بسم الله الرحمن الرحيم

شرح وتبسيط للمعادلات والجداول لمقرر الإحصاء في الإدارة

ملاحظه:

هذا شرح وتبسيط لأهم المعادلات والجداول بالمقرر ، وشرح حل لبعض المسائل بالآلة الحسابة.

كما أنه يحتوي على أمثله ومسائل من الاختبارات السابقة لمعرفة طرق حلها ، وبما أن الجزء النظري يعتبر سهل للغاية يمكن العودة إليه من خلال المحتوى أو الكتاب أو أحد الملخصات.

في البداية وقبل الشرح أحب أن أنوه على عدة نقاط لكي يسهل عليك فهم المادة وفهم الجزء النظري منها وجزء الجداول والرسومات والمعادلات الرياضية:

أولاً / تحتاج لفهم الجزء النظري بعض الأمثلة على ذلك والعكس صحيح لذلك أنا أضفت بعض التعاريف وبعض النقاط المهمة لكي يتم الفهم بشكل صحيح ولم أركز فقط على المعادلات.

ثانياً / هناك رمز دائماً يتكرر بكثرة في كثير من المعادلات ويرمز للمجموع وهو $\sum$

ثالثا / الإحصاء عبارة عن دراسة لظواهر وتكون على شكل مشاهدات تجمع البيانات ويتم عرضها وتبويبها وتحليلها وينقسم إلى قسمين إحصاء وصفي و إحصاء تحليلي أو استنتاجي.

رابعاً / لكي تفهم الإحصاء وتفرق بين معادله وأخرى لابد عليك أولاً الإلمام الكامل بمعنى هذا الشكل وكيف تفرق بين أنواع البيانات فيه.

انواع البيانات

- **البيانات الوصفية**
  وهي التي تكون على شكل صفات
  - **بيانات وصفية ترتيبية**
    بيانات يمكن ترتيبها تنازلياً أو تصاعدياً مثل جيد جيدجدا ممتاز
  - **بيانات وصفية إسمية**
    تعني صفة الشيء
    أعزب ، متزوج ، أرمل
- **البيانات الكمية**
  وهي التي تكون على شكل أرقام
  - **بيانات كمية متقطعة**
    أرقام صحيحة غير قابلة للكسور
  - **بيانات كية متصلة**
    هي عبارة أن فئات من
    أرقام مثلاً : (١٠ – ٢٠)

عند فهم هذه الأنواع يسهل عليك تحديد المطلوب في السؤال لأنه يوجد قوانين ومعادلات لقياس معين بنفس الاسم ولكن تختلف معادلته من نوع لأخر ، مثل الوسط (المتوسط) الحسابي قانونه يختلف في البيانات الكمية المتقطعة عن قانونه في البيانات الكمية المتصلة (ويتضح لنا ذلك من خلال الشروحات التي سوف نقدمها).

خامساً / لابد وأن تفرق بين البيانات المبوبة والبيانات الغير مبوبة والعينة والمجتمع لكي يسهل عليك فهم المطلوب من السؤال وأي معادلة يتم استخدامها.

سادساً/الالة التي يتم استخدامها هي (fx991ES PLUS).

سابعاً / كما اتضح لي وليس بأكيد بأن الدكتور يرفق جميع القوانين والمعادلات مع أسئلة الاختبار في صفحتين مستقله ومنها يمكن أن تحل السؤال من خلال القانون أو المعادلة التي تناسبه.

ثامناً / تم الشرح حسب المحاضرات فكل محاضرة مستقلة في شرحها عن الأخرى وتم التركيز على المعادلات والأمثلة.

المحاضرة الرابعة

أولاً: البيانات الوصفية والكمية المتقطعة:

وفيها يتم تصنيف وحساب تكرار كل عنصر من العناصر الواردة في بيانات المتغير الذي يتم دراسته كما يمكن حساب التكرار النسبي لكل عنصر من خلال حساب نسبة تكراره إلي مجموع التكرارات.

مثال (متغير وصفي):

في دراسة قام بإجرائها أحد الأطباء لطفل معرض لأحد الأمراض النفسية فتم سؤاله عن لون مجموعة من الأشياء فكانت إجاباته كما يلى:

أحمر	أزرق	بنفسجي	أحمر	اخضر
أبيض	أبيض	أحمر	اخضر	أبيض
أزرق	أحمر	اخضر	أحمر	بنفسجي
اخضر	أزرق	أبيض	بنفسجي	أحمر

المطلوب: عرض البيانات السابقة في صورة جدول التوزيع التكراري.

الحل :

كل خمس شرطات مجموعة لوحدها وتعتبر حزمه.

اللون	التفريغ	التكرار	التكرار النسبي
الأحمر	I IIIII	6	6/20 = 0.3
الأزرق	IIII	4	4/20 = 0.2
البنفسجي	III	3	3/20 = 0.15
الأبيض	IIII	4	4/20 = 0.2
الأخضر	III	3	4/20 = 0.2
المجموع		20	1

- ✓ في الجدول تم حصر جميع الألوان فيه ، حيث يتم عد كل لون من المعطيات أعلاه فالأحمر تكرر ست مرات والأزرق أربع مرات وهكذا.
- ✓ في عمود التفريغ نعبر عن عددها بشرطات وفي عمود التكرار برقمه.
- ✓ في عمود التكرار النسبي نقسم التكرار على مجموع التكرار يظهر لنا التكرار النسبي.

ملاحظه / مجموع التكرار النسبي دائماً يكون واحد (١) صحيح.

مثال (متغير كمي متقطع)

تم سؤال عدد من طلاب كليتي الآداب وإدارة الأعمال عن عدد حوادث السيارات التي تعرضوا لها خلال العام الماضي فكانت اجاباتهم كما يلى:

3	2	2	1	0
1	2	1	1	1
0	0	1	2	2
1	3	1	0	0
1	2	1	0	2
3	0	0	0	1

المطلوب :

١. عرض البيانات السابقة في صورة جدول تكراري.

٢. أحسب الاحتمالات التالية:

- أن لا يتعرض أي شخص لحادث.
- أن يكون هناك حادث واحد على الأكثر.
- أن يكون هناك حادث واحد على الأقل.

الحل :

كل خمس شرطات مجموعة لوحدها وتعتبر حزمه.

عدد الحوادث	التفريغ	التكرار	التكرار النسبي
0	IIII IIIII	9	9/30 = 0.30
1	I IIIII IIIII	11	11/30 = 0.36667
2	III IIIII	7	7/30 = 0.23333
3	III	3	3/30 = 0.10
المجموع		30	1

✓ في عمود التفريغ عبرنا عن الصفر بعد عده في المعطيات أعلاه (بتسع شرطات) وفي عمود التكرار (بتسعه رقم) وهكذا على الأرقام الأخرى.

✓ في عمود التكرار النسبي نقسم التكرار على مجموع التكرار يظهر لنا التكرار النسبي.

ملاحظه / مجموع التكرار النسبي دائماً يكون واحد (١) صحيح.

احسب احتمال أن لا يتعرض أي شخص لحادث ؟

= (0) = 0.30

يعني هنا أنه لن يتعرض أحد لحوادث ، مباشرة الإجابة هي التكرار النسبي لعدد الحوادث صفر.

احسب احتمال أن يكون هناك حادث واحد على الأكثر ؟

= (1) + (0) = 0.36667 + 0.30 = 0.66667

يعني هنا أن لن تكون الحوادث أكثر من واحد لذلك نجمع التكرار النسبي للواحد والصفر.

احسب احتمال أن يكون هناك حادث واحد على الأقل ؟

(1) + (2) + (3) = 0.70

أو مجموع التكرار النسبي 1 - (0)

1 – 0.30 = 0.70

يعني هنا أنه لن تكون الحوادث أقل من واحد لذلك لدينا حلين إما نجمع التكرار النسبي للواحد واثنين وثلاثة ، أو نطرح التكرار النسبي لصفر من مجوع التكرار النسبي والذي دائما يكون واحد.

شرح مبسط /

- خلاصة الجدولين أعلاه تم إعطائنا بيانات وصفية وكمية متقطعة وتعني أي صفه أو ظاهرة متغيره في الصفة وتكتب بأحرف لفظية هذه البيانات الوصفية مثل (الألوان) ، أما البيانات الكمية المتقطعة تعني أي صفة أو ظاهرة متغيرة تتغير بأرقام كمية وتسجل بأرقام عددية غير قابلة للكسور أي أرقام صحيحة مثل ١ / ٢ / ٣ / ... إلخ.
- طيب عندما يطلب منا في أي سؤال عرضها في جدول تكراري مباشرة نفرغها بأن نقوم بعدها ، وكل صفة أو رقم نعبر عن مجموعه بشرطات في عمود التفريغ ، ونعبر عنه في عمود التكرار بمجموعه رقم ، ثم نجمع عمود التكرار يظهر لنا رقم صحيح ، ثم نقوم بتعبئة العمود الأخير التكرار النسبي ، وذلك بقسمة مجموع التكرار لكل رقم على مجموع التكرار لجميع الأرقام ونستنتج منه قانون التكرار النسبي كما يلي :

$$\text{التكرار النسبي لقيمة ما} = \frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

- احتمالات وقوع الحوادث تم شرحها بجانب كل سؤال.

ثانيا: البيانات الكمية المتصلة:

وفيها يتم توزيع البيانات في جدول تكراري ذو فئات ، ويتم ذلك من خلال اتباع الخطوات التالية:

عند النظر في ظاهرة محل دراسة معينة كتقديرات الطلاب نجد أنها مقسمه إلى فئات فكل تقدير يوجد له فئة مقابلة له ، أما في رؤوس الأموال لا يوجد فئات ولا يوجد تقسيم مسبق للفئات لذلك فإننا نحتاج إلى تقسيم ولذلك نحتاج إتباع الخطوات التالية.

الخطوة الأولى: تحديد عدد الفئات

يختلف عدد في الفئات من ظاهره لأخرى وذلك حسب المعطيات ففي مثال في الكتاب صفحة ٤٨ اعتمد في تحديد الفئات بضرب الصفوف في أعمده البيانات من الجدول والناتج يحدد يقع بين أي رقمين ضمن قاعدة 2^K وتكون بأحجام مختلفة تبدأ من 11 – 16 وتكون فئاتها من 3 – 4 وحجم عينه من 16 – 32 وتكون فئاتها من 4 – 5 وحجم عينه من 32 – 64 وتكون فئاتها من 5 – 6 وهكذا حتى 512 فأكثر تكون فئاتها 10 فأكثر.

الخطوة الثانية: تحديد طول الفئة (و هو المهم)

ولتحديد ذلك نحتاج إلى إيجاد طول المدى من المعادلة التالي:

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

ثم نستنتج طول الفئة من المعادلة التالية:

طول الفئة = المدى ÷ عدد الفئات

قانون مركز الفئة :

$$\text{ومركز الفئة} = \frac{\text{أصغر قيمة+أكبر قيمة}}{2}$$

مثال على ذلك /

بيانات أعلى قيمة فيها 30 وأصغر قيمة 3 وعدد فئاتها 5 ، أوجد طول الفئة ومركزها ؟

المدى = 30 - 3 = 27 **ومنها نستنتج طول الفئة حيث** = 27 ÷ 5 = 5.4 **ونقربها حيث تكون** 5 **وإذا كانت** 5.6 **نقربها حيث تكون** 6

$$\text{مركز الفئة} = \frac{30+3}{2} = 16.5$$

الخطوة الثالثة: تعيين حدود الفئات

مشروحه في الكتاب وتستخدم لعمل الجداول

الخطوة الرابعة: توزيع التكرارات على الفئات

مشروحه في الكتاب وتستخدم لعمل الجداول وليست ببعيده عن الأمثلة السابقة.

وبالنسبة لبقية الجداول في المحاضرة الخامسة من فهم ما ذكرناه سابقاً سيكون فهمه لها أمر بسيط.

المحاضرة السادسة

اللوحة الدائرية:

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة القطاع}}{\text{المجموع العام}} \times \text{الزاوية المركزية للدائرة (٣٦٠)}$$

وهنا مثال يوضح لنا ما تم دراسته سابقاً في المحاضرة الرابعة إضافة إلى طريقة السؤال عن الزاوية المركزية وهو كما جاء في أحد الاختبارات السابقة.

الجدول التالي يوضح اعمار ١٠ ممرضات يعملن في أحد أقسام المستشفيات الحكومية في منطقة الاحساء.

المتغير (العمر) X	التكرار F
22	2
25	3
28	2
31	1
32	1
35	1
	$\sum F$

من الجدول السابق أجب عن الأسئلة التالية:

1- التكرار النسبي للعمر " 22 " سنه هو:

A. 1
B. 0.2
C. **0.3**
D. 0.1

مباشرة نقوم بتطبيق قانون التكرار النسبي على هذا السؤال:

$$\text{التكرار النسبي لقيمة ما} = \frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

مجموع التكرارات $\sum F$ هو ناتج جميع التكرارات في العمود F

= 10

2 - مجموع التكرارات $\sum F$ يساوي:

A. 3
B. 2
C. **10**
D. 18

مجموع التكرارات $\sum F$ هو ناتج جميع التكرارات في العمود F = 10

4 - المدى R للعمر هو ؟

A. 3
B. 2
C. 10
D. **13**

من خلال هذا القانون نستنتج المدى:

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

= 35 - 22 = 13

5 - الزاوية المركزية المناظرة للعمر 31 تساوي:

A. 72
B. **36**
C. 180
D. 360

من خلال قانون الزاوية المركزية نستنتج الإجابة :

$$\text{زاوية القطاع} = \frac{\text{قيمة القطاع}}{\text{المجموع العام}} \times \text{الزاوية المركزية للدائرة (٣٦٠)}$$

حيث أن قيمة أو تكرار قيمة القطاع 36 هو 1 ومجموع التكرار العام هو ١٠

$$= \frac{1}{10} \times 360 = 36$$

6 - النسبة المئوية للممرضات اللاتي أعمارهن أقل من ٣١ سنة هي :

A. 0.8
B. 0.7
C. **70%**
D. 80%

لاحظ قال الأقل نقوم بجمع عدد الممرضات الأقل من عمر 31 وحتى أقل عمر 22 ويطلع لنا عددهم 7 ممرضات ولحساب نسبتهم أقسم عددهم 8 على عدد الممرضات الكلي ويطلع 7/10=0.7 ولأنه طلب النسبة المئوية أقوم بضربها في 100 ويطلع الناتج كالتالي:

$8\ \frac{7}{10} \times 100 = 70\%$

مثال بشكل آخر على زاوية القطاع.

أوجد الزاوية المركزية لقطاع تكراره 183 ومجوع التكرارات 620 ؟

A. 72
B. **106**
C. 160
D. 360

من خلال قانون الزاوية المركزية نستنتج الإجابة :

زاوية القطاع = $\frac{\text{قيمة القطاع}}{\text{المجموع العام}}$ × الزاوية المركزية للدائرة (٣٦٠)

حيث أن قيمة أو تكرار قيمة القطاع هو 183 ومجموع التكرارت هو 620

$= \frac{183}{620} \times 360 = 106$

إن شاء الله يكون الشرح واضح بما يخص زاوية القطاع ، كما أنه تم التطرق في نفس المحاضرة السادسة إلى قانون مركز الفئة وتم شرحه سابقاً في المحاضرة الرابعة.

المحاضرة السابعة

➢ مقاييس النزعة المركزية

في هذه المحاضرة ندرس مقاييس النزعة المركزية **غير المبوبة** ونقصد بها / تلك القيم الوسطى التي توضح القيمة التي تجمع أكبر عدد من القيم الخاصة بمجموعة معينة عندها . ولتحديد القيمة المتوسطة للتوزيع يوجد هناك عدة مقاييس أهمها :

- المتوسط الحسابي أو الوسط الحسابي.
- الوسيط.
- المنوال (الشائع).
- الوسط الهندسي.

أولاً / المتوسط الحسابي أو الوسط الحسابي.

يُعرف المتوسط الحسابي بأنه قيمة التي اذا أعطيت لكل مفرد من مفردات الظاهرة لكان مجموع القيم الجديدة مساويا للمجموع الفعلي للقيم الأصلية للظاهرة، ويتم حساب المتوسط الحسابي للبيانات غير المبوبة من خلال المعادلة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال: البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بالألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

حساب المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي) للمبيعات الشهرية.

الحل هو : مجموع المبيعات = 69 وعدد القيم (الأشهر) = 12 شهر

الوسط الحسابي = $\frac{69}{12}$ = 5.75

المتوسط الحسابي ما يحتاج حفظ القانون فقط من تشوف متوسط أو وسط حسابي تجمع البيانات وتقسمها على عدد هذه القيم

ملاحظة مهمه : إن المجموع الجبري لانحراف القيم عن المتوسط يكون دائما صفر ، ويعني هذا أنه عندما نخصم الوسط الحسابي 5.75 من مبيعات كل شهر ثم نجمع الناتج تطلع لنا الإجابة صفر.

الحل بالآلة الحاسبة: لكي نوجد الوسط الحسابي للمثال السابق (بيانات غير مبوبة) نتبع التالي ابتداء من اليمين:

Mode ثم (3: STAT) ثم نختار (1: 1-VAR) ثم ندخل الأرقام كالتالي ابتداء من الرقم 3 في الجدول

= 3= 5= 8= 3 = 6= 4= 12= 5= 4= 3= 7= 9

ثم (AC) ثم (shift) ثم (1) ثم (4: Var) ثم ($2: \bar{x}$) ثم = تطلع لنا النتيجة 5.75

شيءٌ آخر

مثال آخر /

بسؤال خمسة أشخاص عن أجرهم الشهري فكانت إجاباتهم كما يلي بالألف ريال:

3 , 5 , 2 , 7 , 3

المطلوب:

- أحسب متوسط الأجر الشهري
- وإذا قررت إدارة الشركة زيادة أجورهم أحسب متوسط الأجر الجديد في الحالتين التاليتين
  1. زيادة اجور العاملين بمقدار 2000 ريال
  2. زيادة أجور العاملين بنسبة 5 ٪

الحل : لحل المتوسط الحسابي نقوم بحساب مجموع الرواتب = 20 ألف ريال وعدد القيم لدينا 5 قيم.

الوسط الحسابي (المتوسط الحسابي) = $\frac{20}{5}$ = 4 آلاف أو يكتب أرقام 4000 ريال.

زيادة اجور العاملين بمقدار 2000 ريال ؟

هنا يمكن حله بأكثر من طريقة أبسطها :

نضرب 2 ألف في عدد الفئات 5 ويطلع الناتج 10 ونضيف له مجموع الأجر الشهري للعاملين 20 ألف.

2 × 5 = 10 ثم 20 + 10 = 30 ثم نطلع المتوسط الجديد $\frac{30}{5}$ = 6 آلاف أو 6000

الطريقة الثانية نزيد 2000 على أجر كل عامل ثم نجمع الأجور ونقسمها على عدد القيم 5 يظهر لنا الناتج 6 آلاف.

زيادة أجور العاملين بنسبة 5 ٪ ؟

هنا يوجد أكثر من طريقه وأبسطها :

ضرب المتوسط القديم الذي ظهر لنا 4 آلاف في 5٪ يظهر لنا الناتج 0.2 ونظيف عليه المتوسط القديم 4 ليصبح الناتج 4.2 ألف ريال أو 4200

4 × 5٪ = 0.2 ثم 4 + 0.2 = 4.2 ألف ريال.

أو الطريقة الأخرى : نضرب أجر كل عامل في 5٪ ومن ثم نجمع ناتج جميع الأجور ونقسمه على عدد القيم 5 ويظهر لنا المتوسط 4.2 ألف ريال.

ثانياً / الوسيط Me

هو الدرجة التي تتوسط مجموعة من الدرجات المرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ، ويمكن حساب الوسيط باتباع الخطوات التالية:

- ترتيب الدرجات تصاعديا أو تنازليا.
- إيجاد ترتيب الوسيط ويقصد به إيجاد مكان الوسيط ، ويختلف ترتيب الوسيط إذ كان عدد المشاهدات فردى أو زوجي كما يلي:

عدد المشاهدات n	ترتيب الوسيط
فردى	$\frac{(n+1)}{2}$
زوجي	يوجد ترتيبين هما 1+($\frac{n}{2}$) , $\frac{n}{2}$

مثال للفردي :

من خلال البيانات التالية أوجد الوسيط ؟

3 , 1 , 10 , 5 , 3 , 7 , 2 , 11 , 2

نرتبها كالتالي / 1 , 2 , 2 , 3 , 3 , 5 , 7 , 10 , 11 (فردي وعددها تسعه)

إذا ترتيب الوسيط الحسابي مباشرة $\frac{(n+1)}{2}$ = $\frac{(9+1)}{2}$ = 5 ويقابله الرقم 3 وهو الوسيط الحسابي.

الوسيط دائماً بعد الترتيب هو الرقم الذي يقع في المنتصف بحيث الأرقام الذي تسبقه نفس عدد الأرقام الذي تليه.

مثال للزوجي:

البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بالألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب:

إيجاد قيمة الوسيط للبيانات السابقة ؟

ملاحظه هامه لابد أن تفرق بين الوسط الحسابي الذي شرحناه سابقاً والوسيط هنا.

الحل هو : أولاً نرتب البيانات إما تصاعدي أو تنازلي/

3 , 3 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 12 (زوجي وعددها 12)

الحل بالطريقة الأبسط هو:

3 , 3 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 12

الوسيط = $\frac{5+5}{2}$ = 5

ملاحظه بعد ترتيب الأرقام نأخذ الرقمين في الوسط ويكون عدد الأرقام على يمنيها مساوي لعدد الأرقام على يسارها ثم نجمعها و نقسمها على 2

الحل بالطريقة المطولة:

عدد البيانات n هو 12 ونطبق المعادلة

$\frac{n}{2}$, ($\frac{n}{2}$)+1

$\frac{12}{2}$, ($\frac{12}{2}$)+1 يطلع الناتج 7 ، 6

من خلال البيانات 3 , 3 , 3 , 4 , 4 , 5 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9 , 12 المقابل للرقم 6 ، 7 هما الرقمين 5 , 5

من خلال قانون الوسيط = $\frac{5+5}{2}$ = 5

ثالثاً / المنوال Mode

وهو القيمة التي تعتبر اكثر القيم شيوعا وهنا بعض الأمثلة:

في نفس المثال السابق للمبيعات الشهرية . أحسب المنوال؟

نجد أن المبيعات الأكثر تكراراً هنا هي 3 ألف ريال لذلك

فان المنوال هنا = 3

المنوال / وهو سهل للغاية فيمكن فقط بالنظر إلى البيانات المعطاة تحديد الأرقام التي تكررت أكثر من مرة.

وقد يكون في التوزيع منوالين أو أكثر وذلك كالمثال الاتي:

5 ، 5 ، 5 ، 4 ، 4 ، 4

فالمنوال هنا = 4 ، 5 أي أنه يوجد منوالين .

وقد لا يكون في التوزيع منوال وذلك كالمثال الآتي:

2 ، 5 ، 7 ، 9 ، 11

رابعاً/الوسط الهندسي GM

هو الجذر النوني لحاصل ضرب القيم محل الدراسة ويمكن حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$\text{الوسط الهندسي}\ GM = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \ldots \times x_n}$$

مثال:

البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بالألف ريال كما يلى:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب: إيجاد قيمة الوسط الهندسي للبيانات السابقة ؟

من خلال القانون يكون الحل كالتالي:

$$\text{الوسط الهندسي}\ GM = \sqrt[12]{9 \times 7 \times 3 \times 4 \times 5 \times 12 \times 4 \times 6 \times 3 \times 8 \times 5 \times 3}$$

$$= \sqrt[12]{391910400} = 5.201$$

➢ مقاييس التشتت أو الانتشار Dispersion Measures

هي تلك المقاييس التي تعبر عن مدى تباعد القيم أو تقاربها في المجموعات التي يشملها البحث

مثال:

مجموعة (A): 8 ، 8 ، 8 ، 8 ، 8

مجموعة (B): 1 ، 2 ، 3 ، 5 ، 6

نلاحظ أن المجموعة الأولى (A) لا يوجد بها تشتت، فهذه المجموعة متجانسة.

في حين نلاحظ ان المجموعة الثانية (B) يوجد بها تشتت.

أهم مقاييس التشتت هي:

- **المدى**
- **المدى الربيعي**
- **الانحراف عن المتوسط**
- **التباين**
- **الانحراف المعياري**

لماذا نستخدم مقاييس التشتت؟

نستخدم هذه المقاييس اذا كان عندنا مجموعتين ونريد ان نقارن بينهما، وكان المتوسط فيما يبينهما متساوي ، كما في المثال التالي:

مجموعة (A): (45 ، 50 ، 55) **المتوسط هنا** = 50

مجموعة (B): (30 ، 50 ، 70) **المتوسط هنا** = 50

تم حساب المتوسط الحسابي هنا بجمع أعداد كل مجموعة وقسمته على عدد القيم وهو ثلاثة في كلا المجموعتين.

فلذا لا نستطيع ان نقول هنا ان المجموعتين متساويتين لأننا إذا رجعنا الى المجموعتين وجدنا انهما مختلفتين في الدرجات رغم تساوي المتوسطين حيث أن المتوسط الحسابي في المجموعتين يساوي (50) .

الأن نأتي لأهم مقاييس التشتت ومن خلال المثال التالي مع الشرح عليه تتضح لنا كاملة بقوانينها:

مثال:

البيانات تعبر عن المبيعات الشهرية لأحد المحال التجارية خلال عام ١٤٢٧ هـ بالألف ريال كما يلي:

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩

المطلوب :

أوجد التالي / المدى ، الانحراف عن المتوسط ، التباين ، الانحراف المعياري

أولاً المدى /

المدى تم دراسته وشرحه سابقاً في المحاضرة الرابعة حيث نطرح أقل قيمة من أعلى قيمة من البيانات المعطاة لنا.

أعلى قيمة 12 **وأقل قيمة** 3

12 - 3 = 9

ثانياً / متوسط الانحرافات المطلقة AAD

يمكن إيجاده من خلال المعادلة التالية :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n}$$

حل هذا السؤال طويل جداً في الكتاب ويحتاج إلى جدول ولحسابات طويلة لذلك سوف أختصره في طريقتين .

الأولى / أن أحصل أولاً على الوسط الحسابي الذي تم دراسته وشرحه سابقاً من خلال:

$$\frac{\text{مجموع المبيعات}}{\text{عدد الأشهر}} = \frac{69}{12} = 5.75$$

ثم

$$\frac{|3-5.75| + |5-5.75| + |8-5.75| + |3-5.75| + |6-5.75| + |4-5.75| + |12-5.75| + |5-5.75| + |4-5.75| + |3-5.75| + |7-5.75| + |9-5.75|}{12}$$

لاحظ بأننا نأخذ القيمة المطلقة أي أنه عند ظهور ناتج بالسالب نضعه موجب ثم نحسب الإجمالي ونقسمه على عدد الشهور.

متوسط الانحرافات المطلقة ADD = $\frac{26.5}{12}$ = 2.2083

طريقة الحل الثانية / ليست موجود بالكتاب ولا المحتوى ولكن توصلت لها لكي يسهل الحل وذلك من خلال بحثي عن طرق أخرى للحل.

بما أنني تحصلت على المتوسط الحسابي 5.75 **يكون الحل كالتالي/**

5.75 × 7 (**وهي أرقام المبيعات الأقل** 5.75) = 40.25 − 27 (**مجموع الأرقام الأقل من** 5.75) = 13.25

5.75 × 5 (**وهي أرقام المبيعات الأكبر** 5.75) = 28.75 − 42 (**مجموع الأرقام الأكبر من** 5.75) = - 13.25

أجمع الناتجين بدون إشارة السالب (القيمة المطلقة) يطلع 26.5 **وأستخرج** ADD **من خلال** = $\frac{26.5}{12}$ = 2.2083

ثالثاً/ التباين

هو متوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي. ويرمز له بالرمز σ^2 **(تقرا سيجما تربيع) وذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز** S^2 .

ويمكن حسابه من خلال المعادلة التالية :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

ولحساب ذلك نربع جميع البيانات بالجدول

الشهر	محرم	صفر	ربيع أول	ربيع ثان	جمادى أول	جمادى الاخر	رجب	شعبان	رمضان	شوال	ذي القعدة	ذي الحجة
المبيعات	٣	٥	٨	٣	٦	٤	١٢	٥	٤	٣	٧	٩
x^2	٩	٢٥	٦٤	٩	٣٦	١٦	١٤٤	٢٥	١٦	٩	٤٩	٨١

ثم نحسب ناتج التربيع ويطلع لنا 483 ونطبق المعادلة:

$$S^2 = \frac{483-12(5.75)^2}{12-1} = \frac{86.25}{11} = 7.840909$$

رابعاً / الانحراف المعياري:

وهو الجذر التربيعي لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي أي هو جذر التباين لذلك يرمز له بالرمز σ **(تقرا سيجما) و ذلك إذا كان محسوب لبيانات المجتمع أما في حالة حسابة لبيانات عينة من المجتمع فيرمز له بالرمز** S

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{7.840909} = 2.80016$$

الحل بالألة الحاسبة: لكي نوجد الانحراف المعياري ثم التباين للمثال السابق (بيانات غير مبوبة) نتبع التالي

ابتداء من اليمين:

Mode **ثم** (3: STAT) **ثم نختار** (1: 1-VAR) **ثم** (shift) **ثم** (1) **ثم** (2: Data) **ثم ندخل الأرقام كالتالي ابتداء من الرقم** 3 **في الجدول**

3= 5= 8= 3 = 6= 4= 12= 5= 4= 3= 7= 9 =

ثم (AC) **ثم** (shift) **ثم** (**1**) **ثم** (4: Var) **ثم** (4: SX) **ثم** = **يطلع لنا نتيجة الانحراف المعياري** 2.80016

والتباين : مباشرة نقوم بتربيع الناتج من خلال x^2 **ويطلع لنا الناتج** 7.840909

ملاحظة / الانحراف المعياري والتباين لا تتأثر بعمليات الجمع والطرح التي تحدث على البيانات محل الدراسة وإنما تبقى قيمها ثابته بعكس الوسط الحسابي فهو يتأثر بهذه العمليات.

أما في حالة الضرب والقسمة فهي تتأثر جميعها.

مثال على عملية الطرح والجمع:

اذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وانحرافها عن المتوسط 4 وانحرافها المعياري 5 واضفنا لكل قيمة من القيم 2 فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة سكون :

A. **22**

B. 20

C. 18

D. 40

في المثال تم إضافة 2 وذكر بأن الوسط الحسابي 20 مباشرة نضيف له 2 ويكون 22
أما الانحراف المتوسط والانحراف المعياري فلا تتأثر ولم تم السؤال عنها نختار نفس القيمة الموجودة في السؤال وذلك في حالة الجمع والطرح فقط.

ملاحظة أخرى / قد يأتي سؤال على التباين أو الانحراف المعياري وذلك للمقارنة بين مجموعتين لذلك فإن المجموعة ذات الأكبر تبيان والأكبر في انحرافها المعياري هي ذات الوسط الحسابي الأكبر.

مثال على ذلك:

إذا كان لديك مجموعتين من الطلبة وقدموا اختبار تحصيلي وحصلوا على الدرجات التالية : المجموعة الاولى: 10,5,15,10,20 والمجموعة الثانية : 9,20,5,17,9 بالرجوع إلى البيانات السابقة ، المجموعة ذات التباين الأكبر هي

A. لا يمكن حساب التباين لهذه البيانات.

B. كلا المجموعتين متساويتين في التباين.

C. المجموعة الاولى.

D. **المجموعة الثانية.**

كما تم ذكره لدينا ثلاث طريقتين لمعرفة الجابة إما نحسب التباين إما بالقانون أو الألة لكل مجموعة ونشاهد ما هو أكبر.
والطريقة الأسهل والأسرع حساب المتوسط الحسابي لكل مجموعة حيث نجمع قيم كل مجموعه ونقسمه على عددها حيث ظهر لنا في المجموعة الأولى 12 وفي المجموعة الثانية 12.5 إذا الإجابة مباشرة D

المحاضرة الثامنة

المقاييس الإحصائية للبيانات المبوبة

لابد وأنك أصبحت الأن أصبحت تستطيع التفريق بين البيانات الغير مبوبة والبيانات المبوبة.

اولا- الوسط الحسابي والتشتت حوله:

الوسط الحسابي كما سبق أن تم تعريفة في الفصل السابق هو القيمة التي إذا أخذها جميع المفردات لكان مجموعها يساوى مجموع القيم الأصلية، ويمكن حساب الوسط الحسابي او المتوسط الحسابي من خلال البيانات المبوبة كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{l} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

$\bar{x}$	الوسط الحسابي
x_i	مركز الفئة وهي تساوى (الحد الأعلى للفئة + الحد الأدنى للفئة) ÷ ٢
f_i	تكرار الفئة i
l	عدد الفئات

ويتم حساب التشتت حول المتوسط الحسابي من خلال الآتي:

أ- متوسط الانحرافات المطلقة AAD:

وهو يقيس انحراف القيم عن وسطها الحسابي بغض النظر عن اشارة ذلك الانحراف حيث يتم حسابه من خلال المعادلة التالية :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^{l} |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i}$$

ب – التباين σ^2 :

وهو متوسط مجموع مربع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي ، ويتم حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i} - \bar{x}^2$$

جـ - الانحراف المعياري σ:

هو الجذر التربيعي للتباين ، ويمكن حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

مثال :

البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم فكانت النتائج كما يلى:

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

مهم جداً/ هذا جدول منتظم أي أن أطول الفئات متساوية وأنتهى برقم ولا يوجد فئات أكبر منه وبدأ برقم وليس هناك فئة أقل منه كما في الجداول المفتوحة.

المطلوب: حساب التالي:

الوسط الحسابي ، التباين ، الانحراف المعياري ، متوسط الانحرافات المطلقة.

ولحساب الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري لابد أولاً من إنشاء الجدول التالي:

فئات العمر	التكرار f	مركز الفئة x	xf	x^2 f
20 -	10	(30+20)÷2=25	25 × 10 = 250	$25^2 \times 10 = 6250$
30 -	30	35	1050	36750
40 -	50	45	2250	101250
50 - 60	20	55	1100	60500
المجموع	110		4650	204750
	$\sum f$		$\sum xf$	$\sum x^2 f$

لاحظ أن قانون الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري في البيانات المبوبة والتي تنشأ في جداول تكرارية يختلف عن قانونه في البيانات الغير مبوبه كما تم دراسته في المحاضرة السادسة.

١- الوسط الحسابي يتم إيجاده من خلال المعادلة التي سبق شرحها:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{l} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i} = \frac{4560}{110} = 42.2727$$

٢- التباين :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l} (x_i - \overline{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i} - \overline{x}^2 = \frac{204750}{110} - 42.4747^2 = 74.3801$$

٣- الانحراف المعياري :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{74.3801} = 8.62439$$

الحل بالألة الحاسبة: نوجد الوسط الحسابي ثم الانحراف المعياري ثم التباين للمثال السابق (بيانات مبوبة) نتبع التالي ابتداء من اليمين:

(shift) ثم (Mode) ثم (سهم تحت) ثم (4: STAT) ثم (1:ON) ثم (shift) ثم (1) ثم (2: Data) ثم ندخل أرقام مركز الفئة كالتالي ابتداء من الرقم 25 في الجدول (=25=35 = 45= 55) ثم (سهم يمين) ثم (سهم تحت) ثم ندخل أرقام التكرار f كالتالي ابتداء من الرقم 10 (=10=30=50=20)

ثم (AC) ثم (shift) ثم (1) ثم (4: Var) ثم (2: $\overline{x}$) ثم = تطلع لنا النتيجة 42.2727

لازالت البيانات مخزنه في الألة نحصل على الإنحراف المعياري كالتالي:

(shift)) ثم (1) ثم (4: Var) ثم (3: σX) ثم = تطلع لنا النتيجة 8.62439

والتباين : مباشرة نقوم بتربيع الناتج من خلال x^2 ويطلع لنا الناتج 74.3081

٤- متوسط الانحرافات المطلقة :

ولحسابه لابد أولاً من إيجاد الانحرافات عن الوسط الحسابي ثم استخدامها في الحساب كما يتضح في الجدول التالي:

فئات العمر	التكرار f	مركز الفئة x	$(x-\bar{x})$	$(x-\bar{x})$ f	$\lvert x-\bar{x}\rvert\ f$
20 -	10	(30+20)÷2=25	-17.2727	-172.727	172.7273
30 -	30	35	-7.27273	-2 18.182	218. 1818
40 -	50	45	2.727273	136.3636	136.3636
50 - 60	20	55	12.72727	254.5455	254.5455
المجموع	110			0	78 1.8182
	$\sum$ f		42.2727 = $\bar{x}$	$\sum(x-\bar{x})$ f	$\sum\lvert x-\bar{x}\rvert\ f$

ويمكن الحصول على متوسط الانحرافات المطلقة AAD من خلال معادلته :

$$AAD = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}| f}{\sum f} = \frac{781.8182}{110} = 7.1074$$

وكما يتضح من الجدول بأن مجموع انحرافات القيم عن وسطها الحسابي تساوي صفر.

$$\sum (x-\bar{x})\ f = 0$$

ثانيا – الوسيط والتشتت حوله:

الوسيط هو القيمة التي يصغرها عدد من القيم يتساوى مع العدد الذى يكبر هذه القيمة.

ولحساب الوسيط من البيانات المبوبة هناك ثلاث خطوات يجب إتباعها وهى:

- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد.
- إيجاد ترتيب الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$k_{Med} = n \div 2$$

- إيجاد قيمة الوسيط من خلال المعادلة التالية:

$$Med = \mathrm{L}_{\mathrm{Med}} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$$

Med	قيمة الوسيط
L_{Med}	الحد الادنى لبداية الفئة الوسيطية
k_{Med}	ترتيب الوسيط
F_a	التكرار المتجمع السابق للفئة الوسيطية
F_b	التكرار المتجمع اللاحق للفئة الوسيطية
I	طول الفئة الوسيطية

مثال:

في بيانات المثال السابق توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم، أحسب قيمة الوسيط؟

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠–	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

الحل يكون بإتباع الخطوات الثالث السابقة وهو كالتالي:

١. إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 20	0
أقل من 30	10
أقل من 40	40
أقل من 50	90
أقل من 60	110

أول خطوه لتبدأ بداية صحيحة لابد وأن يكون ترتيب الجدول تصاعدي أي يبدأ من أقل قيمة حتى أعلى قيمة.

L_{Med} F_a F_b

٢- نوجد الأن ترتيب الوسيط من خلال القانون الذي سبق أن ذكرناه:

$$k_{Med} = n \div 2 = 110 \div 2 = 55$$

٣ – نوجد قيمة الوسيط ، وحيث أن ترتيب الوسيط 55 مما يعني أن الوسيط يقع بين التكرار المتجمع الصاعد (40) F_a وهو المقابل للحد الأعلى للفئة 40 والتكرار المتجمع الصاعد (90) F_b وهو المقابل للحد الأعلى للفئة 50 .

أي أن الحد الأدنى للفئة $L_{Med} = 40$

وبالتالي يكون طول الفئة الوسطية هو : $I = 50 - 40 = 10$

ومن خلالها يمكننا حساب الوسيط كما يلي:

$$Med = 40 \times \frac{55-40}{90-40} \times 10 = 43$$

مقاييس النزعة المركزية للبيانات المبوبة في الجداول المنتظمة.

✓ الرُبيع الادنى (الأول):

يُعبر الرُبيع الأول Q_1 عن القيمة التي يكون قبلها عدد المشاهدات ربع العدد الكلى للمشاهدات والمشاهدات بعده تمثل ثلاث ارباع العدد الكلى للمشاهدات محل الدراسة.

لذلك يتم حسابة كما في حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُبيع الاول Q_1 هو ($\frac{n}{4}$)

$$Q_1 = L_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$$

✓ الرُبيع الاعلى (الثالث):

يُعبر الرُبيع الثالث Q_3 عن القيمة التي يكون قبلها عدد المشاهدات ثلاث ارباع العدد الكلى للمشاهدات والمشاهدات بعده تمثل ربع العدد الكلى للمشاهدات محل الدراسة.

لذلك يتم حسابه كما في حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب الرُبيع الثالث Q_3 هو ($\frac{3n}{4}$)

$$Q_3 = \mathrm{L}_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$$

ويمكن إيجاد كلا من الرُبيع الادنى (الاول) Q_1 و الرُبيع الاعلى (الثالث) Q_3 بنفس خطوات حساب الوسيط الا أن الامر المختلف هنا هو الترتيب حيث يكون كالتالي:

	Q_1	Q_3
الترتيب	$\frac{n}{4}$	$\frac{3n}{4}$

مثال :

البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم فكانت النتائج كما يلي:

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠–	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب حساب الربيع الأول والربيع الثالث ؟

أ / الربيع الأدنى الأول Q_1

نتبع الثلاث الخطوات كما في حساب الوسيط.

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 20	0
أقل من 30	10
أقل من 40	40
أقل من 50	90
أقل من 60	110

لاحظ هنا أننا نجمع بحيث أنه لا يوجد عدد عمال أقل من ٢٠ سنه في فئات العمر لذلك وضعنا صفر وأقل من ٣٠ سنه يوجد ١٠ وأقل من ٤٠ سنه ٤٠ عامل حيث جمعنا العشرة الأقل من ٣٠ سنه والثلاثين الأقل من ٤٠ سنه وطلع ٤٠ عامل وهكذا.

٢- نوجد الأن ترتيب الربيع الأدنى الأول من خلال القانون الذي سبق أن ذكرناه:

$$Q1 = \frac{n}{4} = \frac{110}{4} = 27.5$$

٣- نلاحظ أن ترتيب الربيع الأدنى الأول Q_1 27.5 مما يعني أن الربيع الأدنى الأول Q_1 يقع بين التكرار المتجمع الصاعد (10) F_a وهو المقابل للحد الأعلى للفئة 30 والتكرار المتجمع الصاعد (40) F_b وهو المقابل للحد الأعلى للفئة 40 والحد الأدنى للفئة هو L_{Q_1} = 30.

وبالتالي يكون طول الفئة الربيع الأدنى الأول هو : $I = 40 - 30 = 10$

ومن خلالها يمكننا حساب الربيع الأدنى الأول كما يلي:

$$Q_1 = 30 \times \frac{27.5-10}{40-10} \times 10 = 35.8333$$

لاحظ أن القانون نفس قانون الوسيط مع اختلاف حساب الترتيب حيث أنه $\frac{n}{4}$

ب / الربيع الاعلى الثالث:

١- إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد وتم إعداده سابقاً.

٢- نوجد الأن ترتيب الربيع الأعلى الثالث من خلال القانون الذي سبق أن ذكرناه:

$$Q3 = \frac{3n}{4} = \frac{3 \times 110}{4} = 82.5$$

٣- نلاحظ أن ترتيب الربيع الأعلى الثالث Q_3 82.5 مما يعني أن الربيع الأعلى الثالث Q_3 يقع بين التكرار المتجمع الصاعد (40) F_a وهو المقابل للحد الأعلى للفئة 40 والتكرار المتجمع الصاعد (90) F_b وهو المقابل للحد الأعلى للفئة 50 والحد الأدنى للفئة هو $L_{Q_3} = 40$.

وبالتالي يكون طول الفئة الربيع الأعلى الثالث هو : $I = 50 - 40 = 10$

ومن خلالها يمكننا حساب الربيع الأعلى الثالث كما يلي:

$$40 \times \frac{82.5 - 40}{90 - 40} \times 10 = 48.5$$

✓ حساب قيمة العُشير $P_{0.10}$:

وبنفس الطريقة السابقة يمكن الحصول على العشير $P_{0.10}$ وهو القيمة التي يكون قبلها ١٠ ٪ من مفردات المجتمع و ٩٠ ٪ منها أكبر منه . والاختلاف يكون فقط في الترتيب حيث أن ترتيب العشير هو:

$$k_{P_{0.10}} = n \div 10$$

لذلك يتم حسابة كما في حالة الوسيط مع اختلاف أن ترتيب قيمة العشير $P_{0.10}$ هو ($\frac{n}{10}$)

$$P_{0.10} = L_{\rho 0.10} + \frac{\frac{n}{10} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{\rho 0.10}$$

✓ حساب قيمة المئويين أو المئين $P_{0.01}$:

وبنفس الطريقة السابقة يمكن الحصول على المئين $P_{0.01}$ وهو القيمة التي يكون قبلها 1 ٪ من مفردات المجتمع و 99 ٪ منها أكبر منه، والاختلاف بينه وبين ما سبق حسابه من الوسيط والربيع الأول أو الربيع الثالث أو العُشير يكون فقط في الترتيب حيث أن ترتيب المئويين هو :

$$k_{P_{0.01}} = n \div 100$$

مثال :

البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية وفقا لفئات أعمارهم فكانت النتائج كما يلي:

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠–	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

المطلوب/ حساب قيمة العشير والمئين ؟

١ - إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد وتم إعداده سابقاً.

٢- نوجد الأن ترتيب العشير من خلال القانون الذي سبق أن ذكرناه:

$$= \frac{n}{10} = \frac{110}{10} = 11$$

نلاحظ أن ترتيب العشير $P_{0.10}$ 11 **مما يعني أن العشير يقع بين التكرار المتجمع الصاعد** (10) F_a **وهو المقابل للحد الأعلى للفئة** 30 **والتكرار المتجمع الصاعد** (40) F_b **وهو المقابل للحد الأعلى للفئة** 40 **والحد الأدنى للفئة هو** $L\rho_{0.10}$ = **40.**

وبالتالي يكون طول الفئة العشير هو : $I = 40 - 30 = 10$

ومن خلالها يمكننا حساب العشير كما يلي:

$$P_{0.10} = 30 \times \frac{11-10}{40-10} \times 10 = 30.333$$

الأن نوجد المئين من خلال إيجاد ترتيبه وذلك من خلال قانونه السابق:

$$k_{P_{0.01}} = \frac{n}{100} = \frac{110}{100} = 1.1$$

نلاحظ أن ترتيب المئين $P_{0.01}$ 1.1 **مما يعني أن المئين يقع بين التكرار المتجمع الصاعد** (0) F_a **وهو المقابل للحد الأعلى للفئة** 20 **والتكرار المتجمع الصاعد** (10) F_b **وهو المقابل للحد الأعلى للفئة** 30 **والحد الأدنى للفئة هو** $L\rho_{0.01}$ = **40.**

وبالتالي يكون طول الفئة المئين هو : $I = 30 - 20 = 10$

ومن خلالها يمكننا حساب المئين كما يلي:

$$P_{0.01} = 20 \times \frac{1.1-0}{10-0} \times 10 = 21.1$$

وعلى ذلك نكون قد حصلنا على مقاييس النزعة المركزية التي تصف تركز البيانات عند أي نسبة من مفردات البيانات محل الدراسة في حالة البيانات المبوبة والتي كانت كما يلي:

المقياس	$P0.01$	$P_{0.10}$	Q_1	Med	Q_3
القيمة	21.1	30.333	35.8333	43	48.5

✓ نصف المدى الرُبيعي Inter Quartile Range

بسبب العيب الموجود في مقياس التشتت (المدى) وتأثره بالقيم الشاذة أدى ذلك للجوء إلى مقياس آخر يسمى (نصف المدى الربيعي IQR) والذى يستبعد القيم المتطرفة من الطرفين، حيث يعتمد في حسابه على كلا من الرُبيع الأول Q_1 والرُبيع الثالث Q_3 ويتم حسابه من خلال المعادلة التالية:

$$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$$

مثال:

من بيانات المثال السابق أحسب نصف المدى الربيعي؟

لكي نوجد نصف المدى الربيعي لابد أولاً من إيجاد الربيع الأدنى الأول Q_1 والربيع الأعلى الثالث Q_3 وحيث أننا أوجدناها من قبل فعلينا الأن أن نعوض عنها بالمعادلة وهو كالتالي :

$$IQR = \frac{48.5 - 35.8333}{2} = 6.33335$$

ثالثاً / المنوال

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعا أو تكرارا. وفى حالة البيانات المبوبة يمكن حسابة باستخدام المعادلة التالية:

$$Mod = L_{Mod} + \frac{D1}{D1 + D2} \times I$$

Med	قيمة المنوال
L_{Med}	الحد الأدنى لفئة المنوال
$D1$	يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة السابقة
$D2$	يساوى تكرار فئة المنوال – تكرار الفئة اللاحقة
I	طول الفئة المنوالية

مثال:

من بيانات المثال السابق أحسب المنوال لأعمار مجموعة من المدرسين العاملين في مجال التربية ؟

فئات العمر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠–	٥٠ – ٦٠
عدد العمال	١٠	٣٠	٥٠	٢٠

D1 =50 – 30

الفئة المنوالية

الحد الأدنى L_{Med}

D2 =50 – 20

نلاحظ أن أكبر تكرار هو 50 ويكون مقابل للفئة " 40 - 50 " لذلك يطلق عليها الفئة المنوالية ومن ثم فإن الحد الأدنى لها هو $L_{Med} = 40$ وطول الفئة هو $I = 10$

كما يمكن حساب $D1$ و $D2$ من خلال :

$D1 = 50 - 30 = 20$

$D2 = 50 - 20 = 30$

وبالتالي يمكن الحصول على المنوال من خلال معادلته كالتالي:

$$Mod = 40 + \frac{20}{20+30} \times 10 = 44$$

ملاحظه كل ما سبق في المحاضرة الثامنة تم إيجاد القيم في الجداول التكرارية المبوبة بجداول منتظمة بعكس الغير منتظمة أو المفتوحة والذي سوف نتطرق لشرحها.

الجداول غير المنتظمة:

وهي الجداول التي يكون فيها أطوال **الفئات غير متساوية** ويكفى وجود فئة واحدة فقط طولها غير متساوي مع باقي الفئات لجعل الجدول غير منتظم.

ويتم حساب المقاييس الإحصائية التي سبق عرضها في حالة الجداول المنتظمة بنفس الطريقة **فيما عدا المنوال** ويتعين علينا عند حساب المنوال تعديل التكرارات قبل حسابة وكذلك قبل رسم المدرج التكراري وذلك لأن حجم التكرارات في تلك الحالة قد يسبب اتساع أو ضيق في أعمدة فئات التوزيع ولذلك يتم التخلص من تأثير طول الفئة بإيجاد التكرار المعدل، ويتم ذلك من خلال المعادلة التالية:

التكرار المعدل = التكرار الأصلي للفئة ÷ طول الفئة

مثال :

البيانات التالية توضح توزيع مجموعة من الموظفين وفقا لفئات دخلهم الشهري بالألف ريال فكانت كما يلي:

فئات الدخل	٣ –	٥ –	٨ –	١٠ – ١٥
عدد الموظفين	٢٠	٥٠	١٥	١٥

من خلال الجدول تجد أن طول الفئة بين ٣ و ٥ تختلف عن طول الفئة بين ٥ و ٨ وهكذا لذلك نسمي هذا جدول غير منتظم.

المطلوب حساب:

١– الوسط الحسابي
٢– متوسط الانحرافات المطلقة
٣– التباين
٤– الانحراف المعياري
٥– الوسيط
٦– الرُبيع الأول
٧– الرُبيع الثالث
٨– العُشير
٩– المئوين
١٠– نصف المدى الرُبيعى
١١– المنوال

يمكن حساب المطلوب من ١ إلى ١٠ بنفس طريقة حسابها في حالة **الجداول المنتظمة** بدون أي تعديل. اما المطلوب رقم ١١ فيطلب حساب المنوال ، وهو الذي طريقته تحتاج إلى تعديل في الحساب في حالة الجداول غير المنتظمة. (كما وأنني سوف أقوم بحل المثال كامل مع الشرح في الموضوع الخاص بالمادة ونشارك حله)

والأن للحصول على قيمة المنوال نتبع التالي :

لحسابه في تلك الحالة لا يتم الاعتماد على بيانات الفئة الأصلية وإنما يتم إيجاد التكرار المعدل بقسمة كل تكرار كل فئة على طولها كما يلي:

التكرار المعدل = التكرار الأصلي للفئة ÷ طول الفئة

فئات الدخل	التكرار f	طول الفئة	التكرار المعدل
3 -	20	5 – 3 = 2	20 ÷ 2 = 10
5 -	50	8 – 5 = 3	50 ÷ 3 = 16.66667
8 -	15	10 – 8 = 2	15 ÷ 2 = 7.5
10 - 15	15	15 – 10 = 5	15 ÷ 5 = 3

نلاحظ أن أكبر تكرار معدل هو 16.66667 ويكون مقابل للفئة (8 - 5) لذلك يطلق عليها الفئة المنولية ومن ثم فإن الحد الأدنى لها هو L_{Med} = 5 وطول الفئة هو I = 3

كما يمكن حساب $D1$ و $D2$ من خلال :

$D1$= 16.66667 – 10 = 6.66667

$D2$= 16.66667 – 7.5 = 9.16667

وبالتالي يمكن الحصول على المنوال من خلال معادلته كالتالي:

$$Mod = 40 + \frac{6.66667}{6.66667 + 9.16667} \times 3 = 6.263158$$

الجداول المفتوحة :

في هذا النوع من الجداول يصعب حساب الوسط الحسابي والتباين والانحراف المعياري، حيث لا يمكن تحديد مركز الفئة للفئات المفتوحة، لذا فيعتبر من أنسب المقاييس الإحصائية في تلك الحالة هي المقاييس الوسطية والتي يقصد بها الوسيط والرُبيع الادنى والرُبيع الاعلى والعُشير والمئويين وكذلك لقياس التشتت يتم من خلال نصف المدى الربيعي.

مثال :

البيانات تعبر عن أوزان مجموعة من الطلاب بالكيلوجرام في المرحلة الجامعية فكانت كما يلي:

في الجداول المفتوحة الحد الادنى للفئة الاولى غير محدد أو الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير محدد أو كلاهما كما هنا.

فئات الوزن	أقل من ٥٠	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –	٨٠ فأكثر
عدد الطلاب	٥	١٠	٣٥	١٥	١٠

المطلوب:

حساب مقاييس النزعة المركزية والتشتت المناسبة ؟

الحل : يتم أولاً / إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 50	5
أقل من 60	15
أقل من 70	50
أقل من 80	65
أقل من ∞	75

Q_1

Med

Q_3

ثانياً /نوجد الأن رتبها من خلال القوانين الذي سبق شرحها:

المقاييس	Q_1	Med	Q_3
قانون الرتبة	$k_{Q_1} = n \div 4$	$k_{Med} = n \div 2$	$kQ_3 = 3n \div 4$
التعويض بالأرقام	$\frac{75}{4} = 18.75$	$\frac{75}{2} = 37.5$	$\frac{3 \times 75}{4} = 56.25$

ثالثاً / نوجد القيمة بالتعويض في معادلة كل مقياس كالتالي:

المقاييس	الوسيط	الربيع الأدنى الأول	الربيع الأعلى الثالث	نصف المدى الربيعي
القانون	$Med = \mathrm{L}_{\mathrm{Med}} + \frac{k_{Med} - F_a}{F_b - F_a} \times I$	$Q_1 = \mathrm{L}_{Q_1} + \frac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$	$Q_3 = \mathrm{L}_{Q_3} + \frac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$	$IQR = \frac{Q3 - Q1}{2}$
التعويض بالأرقام	$60 \times \frac{37.5 - 15}{50 - 15} \times 10$ $= 66.4285$	$60 \times \frac{18.75 - 15}{50 - 15} \times 10$ $= 61.071$	$70 \times \frac{56.25 - 50}{65 - 50} \times 10$ $= 74.1667$	$\frac{74.1667 - 61.071}{2}$ $= 6.5478$

المحاضرة التاسعة

مقاييس التشتت النسبي والالتواء والتفلطح

اولا – مقاييس التشتت النسبي

معامل الاختلاف المعياري / ويمكن حسابه بالاعتماد على الوسط الحسابي و الانحراف المعياري من خلال المعادلة التالية :

$$c.v. = \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

معامل الاختلاف النسبي = الانحراف المعياري ÷ الوسط الحسابي

معامل الاختلاف الربيعي المعياري / ويمكن حسابه بالاعتماد على الربيع الأدنى والربيع الأعلى من خلال المعادلة التالية

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$$

لاحظ يتم استخدام هذه المعادلة في الجداول التكرارية (البيانات المبوبة) غير ذلك يتم استخدام القانون الأول وسبق أن شرحنا الربيع الأدنى والأعلى.

مثال :

البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوي بأحد الاحياء:

الايجار بالألف ريال	٦-	١٠ -	١٢-	١٤- ١٨
عدد الوحدات السكنية	١٥	٢٠	١٢	١٣

المطلوب:

حساب : معامل الاختلاف للإيجار السنوي ، معامل الاختلاف الربيعي للإيجار السنوي.

الحل : أولاً / لحساب معامل الاختلاف لابد من الحصول على الوسط الحسابي والانحراف المعياري :

فئات الإيجار	التكرار f	مركز الفئة x	xf	x^2 f
6 -	15	(10+6)÷2=8	8 × 15 = 120	$8^2 \times 15 = 960$
10 -	20	11	220	2420
12 -	12	13	156	2028
14 - 18	13	16	208	3328
المجموع	60		704	8736
	$\sum$ f		$\sum$ xf	$\sum x^2$ f

نوجد الأن الوسيط الحسابي من خلال معادلته التي سبق أن تم شرحها سابقاً:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{l} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i} = \frac{704}{60} = 11.733$$

التباين :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{l} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^{l} f_i} - \bar{x}^2 = \frac{8736}{60} - 11.733^2 = 7.9288$$

نوجد التباين لكي نستطيع إيجاد الانحراف المعياري من خلال أخذ جذره.

الانحراف المعياري :

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{7.9288} = 2.8158$$

وبذلك يمكن حساب معامل الانحراف المعياري من خلال معادلته بعد أن أوجدنا الوسط الحسابي والانحراف المعياري وذلك من خلال معادلته :

$$c.v. = \frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2.8158}{11.733} \times 100 = 23.998\% \approx 24\%$$

مثال آخر/

إذا كان الوسط الحسابي لدرجات عدد من الطلاب هو 50 وانحرافها المعياري 5، فإن معامل الاختلاف للدرجات يكون :

A. 0.5

B. 0.1

C. ==10%==

D. 50%

نقوم مباشرة بتطبيق معادلة معامل الاختلاف وذلك بقسمة الانحراف المعياري على الوسط الحسابي في 100 كالتالي:

$$\frac{50}{5} \times 100 = 10\%$$

ثانياً / حساب معامل الاختلاف الربيعي :

الحل : يتم من خلال إيجاد الجدول التكراري المتجمع الصاعد:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 6	0
أقل من 10	15
أقل من 12	35
أقل من 14	47
أقل من 18	60

Q_1

Q_3

ثم نوجد الأن رتبها من خلال القوانين الذي سبق شرحها:

المقاييس	Q_1	Q_3
قانون الرتبة	$k_{Q_1} = n \div 4$	$kQ_3 = 3n \div 4$
التعويض بالأرقام	$\frac{60}{4} = 15$	$\frac{3 \times 60}{4} = 45$

ذكر في الكتاب والمحتوى بأنه لابد من إيجاد الوسيط لإيجاد معامل الاختلاف الربيعي ، ما أدري ما السبب حيث لا أجد له حاجه لا في القانون ولا في إظهار بيانات أخرى لذلك لم اهتم به.

ثم نوجد القيمة بالتعويض في معادلة كل مقياس كالتالي:

المقاييس	الربيع الأدنى الأول	الربيع الأعلى الثالث
القانون	$Q_1 = L_{Q_1} + \dfrac{\frac{n}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_1}$	$Q_3 = L_{Q_3} + \dfrac{\frac{3(n)}{4} - F_a}{F_b - F_a} \times I_{Q_3}$
التعويض بالأرقام	10	$12 \times \dfrac{45-35}{47-35} \times 2$ $= 13.6667$

I_{Q_3} طول الفئة المنولية

عبارة عن:

14 – 12 = 2

وذلك كما تم شرحه سابقاً

ملاحظة / حيث أن رتبة الربيع الأدنى تساوي 15 ، ويوجد تكرار متجمع صاعد بنفس الرقم مباشرة نأخذ الحد الأعلى للفئة وهي 10 بدون تطبيق القانون ، كما تم توضيحه بالسهم في الجدول التكراري.

وبذلك يمكن حساب معامل الاختلاف الربيعي من خلال معادلته كما يلي :

$$c.v. = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 = \frac{13.6667 - 10}{13.6667 + 10} \times 100 = 15.494\%$$

نلاحظ من استخدام المعادلتين وجود اختلاف بين قيمتي معامل الاختلاف ، لذلك يفضل استخدام المعادلة الثانية في حالة الجداول التكرارية المفتوحة وغير ذلك يتم استخدام المعادلة الأولى.

ثانياً / القيمة المعيارية :

وهي تلك القيمة التي تقيس مدى انحراف قيمة مفردة ما من مفردات الدراسة عن الوسط الحسابي لها وذلك بوحدات من الانحراف المعياري ، ويرمز للقيمة المعيارية بالرمز Z حيث أن:

$$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$$

القيمة المعيارية

= $\dfrac{\text{قيمة المفرده} - \text{الحسابي الوسيط}}{\text{الإنحراف المعياري}}$

القيمية المعيارية يمكن الاعتماد عليها في المقارنة بين القيم المطلقة للظواهر المختلفة.

مثال :

حصل أحد الطلاب في مقرر المحاسبة على (٨٠) درجة حيث بلغ متوسط درجات الطلاب في اختبار المحاسبة (٨٣) درجة بانحراف معياري (٥). بينما حصل في اختبار مقرر الرياضيات على (٧٠) درجة حيث بلغ متوسط درجة الطلاب في اختبار الرياضيات (٦٥) درجة بانحراف معياري قدرة (٥) درجات . هل يمكن القول بأن درجات الطالب في مقرر المحاسبة أفضل من درجته في مقرر الرياضيات ؟

للحكم على ذلك نقوم بحساب القيمة المعيارية لكلى الدرجتين التي حصل عليها الطالب وهي كالتالي :

القيمة المعيارية لدرجة الطالب في مقرر المحاسبة هي :

$$z_1 = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{80 - 83}{5} = -0.6$$

في هذا المثال يدل أن أي قيمة بالموجب تعني أن الدرجة أكبر من المتوسط لدرجات جميع الطلاب ، وعندما تكون بالسالب فإن الدرجة التي حصل عليها الطالب تكون أقل من المتوسط لدرجات جميع الطلاب.

القيمة المعيارية لدرجة الطالب في مقرر الرياضيات هي :

$$z_2 = \frac{x - \bar{x}}{S} = \frac{70 - 65}{5} = 1$$

حيث أن القيمة المعيارية لمادة الرياضيات هي موجب 1 (تعني درجة الطالب أكبر من متوسط درجات الطلاب في نفس المقرر)

والقيمة المعيارية لمادة المحاسبة 0.6 - بالسالب (تعني درجة الطالب أقل من متوسط درجات الطلاب في نفس المقرر)

مثال آخر:

الدرجة المعيارية للقيمة 13 في مجموعة من القيم وسطها الحسابي 10 وتباينها 4 هي:

A. **1.5**

B. 0.67

C. 0.75

D. 1.33

القيمة المعيارية

$$= \frac{\text{قيمة المفرده} - \text{الحسابي الوسيط}}{\text{الإنحراف المعياري}}$$

$$= \frac{13 - 10}{2} = 1.5$$

حيث أن الانحراف المعياري يساوي جذر التباين ويساوي 2

ثالثاً / مقاييس الالتواء

معامل الالتواء لبيرسون.

والذى يكون في أحد الصورتين التاليتين:

$$\text{معامل الإلتواء} = \frac{\text{المنوال} - \text{الوسط الحسابي}}{\text{معامل الإختلاف}}$$

$$SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S}$$

$$\text{معامل الإلتواء} = \frac{3\,(\text{الوسيط} - \text{الوسط الحسابي})}{\text{معامل الإختلاف}}$$

$$SK = \frac{3(\bar{x} - Med)}{S}$$

مقياس الالتواء لباولي الذى يعرف كما يلي:

$$SK_B = \frac{(Q_3 - Med) - (Med - Q1)}{(Q_3 - Med) + (Med - Q1)}$$

أو يمكن أعادة صياغة معامل الالتواء لباولي على الصورة التالية:

$$SK_B = \frac{Q_3 - 2Med + Q1}{Q_3 - Q1}$$

حيث أنه لا يمكن حساب معامل الالتواء لبيرسون في حالة المنحنيات التي تكون شديدة الالتواء أو في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة.

لذلك يمكن الاعتماد على مقياس الالتواء لباولي

مثال :

البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوي بأحد الاحياء في أحد المدن:

الايجار بالألف ريال	٦-	١٠ -	١٢-	١٤- ١٨
عدد الوحدات السكنية	١٥	٢٠	١٢	١٣

المطلوب:

حساب معامل الالتواء لتوزيع الإيجار السنوي للوحدات السكنية.

الحل : تم من قبل حساب المقاييس التالية :

المقياس	الوسط الحسابي $\bar{x}$	الانحراف المعياري S	الربيع الأدنى Q_1	الوسيط Med	الربيع الأعلى Q_3
القيمة	11.733	2.8158	10	11.5	13.667

ولكن يبقى لنا حساب المنوال حتى تكون جميع المقاييس الإحصائية التي نحتاج إليها موجودة لذا يمكن الحصول على المنوال كما يلي:

فئات الإيجار	التكرار f	طول الفئة	التكرار المعدل
6 -	15	10 – 6 = 4	15 ÷ 4 = 3.75
10 -	20	2	10
12 -	12	2	6
14 - 18	13	4	3.25

نلاحظ أن أطوال الفئات للإيجار السنوي غير متساوية لذا لحساب المنوال يلزم إيجاد التكرار المعدل.

ويمكن حساب المنوال بتطبيق المعادلة التالية كما سبق أن بينا ذلك في كما تم شرحه سابقاً:

الحد الأدنى لها هو 10 = L_{Med} وطول الفئة هو I = 2

كما يمكن حساب $D1$ و $D2$ من خلال :

$D1$= 10 – 3.75= 6.75

$D2$= 10 – 6 = 4

وبالتالي يمكن الحصول على المنوال من خلال معادلته كالتالي:

$$Mod = 10 + \frac{6.75}{6.75 + 4} \times 2 = 11.21951$$

وعلى ذلك يمكن حساب معامل الالتواء لبيرسون باستخدام المعادلة

كما يلي:

$$SK = \frac{\bar{x} - Mod}{S} = \frac{11.73333 - 11.2195122}{2.8158} = 0.18247$$

تفسير النتيجة:

ويعبر ذلك على وجود التواء موجب جهة اليمين الا أن قيمة معامل الالتواء صغيرة تقترب من الصفر مما يدل ايضا على أن التوزيع قريب من التماثل.

كما يمكن تطبيق المعادلة $SK=\frac{3(\bar{x}-Med)}{S}$ لحساب معامل الالتواء كما يلي:

$$SK=\frac{3(\bar{x}-Med)}{S}=\frac{3(11.73333-11.5)}{2.8158}=0.24859$$

تفسير النتيجة:

ويعبر ذلك ايضا على وجود التواء موجب جهة اليمين كما حددته النتيجة في المعادلة السابقة.

كما يمكن تطبيق المعادلة $SK_B=\frac{Q_3-2Med+Q1}{Q_3-Q1}$ لحساب معامل الالتواء لباولي كما يلي:

$$SK_B=\frac{Q_3-2Med+Q1}{Q_3-Q1}=\frac{13.6667-2(11.5)+10}{13.6667-10}=.1816$$

تفسير النتيجة:

ويشير معامل الالتواء لباولى بوجود التواء موجب.

ملاحظة : يفضل استخدام معامل الالتواء لبيرسون في أي من صيغتيه في حالة البيانات غير المبوبة وكذلك الجداول التكرارية المغلقة ، أما في حالة الجداول التكرارية المفتوحة فيفضل استخدام معامل الالتواء لباولي.

رابعاً / التفلطح:

ويتم قياس معامل التفلطح باستخدام الربيعات والمئينيات من خلال المعادلة التالية:

$$KU=\frac{Q_3-Q_1}{2(P_{0.90}-P_{0.10})}$$

ظهر لنا مقياسين جديدين وهما $P_{0.90}-P_{0.10}$ ويمكن حسابها بنفس معادلة الربيع الأعلى والأدنى كما سيتضح لنا.

$P_{0.10}$	إلى المئين التسعين والذى يعبر عن ٩٠ ٪ من المفردات تكون أقل منه و١٠٪ منها أكبر منه.
$P_{0.90}$	إلى المئين العاشر (العشير) والذى يعبر عن ١٠ ٪ من المفردات تكون أقل منه و٩٠٪ منها أكبر منه

مثال:

البيانات التالية تعبر عن توزيع الوحدات السكنية حسب الإيجار السنوي بأحد الاحياء في أحد المدن:

الايجار بالألف ريال	٦-	١٠ -	١٢-	١٤- ١٨
عدد الوحدات السكنية	١٥	٢٠	١٢	١٣

المطلوب:

حساب معامل التفلطح لتوزيع الإيجار السنوي للوحدات السكنية.

تم سابقا حساب Q1 و Q3

شيءٌ آخر

ولكن يبقى علينا حساب كلا من $P_{0.10}$ و $P_{0.90}$ بنفس طريقة حساب الوسيط والربيع الأعلى والأدنى كما تم شرح ذلك من قبل كما يلي:

الحدود العليا للفئات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من 6	**0**
أقل من 10	**15**
أقل من 12	**35**
أقل من 14	**47**
أقل من 18	**60**

$P_{0.10}$

$P_{0.90}$

نوجد الرتبة كالتالي:

المقاييس	$P_{0.10}$	$P_{0.90}$
قانون الرتبة	$k_{P_{0.10}} = n \div 10$	$k_{P_{0.90}} = (n \times 9) \div 10$
التعويض بالأرقام	$\frac{60}{10} = 6$	$\frac{60 \times 9}{4} = 54$

ثالثاً / نوجد القيمة بالتعويض في معادلة كل مقياس كالتالي:

المقاييس	المئين العاشر	المئين التسعين
القانون	$P_{0.10} = \mathrm{L}_{\mathrm{P}_{0.10}} + \frac{k_{P_{0.10}} - F_a}{F_b - F_a} \times I$	$P_{0.90} = \mathrm{L}_{\mathrm{P}_{0.90}} + \frac{k_{P_{0.90}} - F_a}{F_b - F_a} \times I$
التعويض بالأرقام	$6 \times \frac{6-0}{15-0} \times 4$ $= 7.6$	$14 \times \frac{54-47}{60-47} \times 4$ $= 16.153$

وعلى ذلك يمكن حساب معامل التفلطح كالتالي:

$$KU = \frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{0.90} - P_{0.10})} = \frac{13.6667 - 10}{2(16.15385 - 7.6)} = 0.2143$$

حيث أن:

Q1 = 10

Q3= 13.6667

تم حسابها سابقاً

ويتضح لنا أن معامل التفلطح أقل من ٣ مما يدل على أن المنحنى مفلطح

أي أن المشاهدات (التكرارات) موزعة على الفئات المختلفة للإيجار السنوي ولا يوجد تركز بدرجة كبيرة في أحد الفئات على حساب باقي الفئات الأخرى.

المحاضرة العاشرة

أولاً : تحليل الارتباط

يتم استخدام معامل الارتباط في الحكم على نوع العلاقة بين المتغيرين حيث تكون علاقة طرديه أو عكسية، وكذلك بالنسبة لقوه العلاقة فقد تكون علاقة قويه، أو متوسطة أو ضعيفة.

✓ معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون

يعتبر معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون والذى سنرمز له بالرمز r_p من أكثر الأدوات الإحصائية استخداما في تحديد قوة العلاقة بين متغيرين كما يستعمل لتحديد مدى وجود علاقة خطية بين متغيرين.

وهناك أكثر من صيغة يمكن الاعتماد عليها في حساب معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون منها:

$$r_p = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum(y-\bar{y})^2}}$$

يقيس قوة العلاقة بين متغيرين كميين

وكذلك المعادلة الرياضية التالية والتي تعتبر اسهل وابسط:

$$r_p = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

وتتراوح قيمة معامل الارتباط بين الواحد الصحيح الموجب و الواحد الصحيح السالب أي أن قيمة معامل تكون كالتالي:

$$1 \geq r_p \geq -1$$

المقصود هنا أنه أي معامل ارتباط نتيجته بعد حسابه بالمعادلة تكون محصورة بين موجب واحد وسالب واحد ومنها نحدد قوة العلاقة.

والارتباط غالبا قيمته كسر أي اقل من الواحد الصحيح .

ولتحديد نوع العلاقة نعتمد على اشارة معامل الارتباط فإذا كانت الإشارة:

- موجبة فإن العلاقة تكون طرديه
- سالبة فإن العلاقة تكون عكسية

يتضح لنا ذلك من الجدول أدناه.

ولتحديد قوة العلاقة نعتمد على قيمة معامل الارتباط فإذا كانت القيمة:

- أكبر صفر إلى أقل من 0.3 فتكون علاقة ضعيفة
- من 0.3 إلى أقل من 0.7 تكون علاقة متوسطة
- من 0.7 إلى الواحد الصحيح تكون علاقة قويه
- إما إذا كانت قيمة معامل الارتباط تساوى صفر فلا توجد علاقة خطيه او ارتباط بينهما أي يكون المتغيرين مستقلين عن بعضهما البعض .

فمثلا إذا كانت قيمة معامل الارتباط r_p كالتالي فإن تفسيره يكون:

قيمة	تفسير معامل الارتباط
0.91	ارتباط طردي قوى جدا
-0.87	ارتباط عكسي قوى
-0.21	ارتباط عكسي ضعيف
0.43	ارتباط طردي متوسط
1	ارتباط طردي تام
-0.51	ارتباط عكسي متوسط

لاحظ هنا جميع القيم تعبر عن نواتج مختلفة لمعاملات ارتباط مختلفة وجميع القيم محصورة بين موجب واحد وسالب واحد ويتم تفسير كل قيمة فكلما قربت القيمة من الواحد السالب أو الموجب زادت قوتها وكلما ابتعدت نحو الصفر بدأت تضعف ونستخدم الطردي مع الموجب والعكسي مع السالب.

مثال:

فيما يلي بيان بالمنفق على الاعلان والمبيعات لأحد المنتجات فكانت بالمليون ريال كما يلي:

المنفق على الاعلان	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
المبيعات	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

المطلوب:

ارسم شكل الانتشار يوضح العلاقة بين المنفق على الاعلان و المبيعات ؟

احسب معامل الارتباط الخطى البسيط (بيرسون)، مع التعليق.

طيب حل هذا المثال طويل جداً وموجود في الكتاب في صفحة ١٧٦ حتى ١٧٩ وبما أنه يمكن حله بالألة ، لذلك سأختصر وأشرح بعض النقاط عليه ولمن أحب أن نشرحه كامل لا مانع لدي فقط ينبهني بذلك.

فأولاً نقوم بحساب الوسط الحسابي أولاً لكلا المتغيرين (المنفق على الإعلان ، والمبيعات) لكي نستطيع حساب العلاقة بينهم عن طريق معامل الارتباط وسبق شرح طريقة حساب الوسط الحسابي.

بعد ذلك ننشأ جدول و تكون قيم X هي المتغير ات المستقلة ونضعها في عمود وقيم Y هي المتغيرات التابعة ونضعها في عمود ثم نقوم بالحسابات الأخرى كما هو موضح في الجدول في الكتاب

ولتوضيح الفرق بين المتغيرات المستقلة والمتغيرات التابعة تابع ما ذكر هنا:

- **متغيرات مستقلة**

وهى المتغيرات التي بتغير قيمتها تؤثر في تغيير قيمة متغير أو متغيرات أخرى، أي هي المتغيرات التي تتغير أولا. وسنرمز للمتغير المستقل بالرمز X .

- **المتغيرات التابعة**

وهى تلك المتغيرات التي تتغير قيمتها بتغير المتغيرات المستقلة أو إحداها، أي هي المتغيرات التي تتغير تالية للمتغيرات المستقلة. وسنرمز للمتغير التابع بالرمز Y .

ملاحظة / في الكتاب نتيجة حسابه للوسط الحسابي $\bar{X}$ خطأ ومن المفترض أن يكون الناتج 6.83333 ولكنه تدارك هذا الخطأ في الجدول حيث ظهرت النتائج بالحساب الصحيح إذا المعادلة وجميع النواتج الأخرى في الجدول صحيحه.

ونقوم بعد ذلك بحساب معامل الارتباط من خلال المعادلة التالية وذلك بالتعويض بنتائج حسابات الجدول:

$$r_p = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum(x-\bar{x})^2}\sqrt{\sum(y-\bar{y})^2}} = \frac{260.8333}{\sqrt{173.667}\sqrt{510.9167}} = 0.8756$$

وتم أيضاً حسابه بجدول أخر وبالمعادلة الثانية وطلعت له نفس النتيجة.

مما يعني أن نتيجة معامل الارتباط تدل على وجود علاقة قوية طردية بين المتغيرين (المنفق على الإعلان ، والمبيعات) ، ولاحظ 0.8756 موجبة وتقع بين 0.7 والواحد مما يعني علاقة قوية وطردية.

ملاحظة مهمه / معامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون لا يتأثر بالعمليات الجبرية من جمع وطرح وضرب وغيره التي تحصل في بيانات أحد المتغيرين وضرب على ذلك مثال في صفحة ١٧٩ حيث وطلع معامل الارتباط نفس ما تم حسابه سابقاً مع أنه أضاف ٥ مليون.

> **الحل بالألة الحاسبة:** نوجد معامل الارتباط الخطي البسيط لبيرسون للمثال السابق نتبع التالي ابتداء من اليمين:
> (Mode) ثم (3: STAT) ثم (2: A+BX) ثم ندخل أرقام المنفق على الإعلان كالتالي ابتداء من الرقم 2 في الجدول (2=3=2=7=6=5=10=15=4=11=9=8=) ثم (سهم يمين) ثم (سهم تحت) ثم ندخل أرقام المبيعات كالتالي ابتداء من الرقم 10 (10=12=9=22=18=19=26=33=18=22=15=17=)
> ثم (AC) ثم (shift) ثم (1) ثم (5: Reg) ثم (3: r) ثم = تطلع لنا النتيجة 0.8756

مثال آخر:

عندما يكون معامل الارتباط = -1.16 فإن العلاقة :

A. سلبية قوية
B. علاقة ضعيفة جدا
C. طردية ضعيفة
D. قيمة خاطئة

معامل الارتباط محصورة قيمته دائماً بين الواحد الموجب والواحد السالب:

$$1 \geq r_p \geq -1$$

✓ معامل التحديد :

بسيط جداً وهو مربع معامل الارتباط ويرمز له بالرمز R^2 و هو يشير إلى نسبة تفسير المتغير أو المتغيرات المستقلة للتغير في المتغير التابع.

فمثلاً من خلال المثال السابق :

نجد أن المنفق على الاعلان يفسر نسبة (0.8756^2) أي 76.675 ٪ (لاحظ معامل التحديد يقاس بالنسبة المئوية) من التغير في قيمة المبيعات بينما 23.32 ٪ من التغير في المبيعات ترجع إلى عوامل أخرى منها الخطاء العشوائي .

مثال آخر :

أذا كانت قيمة معامل الارتباط = ٠.٧ فإن قيمة معامل التحديد تساوي :

A. 0.9

B. 0.55

C. **0.49**

D. 0.67

حيث أن معامل التحديد يساوي مربع معامل الارتباط تكون الإجابة كالتالي:

$(0.7)^2 = 0.49$

✓ معامل ارتباط الرتب لسبيرمان r_s

نستخدم معامل ارتباط الرتب لـ سبيرمان، والذى يتم استخدامه في قياس الارتباط خاصة في حالة البيانات الوصفية الترتيبية مثل تقديرات الطلاب (ممتاز – جيدجدا – جيد – مقبول – ضعيف) وكذلك قوة المركز المالي (جيد - متوسط - ضعيف) ودرجة الموافقة على الرأي في اسئلة الاستبانة (موافق تماما – موافق – محايد – غير موافق – غير موافق على الاطلاق).

يقيس قوة العلاقة بين متغيرين كميين أو وصفيين ترتيبيين.

ويتم حساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان r_s باستخدام المعادلة التالية:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث أن:

d تعني الفرق بين رتبة متغيرين.

d = رتبة x - رتبة y

n تعني عدد المشاهدات

ملاحظات يجب مراعاتها عند ترتيب المتغيرات :

- **يتم ترتيب قيم مشاهدات المتغير x وتسمى القيم الترتيبية للمتغير x "رتب x" وكذلك الامر للمتغير y تسمى بـ "رتب y" . والترتيب يكون تصاعديا أو تنازليا ولكن أهم شيء هو اذا كان ترتيب x تصاعدي لابد ان يكون ترتيب y تصاعدي ايضا والعكس صحيح.**
- **في حالة الترتيب التصاعدي مثلا يتم اعطاء أقل قيمة الرتبة ١ والقيمة التي هي أكبر منها الرتبة ٢ وهكذا.**
- **في حالة تكرار أو تساوى بعض القيم لأي متغير تعطى كل منهم رتبة كما لو كانت القيم غير متساوية ثم نحسب الوسط الحسابي (مجموع الرتب ÷ عددها) لتلك الرتب ويعطى الوسط الحسابي كرتبة تلك القيم المتساوية.**

مثال:

فيما يلى بيان بالمنفق على الاعلان والمبيعات لأحد المنتجات فكانت بالمليون ريال كما يلى:

المنفق على الاعلان	2	3	2	7	6	5	10	15	4	11	9	8
المبيعات	10	12	9	22	18	19	26	33	18	22	15	17

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط لسبيرمان بين المنفق على الاعلان و المبيعات ؟

يتم أولاً ترتيب قيم كلا من X (المنفق على الإعلان) وقيم y (المبيعات) كم يتضح لنا من الجدول:

المنفق على الإعلان X	المبيعات y	رتب x	رتب y	d	d^2
2	10	1.5	2	-0.5	0.25
3	12	3	3	0	0
2	9	1.5	1	0.5	0.25
7	22	7	8.5	-1.5	2.25
6	18	6	6.5	-0.5	0.25
5	19	5	8	-3	16
10	26	10	11	-1	1
15	33	12	12	0	0
4	18	4	6.5	-2.5	6.25
11	22	11	8.5	2.5	6.25
9	15	9	4	5	25
8	17	8	5	3	9
المجموع				0	66.5

ملاحظة هامة / يوجد خطأ في الكتاب وأيضاً وجدته نفس الخطأ في ملخص وليد الزامل وجاكلي حيث أنه في المثال من قيم المنفق على الإعلان القيمة ٦ ولكنه عند عمل الجدول تم كتابتها ٩ وهذا يغير في ناتج كامل الجدول لذلك أنا حليتها حسب المثال وعدلت على الجدول نرى النتيجة التي تظهر لنا.

المهم في الجدول كيف تحصلنا على رتبة x و y وشرحها كالتالي :

لكي أظهر ناتج الرتب لابد وأن أرتب قيم x وقيم y تصاعدياً وأكتب ترتيبها في الجدول **إلا في حالة تكرار رقم القيمة لأكثر من مرة** هنا أجمع رتب القيم وأقسمها على عددها وأكتب الناتج أمام كل قيمة وهذا يمثل الوسط الحسابي لهذه القيم وهي كالتالي :

العمود x	٢	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٥
الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
العمود y	٩	١٠	١٢	١٥	١٧	١٨	١٨	١٩	٢٢	٢٢	٢٦	٣٣

لاحظ الصف بالمنتصف هو ترتيب تصاعدي من ١ – ١٢

ولاحظ العمودين x و y هي نفس الأرقام في المثال وفي الجدول ولكن تم ترتيبها تصاعدي.

طيب في الجدول لدينا عمودين (رتبة x) و (رتبة y) كل قيمة نضع ترتيبها أمامها في هذه العمودين ما عدا القيم التي تكررت وتم توضيحها باللون الأصفر وتحتها خط.

هنا نقوم بجمع رتب القيم المكررة ثم نقسمها على عددها.

القيمة ٢ تكررت مرتين ورتبها (١ + ٢) ÷ ٢ = ١.٥

القيمة ١٨ تكررت مرتين ورتبها (٦ + ٧) ÷ ٢ = ٦.٥ مجموع الرتب ÷ عددها

القيمة ٢٢ تكررت مرتين ورتبها (٩ + ١٠) ÷ ٢ = ٨.٥

وحيث أنه بلغ $\sum d^2$ = 66.5 وعدد المشاهدات = 12 نعوض بالمعادلة لحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان كالتالي :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\times 66.5}{12(144-1)} = 0.76748$$

مما يعني أن نتيجة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان تدل على وجود علاقة قوية طردية بين المتغيرين (المنفق على الإعلان ، والمبيعات) ، ولاحظ 0.8756 موجبة وتقع بين 0.7 والواحد مما يعني علاقة قوية وطردية ، وهي قريبه من التي تم حسابها بمعامل الارتباط الخطى البسيط لبيرسون والتي بلغت 0.8756

مثال آخر :

البيانات التالية تمثل التقديرات التي حصل عليها عشر طلاب في مقرري المحاسبة والقانون:

المحاسبة	ممتاز	جيدجدا	جيد	مقبول	ضعيف	جيد	مقبول	جيدجدا	جيد	مقبول
القانون	جيد	جيد	مقبول	جيد	جيدجدا	جيدجدا	ممتاز	مقبول	جيد	جيدجدا

المطلوب:

أحسب معامل الارتباط المناسب.

كما في المثال السابق يتم إنشاء جدول لحساب الرتب.

المحاسبة X	القانون y	رتب x	رتب y	d	d^2
ممتاز	جيد	10	4.5	5.5	30.25
جيدجدا	جيد	8.5	4.5	4	16
جيد	مقبول	6	1.5	4.5	22.25
مقبول	جيد	3	4.5	-1.5	2.25
ضعيف	جيدجدا	1	8	-7	49
جيد	جيدجدا	6	8	-2	4
مقبول	ممتاز	3	10	-7	49
جيدجدا	مقبول	8.5	1.5	7	49
جيد	جيد	6	4.5	1.5	2.25
مقبول	جيدجدا	3	8	-5	25
المجموع				0	247

تم إيجاد الرتب بالشكل التالي:

العمود x	ضعيف	مقبول	مقبول	مقبول	جيد	جيد	جيد	جيد جداً	جيد جداً	ممتاز
الترتيب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
العمود y	مقبول	مقبول	جيد	جيد	جيد	جيد	جيد جداً	جيد جداً	جيد جداً	ممتاز

لاحظ الصف بالمنتصف هو ترتيب تصاعدي من ١ – ١٠

ولاحظ العمودين x و y هي نفس التقديرات في المثال وفي الجدول ولكن تم ترتيبها تصاعدي.

طيب في الجدول لدينا عمودين (رتبة x) و (رتبة y) كل تقدير نضع ترتيبها أمامها في هذه العمودين ما عدا التقديرات التي تكررت وتم توضيحها بالون الأصفر وتحتها خط.

هنا نقوم بجمع رتب القيم المكررة ثم نقسمها على عددها.

التقدير مقبول تكرر ثلاث مرات في العمود x ورتبها (٢ + ٣ + ٤) ÷ ٣ = ١.٥

التقدير جيد تكرر أربع مرات في العمود y ورتبها (٣ + ٤ + ٥ + ٦) ÷ ٤ = ٤.٥

مجموع الرتب ÷ عددها

وهكذا على بقية الرتب.

وحيث أنه بلغ $\sum d^2 = 247$ وعدد المشاهدات = 10 نعوض بالمعادلة لحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان (ويتم استخدامه لأن المتغيرين لدينا وصفيين) كالتالي :

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6\times 247}{10(100-1)} = -0.4969$$

مما يعني أن نتيجة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان تدل على وجود علاقة متوسطة عكسية بين المتغيرين (المحاسبة ، والقانون) ، ولاحظ 0.4969 – سالب ويقع بين -0.3 إلى أقل من -0.7 مما يعني علاقة متوسطة عكسية .

✓ معامل الاقتران :

ويستخدم في حساب العلاقة الارتباطية بين المتغيرات الوصفية التي ليس في طبيعتها صفة الترتيب أي الوصفية الأسمية التي يكون لها زوج من الصفات مثل:

النوع (ذكر – انثى)، والحالة التعليمية (متعلم - غير متعلم)

وعلى ذلك إذا كان لدينا متغيران لدي كلاً منهما زوج من الصفات فيكون جدول تكرارات الصفات المشتركة بينهما على الصورة التالية:

X \ Y	الصفة الأولى لـ y	الصفة الثانية لـ y
الصفة الأولى لـ x	A	B
الصفة الثانية لـ x	C	D

حيث أن A , B , C , D تشير إلى التكرارات المشتركة بين صفات المتغيرين، ويمكن حساب معامل الاقتران في هذه الحالة كما يلي:

$$r_C = \frac{AD - BC}{AD + BC}$$

شيءٌ آخر

مثال :

في دراسة اجريت لمعرفة هل هناك علاقة بين العمل والتعليم تم سؤال ٢٠٠ شخص سؤالين هما:

هل انت متعلم ؟ نعم لا

هل انت ملتحق بأي عمل ؟ نعم لا

وبتجميع الاجابات تم عمل جدول الاقتران التالي:

العمل \ التعليم	متعلم	أمي
يعمل	A 113	B 23
لا يعمل	C 49	D 15

المطلوب:

أحسب معامل الاقتران ؟

لحسابه نقوم بتحديد التكرارات المشتركة بالجدول ونرمز لها بالرموز ...... A – B – C وترتيبها يكون كما هو موضح بالحروف ولابد أن يكون بنفس الترتيب لكي تطلع النتيجة في المعادلة بالشكل الصحيح.

نطبق المعادلة لحساب معامل الاقتران :

$$r_C = \frac{AD - BC}{AD + BC} = \frac{(113 \times 15) - (23 \times 49)}{(113 \times 15) + (23 \times 49)} = \frac{568}{2822} = 0.20$$

أي يوجد ارتباط ضعيف بين العمل والتعليم حيث تقع نتيجة معامل الإرتباط 0.20 بين صفر و٠.٣ مما يعني وجود ارتباط ضعيف (كما تم شرحه سابقاً).

✓ معامل التوافق:

ويستخدم لحساب الارتباط بين المتغيرات **الوصفية الاسمية** والتي يكون لصفاتها **قيم أكثر من ٢**، مثل الحالة الاجتماعية (**اعزب - متزوج – متزوج ويعول – أرمل – مطلق**)

وحتى يمكن حسابه يتم إعداد الجدول المزدوج بين صفات المتغيرين ومنه يتضح لنا التكرارات المشتركة بين الصفات التي نعتمد عليها في حساب مقدار يطلق علية " M "

لحساب معامل التوافق نوجد قيمة M من خلال المعادلة التالية:

$$M = \sum \frac{(f_{ij})^2}{f_{i.} f_{.j}}$$

f_{ij}	التكرار المشرك بين الصفة i والصفة j
$f_{i.}$	مجموع صف الصفة i
$f_{.j}$	مجموع عمود الصفة j

أي يتم إيجاد: $\dfrac{\text{مربع تكرار كل خلية مشتركة}}{\text{مجموع الصف} \times \text{مجموع العمود}}$

بعد ذلك نجمع كل النواتج ونطبق المعادلة التالية لحساب معامل التوافق.

$$r_T = \sqrt{\frac{M-1}{M}}$$

مثال:

أوجد معامل التوافق بين تخصص الطالب ودرجة الرضا عن الدراسة بالكلية الملتحق بها إذا كانت البيانات كما يلي:

الرضا \ التخصص	لغة عربية	جغرافيا	تربية خاصة	المجموع
عالي	30	15	45	90
متوسط	20	30	20	70
منخفض	10	5	5	20
المجموع	60	50	70	180

الأن نوجد قيمة M من خلال معادلتها لجميع التكرارات كالتالي:

$$M = \sum \frac{(f_{ij})^2}{f_{i.}\, f_{.j}} = \frac{30^2}{60\times 90} + \frac{15^2}{50\times 90} + \frac{45^2}{70\times 90} + \frac{20^2}{60\times 70} + \frac{30^2}{50\times 70} + \frac{20^2}{70\times 70} + \frac{10^2}{60\times 20} + \frac{5^2}{50\times 20} + \frac{5^2}{70\times 20}$$

$$M = 0.166 + 0.05 + 0.32 + 0.095 + 0.257 + 0.081 + 0.083 + 0.025 + 0.017 = 1.094$$

والأن يمكننا حساب معامل التوافق من خلال معادلته :

$$r_T = \sqrt{\frac{1.094-1}{1.094}} = 0.293$$

وبالتالي يتضح لنا أنه يوجد ارتباط ضعيف بين نخصص الطالب ودرجة الرضا عن الدراسة بالكلية.

المحاضرة الحادية عشر

ثانياً/ تحليل الانحدار

يعتبر تحليل للانحدار أكثر طرق التحليل الإحصائي استخداما، حيث يتم من خلاله التنبؤ بقيمة احد المتغيرات (المتغير التابع) عند قيمة محددة لمتغير أو متغيرات أخرى (المتغيرات المستقلة).

وتسمى العلاقة الرياضية التي تصف سلوك المتغيرات محل الدراسة والتي من خلالها يتم التنبؤ بسلوك احد المتغيرين عند معرفة الاخر بمعادلة خط الانحدار.

وهناك صورتان أساسيتان لمعادلة الانحدار وهما:

الصورة الأولى: معادلة انحدار x|y (التي يطلق عليها معادلة انحدار y على x)

الصورة الثانية: معادلة انحدار y|x (التي يطلق عليها معادلة انحدار x على y)

✓ **نأخذ الأن الصورة الأولى / معادلة انحدار y على x)**

ويمكن التعبير عنها بالمعادلة التالية:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x$$

b_0	ثابت الانحدار او الجزء الثابت او الجزء المقطوع من محور الصادات.
b_1	يطلق عليها معامل الانحدار أو معدل التغير في الدالة.

ولتحديد المعادلة الدالة على العلاقة بين المتغيرين y و x لابد من تقدير قيمة للثابتين b_0 و b_1 الذين يمكن تقديرهما من خلال تطبيق طريقة المربعات الصغرى كما يلي:

تقوم نظرية المربعات الصغرى على تدنية مجموع مربعات الأخطاء في التقدير إلى اقل حد ممكن.

ويمكن استخدام المعادلات التالية لحساب معامل الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى:

$$b_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b_0 = \frac{\sum y}{n} - b_1 \frac{\sum x}{n} = \bar{y} - b_1 \bar{x}$$

مثال :

عند دراسة العلاقة بين عدد غرف المسكن وكمية الكهرباء المستهلكة بالألف كيلو وات فكانت كما يلي:

عدد الغرف	12	9	14	6	4	7	10	10	5	8
استهلاك كهرباء	9	7	10	5	3	7	8	10	4	6

المطلوب أوجد:

1. **معادلة انحدار y على x ؟**
2. **تحديد معدل التزايد أو التناقص في استهلاك الكهرباء؟**
3. **ما هو الاستهلاك المتوقع لمسكن مكون من ٨ غرف؟**

الحل : نقوم بعمل الجدول التالي:

	x	y	xy	x^2	y^2
	12	9	108	144	81
	9	7	63	81	49
	14	10	140	196	100
	6	5	30	36	25
	4	3	12	16	9
	7	7	49	49	49
	10	8	80	100	64
	10	10	100	100	100
	5	4	20	25	16
	8	6	48	64	36
المجموع $\sum$	85	69	650	811	529

١- من خلال الجدول السابق يمكن تقدير معادلة انحدار x على y كما يلي:

اولاً - يتم تقدير قيمة معامل الانحدار b_1

$$b_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} = \frac{10\times(650)-(85\times 69)}{10(811)-85^2} = \frac{635}{885} = 0.717$$

ثانياً – تقدير قيمة b_0

$$b_0 = \frac{\sum y}{n} - b_1 \frac{\sum x}{n} = \frac{69}{10} - (0.171)\frac{85}{10} = 6.9 - 6.0945 = 0.8055$$

وبذلك يمكن حساب y على X من خلال معادلته التالية:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x = 0.717 + 0.8055x$$

٢- وبالتالي يكون معدل التزايد في استهلاك الكهرباء هو b_1 لأنها موجبة ويساوى 0.717 أي أن كل غرفة بالمسكن تعمل على زيادة استهلاك الكهرباء بمقدار 717 كيلو وات.

٣- الاستهلاك المتوقع لمسكن مكون من ٨ غرف:

يتم التعويض في معادلة الانحدار التي سبق إيجادها عندما تكون x = ٨ كما يلي:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x = 0.717 + (0.8055\times 8) = 6.54$$

أي أن الاستهلاك المتوقع لمسكن مكون من ٨ غرف هو ٦٥٤٠ كيلو وات حيث تم ضرب النتيجة في ألف لأن بالعودة إلى السؤال ذكر بأنها بالأف كيلو وات.

الحل بالألة الحاسبة: نوجد حساب معادلة y على X للمثال السابق نتبع التالي ابتداء من اليمين:

(Mode) ثم (3: STAT) ثم (2: A+BX) ثم (shift) ثم (1) ثم (2: Data) ندخل أرقام عدد الغرف كالتالي ابتداء من الرقم 12 في الجدول (=12=9=14=6=4=7=10=10=5=8) ثم (سهم يمين) ثم (سهم تحت) ثم ندخل أرقام استهلاك الكهرباء كالتالي ابتداء من الرقم 9 (=9=7=10=5=3=7=8=10=4=6)

ثم (AC) ثم (shift) ثم (1) ثم (5: Reg) ثم (1: A) ثم = تطلع لنا النتيجة 0.8011 (حيث تم تقريب الناتج في الحل السابق) وهذي نتيجة b_0

ويتم التالي لإستخراج قيمة b_1 (AC) ثم (shift) ثم (1) ثم (5: Reg) ثم (2: B) ثم = تطلع لنا النتيجة 0.717

✓ نأتي الأن للصورة الثانية / معادلة انحدار x|y

وهى التي يطلق عليها معادلة انحدار x | y. أي تتحدد قيمة المتغير x تبعا لقيمة المتغير y لذلك يمكن التعبير عن تلك العلاقة الخطية بالمعادلة التالية:

$$\hat{x} = c_0 + c_1 y$$

c_0	ثابت الانحدار او الجزء الثابت
c_1	يطلق عليها معامل الانحدار أو معدل التغير في الدالة.

ولتحديد المعادلة الدالة على العلاقة بين المتغيرين x و y لابد من تقدير قيمة للثابتين c_0 و c_1 الذين يمكن تقديرهما من خلال تطبيق طريقة المربعات الصغرى فتكون النتيجة كما يلي:

$$c_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - (\sum y)^2}$$

$$c_0 = \frac{\sum x}{n} - c_1 \frac{\sum y}{n} = \bar{x} - c_1 \bar{y}$$

مثال :

عند دراسة العلاقة بين عدد غرف المسكن وكمية الكهرباء المستهلكة بالألف كيلو وات فكانت كما يلي:

عدد الغرف	12	9	14	6	4	7	10	10	5	8
استهلاك كهرباء	9	7	10	5	3	7	8	10	4	6

المطلوب أوجد:

١. معادلة انحدار x على y ؟

٢. ما هو عدد الغرف المتوقع لاستهلاك 25000 كيلو وات ؟

الحل : تم عمل الجدول سابقاً في المثال الأول.

١- يمكن تقدير معادلة انحدار y على x كما يلي:

اولاً- يتم تقدير قيمة معامل الانحدار c_1

$$c_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum y^2 - (\sum y)^2} = \frac{10(650) - (85)(69)}{10(529) - (69)^2} = \frac{635}{529} = 1.2004$$

شيءٌ آخر

ثانياً – تقدير قيمة c_0

$$c_0 = \frac{\sum x}{n} - c_1 \frac{\sum y}{n} = \frac{85}{10} - (1.2004)\frac{69}{10} = 8.5 - 8.283 = 0.217$$

وبذلك يمكن حساب x على y من خلال معادلته التالية:

$$\hat{x} = c_0 + c_1 y = 0.217 + 1.2004y$$

٢- إذا كان الاستهلاك للمنزل ٢٥٠٠٠ كيلو وات .

فإن عدد الغرف المتوقعة هو:

يتم التعويض في معادلة الانحدار التي سبق إيجادها عندما تكون y = ٢٥ كما يلي:

$$\hat{x} = c_0 + c_1 y = 0.217 + 1.2004(25) = 0.217 + 30.01 = 30.227$$

أي أنه إذا كان استهلاك الكهرباء في احد المنازل ٢٥٠٠٠ كيلو وات فإن عدد الغرف المتوقع في هذا المنزل = ٣٠ غرفة تقريبا.

العلاقة بين معاملي معادلتي الانحدار y على x و معادلة انحدار x على y

اذا علم معامل معادلة انحدار y على x b_1 **ومعامل معادلة انحدار x على y** c_1 **فإنه يمكن تقدير كلاً من معامل التحديد ومعامل الارتباط كما يلي:**

$$r^2 = b_1 \times c_1$$

فكما يبدوا معامل التحديد هو عبارة عن حاصل ضرب معاملي الانحدار b_1 **و** c_1

وبالتالي يمكن الحصول على معامل الارتباط بأخذ الجذر التربيعي لمعامل التحديد كما يلي:

$$r = \sqrt{r^2}$$

مع ملاحظة أن اشارة معامل الارتباط تكون موجبة أو سالبة بما يتفق واشارة كلا من b_1 **و** c_1 **حيث أن إشارتهم جميعا واحدة ، لأن الاشارة لأي منهم تتوقف على البسط نفسه وهو التغاير بين المتغيرين x و y**

مثال:

اذا كانت قيمة معامل معادلة الانحدار Yعلى X يساوي 1.2003 ومعامل معادلة انحدار X على Y يساوي 0.717 فإن قيمة معامل الارتباط تساوي:

A. 0.282

B. 0.928

C. 0.728

D. 0.628

يتم تطبيق المعادلة بحيث نضرب معامل المعادلتين ليظهر لنا معامل التحديد ونأخذ جذره ليطلع لنا معامل الارتباط:

$\sqrt{1.2003 \times 0.717} = 0.928$

حيث أن:

σ_x تعني الانحراف المعياري للمتغير x

σ_y تعني الانحراف المعياري للمتغير y

كما يمكن معرفة قيمة أي معامل انحدار بمعلومية الأخر كما يلي:

$$b_1 = r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \qquad c_1 = r \times \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

مثال:

أحسب معامل الارتباط بين عدد الغرف والمستهلك من الكهرباء إذا علمت أن:

$$b_1 = 0.717 \quad \text{و} \quad c_1 = 1.2004$$

الحل:

إيجاد معامل التحديد كالتالي:

$$r^2 = b_1 \times c_1 = 0.717 \times 1.2004 = 0.8606$$

تم ضرب النتيجة في 100 لاستخراج النسبة المئوية

أي أن عدد الغرف يفسر 86.06 ٪ من التغير في استهلاك الكهرباء

إيجاد معامل الارتباط كالتالي:

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0.8606} = 0.9276$$

مما يدل على وجود ارتباط طردي قوى بين عدد الغرف و استهلاك الكهرباء.

المحاضرة الثانية عشر

السلاسل الزمنية

❖ الاتجاه العام

طرق حساب الاتجاه العام

أ- **طريقة الانتشار (التمهيد باليد): وتحتاج إلى رسوم بيانية وخلافه موجود شرحها بالمحتوى والكتاب.**

ب- **طريقة المتوسطات المتحركة:**

تعتمد هذه الطريقة على اخذ متوسطات متتابعة لمجموعات متتابعة ومتداخلة من البيانات، والهدف الأساسي من ذلك هو إزالة التعرجات من خط السلسلة الزمنية. وهذه الطريقة أكثر دقة في تحديد خط الاتجاه العام من طريقة شكل الانتشار (التمهيد باليد).

ويتم حساب المتوسط المتحرك من خلال تطبيق قانون المتوسط الحسابي بشكل متتابع لعدد المشاهدات المعطاة لدينا، مع الأخذ في الاعتبار طول المجموعة التي يتم تقسيم البيانات إليها فمثلا اذا كان طول المجموعة ٥ يتم إيجاد متوسط المشاهدات (x1 , x2 , x3 , x4 , x5) وذلك بإيجاد مجموعهم والقسمة على عددهم كما يبدوا ذلك من خلال العلاقة التالية:

واضح من الشرح لا يمكن استخدام المعادلة إلا إذا كان طول المجموعة خمسه فأكثر.

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5}$$

مثال:

أوجد المتوسطات المتحركة بطول (5) للسلسلة الزمنية التالية :

المشاهدة	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
قيمتها	7	13	21	23	27	19	17

يتم أولاً حساب متوسط الخمس مشاهدات الأولى والتي يكون مركزها X3 ويكون الناتج 18.2 ، ثم نحسب متوسط الخمس مشاهدات التي يكون مركزها X4 ويكون الناتج 20.6 وهكذا ونتوقف حين لا يمكن لنا تكوين سلسله طولها ٥ مشاهدات وتكون كما يلي :

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
المشاهدة ١	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
المشاهدة ٢	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
المشاهدة ٣	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
قيمتها	7	13	21	23	27	19	17
المتوسط المتحرك			18.2	20.6	21.4		

لاحظ أنني أضفت الصفين هذي لتوضيح كيف أحصل على سلسله طولها ٥ مشاهدات.

كما لاحظ بأن الأوساط المتحركة تقع أمام مراكز المشاهدات

نوضح أكثر ونأخذ سلسه زمنية واحده / نوجد متوسط السلسلة في المشاهدة ٢ كالتالي:

$$\frac{13+21+23+27+19}{5} = \frac{103}{5} = 20.6$$

مركزها X4 / نكتب المتوسط المتحرك أمامه وهو 20.6

ج- طريقة متوسط نصف السلسلة:

تعتبر هذه الطريقة أدق من طريقة شكل الانتشار وطريقة المتوسطات المتحركة، ويمكن حسابها من خلال إتباع الخطوات التالية:

- **نقسم السلسلة إلى مجموعتين وفق تسلسل السنوات.**
- **لتعيين الإحداثي الصادي للنقطتين نوجد المتوسط الحسابي لنصف السلسلة الأول إذا كان عدد المشاهدات زوجي، أما إذا كان عدد المشاهدات فردي فتهمل المشاهدة الوسطى ثم نجد المتوسط الحسابي للنصف الثاني.**
- **لتحديد الإحداثي السيني نعطي قيم المشاهدات ترقيم متسلسل سواء كانت المشاهدات قيما أو غير ذلك، ثم نجد المتوسط الحسابي للنصف الأول من القيم سواء كان عددها زوجي أو فردي فيكون المتوسط هو الإحداثي السيني، وكذلك حساب المتوسط الحسابي للنصف الثاني والذي يمثل الإحداثي السيني وبذا تتعين النقطتين.**
- **نصل بين النقطتين بعد تعيينهما على مستوى الإحداثي فيكون لدينا خط الاتجاه العام**
- **نوجد معادلة خط الاتجاه العام من خلال العلاقة التالية:**

$$\frac{Y - Y_1}{X - X_1} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1}$$

مثال:

إذا كان إنتاج مصنع سيارات (بالآلاف) خلال عشر سنوات كالتالي:

السنة (X)	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
عدد السيارات المنتجة (Y)	٥٣	٦٤	٦٧	٦٠	٦٩	٧٤	٦٧	٧٩	٨٥	٩٠

المطلوب:

إيجاد معادلة خط الاتجاه العام بطريقة متوسط نصف السلسلة .

السنة	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣	٢٠٠٤	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧
السنه بالترقيم X	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد السيارات المنتجة (Y)	٥٣	٦٤	٦٧	٦٠	٦٩	٧٤	٦٧	٧٩	٨٥	٩٠
متوسط نصف (X) بالترقيم	$X_1 = 3$					$X_2 = 8$				
متوسط نصف (Y)	$Y_1 = 62.6$					$Y_2 = 79$				

لاحظ أن X_1 هي متوسط النصف الأول بالترقيم وهو ٣ (وكذلك الأمر على في النصف الثاني X_2)

لاحظ أن Y_1 هي متوسط النصف الأول مقسوم على عددها كالتالي: (وكذلك الأمر على في النصف الثاني Y_2)

$$\frac{53+64+67+60+69}{5} = \frac{313}{5} = 62.6$$

شيءٌ آخر

نجد الأن معادلة خط الاتجاه العام بطريقة متوسط نصف السلسلة

$$\frac{Y-Y_1}{X-X_1}=\frac{Y_2-Y_1}{X_2-X_1}$$

$$\frac{Y-62.6}{X-3}=\frac{79-62.6}{8-3}=\frac{16.4}{5}$$

$$\frac{Y-62.6}{X-3}=\frac{16.4}{5}$$

نضرب الطرفين في بعض.

$$5Y-(62.5\times 5)=16.4X-(16.4\times 3)$$

$$5Y-313=16.4X-49.2$$

$$5Y=16.4X-(49.2)+(313)$$

$$5Y=16.4X+263.8$$

$$Y=\frac{16.4}{5}X+\frac{263.8}{5}$$

$$Y=3.28X+52.76$$

إذا في الأخير يتضح لنا معادلة خط الاتجاه العام من خلال متوسط نصف السلسلة.

د – طريقة المربعات الصغرى .

وتعتبر طريقة المربعات الصغرى أكثر دقة من الطرق السابقة لحساب خط الاتجاه العام وذلك من خلال استخدام أسلوب الانحدار الخطي البسيط المعتمد على طريقة المربعات الصغرى التي تجعل مجموع مربعات انحرافات القيم المقدرة عن القيم الفعلية أقل ما يمكن وذلك من خلال العلاقة التالية :

$$\hat{y}_t=b_0+b_1t$$

$\hat{y}_t$	القيمة الاتجاهية للسلسلة الزمنية في الفترة t
b_0	نقطة تقاطع خط الاتجاه العام مع المحور الصادي أو الجزء الثابت
b_1	ميل خط الاتجاه العام
t	الزمن

ولغرض حساب b_1 و b_0 نقوم بتطبيق المعادلتين التاليتين:

$$b_1=\frac{n\sum ty_t-\sum t\sum y_t}{n\sum t^2-(\sum t)^2}$$

$$b_0=\frac{\sum y_t}{n}-b_1\frac{\sum t}{n}$$

حيث أن: y_t القيمة الفعلية للسلسلة الزمنية في الفترة t

n تعني الانحراف المعياري للمتغير y

مثال:

بدراسة احد الظواهر الاجتماعية والمتمثلة في العنف الأسرى لأحد المدن. تبين أن تطور أعداد الأسر التي يوجد بها عنف أسرى كانت كما يلى خلال مدة الدراسة.

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
عدد الأسر	17	25	33	41	39	48	53

المطلوب:

١. تقدير معادلة الاتجاه العام لتطور أعداد الأسر المعرضة لظاهرة العنف الأسرى بهذه المدينة

٢. ما هو عدد الأسر المتوقع المعرضون لهذه الظاهرة في عام 2013 ؟

الحل بسيط جداً سبق وأن تم شرح أمثلة مشابهه وهو موجود بالكتاب صفحة ٢٢٣

حيث ظهرت لنا المعادلة بالشكل التالي:

حيث تم الحصول على نواتج b_0 و b_1 من خلال معادلاتها

$$\hat{y}_t = b_0 + b_1 t$$
$$= 13.715 + 5.714t$$

وتم التعويض بالرقم 10 حيث أن عام 2013 يكون ترتيبه 10 لتظهر لنا عدد الأسر المعرضة لهذه الظاهرة في عام 2013 وتكون كالتالي:

$$= 13.715 + 5.714(10) = 70.855$$

ويتضح لنا أنه من المتوقع ما يقارب على 71 أسرة معرضة للعنف الأسري عام 2013

الحل بالألة الحاسبة: نوجد حساب معادلة الاتجاه العام للمثال السابق نتبع التالي ابتداء من اليمين:

(Mode) ثم (3: STAT) ثم (2: A+BX) ثم (shift) ندخل أرقام السنوات حسب عددها لدينا وليست كتاريخ وتكون كالتالي ابتداء من الرقم 1 في الجدول (1=2=3=4=5=6=7=) ثم (سهم يمين) ثم (سهم تحت) ثم ندخل أرقام عدد الأسر كالتالي ابتداء من الرقم 17 (17=25=33=41=39=48=53=)

ثم (AC) ثم (shift) ثم (1) ثم (5: Reg) ثم (1: A) ثم = تطلع لنا النتيجة 13.715 (ويكتب هذا الرقم في ورقة خارجية) وهذي نتيجة b_0

ويتم التالي لاستخراج قيمة b_1 (AC) ثم (shift) ثم (1) ثم (5: Reg) ثم (2: B) ثم = تطلع لنا النتيجة 5.714

❖ التغيرات الموسمية:

التغيرات الموسمية هي تلك التغيرات التي تطرأ على الظاهرة على مدار المواسم المختلفة للفترة الزمنية موضوع القياس (الموسم)، فهي قد تكون يومية، وقد تكون اسبوعية، وقد تكون شهرية.

وهي تغيرات تتميز بالطبيعة الدورية بشرط أن لا يزيد طول الدورة المتكررة عن سنة واحدة كحد أعلى.

ولحساب الآثار الموسمية هناك طريقتان:

١- طريقة النسب للمتوسط المتحرك ويتم ذلك من خلال المعادلة التالية:

$$y_t = T_t \times C_t \times S_t \times R_t$$

٢- طريقة إيجاد القيم المخلصة من أثر الاتجاه العام وذلك بقسمة طرفي المعادلة على (Tt) والتي تمثل تأثير الاتجاه العام فنحصل بالتالي على المعادلة التالية :

$$\frac{y_t}{T_t} = C_t \times S_t \times R_t$$

مثال:

إذا كان لدينا إنتاج إحدى الشركات خلال ثلاث سنوات، وكانت كمية الإنتاج مأخوذة كل ثلاثة شهور (السنة مقسمة إلى أربعة أرباع) والإنتاج بآلاف الوحدات كما يبدوا ذلك في الجدول التالي :

ربع السنة	2008	2009	2010
الأول	3	4	8
الثاني	7	5	10
الثالث	9	6	12
الرابع	2	4	6

الحل طويل جداً موجود بالكتاب من صفحة ٢٢٧ حتى ٢٣١ ، وأي استفسار حول الحل ، لمن صعب عليه فهم أي نقطة فيه عليه فقط تنبيهي لهذا الأمر ونشرحه الجزئية التي صعبت عليه.

المحاضرة الثالثة عشر

الأرقام القياسية

دور الأرقام القياسية في حساب معدلات التضخم

المقصود بالتضخم هو الارتفاع المستمر في المستوى العام للأسعار والذي على ضوئه تنخفض القيمة الشرائية للوحدة النقدية (الريال مثلا)

ويتم حساب معدل التضخم السنوي وذلك من خلال العلاقة التالية:

$$i_{2010} = \frac{CPI_{2010} - CPI_{2009}}{CPI_{2009}}(100)$$

i_{2010}	معدل التضخم في سنة ٢٠١٠
CPI_{2009}	مؤشر أسعار المستهلكين في سنة٢٠٠٩م
CPI_{2010}	= مؤشر أسعار المستهلكين في سنة ٢٠١٠م

مثال:

إذا افترضنا أن مؤشر اسعار المستهلكين في المملكة لسنة ٢٠٠٦م = ١٢٠ وسنة ٢٠٠٧م = ١٢٣ ، ما هو معدل التضخم في سنة ٢٠٠٧م ؟

الحل:

$$i_{2007} = \frac{CPI_{2007} - CPI_{2006}}{CPI_{2006}}(100) = \frac{123-120}{120}(100) = 2.5\%$$

بسيط جداً فقط عوض بالأرقام ولا تنسى الإجابة تكون بنسبة مئوية.

أي أن معدل التضخم في سنة ٢٠٠٧م يساوي ٢.٥٪

منسوب السعر لسلعة واحدة (ظاهرة بسيطة):

يمكن إيجاد رقم قياسي لسعر سلعة بمفردها ، ويسمى الرقم القياسي للسعر بمنسوب السعر ويرمز له بالرمز P_r ويمكن حسابه بالطريقة التالية :

$$P_r = \frac{P_1}{P0}(100)$$

P_r	منسوب السعر
P_1	السعر سنة المقارنة
P_0	مؤشر أسعار المستهلكين في سنة ٢٠١٠م

مثال:

إذا كانت لدينا البيانات التالية والممثلة لسعر سلعة معينة من الفترة 2006م وحتى 2010م .

السنة	سعر السلعة بالريال
2006	25
2007	30
2008	24
2009	32
2010	36

المطلوب:

إيجاد منسوب السعر لهذه السلعة للفترة من سنة 2006م حتى سنة 2010م باعتبار سنة 2006م سنة أساس، مع تفسير النتائج التي يتم الحصول عليها .

الحل: نطبق معادلة منسوب السعر على كل سلعه كالتالي:

السنة	سعر السلعة بالريال	منسوب السعر
2006	25	$P_r = \frac{25}{25}(100) = 100\%$
2007	30	$P_r = \frac{30}{25}(100) = 120\%$
2008	24	$P_r = \frac{24}{25}(100) = 96\%$
2009	32	$P_r = \frac{32}{25}(100) = 128\%$
2010	36	$P_r = \frac{36}{25}(100) = 144\%$

$$P_r = \frac{P_1}{P0}(100)$$

فقط نطبق المعادلة حيث أن: P_0 هو سعر السلعة لسنة الأساس 2006م ويساوي 25

تفسير النتائج:

إن منسوب السلعة لسنة 2007م والذي يساوي (120) يوضح أن هناك زيادة في سعر السلعة بنسبة (20%) في سنة 2007م مقارنة بسنة 2006م (سنة الأساس) ، كما أن منسوب السعر لسنة 2008م والذي يساوي (96) يعني أن سعر السلعة انخفض في سنة 2008م بنسبة (4%) مقارنة بسنة 2006م (سنة الأساس) ، وهكذا على بقية السنوات وللتوضيح أكثر.

منسوب السعر سنة 2007م (120) − منسوب السعر سنة الأساس 2006م (100) = 20% (زيادة)

منسوب السعر سنة الأساس 2006م (100) − منسوب السعر سنة 2008م (96) = 4% (انخفاض)

منسوب السعر لمجموعة من السلع-التجميعية (ظاهرة معقدة) :

إذا كانت لدينا عدة سلع متغيرة ونرغب حساب منسوب السعر أو الرقم القياسي لها، ففي هذه الحالة لابد أن يدخل في الحساب جميع قيم السلع التي تتألف منها الظاهرة ويتم ذلك من خلال استخدام الطرق التالية:

- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار.
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير).
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش).
- الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر).

١- الرقم القياسي التجميعي البسيط للأسعار:

يرمز لهذا الرقم بـ I_s ويتم حسابه من خلال العلاقة التالية:

$$I_s = \frac{\sum P_1}{\sum P_0}(100)$$

ΣP_1	مجموع أسعار السلع والخدمات في سنة المقارنة .
ΣP_0	مجموع أسعار السلع والخدمات في سنة الاساس.

٢- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير):

ويسمى برقم لاسبير ويرمز له بالرمز I_r وهذا الرقم يعبر عن أثر التغير في السعر كما لو بقيت الكميات المشتراه في سنة الأساس هي نفسها في سنة المقارنة. ويتم حسابه من خلال تطبيق العلاقة التالية:

$$I_r = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}(100)$$

$\sum P_1 Q_0$	مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة المقارنة مرجحة بكميات سنة الاساس.
$\sum P_0 Q_0$	مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة الاساس مرجحة بكميات سنة الاساس.

٣- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش):

ويسمى برقم باش ويرمز له بالرمز I_p وهذا الرقم يعبر عن اثر التغير في السعر كما لو أن الكميات المشتراه في سنة المقارنة كانت قد اشتريت في سنة الأساس. ويتم حساب هذا الرقم من خلال تطبيق العلاقة التالية:

$$I_p = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}(100)$$

$\sum P_1 Q_1$	مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة المقارنة مرجحة بكميات سنة المقارنة.
$\sum P_0 Q_1$	مجموع أسعار السلع و الخدمات سنة الاساس مرجحة بكميات سنة المقارنة

٤- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر):

ويسمى برقم فيشر ويرمز له بالرمز If، وهو عبارة عن الوسط الهندسي لكل من رقمي لاسبير وباش، ويتم حساب هذا الرقم من خلال العلاقة التالية:

$$I_f = \sqrt{I_r \ I_p}$$

معادلة صحيحة ولا يوجد خلاف في ذلك.

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times \frac{\sum p_1 Q_1}{\sum p_0 Q_1}}$$

في الكتاب والمحتوى أتت المعادلة بهذا الشكل وهذا خطأ لأنه لو تم تطبيقها بهذا الشكل لن تطلع النتيجة الصحيحة.

$$I_f = \sqrt{\frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}(100) \times \frac{\sum p_1 Q_1}{\sum p_0 Q_1}(100)}$$

من المفترض أن تكون المعادلة بهذا الشكل وهذ الصحيح وجربوا ذلك على المثال.

مثال: (وهو شامل للأربع الأرقام القياسية السابقة)

يبين الجدول التالي أسعار وكميات ثلاث منتجات استهلاكية للسنتين 2007م و 2010م على اعتبار أن سنة 2007م هي سنة الأساس .

السنوات / المنتجات	سنة 2007م (سنة الأساس)		سنة 2010م (سنة المقارنة)	
	الكمية Q0	السعر P0	الكمية Q1	السعر P1
السلعة الأولى	5000	9	8500	12
السلعة الثانية	8000	25	15000	31
السلعة الثالثة	9000	14	19000	17

المطلوب:

- حساب الرقم التجميعي البسيط للأسعار.
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير).
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش).
- الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر).
- تفسير نتائج الفقرات السابقة.

الحل : يمكن من خلال بيانات الجدول السابق إعداد الجدول التالي:

السنوات / المنتجات	سنة 2007م (سنة الأساس)		سنة 2010م (سنة المقارنة)		P_0Q_0	P_1Q_0	P_0Q_1	P_1Q_1
	الكمية Q_0	السعر P_0	الكمية Q_1	السعر P_1				
السلعة الأولى	5000	9	8500	12	45,000	60,000	76,500	102,000
السلعة الثانية	8000	25	15000	31	200,000	248,000	375,000	465,000
السلعة الثالثة	9000	14	19000	17	126,000	153,000	266,000	323,000
المجموع $\sum$		48		60	371,000	461,000	717,500	890,000

لاحظ كيف تحصلنا على الأعمدة الأربعة الأخيرة ففي العمود الأول منها أظهرنا نواتج ضرب الكمية في السعر لسنة 2007م ، وكذلك في العمود الرابع أظهرنا نواتج ضرب الكمية في السعر لسنة 2010م، وكذلك أظهرنا في العمود الثاني نواتج ضرب الكمية لسنة 2007م في السعر لسنة 2010م والعكس صحصح في العمود الثالث ، ومن ثم جمعنا نواتج كل عمود.

- **نوجد الأن حساب الرقم التجميعي البسيط للأسعار من خلال معادلته ويكون كالتي :**

راجع الجدول لمعرفة كيف تم التعويض في المعادلة.

$$I_s = \frac{\sum P_1}{\sum P_0}(100) = \frac{60}{48}(100) = 125\%$$

شيءٌ آخر

ونفسره كالتالي / هذا يعني أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاث قد ارتفع في سنة 2010م بمعدل 25% وذلك مقارنة بسنة 2007م (سنة الأساس)

دائما تكون سنة الأساس 100% فإذا كان ناتج أي سنة أكثر من 100 يعني ارتفاع والعكس صحيح.

- نوجد الأن الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس (رقم لاسبير) من خلال معادلته ويكون كالتالي :

راجع الجدول لمعرفة كيف تم التعويض في المعادلة.

$$I_r = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0}(100) = \frac{461{,}000}{371{,}000}(100) = 124.2588\%$$

و نفسره كالتالي / هذا يعني أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاث قد ارتفع في سنة 2010م بمعدل 24.2588% وذلك مقارنة بسنة 2007م (سنة الأساس)

- نوجد الأن الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (رقم باش) من خلال معادلته ويكون كالتي :

راجع الجدول لمعرفة كيف تم التعويض في المعادلة.

$$I_p = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1}(100) = \frac{890{,}000}{717{,}000}(100) = 124.0418\%$$

و نفسره كالتالي / هذا يعني أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاث قد ارتفع في سنة 2010م بمعدل 24.0418% وذلك مقارنة بسنة 2007م (سنة الأساس)

- نوجد الأن الرقم القياسي التجميعي للأسعار المرجح بكميات سنة الأساس وسنة المقارنة (رقم فيشر) من خلال معادلته ويكون كالتي :

بما أننا تحصلنا على كلاً من I_r = 124.2588 و I_p = 124.0418 نعوض في المعادلة مباشرة:

$$I_f = \sqrt{I_r \; I_p} = \sqrt{124.2588 \times 124.0418} = 124.1502\%$$

و نفسره كالتالي / هذا يعني أن المستوى العام لأسعار المنتجات الثلاث قد ارتفع في سنة 2010م بمعدل 24.1502% وذلك مقارنة بسنة 2007م (سنة الأساس).

مثال على التفسيرات:

أذا كان الرقم القياسي للظاهرة في سنة المقارنة أكبر من 100 فهذا يعني :

A. أن هناك تساوي في المستوى العام للظاهرة مقارنة بسنة الاساس

B. إن هناك ارتفاع في المستوى العام للظاهرة مقارنة بسنة الاساس

C. أن هناك انخفاض في المستوى العام للظاهرة مقارنة بسنة الاساس

D. أن هناك اختلال في المستوى العام للظاهرة مقارنة بسنة الاساس

كما ذكرنا سابقاً سنة الأساس دائماً 100 وهنا سنة المقارنة أكبر من 100 إذا هناك ارتفاع.

ختاماً /

أسأل اللّه أنني قد وفقت في شرح وتبسيط هذا المقرر وإن كان كل ما فيه صحيح فهو توفيق من اللّه ، وإن كان به خطأ فمن نفسي والشيطان.

وفالكم التوفيق والنجاح بأفضل درجه في هذا المقرر.

أخوكم / شيءٌ آخر ،،