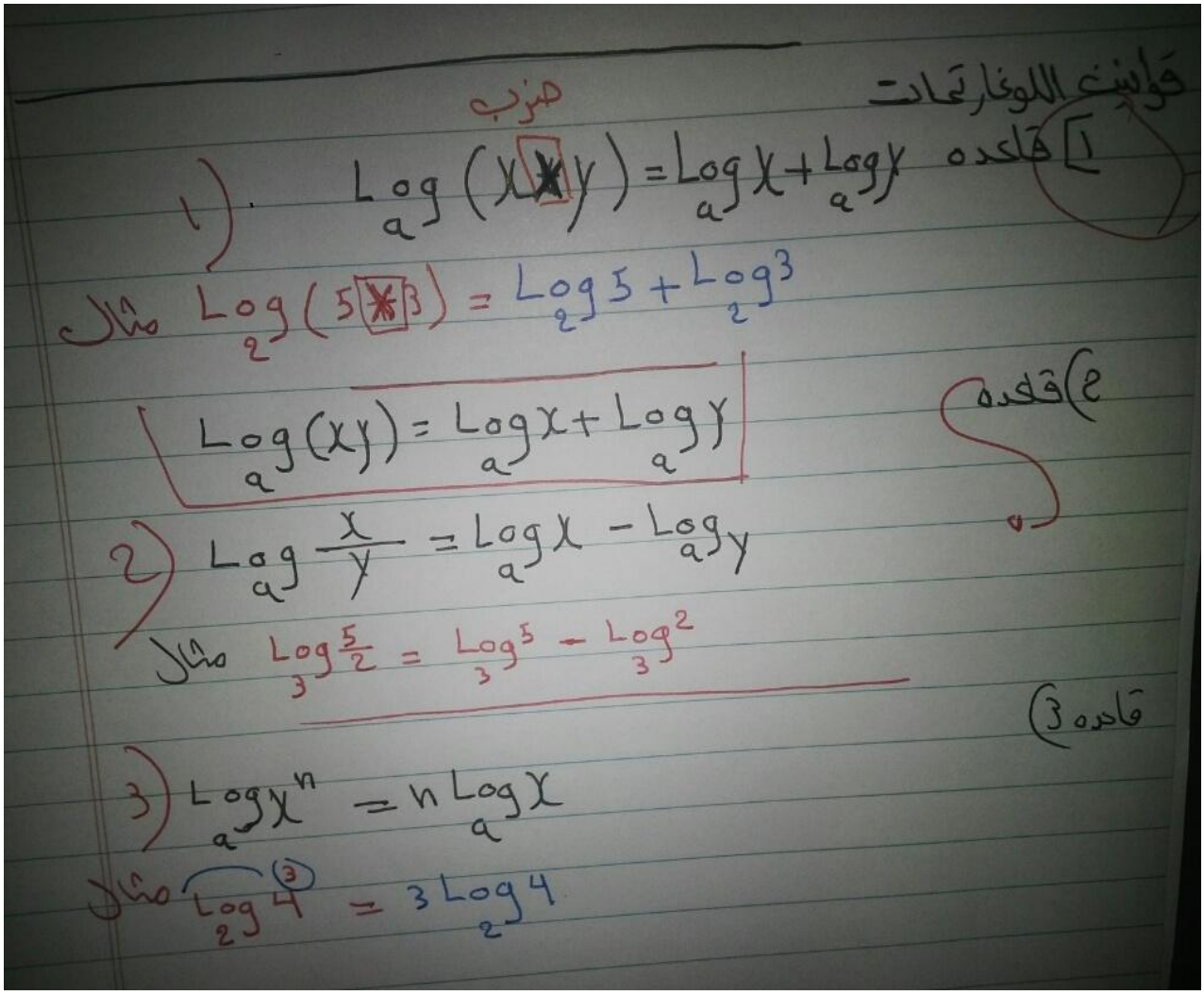
$2^{-3} = \frac{1}{8} \Rightarrow \log_2 \frac{1}{8} = -3$

*) كيف $10^{-3} = \frac{1}{1000} = 0,001$

$0.001 = 10^{-3}$ نحول $\Rightarrow \log_{10} 0.001 = -3$


الجيبه كيفه نحول من اللوغارتمية الي الأسي !
نحول
1) Log 1000 = 3 ⟺ $10^3 = 1000$
الاساس 10
2) Log 8 = 3 ⟺ $2^3 = 8$
الاساس 2
3) Log 64 = 6 ⟺ $2^6 = 64$
الاس
الناتج
الاساس 2
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$
4) Log 8 = -3 ⟹ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8$ ∴ $\left(\frac{2}{1}\right)^3 = 2^1 = 8$
الناتج
الاس
الاساس $\frac{1}{2}$


أوجد قيمه المجهول فيما يلي ؟
حل معادله لوغارتميه يمكن تحويلها لصيغه رأسيه
حل المعادله التاليه
تسمى معادله لوغارتميه
المجهول
$\log_4 X = 3 \iff$
$4^3 = X = 64$
$4 \cdot 4 \cdot 4$
1) $\log_3 X = 2$ ⟹ $3^2 = X$ ⟹ $X = 9$
$3 \cdot 3 = X$
2) $\log_X 81 = 2$ ⟹ $X^2 = 81$
$X^2 = 9^2$ ⟹ $X = 9$
اذا تساوت الاساسات فإن الاسس متساوية
ماهو الجذر مرفوع لـ يكفي 81
3) $\log_5 125 = X$ ⟹ $5^X = 125$
⟹ $5^X = 5^3$ ⟹ $X = 3$
125
5 | 25
5 | 5
5 | 1


قوانين اللوغارتمات
1) قاعده ضرب
$\log_a(x*y) = \log_a x + \log_a y$
مثال $\log_2(5*3) = \log_2 5 + \log_2 3$
$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
2) قاعده
$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
مثال $\log_3 \frac{5}{2} = \log_3 5 - \log_3 2$
3) قاعده
$\log_a x^n = n \log_a x$
مثال $\log_2 4^3 = 3 \log_2 4$