

١- الاحتمالات هي:

هو مقياس لإمكانية وقوع حدث (Event) معين

١- التجربة العشوائية

هي تلك التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومة مسبقاً ولكن لا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكدة . مثلاً

رمي حجر نرد مرة واحدة يعتبر تجربة عشوائية حيث نعلم جميع نتائج التجربة وهي إما أن تكون



ولكن لا يمكن تحديد أي رقم يظهر إلى الأعلى بصورة مؤكدة قبل إجراء التجربة.

٢- فراغ العينة

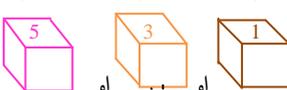
هو المجموعة الشاملة التي تحتوي على جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز له بالرمز Ω ويطلق عليه الحالات الممكنة Possible Cases فمثلاً .

افتراض أننا نقوم بأجراء تجربة ما كرمي الزهرة ونلاحظ كل النتائج الممكنة وهي ظهور احد الأوجه الستة



ونفترض أننا مهتمون بظهور رقم فردي مثل

من التجربة . وهكذا فإن عملية رمي زهرة النرد تسمى **تجربة** وظهور رقم فردي

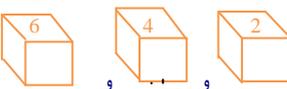


هو محل اهتمامنا ويسمى **حادثة** ومجموعة جميع الحالات الممكنة الظهور تسمى **بالفراغ العيني**

٣- الحادثة.

هي مجموعة جزئية من فراغ العينة وتمثل مجموعة النتائج التي تحقق الحدث وتسمى أيضاً الحالات المواتية فمثلاً الحصول على رقم زوجي في تجربة رمي زهرة النرد مرة واحدة تكون الحادثة هي .

ويمكن أن تحتوي الحادثة على عنصر واحد أو أكثر



تمارين

اوجد فراغ العينة في كل من التجارب العشوائية التالية

١- رمي عملة معدنية واحدة

الحل: عند رمي عملة معدنية مرة واحدة جميع النتائج الممكن الحصول عليها إما صورة (H) أو كتابة (T) ، فيكون

$$\Omega = \{ (H) , (T) \}$$

٢- رمي عملة معدنية مرتين

الحل: عند رمي عملة معدنية مرتين تكون جميع النتائج الممكن الحصول عليها وفراغ العينة كالتالي.

$$\Omega = \{ ((H) , (H)) , ((H) , (T)) , ((T) , (H)) , ((T) , (T)) \}$$

٣- رمي حجر نرد مرتين

الحل: عند رمي حجر نرد مرتين (حجر النرد هو مكعب صغير كتب أو رسم على أوجهه الستة الأرقام من ١ إلى ٦)

فتكون جميع النتائج الممكن الحصول عليها إما ظهور رقم ١ في الرمية الأولى ورقم ١ في الرمية الثانية أو رقم ١ في الرمية الأولى ورقم ٢ في الرمية الثانية وهكذا، فيكون بالتالي فراغ العينة في هذه التجربة كالتالي .

$$\Omega = \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \}$$

كما يمكننا كتابة فراغ العينة في تجربة رمي حجر النرد مرتين على شكل جدول كالتالي:

X , Y	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

تمارين

في تجربة رمي عملة معدنية ثلاث مرات، اكتب فضاء العينة لهذه التجربة وعبر عن الحوادث التالية

١- فضاء العينة كالتالي:

$$\Omega = \{ \text{H H H}, \text{H H T}, \text{H T H}, \text{H T T}, \text{T H H}, \text{T H T}, \text{T T H}, \text{T T T} \}$$

٢- الحصول  مرة واحدة

الحل: ويمكن الحصول على الحادثة  لمرة واحدة ونرمز لها بالرمز A1 كالتالي:

$$A1 = \{ \text{H T T}, \text{T H T}, \text{T T H} \}$$

٣- الحصول  مرتين

الحل: ويمكن الحصول على الحادثة  لمرتين ونرمز لها بالرمز A2 كالتالي:

$$A2 = \{ \text{H H T}, \text{H T H}, \text{T H H} \}$$

٤- الحصول  ثلاث مرات

الحل: ويمكن الحصول على الحادثة  ثلاث مرات ونرمز لها بالرمز A3 كالتالي:

$$A3 = \{ \text{H H H} \}$$

٥- عدم الحصول  صورة

الحل: ويمكن عدم الحصول على الحادثة  ونرمز لها بالرمز A4 كالتالي:

$$A4 = \{ \text{T T T} \}$$

في تجربة رمي حجر نرد مرتين عبر عن الحوادث التالية بدلالة نقاط العينة والصفة المميزة؟

الحل: يمكننا كتابة فراغ العينة في تجربة رمي حجر النرد مرتين على شكل جدول كالتالي:

X, Y	1	2	3	4	5	6
1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6
3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,6
4	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6
5	5,1	5,2	5,3	5,4	5,5	5,6
6	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6

١- الحصول على مجموع يساوي ٧

بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

$$A = \{ (\text{1} \text{ 6}), (\text{2} \text{ 5}), (\text{3} \text{ 4}), (\text{4} \text{ 3}), (\text{5} \text{ 2}), (\text{6} \text{ 1}) \}$$

بطريقة الصفة المميزة:

$$A = \{ (x,y) : x + y = 7 \}$$

٢- الفرق بين العددين الناتجين يساوي القيمة المطلقة ١

بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

$$B = \{ (\text{1} \text{ 2}), (\text{2} \text{ 1}), (\text{2} \text{ 3}), (\text{3} \text{ 2}), (\text{3} \text{ 4}), (\text{4} \text{ 3}), (\text{4} \text{ 5}), (\text{5} \text{ 4}), (\text{5} \text{ 6}), (\text{6} \text{ 5}) \}$$

بطريقة الصفة المميزة:

$$B = \{ (x,y) : x - y = | 1 | \}$$

٣- الحصول على مجموع يساوي ٩ على الأقل

بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

$$C = \{ (\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 6 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 5 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 3 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 6 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 5 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 6 \\ \hline \end{array}) \}$$

بطريقة الصفة المميزة:

$$C = \{ (x,y) : x + y \geq 9 \}$$

٤- الحصول على الرقم ١ في الرمية الأولى

بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

$$D = \{ (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 5 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline \end{array}) \}$$

بطريقة الصفة المميزة:

$$D = \{ (x,y) : x = 1 \}$$

٥- الحصول على حاصل ضرب يساوي ٦ على الأكثر

بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

$$E = \{ (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 5 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 6 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 3 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 1 \\ \hline \end{array}) \}$$

بطريقة الصفة المميزة:

$$E = \{ (x,y) : x * y \leq 6 \}$$

٦- الحصول على مجموع أقل من أو يساوي ٢

بطريقة سرد جميع العناصر بينهما فاصلة (طريقة نقاط العينة):

$$F = \{ (\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} , \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}) \}$$

بطريقة الصفة المميزة:

$$F = \{ (x,y) : x + y \leq 2 \}$$

مثال.

عبر بالكلمات عن كل الحوادث الممثلة بالمجموعات الجزئية التالية من نقاط العينة .

$$\begin{aligned} G &= \{ (\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}) \} \\ H &= \{ (\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array}) \} \\ I &= \{ (\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}) \} \\ J &= \{ (\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}) \} \\ K &= \{ (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}), \\ & (\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}), (\begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline 6 \\ \hline \end{array}) \} \end{aligned}$$

التعبير بالكلمات عن الحوادث	الحادثة
تعني الحصول على نفس العدد في الرمية الأولى والرمية الثانية	الحادثة G
تعني الحصول على مجموع رميتين أقل من (5)	الحادثة H
تعني الحصول على فرق بين الرميتين يساوي (4)	الحادثة I
تعني الحصول على (4) في الرمية الثانية	الحادثة J
تعني الحصول على عدد زوجي في كلا الرميتين	الحادثة K

٤ - الحالات الممكنة (Possible Cases)

هي الحالات أو النتائج المختلفة التي يمكن أن تظهر نتيجة لإجراء تجربة معينة، فمثلاً عند رمي قطعة عملة تكون نتيجتها صورة أو كتابة ، وعند رمي زهرة نرد تكون نتيجتها ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ فيقال أن عدد الحالات الممكنة ٢ في حالة رمي قطعة العملة و ٦ في حالة رمي زهرة النرد.

٥ - الحالات المواتية (Favorable Cases)

هي النتائج أو الحالات التي تؤدي إلى تحقيق الحادث الذي هو موضع اهتمامنا، فإذا كان الحادث هو الحصول على رقم فردي في حالة رمي زهرة النرد فإن الحالات التي تحقق هذا الحادث هي الحصول على ١ أو ٣ أو ٥ ، هذه الحالات الثلاثة تسمى الحالات المواتية.

٦ - الحالات المتماثلة (Equally Likely Cases)

إذا كان لدينا عدة كرات معدنية مصنوعة من مادة واحدة متجانسة في الكثافة ولها نفس الوزن والحجم وضعناها في كيس وسحبنا كرة منها بعد خلطها جيداً فإن هذه الكرات تكون حالات متماثلة أي يكون لكل منها نفس النصيب في السحب.

٧ - الحوادث المتنافية (Mutually Exclusive Events)

يقال عن الحادثين A و B أنهما متنافيان إذا استحال حدوثهما معاً. فمثلاً عند رمي عملة معدنية لا يمكن الحصول على وجهين في وقت واحد.

٨ - الحوادث المستقلة (Independent Events)

يعتبر الحادثين A أو B حادثين مستقلين إذا كان وقوع إحداهما أو عدم وقوعه لا يؤثر في وقوع الآخر. فمثلاً عند رمي قطعة عملة واحدة مرتين متتاليتين فإن نتيجة الرمية الثانية لا تتأثر بنتيجة الأولى.

٩ - الحوادث الشاملة (Exhaustive Events)

تسمى الحوادث A ، B ، C ... حوادث شاملة في تجربة ما إذا كان لابد من حدوث إحداهما عند إجراء التجربة.

فمثلاً عند اختيار طالب من الجامعة لمعرفة حالته ما إذا كان مدخناً أو غير مدخن تعتبر هذه الحالات حوادث شاملة لأنه لابد للفرد أن يكون له صفة واحدة من هذه الصفات. كذلك فإن الحصول على العدد ١ أو ٢ أو ٣ أو ٤ أو ٥ أو ٦ عند رمي حجر النرد تعتبر حوادث شاملة لأنه لابد من حدوث إحداهما.

