تعريف المجموعة:

المجموعة ببساطة هي تجمع من الأشياء أو العناصر المحددة تماماً. وقد تكون هذه الأشياء أعداداً أو أشخاصاً أو أحداثاً أو أي شئ آخر.

ترمز للمجموعات بواسطة حروف كبيرة

عناصر المجموعة

الأشياء التي تتكون منها المجموعة ت و ترمز للعناصر بواسطة حروف صغيرة

تعد دراسة المجموعات ذات أهمية كبيرة في دراسة العلاقات والدوال.

طرق كتابة المجموعات

1- طريقة العد (سرد العناصر):	2- طريقة القاعدة (الصفة المميزة):
يتم فيها وضع جميع عناصر المجموعة، أو جزء منها ، بين قوسي المجموعة { } بحيث يفصل بين كل عنصرين بعلامة فاصلة "," بحيث لا يتم تكرار العناصر	ويتم فيها وصف المجموعة بذكر صفة يمكن بواسطتها تحديد عناصرها، أي الصفة التي تحدد ارتباط عناصر المجموعة

أنواع المجموعات:

1- المجموعة الخالية:	2- المجموعة المنتهية:	3- المجموعة غير المنتهية:	4- المجموعة الكلية:	5- المجموعة الجزئية:	6- تساوي المجموعات:
وهي مجموعة الأعداد الصحيحة التي بين العددين 0,1 مجموعة خالية، أيضا مجموعة أسماء الأسماك التي تتحدث اللغة العربية مجموعة خالية بالتأكيد. ويرمز للمجموعة الخالية بالحرف اليوناني "فاي"Ø أو بقوسين {}.	المجموعة التي تكون عناصرها محدودة.	المجموعة التي تكون عناصرها غير محدودة.	هي المجموعة التي تدرس جميع المجموعات باعتبارها مجموعات جزئية منها، ويرمز لها بالرمز U.	فنقول عن مجموعة A أنها مجموعة جزئية من مجموعة B إذا كان كل عنصر ينتمي إلى A ينتمي إلى B	تكون المجموعتان B، A متساويتان إذا كانت $A \subseteq B, B \subseteq A \Rightarrow A = B$

أما المجموعتان المتكافئتان فهما المجموعتان اللتان تتساويان في عدد عناصرهما

أشكال ِفنْ

يمكن تمثيل المجموعات والعمليات المختلفة عليها من خلال استعمال اشكال هندسية

- المجموعة الكلية:

تمثل المجموعات الكلية بمستطيل ويرمز لها بالرمز S

إتحاد هده الحوادث

$\bigcup_{i=1}^{n} A_i$ **حدث يقع إذا وقع أحد هذه الحوادث Ai على الأقل وهو ما يطلق عليه جمع الأحداث**

خواص العمليات الجبرية لإتحاد الحوادث:

1- توزيع الإتحاد على التقاطع.

- 2- خاصية التبديل

$\bigcap_{i=1}^{n} A_i$ **هو حدث يقع إذا وفقط وقعت كل الحوادث Ai على الأقل وهو ما يطلق عليه ضرب الحوادث**

خواص العمليات الجبرية لتقاطع الحوادث

1- توزيع التقاطع على الإتحاد.

2-هناك خاصية التبديل

تكون الحوادث المتنافيه او المنفصله إذا كان تقاطعهما خاليا

معلومه

مثال الحوم اخر محاضره 1 جزء الثاني

اذا ذكر و في السوال يكون تقاطع

اذا ذكر او اتحاد

اذا ذكر عدم توفر متممه

مثال قطعه النقود المعدنيه

ذكر رميها 3 مرات

والنقود لها وجهان يعنى 2 اس 3 =2x2x 2=8 احتمالات

تعريف الاحتمالات:

هو مقياس لامكانية وقوع حدث معين

=تستخدم كلمة احتمالات كلمة مرادفة لبعض الكلمات الأخرى

=ارتبط المفهوم التقليدي للاحتمال بألعاب الحظ لمدة طويلة،

=وتختلف درجة إمكانية تحقق أي حادثة من شخص إلى آخر.......

حسب خبرته والمعلومات المتوفرة لديه عن الحادثة

علم الاحتمالات تطورا كبيرا وسريعا وأصبح أساسا لعلم الإحصاء وبحوث العمليات

1-التجربة العشوائية :

هي التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومة مسبقا ولكن لا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هده النتائج بصفة مؤكدة مثلا:

التجارب تكون النتائج التي نحصل عليها من تكرار للتجربة تتذبذب عشوائيا ومهما حاولنا التحكم بظروف التجربة فإن النتائج المتعاقبة ستتغير بشكل غير منتظم.

فراغ العينة هو المجموعة الشاملة التي تحتوي على جميع النتائج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز له بالرمز Ω ويطلق علية الحالات الممكنة

عملية رمي الزهرة تسمى تجربة

رقم فردى هو محل اهتمامنا يسمى حادثاً

ومجموعة جميع الحالات الممكنة الظهور تسمى بالفراغ العيني

أن الحادث قد يكون حالة او اكثر من الفراغ العيني .

الحادثة هي مجموعة جزئية من فراغ العينة وتمثل مجموعة النتائج التي تحقق الحدث وتسمى أيضا الحالات المواتية

مثال رمي القطعه المعدنيه مره واحده اذا 2 اس 1 = احتمالين فقط

رميها مرتين 2 اس 2 =4 احتمالات

صوره H كتابه T

الحالات الممكنه

هي الحالات أو النتائج المختلفة التي يمكن أن تظهر نتيجة لإجراء تجربة معينة، فمثلاً عند رمي قطعة عملة تكون نتيجتها صورة أو كتابة ،

-الحالات المواتية

هي النتائج او الحالات التي تؤدي إلى تحقيق الحادث الذي هو موضع اهتمامنا،

5-الحالات المتماثله

هيا حالات متماثلة أي يكون لكل منها نفس النصيب في السحب. مثال الكرات

6-الحوادث المتنافية

لا يمكن الحصول على وجهين في وقت واحد.

-الحوادث المستقلة

يعتبر الحادثين A أو B حادثين مستقلين إذا كان وقوع إحداهما أو عدم وقوعه لا يؤثر في وقوع الآخر.

-الحوادث الشاملة

تسمى الحوادث A ، B ، C ... حوادث شاملة في تجربة ما إذا كان لابد من حدوث إحداها عند إجراء التجربة.

مثال الطالب المدخن

المحاضره 2

ترتبط كلمة احتمال دائما بذكر حدثا ما،

فاحتمال وقوع حدث معين هو نسبة وقوع هذا الحدث في الأجل الطويل،

التعريف النسبي للاحتمالات

عند إجراء تجربة عدد N من المرات وكان A حدثا عشوائيا متعلقا بهده التجربة

فإن التكرار النسبي يعرف على أنه حاصل قسمة عدد مرات حدوث الحادثة A مقسوما على عدد مرات حدوث التجربة أو بمعنى : $f_N(A) = \frac{N_A}{N_\Omega}$

أي أن التكرار النسبي لـ A
$$\frac{\text{يساوي تكرار A}}{\text{التكرار الكلي.}}$$

أكبر من أو يساوي (صفر) وأصغر من أو يساوي (1)

التكرار النسبي لـ A = 1 اذ وفقط إدا وقع الحدث A في N مرة أجريت فيها التجربة.

التكرار النسبي لـ A = 0 إدا وفقط إدا لم يقع الحدث A في N مرة أجريت فيها التجربة.

إدا كان A و B حادثتان متنافيتان $f_N(A \cup B) = f_N(A) + f_N(B)$

التكرار النسبي لحادثة A يأخد قيمة ثابتة إدا زاد عدد محاولات التجربة عن عدد معين ، ويكون في العادة العدد كبير، وهدا ما نسميه إحتمال وقوع الحادثة A .

التعريف التقليدي للاحتمالات

لأي حادثة A فإن احتمال حدوثها يمثل نسبة عدد حالات ظهورها إلى عدد حالات ظهور فراغ العينة الكلي أي بمعنى:

$$\frac{\text{عدد الحالات المواتية}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

أي أن $P(A) = \frac{N_A}{N_\Omega}$

مسلمات الاحتمال التقليدي وهي :

1-قيمة أي احتمال أكبر من أو يساوي صفر

2- قيمة احتمال فراغ العينة يساوي واحد صحيح >>>>>>>حدث موكد

3-إذا كانت A1 و A2 حادثين متنافيين أو منفصلين تقاطعهما = ϕ

واتحادهما = $P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2)$

جمع الاحتمالات

في حالة

حوادث متنافية بمعنى أن حدوث أحدها يؤدي
إلى استحالة حدوث أي من الحوادث الأخرى وبالتالي فإن احتمال حدوث هذه الحوادث معاً يكون معدوماً فإن

احتمال وقوع أي حادث من الحوادث المتنافية يساوي مجموع احتمالات وقوع هذه الحوادث

هالحاله في الارقام مثل النرد والعمله

مثال:

رمي حجر نرد مرة واحدة ، احسب:

احتمال الحصول على رقم 5 أو 6

هنا يبغا 5 او 6 في رميه وحده متنافيه لانه ماهو شرط يطلعو هالرقمين ممكن يطلع 4 او 3 او 2 او 1

اذا نطبق قانون التنافي

احتمال الحصول على رقم زوجي

هنا نفس الشي ماهو شرط رقم زوجي ممكن فردي

في حالة حوادث غير متنافيه

عند عدم اشتراط تنافي الحادثين A و B يكون المقصود بالحادث (A أو B) وقوع A على انفراد أو وقوع B على انفراد أو وقوع الحادثين A و B معا في وقت واحد

هنا عدد عمال واقسام

قانونها نجمع عادي الاحتمال ونطرح الاحتمال الاول

$$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

اختير عامل من الجدول السابق بطريقة عشوائية، احسب الاحتمالات التالية:

- **احتمال أن يكون العامل من القسم الأول أو الثاني.**
- **نجمع المجاميع حقت الاقسام ماحدد الشخص اعزب ام متزوج ؛>>>>>>متنافيه نستخدم نفس قانون التنافي**
- **احتمال أن يكون العامل متزوجا أو من القسم الأول**
- **حدد متزوج وقسم**
- **P(A1)=27/50>>>>>>قسم المتزوجين من جميع الاقسام**
- **P(A2)=12/50 >>>>>>قسم الاول**
- **جمعهم بعدها طرح العامل المتزوج في القسم الاول >>>لان ذكر في السوال متزوج وقسم اول**

- $P(A1 \cup A2) = P(A1)+P(A2)-P(A1 \cap A2) = (27/50)+(12/50)-(7/50) = 32/50 = 0.64$

- احتمال أن يكون العامل من القسم الثالث أو أعزب

اول شي نقسم القسم الثالث ونقسمه على المجموع الكلي للعمال

ونجمعه مع قسمه عدد العزاب في كل الاقسام مقسوم على العدد الكلي

ولانه ذكر عزاب وقسم ثالث نطرح عدد العزاب في القسم الثالث مقسومه على العدد الكلي فقط

$$P(A1 \cup A2) = P(A1)+P(A2)-P(A1 \cap A2) = (16/50)+(23/50)-(10/50) = 29/50 = 0.58$$

- الاحتـمال الشرطي

إذا كان لدينا الحادثين A1 , A2 وكان P: (A2) لا يساوي الصفر فأن الاحتمال الشرطي للحادث A1 بشرط وقوع الحادث A2 يعطي بالمعادلة التالية:

$$P(A1|A2) = \frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)}$$

مثال

إذا كان احتمال نجاح طالب في مقرر الرياضيات 0.64 واحتمال نجاحه في مقرر الإحصاء ومقرر الرياضيات معا 0.32 فما هو احتمال نجاحه في مقرر الإحصاء؟ علما بأنه نجح في مقرر الرياضيات.

هنا اشترط عليا انه نجح في الرياضيات يبغا يعرف نجاحه في الاحصا

$$\frac{P(A_1 \cap A_2)}{P(A_2)} = \frac{0.32}{0.64} = 0.5$$

المثال الي بعده حق العمال ذكر بشررررررررررررررررررررررط في السوال

طيب مثال العمال

ذكر سوالين

الاول عامل من القسم الاول بشرط متزوج >>>ننظر لاخر السوال وش الشرط ونحل على اساس الشرط

اول شئ نطلع نسبه عدد العمال المتزوجين في القسم الاول عددهم 7 نقسمهم على المجموع الكلي للعمال >>>>لان ابي النسبه = 14.

بعدين ناخذ مجموع المتزوجين في كل الاقسام ونقسمها على المجموع الكلي للعمال =54.

نقسم نسبه المتزوجين في القسم الاول على نسبه كل المتزوجين في جميع الاقسام =259.

هنا اهتمينا بالمتزوجين لانه شرط

في السوال الثاني احتمال ان يكون عامل اعزب بشرط من القسم الثالث

نشوف الاعزب في القسم ثالث 10 عزاب نقسمهم على المجموع الكلي للعمال =2.

بعدين ناخذ مجموع القسم الثالث ونقسمه على مجموع الكلي للعمال 16 قسمه 50 =32.

نقسم 2. على 32.=625.

ضــــرب الاحتــمالات

إن احتمال حدوث حادثين مستقلين أو أكثر معاً يساوي حاصل ضرب احتمال حدوث كل واحد من هذه الحوادث ببعضها بعضاً

أن الحوادث المعطاة تكون مستقلة عندما تبقى الاحتمالات ثابتة مثل لحوادث:

1- رمي قطع نقود (أو قطعة واحدة عدة مرات)

2- رمي أحجار نرد (أو حجر نرد عدة مرات)

3- السحب مع الإرجاع (أو الإعادة)

يعني في مثال العمال

طلب منا عاملان من قسم واحد

الضرب نعرفه اذا طلب عاملان من قسم 1

او عاملان متزوجان

التباديل☹ ترتيب

تشير التبديلة إلى الطريقة التي ترتب بها المفردات، فإذا كان لدينا مجموعة مكونة من n من المفردات، فإن عدد التبديلات الممكنة يعتمد على عدد المفردات (r) المأخوذة لهذه المجموعة لترتيبها، وتستخدم التباديل عندما تكون n أكبر من r أو n تساوي r ،

من المستحيل في التباديل أن تكون n أصغر من r

عندما تكون n>r فإن عدد التبديلات الممكنة لعدد r من المفردات مأخوذة من n من المفردات

حل التباديل بالاله

6!=6(5)(4)(3)(2)(1)=720

بالاله

6 ⟵ shift ⟵ X-1 ⟵ = 720

قاعدة:

1-لاحظ أن $(n-K)! \neq n!-K!$

-2 $P_r^n = \dfrac{n!}{(n-r)!}$

3-إذا كانت n=r فإن عدد التراتيب الممكنة لعدد n من المفردات مأخوذة مرة واحدة هو $P_n^n = n!$

مثال:

إذا كان لدينا الحروف التالية a, b, c

كم عدد المرات التي يمكننا أن نرتب هذه الحروف

بالاله 3 ← shift ← ضرب ← 3=

التوافيق(اختيار

تهتم التوافيق بعدد الطرق الممكنة لاختيار r من المفردات من n من المفردات دون أخذ الترتيب في الإعتبار، ويسمى ذلك بعدد التوفيقات الممكنة لأخذ r من المفردات من n من المفردات

$$C_r^n = \frac{n!}{r!}$$

في التوافيق نفس السوال بس حدد 3 من 10 اشخاص

$$C_r^n = \frac{n!}{r!} = C_3^{10} = \frac{(10)(9)(8)}{3!} = \frac{720}{(3)(2)(1)} = \frac{720}{6} = 120$$

الحل بالاله

10 ← shift ← /قسمه ← 120=3

الفرق بين التباديل والتوافيق:

تختلف التوافيق عن التباديل في أن التباديل تأخذ ترتيب المفردات في الإعتبار بينما لا تهتم التوافيق بترتيبها.

نظريـــة بايـز

اذا ذكر في السوال نسب

نستخدم هالقانون

$$P(A_r|B) = \frac{P(A_r)P(B|A_r)}{\sum_{i=1}^{n} P(A_i)P(B|A_i)} \qquad 1 \le r \le n$$

س ٤/ المجموعتان المتساويتان هما المجموعتان اللتان:

أ) تتساويان في عدد عناصرها أي عدد عناصر A يساوي B

ب) يكون كل عنصر من المجموعة A ينتمي ويساوي العنصر في المجموعة B والعكس

ج) يكون كل عنصر من المجموعة A ينتمي ولايساوي العنصر في المجموعة B والعكس

د) تكون عناصرها غير محددة

المحاضرة ١-١ الشريحة ١٥

س7 الحادثه : $A=\{ (x , y) : x + y = 7 \}$ تعني

ا) A={(1,6), (3,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}

ة) A={(1,6), (2,5), (4,4), (4,3), (5,2), (6,1)}

ط) A={(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,3), (6,1)}

د) A={(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}

س11 قذفت قطعه نقود معدنيه 3 مرات فان فراغ العينه =

ا) Ω= {(HHH), (THT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)}

ة) Ω= {(HHH), (HHT), (HTH), (TTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)}

ط) Ω= {(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (HHT), (TTH), (TTT)}

د) Ω= {(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)

س13/ {X عدد صحيح ، $D=\{x: 0 \le x \le 12$ من عناصر هذه المجموعة مايلي:

أ) 18.16.14.12.10.8.6.4.2

ب) 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1

ج) 13.12.11.10.9.8.7.6.5

د) 175.15.125.10.75.5.25

طريقة القاعدة (الصفة المميزة)

(اقتباس) الأعداد الصحيحة(Integer): هي الأعداد التي لا تحتوي على كسور وعلى فاصلة مثل: (15.2 أو 4.5 أو 86.8 الخ)، وتعبر عن أعداد مكتملة بحيث لو تم تقسيم العدد الصحيح على واحد، يكون الجواب أيضاً عدداً صحيحاً، فمجموعة الاعداد الصحيحة تكون على النحو التالي :(..... 3 ، 2 ،1، 0 ، -1 ، -2 ، -3 ......) ويشار إلى مجموعة الأعداد الصحيحة لدى الرياضيين بـ "ص"، وهو الحرف الأول من كلمة (صحيحة). أما في الترميز الإنكليزي فيرمز لها بالحرف Z وهو الحرف الأول من الكلمة الألمانية (Zhalen) والتي تعني عدد

المحاضرة 1-1 الشريحة 8

س14/أي من المجموعات التالية تعبر عن المجموعات المتكافئة؟:

أ) $A = \{1,3,5,7\} , B = \{1,5,7\}$

ب) $A = \{0,1,2\} , B = \{a,b,c\}$

ج) $A = \{0,1,2,3\} , B = \{a,b,c\}$

د) $A = \{5,7\} , B = \{1,5,7\}$

المجموعتان المتكافئتان فهما المجموعتان اللتان تتساويان في عدد عناصرهما وتكتب على الصورة

$$A \equiv B$$

$A = \{0,1,2\} \ , \ B = \{a,b,c\}$

المحاضرة 1-1 الشريحة 16

س26/التجربة العشوائية Random Experiment:

ا) التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومة مسبقا ولا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكدة

ب) التجربة التي تكون جميع نتائجها غير معلومة مسبقا ولا يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكدة

ج) التجربة التي تكون جميع نتائجها معلومة مسبقا و يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكدة

د) التجربة التي تكون جميع نتائجها غير معلومة مسبقا و يمكن التنبؤ بحدوث أي من هذه النتائج بصفة مؤكدة

المحاضرة 2-1 الشريحة 5

س27/ يتكون مجلس ادارة احدى الشركات من 5 محاسبين ، 7 مهندسين ، 3 اقتصاديين . اختير احدهم بطريقة عشوائية ، ماهو احتمال ان يكون من تم اختيارهم محاسب او اقتصادى ؟:

ا) 0.533

ب) 0.466

ج) 0.333

د) 0.200

التعريف التقليدي للاحتمالات Classical Probability Definition

$$P(A) = \frac{N_A}{N_\Omega}$$

$$P(A) = \frac{\text{عدد المحاسبين والاقتصاديين}}{\text{عدد مجلس الإدارة الكلي}} = 8/15 = 0.533$$

المحاضرة 2-2 الشريحة 14

س36/اذا كانت لدينا البيانات التالية

$A=\{1,2,3,,x.y\}$ $B=\{3,4,5,x,w\}$ وكانت المجموعة الكلية $U=\{1,2,3,4,5,w,x,y,z\}$

من خلال البيانات السابقة فان قيمة $(A \cup B)$ تساوي:

ا) $(A \cup B) = \{1,2,3,4,5,x,y,w,z\}$

ب) $(A \cup B) = \{1,2,3,4,5\}$

ج) $(A \cup B) = \{1,2,3,4,5,x,y,w\}$

د) $(A \cup B) = \{3,4,5,x,y,w\}$

- الاتحاد

اتحاد المجموعتين A ، B ($A \cup B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A أو في B أو في كليهما

المحاضرة 1-1 الشريحة 22

س37/من خلال البيانات السابقة فان قيمة $A \cap B$ تساوي::

ا) $A \cap B = \{3,x\}$

ب) $A \cap B = \{4,x\}$

ج) $A \cap B = \{3,y\}$

د) $A \cap B = \{4,w\}$

- التقاطع

تقاطع المجموعتين A ، B ($A \cap B$) هو مجموعة كل العناصر الموجودة في A و في B معاً. أي العناصر المشتركة بين A و B

المحاضرة 1-1 الشريحة 22

س40/ رمى حجر نرد مرد واحدة، فان احتمال الحصول على رقم P(A>2) يساوي:

أ) 1/6

ب) 3/6

ج) 4/6

د) 6/6

فراغ العينة لهذه التجربة هو : $\Omega=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

احتمال الحصول على رقم أكبر من 2

الاحتمالات Probabilities:::الأحداث Events:::

الحدث البسيط :(Simple event)وهو الحدث المكون من عنصر واحد مثل {1} في تجربة إلقاء حجر النرد.

الحدث المركب :(Compound event)الحدث المكون من أكثر من عنصر مثل {2، 4، 6} حدث العدد زوجي في تجربة إلقاء حجر النرد

$$P(A) = \frac{N_A}{N_\Omega} = \frac{\text{عدد الحالات المواتية}}{\text{عدد الحالات الممكنة}}$$

http://www.jmasi.com/ehsa/prob/prob.htm

لمحاضرة 2-1 الشريحة 11