الباب الثالث: المقاييس الإحصائية الوصفية:

١- مقاييس النزعة المركزية:هى قيم مركزية (متوسطة) تتمركز او تتوزع حولها البيانات.

٢- مقاييس التشتت: هى درجة تقارب او تباعد البيانات عن بعضها البعض.

المقاييس الإحصائية الوصفية

- مقاييس النزعة المركزية
  - الوسط الحسابي
  - الوسيط
  - المنوال
- مقاييس التشتت
  - المدى
  - التباين

هناك شروط يجب توفرها في المقياس الجيد :

- أن يتم تحديد قيمته بالضبط ولا يترك للتقدير الشخصي
- أن تدخل جميع البيانات في حسابه
- سهولة فهمه وحسابه
- قابليته للتعامل الجبري
- عدم تأثره بالقيم الشاذة (المتطرفة)

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

١ ـ الوسط الحسابي

يعرف الوسط الحسابي لمجموعة من البيانات، بأنه حاصل جمعها مقسوماً على عددها، يرمز للوسط الحسابي بالرمز μ ليمثل متوسط المجتمع أو $\bar{x}$ ليمثل متوسط العينة.

طرق حسابه في حالة البيانات الغير مبوبة

(بيانات المجتمع):

$$\mu_x = \frac{\sum x}{N}$$

حيث: $\sum x$: مجموع بيانات المجتمع

N: عدد بيانات المجتمع

(بيانات العينة):

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

حيث: $\sum x$: مجموع بيانات العينة

n: عدد بيانات العينة

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

- **مثال :**

احسبى الوسط الحسابى للأجور اليومية بالدولار للعينة التالية المكونة من خمس عمال باحدى القطاعات:

60 90 80 70 50

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{(50+70+80+90+60)}{5} = \frac{350}{5} = 70\$$$

يراعى أن يكون الوسط الحسابى بين أصغر قيمة و أكبر قيمة ضمن البيانات

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

- **مثال :**

البيانات التالية تمثل عدد ايام الأجازات السنوية التى حصل عليها 9أشخاص اختيروا من مدن مختلفة بالمملكة. احسبى الوسط الحسابى لعدد ايام الأجازات السنوية من هذة العينة.

20 26 40 36 23 42 35 24 30

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{(30+24+35+42+23+36+40+26+20)}{9} = \frac{276}{9} = 30.7 \quad \text{يوم}$$

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

- **مثال:**
- شركة لديها 6مصانع موزعة فى مناطق مختلفة لانتاج نفس المنتج وتبلغ السعة الانتاجية للوحدات من هذا المنتج فى هذة المصانع كما يلى:

3000 2000 1000 3500 2500 1200

و المطلوب: حساب متوسط انتاج الشركة من هذا المنتج.

الحل:

$$\mu_x = \frac{\sum x}{N} = \frac{(1200+2500+3500+1000+2000+3000)}{6} = \frac{13200}{6} = 2200$$ وحدة

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

- **المتوسط المرجح: ($\overline{X}_w$)**
- هو مجموع حواصل ضرب القيم فى أوزان مخصصة لكل منها مقسوم علي مجموع هذة الاوزان.

$$\overline{x}_w = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \ldots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \ldots + w_n} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

- حيث $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هى قيم العينة، و التى لها الاوزان

$W_1, W_2, \ldots, W_n$

- **<u>مثال :</u>**

أوجد المتوسط المرجح لدرجات أحد الطلاب فى ثلاث مقررات باحد الفصول الدراسية حيث كانت درجاته هى 50 , 70 , 40 وكانت الساعات المعتمدة هى 4 ,3، 2على الترتيب.

<u>الحل:</u>

$$x \;:\; 40 \quad ,70 \quad ,60$$

$$w \;:\; 2 \;,3 \;,4$$

$$\overline{x}_w = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{(2)(40)+(3)(70)+(4)(50)}{2+3+4}$$

$$\overline{x}_w = \frac{80+210+200}{9} = \frac{490}{9} = 54.4$$

مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي)

مزايا وعيوب الوسط الحسابي

المزايا

- تدخل جميع القيم في حسابه.
- سهولة حسابه و التعامل معه جبرياً.
- يعتبر الأساس في معظم عمليات الإحصاء الاستدلالي.
- لا يحتاج في حسابه إلى ترتيب البيانات

العيوب

- لا يمكن إيجاده للبيانات الوصفية.
- يتأثربالقيم الشاذة (المتطرفة).
- لا يمكن إيجاده بالرسم.

مقاييس النزعة المركزية (الوسيط)

٢ـ الوسيط

هو القيمة العددية التي تقل عنها نصف البيانات (50%) ويزيد عنها النصف الآخر. ويرمز له بالرمز (m). ويعرف كذلك بأنه مقياس الموقع لأن قيمته تعتمد على موقعه في البيانات.

طرق حسابه (في حالة البيانات غير المبوبة)

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ تمثل n من بيانات العينة

لإيجاد الوسيط يجب اتباع الآتي:

١ـ ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا.

٢ـ نوجد موقع الوسيط $= \dfrac{n+1}{2}$

إذا كان الناتج عدد صحيح فان
الوسيط هوالقيمة التي تقع في هذا الموقع مباشرة

إذا كان الناتج كسر فان
الوسيط هو متوسط القيمتين التي وقع الوسيط بينهما.

مقاييس النزعة المركزية (الوسيط)

- **<u>مثال:</u>**

احسب وسيط الأجور اليومية بالدولار للبيانات الآتية والتي تمثل عينتين من العمال مختارتين من شركتين مختلفتين:

- **العينة (1) :** 50 70 80 90 60
- **العينة (2) :** 50 70 80 90 60 100
- **<u>الحل:</u>**
- **<u>العينة (1):</u>** لحساب قيمة الوسيط :

1- نرتب القيم تصاعديا فتصبح

50 60 70 80 90

2- نوجد موقع الوسيط $= \frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$ **(الناتج عدد صحيح)**

، حيث أن الناتج عدد صحيح إذن الوسيط هو القيمة التي موقعها 3

- نجد ان قيمة الوسيط $= \boldsymbol{m} = \mathbf{\$70}$

مقاييس النزعة المركزية (الوسيط)

- **العينة (2) :** **50** **70** **80** **90** **60** **100**
- لحساب قيمة الوسيط:

١- نرتب القيم تصاعديا فتصبح

50 60 70 80 90 100

٢- نوجد موقع الوسيط وهو $= \frac{n+1}{2} = \frac{6+1}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$ *(عدد كسرى)*

حيث أنه عدد كسري اذن الوسيط هو متوسط القيمتين التي موقعهما 3 و 4

نجد ان الوسيط= m= $\frac{70+80}{2}$ = **$75**

مقاييس النزعة المركزية (الوسيط)

مزايا وعيوب الوسيط

المزايا

- سهولة حسابه أو إيجاده .
- لا يتأثر بالقيم الشاذة.
- يمكن إيجاده بالرسم .
- يمكن إيجاده للبيانات الوصفية(الترتيبية)

العيوب

- لا تدخل جميع القيم في حسابه أو إيجاده
- قد يصعب استخدامه في الإحصاء الاستدلالي لصعوبة إمكانية معالجته بالطرق الجبرية.
- لايمكن إيجاده للبيانات الوصفية (الاسمية).

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

٣- المنوال

هو المفردة ذات القيمة الأكثر شيوعا أو تكراراً.ويرمز له بالرمز D

مثال:

البيانات التالية تمثل أعمار خمسه من الطلبة في إحدى الجامعات

٢٠ ٢٠ ١٨ ٢١ ٢٥

أوجدي المنوال ؟

الحل:

المنوال = القيمة الأكثر تكراراً

المنوال = ٢٠

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

- <u>مثال :</u>(بيانات وصفية اسمية)

البيانات الآتية تمثل تقديرات 10 طلاب فى المدخل الى علم النفس:

D C D B A C D F D F

اوجدى منوال التقديرات لهؤلاء الطلاب.

<u>الحل:</u>

المنوال = D

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

مثال: (بيانات لها اكثر من منوال)

البيانات التالية تمثل عدد الأشخاص في عدد من الشقق السكنية أوجدي المنوال :

٥ ٣ ٤ ٧ ٩ ٤ ٥ ٤ ٧ ٧ ٢

الحل:

هناك منوالان : المنوال الأول = ٤ ، المنوال الثاني = ٧ ، لأن كليهما تكررا ثلاث مرات أكثر من غيرهما.

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

- **مثال:(بيانات لا منوال لها)**

البيانات التالية تمثل الوزن لمجموعة من الأشخاص اوجدي المنوال:

٥٠ ٥٥ ٤٥ ٤٠ ٤٩

الحل:

لا يوجد منوال لأن جميع القيم لها نفس التكرار.

مقاييس النزعة المركزية (المنوال)

مزايا وعيوب المنوال

العيوب	المزايا
●عدم دخول جميع القيم في حسابه أو إيجاده. ●يعاب على المنوال أنه قد لا يوجد و ذلك في الحالات التى تتساوى فيها تكرارات المشاهدات، وقد يوجد أكثر من منوال.	●سهولة حسابه أو إيجاده. ●لا يتأثر بالقيم الشاذة. ●يعتبر المقياس الوحيد للنزعة المركزية الذي يمكن إيجاده للبيانات الوصفية (الأسمية). ●يمكن إيجاده بالرسم .

مقارنة بين الوسط الحسابي والوسيط والمنوال

- الوسط الحسابي يفضل على غيره من المتوسطات(الوسيط والمنوال) لكونه أدقها وأكثرها ثباتاً.
- في حالة وجود قيم شاذة في البيانات يفضل الوسيط أو المنوال على الوسط الحسابي لتأثره بالقيم المتطرفة.
- يستخدم المنوال فى حالة البيانات الوصفية الاسمية.
- مجموع انحرفات القيم عن وسطها الحسابى يساوى صفر.

$$\sum (x - \bar{x}) = 0$$

مقاييس التشتت (المدى)

١ ـ المدى

هو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة من البيانات، ويرمز له بالرمز (R).

مثال:

البيانات الآتية تمثل أسعار سهم شركة معينة خلال خمسة أيام بالريال السعودي:

50 70 80 90 60

احسبى المدى.

الحل: اكبر قيمة = 90

اقل قيمة = 50

المدى=R= 90-50 = 40 ريال سعودي

مقاييس التشتت (المدى)

مزايا وعيوب المدى

المزايا

- سهولة حسابه .
- مقياس يعطي فكرة سريعة عن تشتت البيانات.

العيوب

- لا يدخل في حسابه إلا قراءتين(العظمى والصغرى)
- يتأثر بالقيم الشاذة.
- يصعب حسابه للبيانات الوصفية

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

٢ـ التباين والانحراف المعياري

الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي الموجب للتباين.

والتباين لبيانات المجتمع هو عبارة عن متوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي بينما التباين لبيانات العينة هو عبارة عن مجموع مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي مقسوماً على (عدد هذه القيم مطروح منه واحد).

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

طرق حسابه في حالة البيانات غير المبوبة

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_N$ تمثل N من بيانات المجتمع ، بمتوسط حسابي (μ) ، وكانت هذه المشاهدات تعبر عن جميع بيانات المجتمع تحت الدراسة ، فإن التباين والانحراف المعياري لهذا المجتمع يحسبان عن طريق الصيغتين التاليتين على التوالي :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu_X)^2}{N}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

طرق حسابه في حالة البيانات غير المبوبة

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ تمثل n من بيانات العينة ، بمتوسط حسابي $(\bar{x})$ ، وكانت هذه المشاهدات تعبر عن عينة مأخوذة من مجتمع الدراسة ، فإن التباين والانحراف المعياري لهذه العينة يحسبان عن طريق الصيغتين التاليتين على التوالي :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$S = \sqrt{S^2}$$

هناك طريقة مختصرة لحساب الانحراف المعياري كتالي:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left[\frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}\right]}{n-1}}$$

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

مثال:

أوجد التباين والانحراف المعياري لعدد مرات التداول اليومي خلال أيام العمل الرسمية من أحد حسابات بنك ما: 4 7 3 0 8

x	8	0	3	7	4	$\sum x = 22$
x^2	64	0	9	49	16	$\sum x^2 = 138$

التباين

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - \left[\frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{138 - \left[\frac{(22)^2}{5}\right]}{4} = \frac{138 - 96.8}{4} = \frac{41.2}{4} = 10.3$$

الانحراف المعيارى

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{10.3} = 3.21$$

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

مثال :

احسبي الانحراف المعياري للأجور اليومية بالدولار للعينة التالية المكونة من خمس عمال بإحدى القطاعات :   50   70   80   90   60

الحل :

x	60	90	80	70	50	$\sum x = 350$
x^2	3600	8100	6400	4900	2500	$\sum x^2 = 25500$

التباين

$$S^2 = \frac{\sum x^2 - \left[\frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]}{n-1}$$

$$S^2 = \frac{25500 - \left[\frac{(350)^2}{5}\right]}{4} = \frac{25500 - 24500}{4} = 250$$

الانحراف المعياري

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{250} = 15.81$$

مقاييس التشتت (التباين والانحراف المعياري)

بعض خواص التباين والانحراف المعياري :

- لا تتأثر قيمتا التباين والانحراف المعياري بطرح أو إضافة مقدار ثابت لجميع القيم.
- تتأثر قيمتا التباين والانحراف المعياري بضرب جميع القيم في مقدار ثابت.

مزايا وعيوب الانحراف المعياري

المزايا	العيوب
•سهولة حسابه والتعامل معه جبرياً.	•تأثره بالقيم الشاذة.
•تدخل جميع القيم في حسابه ولذلك يعتبر من أدق مقاييس التشتت.	•لا يمكن حسابه للبيانات الوصفية.
•له نفس وحدة القياس للظاهرة محل الدراسة.	

<u>ملاحظات هامة:</u>

- جميع قيم مقاييس التشتت موجبة دائما ، ،أو مساوية للصفر في حالة تساوي جميع قيم البيانات لأنه لا يوجد تفاوت أو تشتت بين البيانات أصلا
- للمقارنة بين تشتت ظاهرتين باستخدام مقاييس التشتت المطلق يجب توفر الشرطين التاليين:

❖الوسط الحسابي متساوي في كلا الظاهرتين

❖وحدة القياس واحدة في كلا الظاهرتين

- في حالة اختلاف أحد الشرطين السابقين أو كلاهما نلجأ في المقارنة إلى <u>معامل الإختلاف</u>

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الاختلاف)

١ ـ معامل الاختلاف

هو معامل نسبي يستخدم للمقارنة بين تشتت ظاهرتين أو أكثر مختلفتين في وحدة القياس أو فى القيمة المتوسطة لهما. والظاهرة التي معامل اختلافها أكبر تكون أكثر تشتتاً من الأخرى. ويرمز له بالرمز c.v.(x)

طرق حسابه

حسابه من بيانات المجتمع	حسابه من بيانات العينة
$c.v.(x) = \frac{\sigma}{\mu} \times 100 \quad \%$	$c.v.(x) = \frac{S}{\overline{x}} \times 100 \quad \%$

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الاختلاف)

- **مثال:**
- فى دراسة لمستوى أداء طلاب المرحلة الثانوية فى المدارس الحكومية (A) و الخاصة (B) فى اختبار القدرات و القياس، تم اخذ عينتيين عشوائيتين من المجتمعين محل الدراسة فكانت النتائج التالية:

	المقاييس الوصفية لاختبار القدرات و القياس	
	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري
طلاب المدارس الحكومية (A)	65	8
طلاب المدارس الخاصة (B)	70	15

- المطلوب ايهما اكثر تشتتا مجتمع طلاب المدارس الحكومية أم الخاصة؟

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الاختلاف)

- **الحل:**

$$c.v.(A) = \frac{s_A}{\bar{x}_A} X100 = \frac{8}{65} X100 = 12.3\%$$

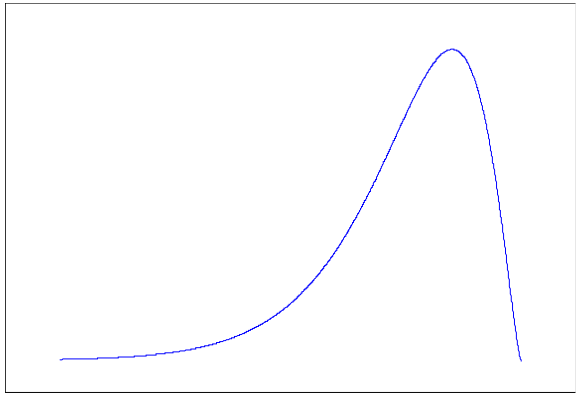
$$c.v.(B) = \frac{s_B}{\bar{x}_B} X100 = \frac{15}{70} X100 = 21.4\%$$

- مجتمع طلاب المدارس الخاصة اكثر تشتتا من مجتمع طلاب المدارس الحكومية.

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الالتواء)

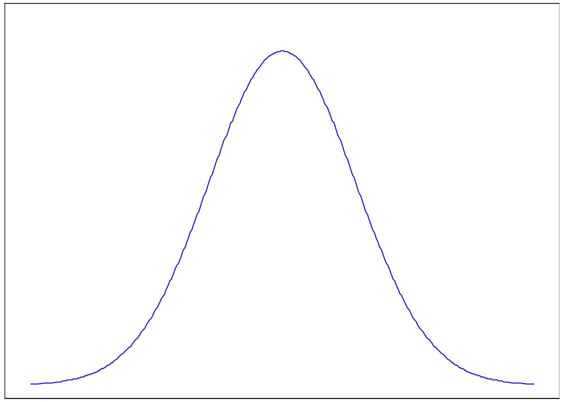
٢ ـ معامل الالتواء

هو درجة بُعد المنحنى التكراري عن التماثل. ويقصد بالتماثل أنه إذا أسقطنا عموداً من قمة المنحنى التكراري وقسمه إلى قسمين منطبقين يكـون التوزيع متماثلاً. والعكس فيكون التوزيع غير متماثل أي ملتو إما إلى جهة اليمين أو إلى جهة اليسار.



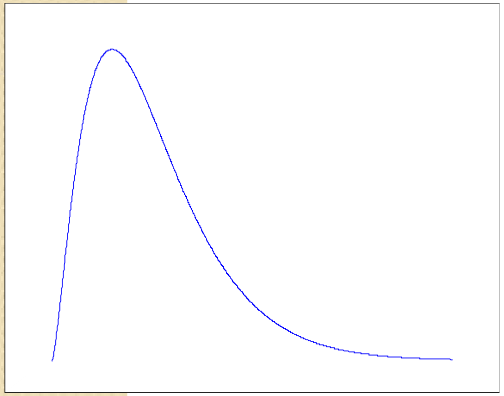
التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليسار
معامل الالتواء = قيمة سالبة

$$\bar{x} < m < D$$



التوزيع متماثل
معامل الالتواء = 0

$$\bar{x} = m = D$$



التوزيع غير متماثل
وملتو من جهة اليمين
معامل الالتواء = قيمة موجبة

$$\bar{x} > m > D$$

طريقة حسابه

معامل الالتواء الأول (يحسب عن طريق المنوال)

$$s.k.(I) = \frac{\bar{x} - D}{S}$$

معامل الالتواء الثاني (يحسب عن طريق الوسيط)

$$s.k.(II) = \frac{3(\bar{x} - m)}{S}$$

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الالتواء)

مثال:

الجدول التالي يعطي بعض المقاييس الوصفية لمبالغ الاستثمارات (بالمليون ريال) لـ(40) شركة، و المطلوب قياس معامل الالتواء المناسب لهذه البيانات:

الانحراف المعياري	المنوال	الوسط الحسابي
10.43	153	152

الحل:

$$s.k.(I) = \frac{\bar{x} - D}{S} = \frac{152 - 153}{10.43} = \mathbf{-0.096}$$

شكل توزيع مبالغ الاستثمارات لهذه الشركات ملتو جهة اليسار.

العلاقة بين المتوسطات والتشتت (معامل الالتواء)

مثال:

الجدول التالي يوضح بعض المقاييس الوصفية للمصروفات(بالمليون ريال) لـ(50) شركة، والمطلوب دراسة تماثل توزيع المصروفات لهذه الشركات:

الانحراف المعياري	الوسيط	الوسط الحسابي
8.27	62.67	65.52

الحل:

$$s.k.(II)=\frac{3(\bar{x}-m)}{S}=\frac{3(65.52-62.67)}{8.27}=\mathbf{1.03}$$

التوزيع موجب الالتواء فهو ملتو جهة اليمين.

اختبار ذاتى

اختاري الإجابة المناسبة للفقرات التالية :

١- من عيوب الوسط الحسابي أنه

A. لا يمكن حسابه للبيانات الوصفية	B. يتأثر بالقيم المتطرفة (الشاذة)	C. يحتاج إلى ترتيب البيانات قبل حسابه	D. A و B

٢- قيمة أي مقياس للتشتت لابد أن تكون

A. موجبة فقط	B. سالبة فقط	C. موجبة أو مساوية للصفر	D. A و B

٣- مقياس النزعة المركزية المناسب لوصف اللون الأكثر طلباً لنوع من الملابس هو

A. المنوال	B. الوسيط	C. الوسط الحسابي	D. المدى

٤- عندما تختلف وحدات القياس لظاهرتين فإننا نستخدم لقياس التشتت

A. معامل الاختلاف	B. معامل الالتواء	C. المدى	D. الانحراف المعياري

٥- عندما تكون قيمة الوسط الحسابي تساوي قيمة الوسيط تساوي قيمة المنوال، فإن ذلك يدل على أن البيانات

A. متماثلة	B. ملتو	C. ملتو لليمين	D. ملتو لليسار

اختبار ذاتى

إذا كانت لديك أسعار لعينة من عشر منتجات : 11 , 9 , 10 , 12 , 10 , 8 , 10 , 10 , 11 , 10

٦- الوسيط يساوي

A. 8	B. 9	C. 10	D. 11

٧- المنوال يساوي

A. 8	B. 9	C. 10	D. 11

إذا كانت لديك المعطيات التالية :

$$\sum x = 80, \quad \sum x^2 = 921.55, \quad m = 7.8, \quad n = 10$$

٨- الانحراف المعياري يساوي

A. 6.85	B. 10.25	C. 9.59	D. 0.0

٩- معامل الاختلاف يساوي

A. 85.625%	B. 69.875%	C. 25.915%	D. 0.0%

١٠- معامل الالتواء يساوي

A. 0.11	B. -0.036	C. 1.25	D. -1.25