المحاضرة الثامنة ..

الفصل الثالث: التوزيعات الاحتمالية المتصلة

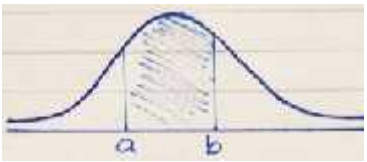
تعريف: إذا كان X متغير عشوائي متصل وكان f(x) اقتران حقيقي يتحقق الشرطان التاليين:

$$f(x) \geq 0 \ , -\infty < X < \infty \quad \textbf{-1}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \quad \textbf{-2}$$

(عن المساحة تحت منحنى f(x) وفوق محور السينات = 1 فإن f(x) تسمى الكثافة الاحتمالية أي التوزيع الاحتمالي المتصل للمتغير X.

ويكون احتمال وقوع X بين قيمتين a = x , b = x يساوي المساحة تحت منحنى f(x) وفوق المحور الأفقي والمحصور بين a , b والشكل التالي يوضح ذلك



فإن:

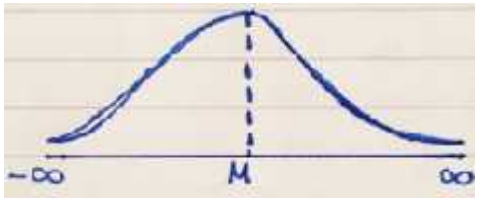
$$P(a < x < b) = \int_a^b f(x)dx$$

ومن أنواع التوزيعات الاحتمالية المتصلة التي سنتعرف عليها في هذا الفصل:

1- التوزيع الطبيعي (The normal Distribution): ويعتبر من أهم التوزيعات الاحتمالية المتصلة حيث يوصل التوزيع الطبيعي من خلال معادلة رياضية تحدد منحناه وتعين تماماً وبمعرفة كل من المعدل μ والتباين س^2 والتي يمكن كتابتها على الصورة التالية:

حيث μ: معدل التوزيع ، س^2: التباين ، $e \approx 2.718$ ، π=3.14 ، واحتمال الحادث X هو الذي يقع بين النقطتين a ، b هو:

وسنعبر عن المتغير العشوائي X والذي يخضع للتوزيع الطبيعي الذي معدله μ وتباينه س^2 بالرمز (س ^{2} ,M) X:N



*** خواص التوزيع الطبيعي:**

1- مماثل حول العمود المقام على الوسط الحسابي M بحيث يشبه شكله شكل الجرس.

2- له قيمة واحدة، وبذلك له منوال واحد ينطبق على الوسط الحسابي M.

3- تقارب طرفا منحنى التوزيع الطبيعي من الصفر عندما $X \to -\infty$ ، $X \to \infty$.

4- المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي تساوي 1.

2- التوزيع الطبيعي المعياري (Standard Normal Distribution): هو التوزيع الطبيعي الذي معدله (وسط الحسابي) يساوي صفر وتباينه يساوي 1، وسنعبر عن التوزيع بالرمز Z: N (0, 1).

نظرية: إذا كان التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو التوزيع الطبيعي ذو المعدل μ والتباين س^2 فإن توزيه المتغير العشوائي:

$Z = \frac{X-M}{\text{س}}$ هو التوزيع الطبيعي المعياري.

كل قيمة من X تقابلها قيمة من قيم Z حسب التحويل السابق وتسمى قيم Z القيم المعيارية المقابلة لقيم X.

مثل: إذا كان X: N (70,25) ، أوجد القيم المعيارية المقابلة لكل من القيم التالية:

1- $X_1 = 62$

2- $X_2 = 13$

الحل: لتحويل قيم X إلى قيم Z ، نستخدم التحويل التالي: $Z = \frac{X-M}{\text{س}}$ (س= ..... المعياري)

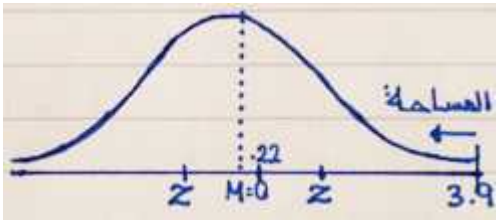
1- $Z_1 = \frac{65-70}{5} = \frac{-5}{5} = -1$

2- $Z_2 = \frac{13-7-}{5} = \frac{-57}{5}$

*** المساحات تحت التوزيع الطبيعي:** نستخدم جداول التوزيع الطبيعي المعياري لإيجاد المساحة المحصورة بين متغيرين عشوائيين حيث تعطى هذه الجداول المساحة إلى يسار ثم Z بشكل علم موجبة كانت أم سالبة بمعنى $P(Z < z)$.

ذات خانة عشرية واحدة والصف العلوي يعطي الخانة العشرية الثانية، وتقاطع الصف Zلاحظوا أن العمود الأيسر في الجدول يعطي قيم العمود يعطي المساحة المطلوبة.

المساحة تحت منحنى التوزيع الطبيعي المعياري.



(قيم Z موجبة) > نستخدم القيم الإحصائية لقيم Z الموجبة

(قيم Z سالبة) > نستخدم الجداول الإحصائية لقيم Z السالبة

[داخل جسم الجدول هي عبارة عن المساحات التي تقع على يسار قيمة معيات معينة]

أمثلة على المساحة التي تقع على يسار قيم معيارية مختلفة:

القيمة المعيارية Z المقابلة لقيمة X المختلفة ← | هي عبارة عن المساحات على يسار قيمة معيارية معينة →

Z 3.4	= 1
Z 0.52	= 0.6982
Z 3.48	=0.0003
Z 0.11	0.4562

امجاد الغامدي "(