الاهتزازات والأمواج الميكانيكية
Oscillations and Mechanical Waves

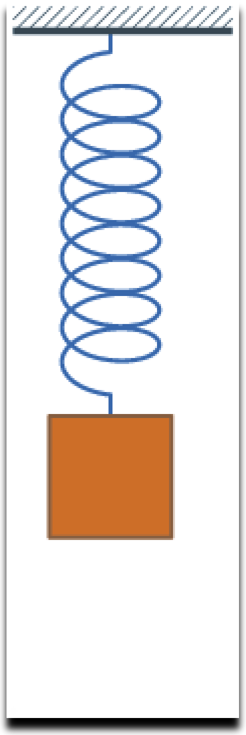
الحركة الدورية
periodic motion

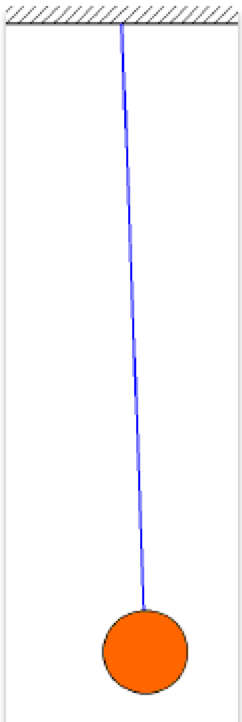
هي حركة تكرارية للجسم يعود فيها الجسم إلى موضع محدد في كل مرة بعد فترة محددة من الزمن.

الحركة الدورية: هي حركة تتكرر بكيفية واحدة في فترات زمنية متساوية.

د.شعفة ال مهباد

ومن الأجسام التي تتحرك حركة دورية بهذه الطريقة .





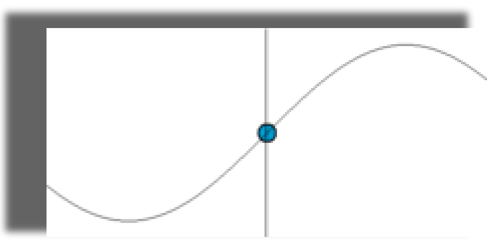
١. تذبذب ثقل مثبت في زنبرك.

٢. تأرجح الأطفال باستخدام الأرجوحة.

اهتزاز الأوتار (تنتج الموجات الصوتية).

٤. اهتزاز الشوكة الرنانة.

٥. حركة الالكترونات في الذرات.



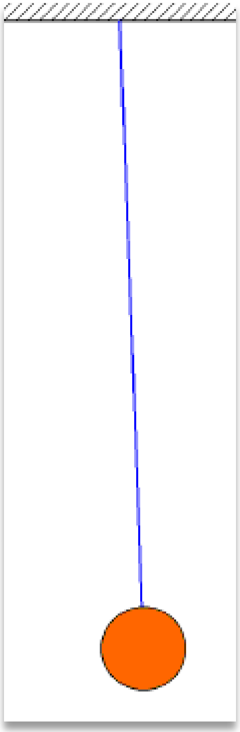
٦. حركة الأرض حول الشمس، وحركة القمر حول الأرض، وعموماَ فإن أي مادة تكون فيها جزيئات تتحرك للأعلى والأسفل (up & down) أو تتحرك يسار أو يمين (right & left) تكون حركة ترددية.

د.شعفة ال مهباد

الحركة الاهتزازية
Oscillatory Motion

إن حركة الذهاب والإياب لهذه الأجسام تسمى حركة اهتزازية **oscillations**.

وتعرف الحركة الاهتزازية بأنها الحركة التي يعملها الجسم المهتز حول موضع اتزانه في اتجاهين متضادين، وفي فترات زمنية متساوية وتكون فيها قوة الإرجاع دائماً في اتجاه معاكس لاتجاه الإزاحة.



د.شعفة ال مهباد

الإزاحة: Displacement (X)

هي بعد الجسم المهتز في أية لحظة عن موضع اتزانه (سكونه).

سعة الاهتزازة: Amplitude (A)

- هي أقصى إزاحة يصل إليها الجسم المهتز من موضع الاتزان.

الاهتزازة (الذبذبة) الكاملة: Complete Vibration (cycle)

- هي الحركة التي يعملها الجسم المهتز عندما يمر على نقطة ما في مسار حركته مرتين متتاليتين في اتجاه واحد.

الزمن الدوري: Periodic Time (T)

- هو الزمن الذي يستغرقه الجسم المهتز في عمل اهتزازة كاملة.

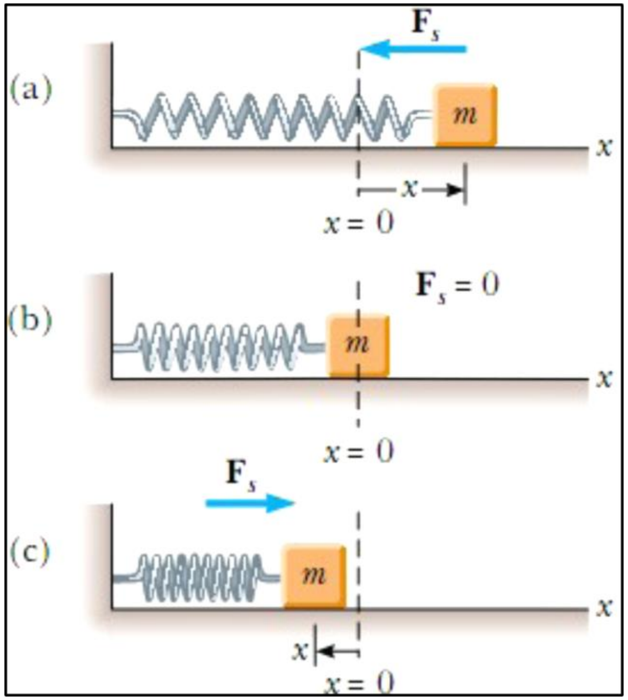
التردد: Frequency (ƒ)

هو عدد الاهتزازات الكاملة التي يعملها الجسم المهتز في الثانية الواحدة.

الحركة التوافقية البسيطة simple harmonic motion

هذه الحركة هي حالة خاصة من الحركة الدورية. كما سوف نجد ان كل الحركات الدورية يمكن أن ندرسها من خلال الحركة التوافقية البسيطة

الحركة التوافقية البسيطة simple harmonic motion



كنموذج للحركة التوافقية البسيطة نفرض جسم كتلتة m متصل مع زنبرك يتحرك على سطح أفقي عديم الاحتكاك

عندما يكون الزنبرك في حالة الاستقرار أي إن استطالة الزنبرك تساوي صفر، فان الزنبرك يكون في حالة اتزان x= صفر

نستطيع أن نفهم انه إذا أزيح الجسم لليمين أو لليسار نتيجة لقوة خارجية فان قوة معينة تتولد في الزنبرك تسمى القوة الاسترجاعية اتجاهها عكس اتجاه القوة الخارجية.

ويمكن حساب القوة الاسترجاعية restoring force التي تتولد في الزنبرك من خلال قانون هوك Hooke's law

$$F_s = -kx$$

د.شعفة ال مهباد

بتطبيق قانون نيوتن الثاني

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$

$$-kx = ma$$

ولهذا فان العجلة تتناسب طرديا مع موقع الجسم وفي الاتجاه المعاكس للإزاحة من نقطة الاتزان وكل جسم يتصرف على هذا النحو فإن فان حركته تسمى بالحركة التوافقية البسيطة simple harmonic motion

التمثيل الرياضي للحركة التوافقية البسيطة

Mathematical representation of simple harmonic oscillator

سنقوم الآن باشتقاق معادلة رياضية تصف الحركة التوافقية البسيطة . تحدد القوة المؤثرة على الجسم المتصل بالزنبرك والذي يتذبذب على محور x
وحيث إن العجلة هي معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن فان العجلة a تعطى على النحو التالي.

$$F_{\text{Hooke}} = F_{\text{Newton}}$$

$$-kx = ma_x$$

$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

د.شعفة ال مهباد

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

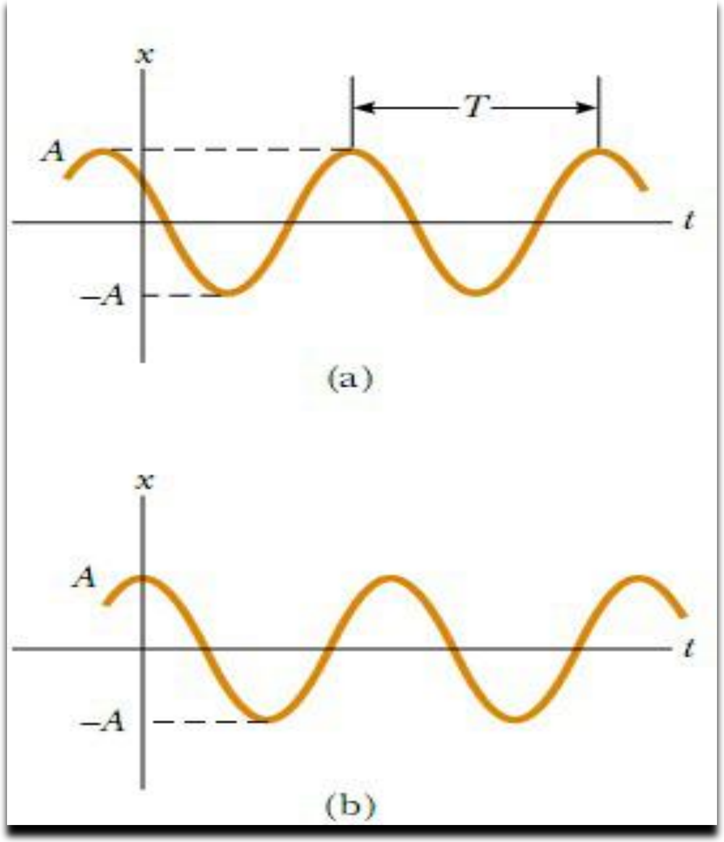
$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الثانية وتحتاج الى حل رياضي هذا الحل سيكون دالة x(t)تحقق المعادلة

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \phi)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$



الثوابت A, ω, ϕ تمثل ثوابت الحركة

A تعرف بسعة الحركة : (amplitude)
وهي اقصى ازاحة للجسم سواء في الاتجاة الموجب او السالب

ω *التردد الزاوي للحركة ووحدتة راديان/ثانية*

ϕ ثابت الطور او زاوية الطور الابتدائية

الزمن الدوري T للحركة هو الفترة الزمنية اللازمة للجسم ليتحرك دورة كاملة .

يمكننا ان نربط الزمن الدوري مع التردد الزاوي من خلال الاستفادة من ان الطور يزداد بمقدار 2π كل فترة زمنية T

$$[\omega(t+T)+\varphi]-(\omega t+\varphi)=2\pi$$

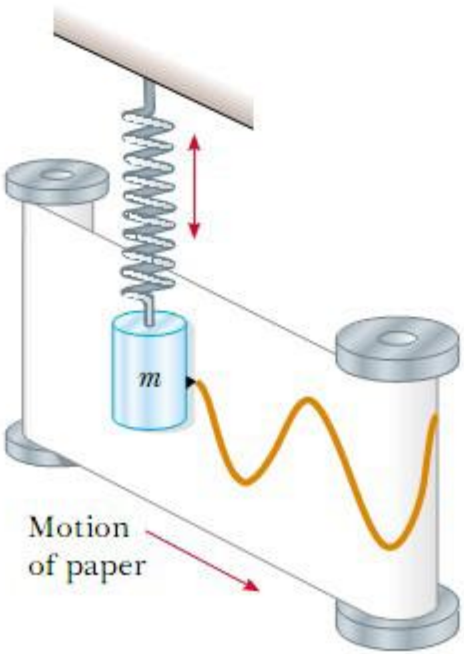
$$\omega T=2\pi$$

$$T=\frac{2\pi}{\omega}$$

$$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$$

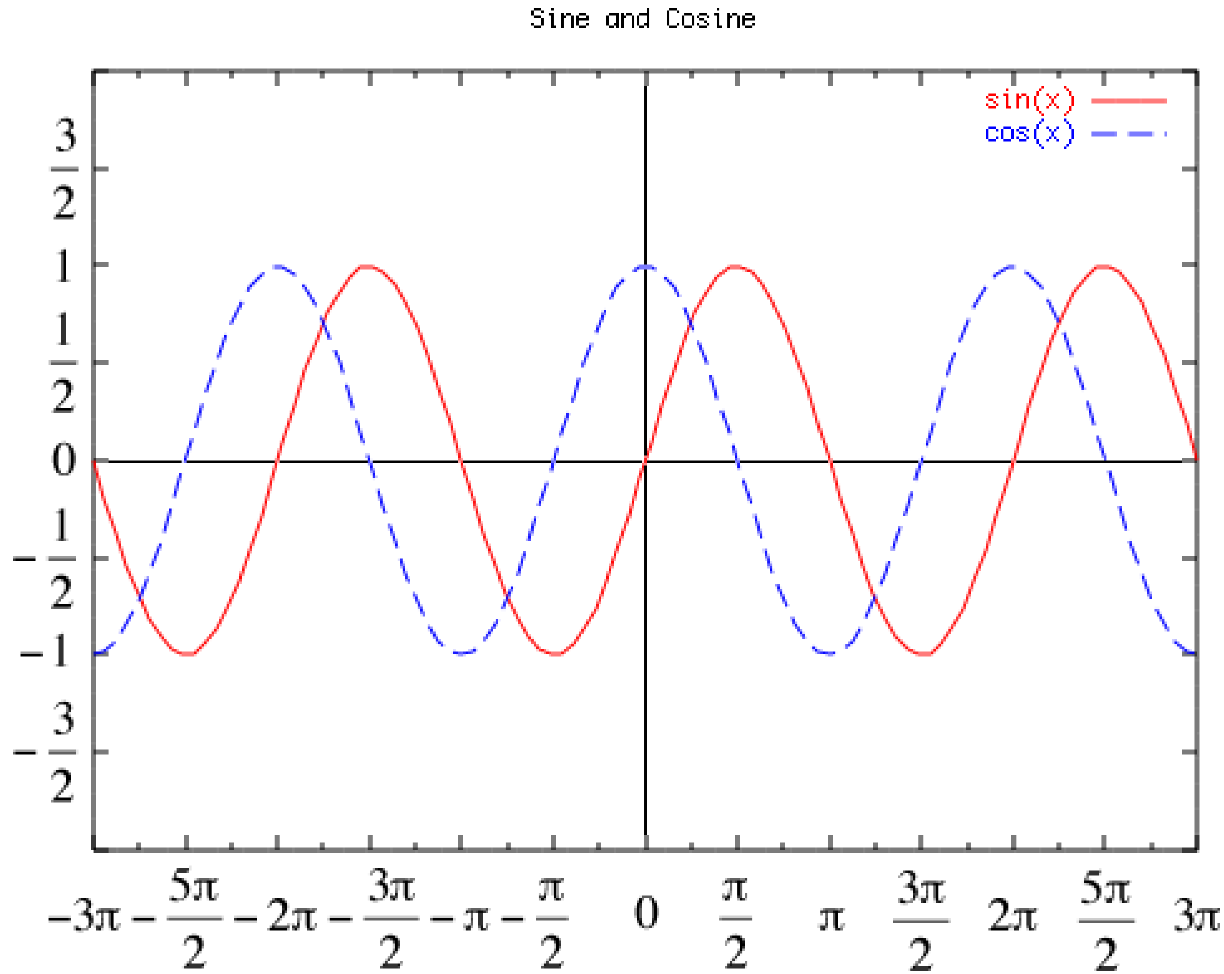
د.شعفة ال مهباد

إن نموذج أو منظومة "الكتلة – النابض" تطبق عمليا بكثرة في صناعة بعض الراسمات والمسجلات التشابهية ومخططات القلب والدماغ، وكذلك في تسجيل اهتزازات القشرة الأرضية وبعض بيانات الأرصاد الجوية حيث رٌبط قلم يقٌوم برسم الإشارة المسجلة كما هو موضح في الشكل التا لي:



د.شعفة ال مهباد

الفرق بين sin θ ، و cos θ



الطاقة الحركية لمهتز توافقي بسيط:
the energy of a simple harmonic oscillator

تعطى "الطاقة الحركية" K كما يلي:

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 sin^2(\omega t + \emptyset)$$

أما "طاقة الوضع" فهي على النحو التالي:

$$PE = \Delta U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 cos^2(\omega t + \emptyset)$$

وبالتالي فإن "الطاقة الكلية" E هي:

$$E = KE + PE = KE + \Delta U = \frac{1}{2}kA^2[sin^2(\omega t + \emptyset) + cos^2(\omega t + \emptyset)]$$

$$E = \frac{1}{2}kA^2$$

وهذا يعني أن "الطاقة الكلية" (الميكانيكية) تساوي طاقة الوضع القصوى المختزنة في النابض.

عندما $x = \pm A$ ،

فإن:

$$v = 0 \quad , \quad K = 0 \quad , \quad E = PE$$

أما عندما تكون $x=0$ ، فإن $PE=0$ ، وبالتالي

تكون:

$$E = \frac{1}{2} m\, v_{max}^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

$$E = KE$$

وبشكل عام فاننا نكتب السرعة بدلالة الموضع x على النحو التالي:

$$E = K + U = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2$$

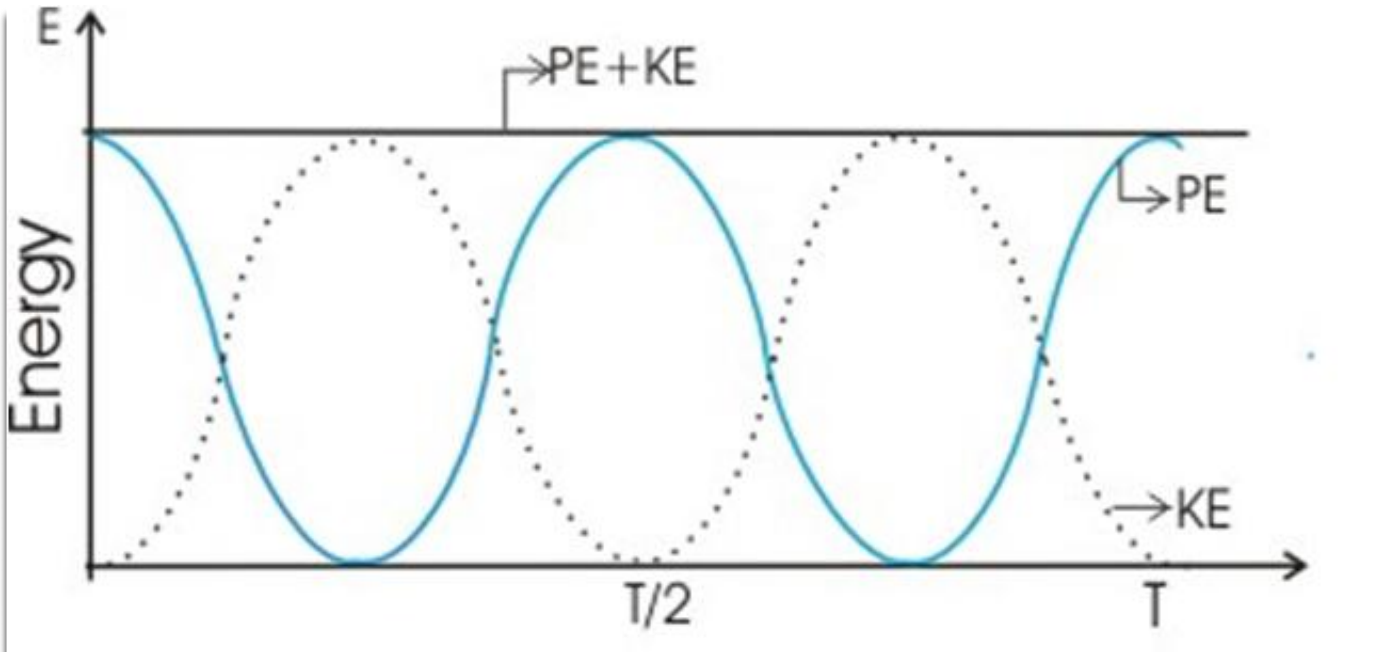
$$v = \pm \sqrt{\frac{k}{m} (A^2 - x^2)}$$

أي أن:

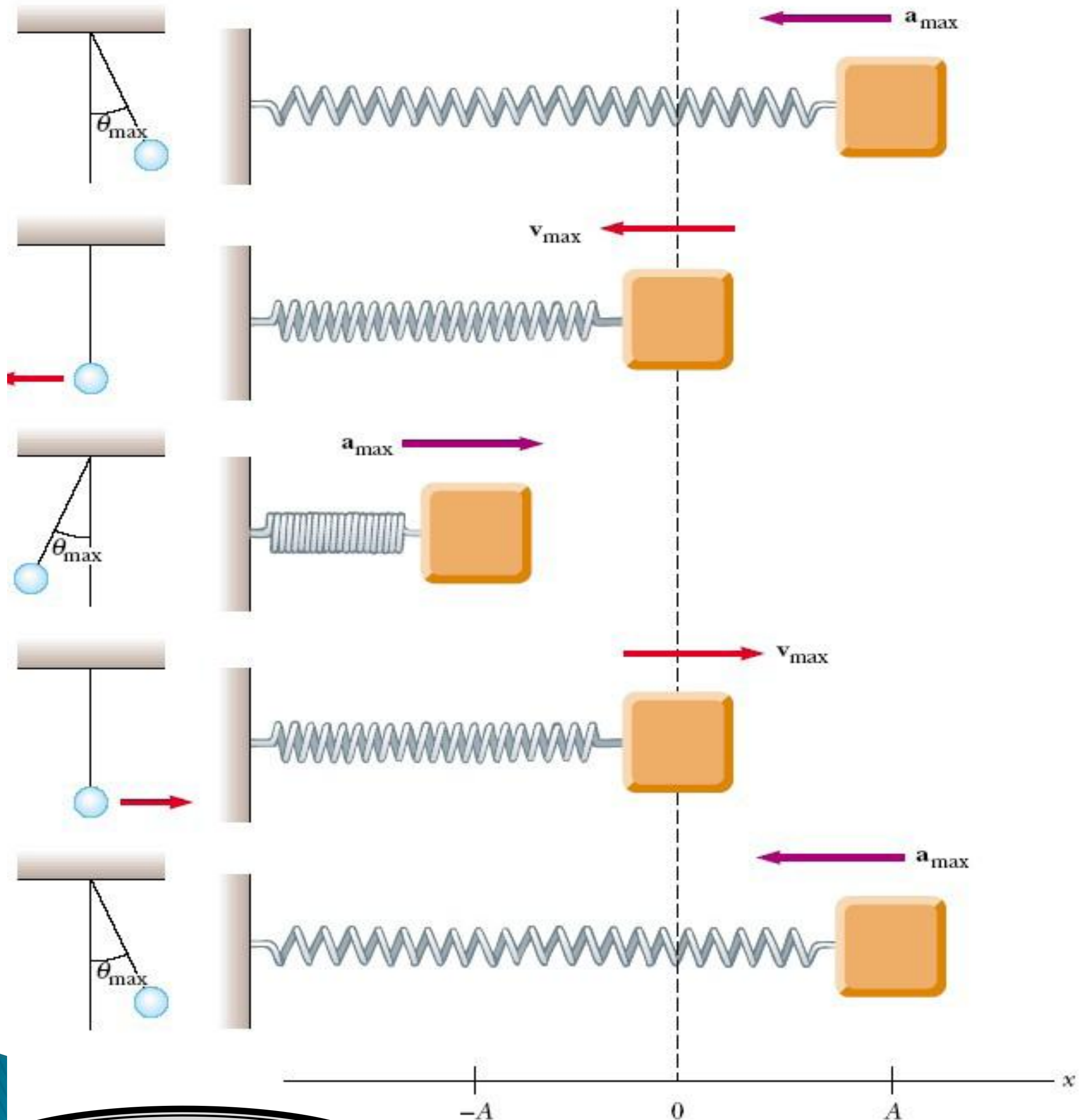
$$v = \pm\omega\sqrt{(A^2 - X^2)}$$

د.شعفة ال مهباد

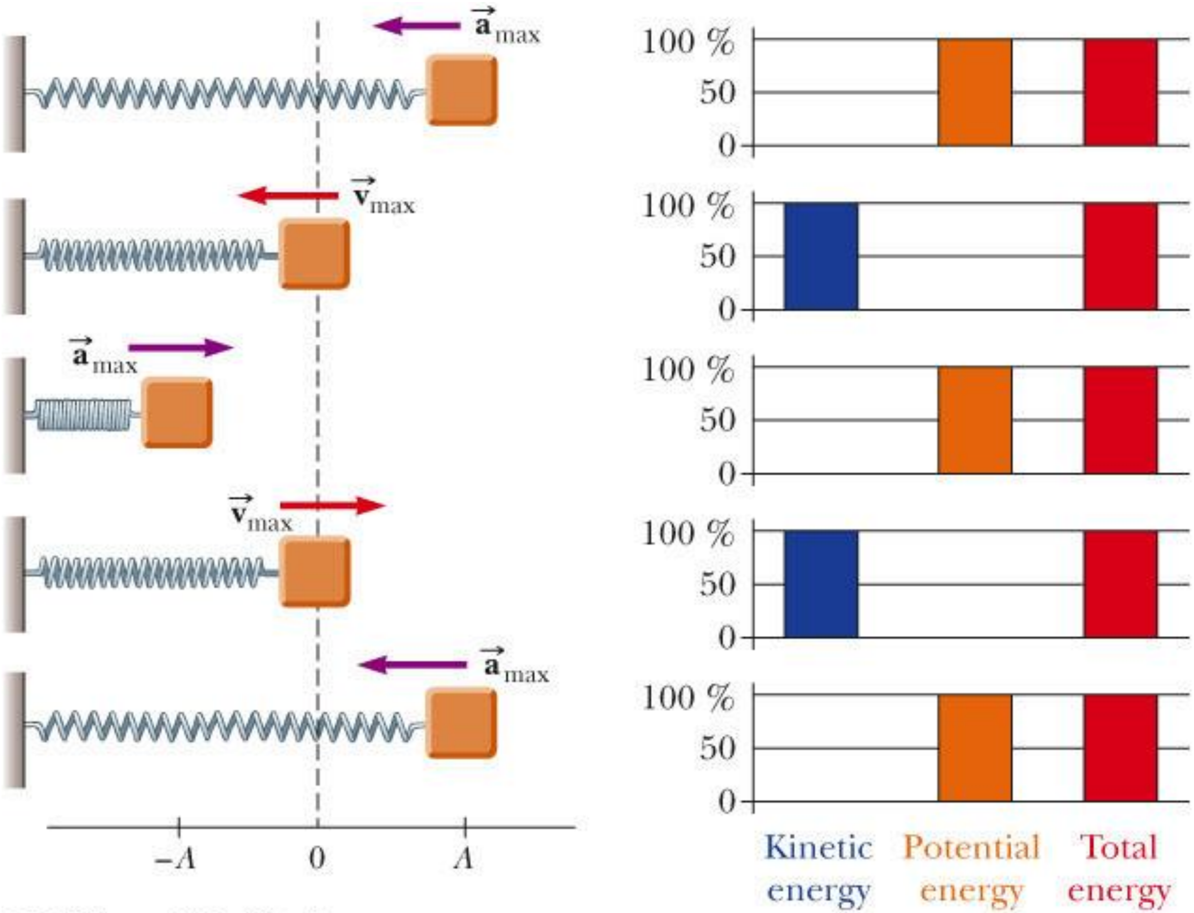
يوضح الشكل التالي تغيرات "طاقة الوضع" و " الطاقة الحركية" معاً، وهي تغيرات تبادلية بين شكلي الطاقة كما هو متوقع وفق "قانون حفظ الطاقة"



طاقة الحركة وطاقة الوضع مع الزمن لمتذبذب توافقي بسيط



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$T/4$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$T/2$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$3T/4$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{T}{4}$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$\frac{T}{2}$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$\frac{3T}{4}$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$

مثال :

اذا كان لدينا حركة اهتزازية بسيطة وفق المعادلة:

$$x = 4\cos(\pi t + \frac{\pi}{4})$$

فاحسب الكميات a,v,T,f,A

الحل

نعلم ان الحركة التوافقية تخضع للعلاقة

$$X = A\cos(wt + \varphi)$$

A=4

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2\pi} = 0.5 \ \ HZ$$

د.شعفة ال مهباد

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.5} = 2s$$

$$v = \frac{dx}{dt} = -4\pi \sin(\pi t + \frac{\pi}{4})$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -4\pi^2 \cos(\pi t + \frac{\pi}{4})$$

من المثال السابق احسبي

$a_{max} \cdot v_{max} \cdot X$

في اللحظة t=1s

د.شعفة ال مهباد

مثال

مكعب كتلته 0.50 kg متصل بزنبرك خفيف ثابت القوة له 20.0 N/m يتذبذب على سطح أفقي أملس

(a) احسبي الطاقة الكلية للمنظومة والسرعة القصوى للمكعب. إذا كانت سعة الذبذبة 3.0 cm

الحل:

$$E = K + U = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(20.0\,N/m)(3.00\times10^{-2}m)^2$$

$$= 9.00\times10^{-3}\,\mathrm{J}$$

عندما يكون المكعب عند الوضع x=0 نعلم أن U=0و

$$E = \frac{1}{2}mv^2{}_{max}$$

$$\frac{1}{2}mv^2{}_{max} = 9.00\times10^{-3}\,\mathrm{J}$$

$$v_{max} = \sqrt{\frac{18.0\times10^{-3}\,\mathrm{J}}{0.500\,kg}} = 0.190\,m/s$$

(b) ما هي سرعة المكعب عندما تكون الإزاحة 2.0 cm

الحل:

نستخدم المعادلة :

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}\left(A^2 - x^2\right)}$$

$$= \pm\sqrt{\frac{20.0\ N/m}{0.500\ kg}\left[\,(0.030\,0\ \mathrm{m})^2 - (0.020\,0\ \mathrm{m})^2\,\right]}$$

$$= \pm\ 0.141\ \mathrm{m/s}$$

الإشارتان الموجبة والسالبة تبين أن المكعب يمكن أن يكون متحركاً نحو اليمين ونحو اليسار في تلك اللحظة.

(c) طاقة الحركة وطاقة الوضع للمنظومة عندما تكون الإزاحة 2.0 cm.

الحل:

باستخدام النتيجة التي حصلنا عليها في b نجد أن

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.500\ kg)(0.141\ m/s)^2 = 5.00 \times 10^{-3}\text{J}$$

$$U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(20.0\ N/m)(0.020\ 0\ m)^2 = 4.00 \times 10^{-3}\text{J}$$

<u>لاحظي أن K + U = E</u>

د.شعفة ال مهباد

مثال :

- كتلة مقدارها 200 g مربوطة بزنبرك ثابت القوة له k=5 N/m. إذا كانت تبعد مسافة قدرها 5 cm من نقطة الاتزان، ثم تركت تتذبذب بحرية أفقياً على سطح أملس.

(a) أوجدي الزمن الدوري للحركة.

الحل:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{5}{200 \times 10^{-3}}} = 5\ rad/s$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} = 1.26\ s$$

(b) السرعة القصوى للحركة

الحل:

$$v_{max} = \omega A = 5 \times 5\ 10^{-2} = 0.25\ m/s$$

(c) ماهو أقصى تسارع للكتلة

الحل:

$$a_{max} = \omega^2 A = (5)^2 \times 5\ 10^{-2} = 1.25\ m/s^2$$

(d) عبري عن الموقع والسرعة والتسارع كدوال في الزمن.

الحل:

$$x = A.\cos \omega t = 0.05\ cos5t$$

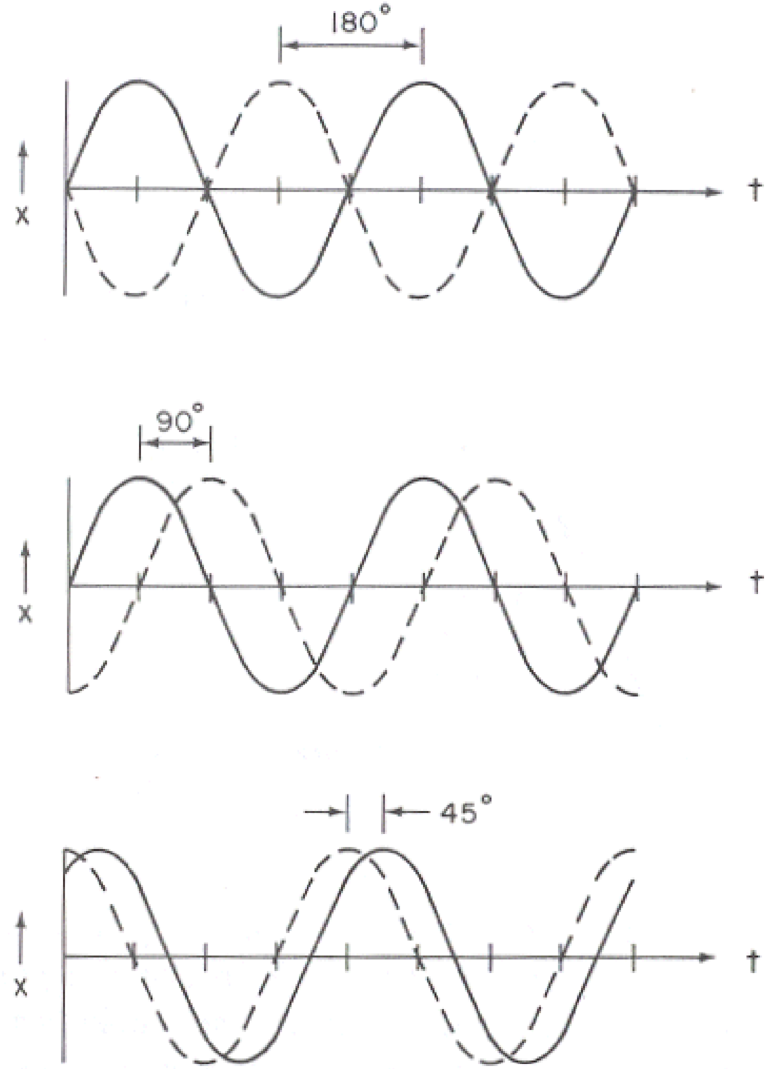
$$v = -\omega.\mathrm{A}.\,sin\ \omega t = -(0.25)\ sin5t$$

$$a = -\omega^2.\mathrm{A}.\,cos\ \omega t = -1.25\ cos5t$$

د.شعفة ال مهباد

- هناك نوع خاص جداً من أنواع الحركة تحدث عندما تكون القوه المؤثرة على جسم تتناسب مع إزاحة الجسم عن وضع أتزان معين .
- إذا كانت هذه القوه تتجه دائما نحو وضع الإتزان ستحدث حركه متكررة إلى الأمام والى الخلف حول هذا الوضع وهذه الحركة تسمى :
- الحركة الترددية
- الحركة التوافقية
- الحركة التذبذبية
- أو الاهتزازية

والمصطلحات الأربعة متكافئة تماماً.


180°
x
t
90°
x
t
45°
x
t