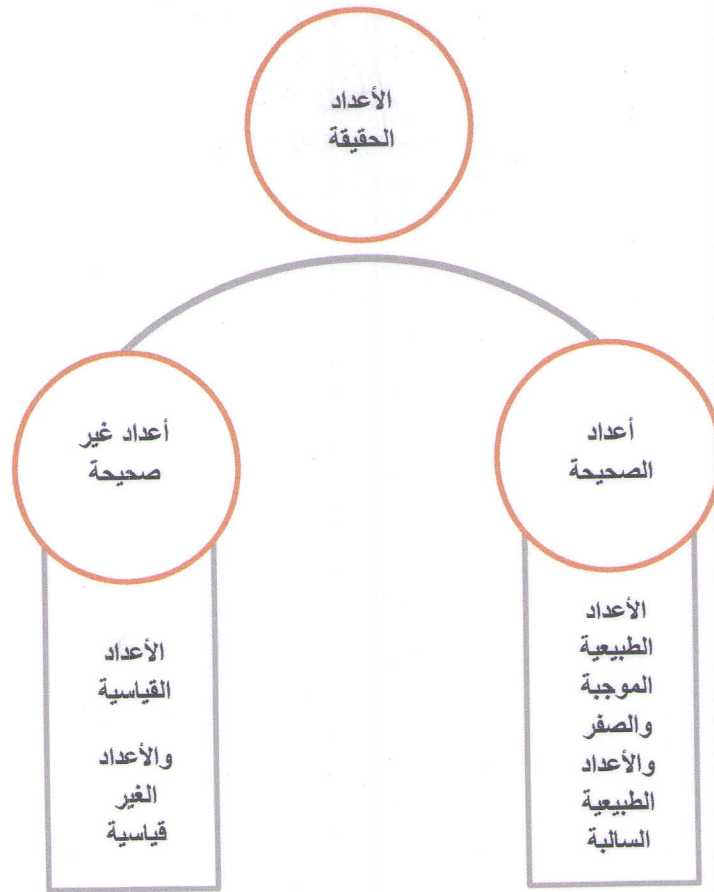




الأعداد صحيحة :

1- الأعداد الطبيعية الموجبة :

- مثل الأعداد (1, 2, 3,) وتسمى الأعداد الصحيحة الموجبة
- يمثل الرقم (1) وحدة قياس والرقم (2) هو تكرار وحدة القياس مرتين وهكذا

2- الأعداد الطبيعية السالبة :

- مثل الأعداد (-1, -2, -3,) وتسمى الأعداد الصحيحة السالبة
- تعبر هذه الأعداد عن بعض الظواهر مثل عمليات السحب من رصيدك بالبنك أو من المخزون وهكذا

3- الصفر

- عند اضافة الصفر الى الفئتين السابقتين تنتج الأعداد الصحيحة

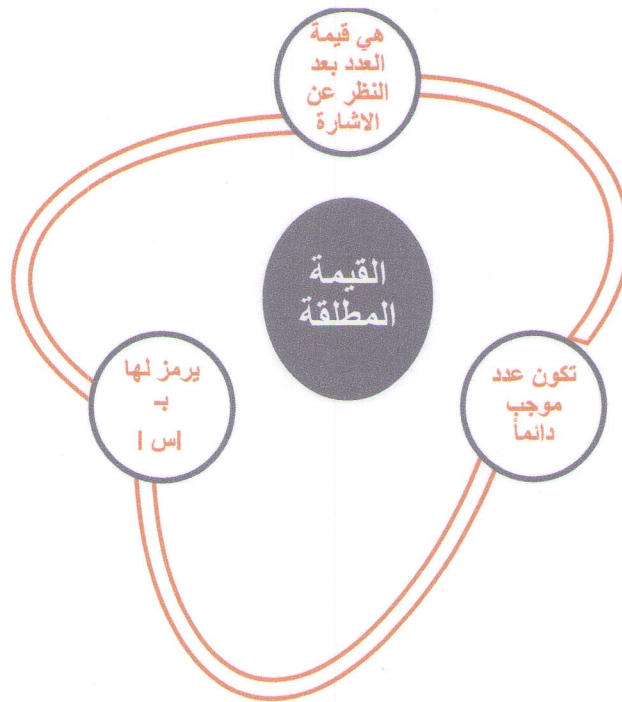
الأعداد الغير صحيحة :

1- الأعداد القياسية :

- هي النسبة بين عددين صحيحين ويكون المقام لا يساوي صفر مثل ($3/7$, $1/9$, $-2/3$)

2- الأعداد الغير قياسية :

- أي عدد لا يمكن كتابته على الصورة القياسية مثل ($\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$)



هذا الشكل يوضح الشروط اللازمة للقيمة المطلقة

مثال : أوجد القيمة المطلقة للمقادير التالية :

$1/9$, $3/4$, 11 , 5

الحل :

$$1/9 = |1/9| , 3/4 = |3/4| , 11 = |11| , 5 = |5|$$

العمليات الجبرية



قواعد مهمة بالجمع :

يشترط لجمع أي مقدارين جبريان أن يكونا من نفس النوع

مثال : أوجد ناتج حاصل جمع المقدارين التالية :

$$7س + 5ص + 9س ص + 8س + 2ص$$

الحل :

نرتب المقدارين المتشابهة ثم نقوم بجمعهما

$$7س + 5ص + 9س ص + 8س + 2ص$$

$$+ 8س + 2ص$$

$$15س + 7ص + 9س ص$$

ارشادات مهمة

- قمنا بترتيب المقدارين المتشابهة
- قمنا بعملية الجمع بشكل عادي

قواعد مهمة في الطرح :

يشترط لطرح أي مقدارين جبريان التالي :

- أن يكونا من نفس النوع
- بعملية الطرح نضع الفرق بين المقدارين مع اشارة المقدار الأكبر

مثال (1) : أوجد حاصل جمع المقادير التالية :

$$2س + 7ص و -2س - 6ص و 8س - 3ص$$

الحل :

$$2س + 7ص$$

$$-2س - 6ص$$

$$8س - 3ص$$

$$\hline 8س - 2ص$$

ارشادات مهمة

- قمنا بترتيب المقادير المتشابهة
- قمنا بعملية الطرح بشكل عادي

مثال (2) : أوجد حاصل طرح المقدار (4س + 2ص) من (2س + 5ص)

الحل :

$$(4س + 2ص) - (2س + 5ص)$$

$$4س + 2ص - 2س - 5ص$$

$$4س + 2ص$$

$$- 2س - 5ص$$

$$\hline 2س - 3ص$$

ارشادات مهمة

- في حالة المثال رقم (2) فككنا الأقواس أولاً وغيروا اشارة 2س الى -2س في القوس الثاني لان القوس كان مسبقاً باشارة سالب
- قمنا بعد ذلك بترتيب المقادير المتشابهة ثم بعملية الطرح بشكل عادي

-	X	-	+
+	X	+	+
+	X	-	-
-	X	+	-

قاعدة الإشارات لضرب المقادير الجبرية

قواعد مهمة في الضرب

1- يشترط في عملية ضرب المقادير الجبرية أن نراعي قاعدة الإشارات كالتالي :

- إذا اتحدت الإشارات تكون الإشارة (موجب)
- إذا اختلفت الإشارات تكون (سالب)

2- تجمع الأسس في عملية الضرب

3- إذا كان الأس صفر فإن ناتج المقدار = 1

عند ضرب الأقواس أو معادلتين :

الخطوة الثانية

$$2^2 8 - 2^1 2 - 3^2 3 =$$

الخطوة الاولى

$$(2^2 + 2^1) (8 - 2)$$

$$2^2 8 - 2^1 2 + 2^2 2 - 2^1 8 =$$

الخطوة الاولى : نضرب العنصر الاول في المعادلة الاولى بعنصر عنصر من المعادلة الثانية وايضاً نضرب العنصر الثاني بالمعادلة الاولى بعنصر عنصر من المعادلة الثانية
الخطوة الثانية : نجمع العناصر المتشابهة

عند وجود معادلة مرفوعة الاس (2 + 4) : 2

نطبق القاعدة التالية : مربع المقدار الاول + 2 X الاول X الثاني + مربع الثاني

مثال (1) : أوجد ناتج

$$س^5 \times س^3$$

الحل :

$$س^5 + 3 = س^8$$

ارشادات مهمة

- في حالة المثال رقم (1) تم جمع الأسس لان العملية ضرب واما الأساسات فتم نقلها مباشرة لانها متشابهة

مثال (2) أوجد ناتج

$$4-3 \times 2-3 \times 4-3$$

الحل:

$$2-3 = 4-3 \times 2-3 \times 4-3$$

ارشادات مهمة

- في حالة المثال رقم (2) تم جمع الأسس لان العملية ضرب واما الأساسات فتم نقلها مباشرة لانها متشابهة

مثال (3) أوجد قيمة المقدار التالي :

$$3أ - 4ب + 6ج \text{ إذا كان } أ=3 \text{ و } ب=-2 \text{ و } ج=-1$$

الحل :

$$11 = 6 - 8 + 9 = (1-6) + (2-) 4- (3)3$$

ارشادات مهمة :

- في حالة طلب ايجاد القيمة للمقادير الجبرية بالتعويض كالمثال رقم (3) نستخدم عملية الضرب اولاً ثم نقوم بالعملية بشكل عادي

مثال (4) أوجد ناتج المقدار التالي :

$$(4 + ب) (3 - 2ب)$$

الحل :

$$= 12أ - 8ب + 3أب - 2ب^2$$

$$= 12أ - 5أب - 2ب^2$$

مثال (5) أوجد ناتج المقدار التالي :

$$2(م + ن)$$

الحل :

$$= 16م + 8ن + 2ن$$

مثال (6) أوجد ناتج المقدار التالي :

$$(س + 2ص)^2 + (2س - ص)^2$$

الحل :

$$= س^2 + 4سص + 4ص^2 + 4س^2 - 4سص + ص^2$$

$$= 5س^2 + 5ص^2$$

ارشادات مهمة :

- رغم أن هنالك اشارة جمع بين المقدارين الا اننا سنستخدم قاعدة الضرب لأن المقدارين مرفوعين بالأسس فبدانا بتطبيق قاعدة الضرب على المقدارين $(س + 2ص)^2 + (2س - ص)^2$ (مربع المقدار الاول + 2 X الأول X الثاني + مربع الثاني)
- بالخطوة الثانية قمنا بعملية الجمع وفق قواعد جمع المقادير الجبرية

-	/	-	+
+	/	+	+
+	/	-	-
-	/	+	-

قاعدة الإشارات لقسمة المقادير الجبرية

قواعد مهمة في القسمة

- 1- يشترط في عملية قسمة المقادير الجبرية أن نراعي قاعدة الإشارات كالتالي :
إذا اتحدت الإشارات تكون الإشارة (موجب)
إذا اختلفت الإشارات تكون (سالب)
- 2- تطرح الأسس في عملية القسمة
- 3- عند طرح الأسس نبدأ بالأس الأعلى
- 4- أي عدد او حرف يكون اسه صفر يساوي واحد

قسمة مقدار جبري
واحد على مقدار
جبري واحد :

$$14 \div 2 = 7 \text{ ب ج}^2$$

النتائج

$$28 \div \frac{2}{28} = 28 \times \frac{28}{2} = 392 \text{ ب ج}^6 \text{ ب ج}^4 \text{ ب ج}^2$$

تقسيم الأعداد وطرح الأسس للأساسات المتشابهة

قسمة مقدار جبري كثير الحدود على مقدار جبري واحد :

الخطوة الثانية طرح الأسس للأساسات المتشابهة

الخطوة الأولى توزيع المقام على كل حدود البسط

$$1/10 \div 2-8 \text{ ب ج}^2 + 1/2 \div 2-3 \text{ ب ج}^4 =$$

$$\frac{10 \div 2-8 \text{ ب ج}^6}{2 \text{ ب ج}^2} + \frac{2 \div 2-3 \text{ ب ج}^4}{2 \text{ ب ج}^2} = \frac{5 \div 2-3 \text{ ب ج}^4 + 1 \div 2-3 \text{ ب ج}^4}{2 \text{ ب ج}^2}$$

النتائج

$$10 \div 2-6 \text{ ب ج}^3 + 2 \div 2-3 \text{ ب ج}^2 =$$

تابع لقواعد القسمة :

قسمة مقدار جبري كثير الحدود على مقدار جبري كثير الحدود :

الخطوة الأولى نقسم

الخطوة الثانية نضرب الناتج

المقسوم عليه

المقسوم

تغير اشارات حاصل الضرب ثم نطرح

من ناتج الخطوة الرابعة نكرر الخطوات السابقة

$$\begin{array}{r}
 \text{الخطوة الأولى نقسم} \\
 \text{الخطوة الثانية نضرب الناتج} \\
 \begin{array}{r}
 \text{المقسوم عليه} \quad \text{المقسوم} \\
 \begin{array}{r}
 \text{س} - 5\text{ص} \\
 \hline
 2\text{س}^2 - 9\text{ص} - 2\text{ص}^2 \\
 \hline
 2\text{س}^2 - 10\text{ص} + 2\text{ص}^2 \\
 \hline
 \text{س} - 5\text{ص}^2 \\
 \hline
 \text{س} - 5\text{ص} + 2\text{ص}^2 \\
 \hline
 0 \quad 0
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

- 1- نقسم اول عنصر (2س^2) في المقسوم على اول عنصر (س) من المقسوم عليه
- 2- نضرب الناتج (2س) في كل عناصر المقسوم عليه
- 3- نغير اشارات حاصل ضرب ($2\text{س}^2 - 10\text{ص} + 2\text{ص}^2$) الخطوة الثانية كاملة
- 4- نطرح الناتج بعد تغير الاشارة ($2\text{س}^2 - 10\text{ص} + 2\text{ص}^2$)
- 5- نكرر الخطوات الاربعة مع ناتج الطرح (س ص)

ارشادات مهمة :

صفر	أي مقدار	صفر
صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر

لذلك يشترط لإجراء عملية القسمة أن لايساوي المقام صفر

مثال (1) اختصر المقدار الجبري التالي :

$$72ع^3 ل^9 م^5$$

$$6ع^7 ل^3 م^5$$

الحل :

$$12ع^{7-3} ل^{3-9} م^{5-5} = 12ع^{-4} ل^{-6} م^0 \text{ (لاحظ أن م صفر = واحد)}$$

مثال (2) اختصر المقدار الجبري التالي :

$$7ع^3 م^5 + 5ع^2 م^4$$

$$ع^2 م^2$$

الحل :

$$7ع^3 م^5 + 5ع^2 م^4 = \frac{7ع^3 م^5}{ع^2 م^2} + \frac{5ع^2 م^4}{ع^2 م^2}$$

مثال (3) إذا كان حاصل ضرب مقداران جبريان هو $2س - 9ص$ و $5ص - 2س$ وكان احد المقدارين هو $س - 5ص$ أوجد المقدار الآخر ؟

الحل :

يتم اجراء عملية القسمة كما يلي :

$س - 5ص$	$2س - 9ص$
$2س + 10ص$	$-$
$س - 5ص$	$2س - 9ص$
$س - 5ص$	$-$
0	0

ارشادات مهمة :

- يتم استخدام القسمة المطولة كالتالي يتم تقسيم المقدار الاول ($2س$) على المقدار الاول المقسوم عليه ($س$) يكون الناتج ($2س$) ونضعها اسفل المقسوم عليه ثم نقوم بضرب الناتج السابق ($2س$) بالمقسوم عليه كامل ($س - 5ص$) ونضع الناتج مع تغير الاشارات ($-2س + 10ص$) اسفل المقسوم ثم نطرح الناتج نعيد الخطوات السابقة من جديد : (نقسم ثم نصرب ثم نغير الاشارة ثم نطرح)

مثال (4) أوجد قيمة ع التي تجعل المقدار $س + 2 + 8س + ع$ تقبل القسمة على $س + 3$ ؟

الحل :

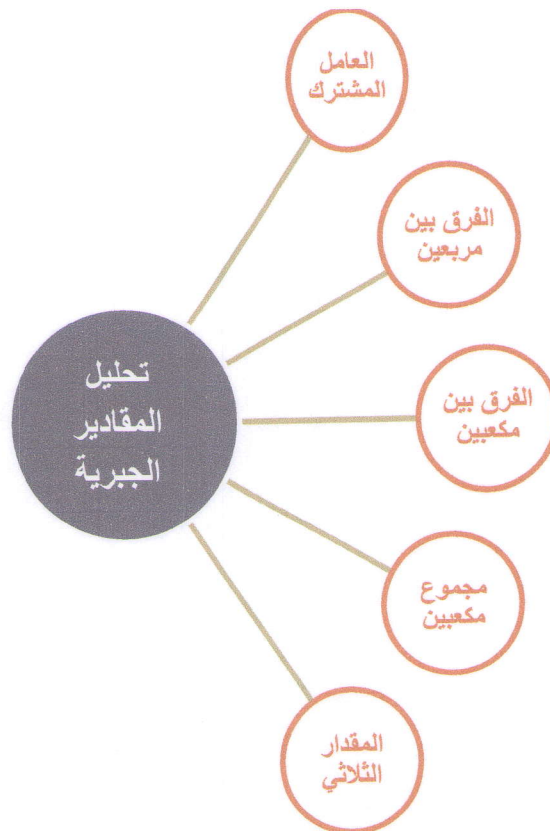
يتم اجراء عملية القسمة كما يلي :

$س + 3$	$س + 2 + 8س + ع$
$س + 5$	$- 2س - 3س$
	$5س + ع$
	$- 5س - 15$
	$0 \quad 0$

ارشادات مهمة :

- نلاحظ حتى يكون المقدار $س + 2 + 8س + ع$ يقبل القسم على $س + 3$ فلا بد أن يكون $ع - 15 = \text{صفر}$

تحليل المقادير الجبرية



العامل المشترك :

- يعني العنصر المكرر والرقم المشترك في جميع المقادير الجذرية

الفرق بين المربعين :

- يطلق بين مقدارين بينهما اشارة سالبة وقبل البدء بتطبيق القاعدة نقوم باستخراج العامل المشترك ان وجد ثم نطبق القاعدة التالية : (الجذر الاول - الجذر الثاني) (الجذر الاول + الجذر الثاني)

الفرق بين مكعبين :

- يطلق بين مقدارين بينهما اشارة سالبة وقبل البدء بتطبيق القاعدة نقوم باستخراج العامل المشترك ان وجد ثم نطبق القاعدة التالية :
(الجذر الاول - الجذر الثاني) (مربع الاول + الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)

مجموع المكعبين :

- يطلق علي المقدارين المكعبين اللذان بينهما اشارة موجب نستخرج العامل المشترك ان وجد وتطبق عليهما القاعدة التالية :
(الجذر الاول + الجذر الثاني) (مربع الاول - الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)

تحليل المقدار الثلاثي :

- يتكون من ثلاثة مقادير جبرية يتم تحليلهم الى قوسين ويتوقف على اشارة الحد الثالث اما سالبة او موجبة :

اشارة الحد الثالث موجبة :

1. حاصل ضربهما = الحد الثالث
2. اشارتهما نفس اشارة الحد الأوسط
3. مجموع حاصل ضرب الطرفين = الحد الأوسط

اشارة الحد الثالث سالبة :

1. حاصل ضربهما = الحد الثالث
2. اشارتهما مختلفة احدهما موجب والاخرى سالبة واشارة الاكبر نفس اشارة الحد الاوسط
3. مجموع حاصل ضرب الطرفين = الحد الأوسط

مثال (1) حلل المقدار $24س^3 - 15س$ ص 3 ؟

الحل :

$$= 3س (8س^2 - 5س)$$

ارشادات مهمة :

- هنا نستخرج العامل المشترك
بدأنا في البحث عن الأرقام والعناصر الأقل والمشاركة في المقدارين فأخذنا الأقل من $س$ والأقل من
ص وأقل رقم مشترك في المقدارين لل 24 و 15 فكانت رقم 3 لان $(24 = 8 \times 3)$ ولان
 $(15 = 3 \times 5)$ لذا أصبح 3

مثال (2) حلل المقدار $25س^2 - ص^2$ ص 2 ؟

الحل :

$$= (5س - ص) (5س + ص)$$

ارشادات مهمة :

- بما ان لدينا مقدارين مربعين بينهما اشارة سالبة يعني نستخدم قاعدة الفرق بين مربعين
(الجذر الاول - الجذر الثاني) (الجذر الاول + الجذر الثاني)
• في الخطوة الأولى بدأنا مباشرة في تطبيق القاعدة

مثال (3) حلل المقدار $64س^3 - 4س$ ص 2 ؟

الحل :

$$= 4س (16س^2 - ص^2)$$

$$= 4س (4س - ص) (4س + ص)$$

ارشادات مهمة :

- بما ان مقدارين مربعين وبينهما اشارة سالبة يعني نستخدم قاعدة الفرق بين مربعين
(الجذر الاول - الجذر الثاني) (الجذر الاول + الجذر الثاني)
• هنا بدأنا في استخراج العامل المشترك كخطوة اولى ثم بدأنا في تطبيق قاعدة الفرق بين مربعين
كخطوة ثانية

مثال (4) حلل المقدار $27x^3 - 216$ ؟

الحل :

$$= (3 \text{ س} - 6 \text{ ص}) (9 \text{ س}^2 + 18 \text{ س ص} + 36 \text{ ص}^2)$$

$$3(2s - 4) = 9(s^2 + 2s + 4)$$

$$27 = (2 - s)(s^2 + 2s + 4)$$

ارشادات مهمة :

- بما ان المقدارين بينهما اشارة سالبة واسمهما مكعب يعني نستخدم قاعدة الفرق بين مكعبين (الجذر الاول - الجذر الثاني) (مربع الاول + الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)
- بعد تطبيق القاعدة في الخطوة الاولى قمنا بالبحث عن العامل المشترك في الخطوتين الاخيرتين

مثال (5) حلل المقدار $125^3 + 64^3$ بـ 3^3 ؟

الحل :

$$(\sqrt{25} + i\sqrt{20} - \sqrt{16})(-5 + i4) =$$

ارشادات مهمة :

- بما ان هنالك مقدرين مكعبين بينهما اشارة موجب يعني اننا نستخدم قاعدة مجموع المكعبين (الجذر الاول + الجذر الثاني) (مربع الاول - الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)

مثال (6) حلل المقدار: $m^2 - 13m + 42$ ؟

~~$$\begin{array}{r} 7 - 2 \\ 6 - 2 \end{array}$$~~

الحل :

$$(7 - p)(6 - p) =$$

ارشادات مهمة :

- بما ان هنالك ثلاثة مقادير جبرية يعني اننا سنستخدم قاعدة تحليل المقدار
- نرسم علامة اكس ونوزع العنصر المربع كـ $(م^2)$
- نوزع اشارة الحد الأوسط على العددين لان اشارة الحد الثالث موجب لذا نأخذ اشارة الحد الاوسط
- نوجد عددين حاصل ضربهما يساوي الحد الثالث (42) والفرق يساوي الحد الأوسط فكانت (7و6)
- لان ضربهما يساوي 42 وايضاً بعد عملية ضرب الاطراف ثم طرحهما من بعض يكون الفرق بينهما يساوي 1 ويساوي احد الاوسط

مثال (7) حلل المقدار: $s^2 + s - 42$ ؟

الحل :

$$\begin{array}{r} 7 \quad + \quad s \\ 6 \quad - \quad s \end{array}$$

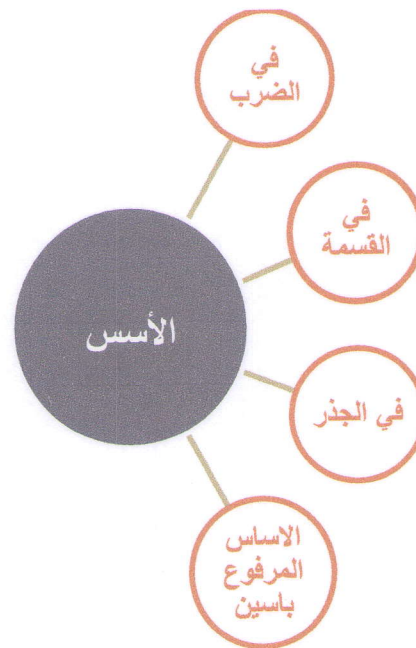
$$= (s^2 + s - 42)$$

$$= (s + 7) (s - 6)$$

ارشادات مهمة :

- بما ان هنالك ثلاثة مقادير جبرية يعني اننا سنستخدم قاعدة تحليل المقدار
- نستخرج العامل المشترك لتسهيل العملية
- نرسم علامة اكس ونوزع العنصر المربع كـ (س2)
- نوزع الاشارات ادهما موجب والاخر سالب لان اشارة الحد الثالث سالبة لذا تكون الاشارات مختلفة
- نوجد عددين حاصل ضربهما يساوي الحد الثالث (42) والفرق يساوي الحد الأوسط فكانت (7و6)
- وياخذ الرقم الاكبر 7 اشارة الحد الاوسط يعني موجب ورقم 6 تكون سالبة وللتأكد من العددين بعد عملية ضرب الاطراف ثم طرحهما من بعض يكون الفرق بينهما يساوي 1 ويساوي الحد الاوسط

قواعد الأسس



قواعد مهمة في الأسس :

- في الضرب إذا اتحدت الأساسات تجمع الأسس مثل $(س^2 \times س^3 = س^{2+3})$
- في القسمة إذا اتحدت الأساسات تطرح الأسس مثل $(س^5 / س^2 = س^{5-2})$
- في الجذر تقسم الأسس $\sqrt[3]{س^9} = س^{9/3} = س^3$
- في الأساس المرفوع بأسين مثل $(س^م)^ن$ نضرب الأسس م $\times$ ن

مثال (1) : اختصر المقدار التالي $س^5 \times س^3$ ؟

الحل :

$$= س^{3+5} = س^8$$

مثال (2) : اختصر المقدار التالي $س^5 / س^3$ ؟

الحل :

$$= س^{5-3} = س^2$$

مثال (3) : اختصر المقدار التالي $\sqrt[3]{س^{27}}$ ؟

الحل :

$$= س^{3/9} = س^3$$

مثال (4) : اختصر المقدار التالي $\sqrt[5]{س^{16}}$ ؟

$$= س^{2/5} = س^{0.4}$$

ارشادات مهمة :

- إذا لم يكتب الاس في الجذر يعني انه تربيعي (2)

مثال (2) : اختصر المقدار التالي $(س^4)^3$ ؟

الحل :

$$= س^{4 \times 3} = س^{12}$$

قواعد مهمة في اللوغاريتمات :

- هي قوة الأس المرفوع لأساس معين $10=1000^3$ لذلك تكون 10 لو $1000=3$
- لو $s = n$ لو s
- لو $(s \times v) =$ لو $s +$ لو v
- لو $(s / v) =$ لو $s -$ لو v
- يكون اللوغاريتم واحد اذا كان الأساس واحد مثل $(1 \text{ لو } 1 = 1)$ او كان متساوياً مع الاس مثل $(5 \text{ لو } 5 = 1)$ او اذا لم يكتب الاس وكان الاس عشرة مثل $(10 \text{ لو } 10 = 1)$

مثال (1) : اوجد قيمة المجهول اذا كان $3 = \text{لو } 125$ ؟

الحل :

$$125 = 5^3$$

ارشادات مهمة :

تعني 5 قوة الأس و 3 هي الأساس و 125 هي نوجد قيمة اللوغاريتم او قوة الاس يكون $125 = 5^3$

مثال (2) : اوجد قيمة المجهول اذا كان $2 = \text{لو } 64$ ؟

الحل :

$$64 = 2^s$$

$$8 = 2^3$$

$$8 = s$$

ارشادات مهمة :

64 تعني قوة الأس وقوة الاس تأتي من الاس مرفوع بالاس وبما أن الأس معلوم (2) والاساس مجهول (س) يكون الحل (س) يساوي (64) ونبدأ بتحليل قوة الاس حتى يكون متساوي وحتى نصل الى قيمة الاس

مثال (3) : اوجد قيمة المجهول اذا كان $3 \text{ لو } 9 = \text{ل}$ ؟

الحل :

$$3^{\text{ل}} = 9$$

$$3^{\text{ل}} = 3^2$$

$$\text{ل} = 2$$

ارشادات مهمة :

ارشادات مهمة :

9 تعني قوة الأس وقوة الاس تأتي من الاساس مرفوعا بالاس وبما أن الأس مجهول (ل) والاساس معلوم (3) يكون الحل (3) يساوي (9) ونبدأ بتحليل قوة الاس حتى نصل الى قيمة الأس

مثال (4) : اوجد قيمة المقدار التالي :

$$= 125 \text{ لو } 7 + 64 \text{ لو } 7 - 20 \text{ لو } 3 + 49 \text{ لو } 7$$

الحل :

$$= 125 \text{ لو } 7 + 64 \text{ لو } 7 - 20 \text{ لو } 3 + 49 \text{ لو } 7$$

$$= 5^3 \text{ لو } 7 + 4^3 \text{ لو } 7 - 3(5 \text{ لو } 7 + 4 \text{ لو } 7) + 7^2 \text{ لو } 7$$

$$= 5^3 \text{ لو } 7 + 4^3 \text{ لو } 7 - 4 \text{ لو } 7 - 3 \text{ لو } 7 + 5 \text{ لو } 7 + 4 \text{ لو } 7 + 2 \text{ لو } 7$$

$$= 2 = 7 \text{ لو } 2$$

ارشادات مهمة :

نبدأ بتحليل اللوغاريتم الى اصله مثل ($125 \text{ لو } 7$) تكون ($5^3 \text{ لو } 7$) وهكذا مع البقية وفي حالة كان المقدار مثل ($-3 \text{ لو } 7$) فالرقم (20) افضل تحليل له هو تفكيكه الى مقدارين مثلما هو مذكور بقوانين اللوغاريتم فيكون هو نفسه ($5 \text{ لو } 7 + 4 \text{ لو } 7$) ثم بعد التحليل نقسم الاس المرفوع على كل لوغاريتم وهنا لا يوجد رقم نستطيع امام اللوغاريتم وهذا يعني نقسم (3 على 1) فيكون مثلاً ($3 \text{ لو } 5$) وهكذا مع البقية في النهاية نلغي المتعكسات مثل ($-3 \text{ لو } 5$ مع $3 \text{ لو } 5$) أي كل متشابه بالرقم و مختلف بالاشارة نلغيه ويتبقى لنا ($2 \text{ لو } 7$ أي 2) لان أي لوغاريتم اساسه مثل اسه كما جاء بالقوانين يعني 1 ولو قمنا باكمال الحل يكون ($2 = 2 \times 1$)

مثال (5) : أوجد قيمة المقدار التالي :

$$2/1 = 625 \text{ لو}_5 - 35 \text{ لو}_5 + 14 \text{ لو}_5 - 10 \text{ لو}_5$$

الحل:

$$2/1 = 625 \text{ لو}_5 - 7 \text{ لو}_5 - 5 \text{ لو}_5 + 2 \text{ لو}_5 + 7 \text{ لو}_5 - 5 \text{ لو}_5 - 2 \text{ لو}_5$$

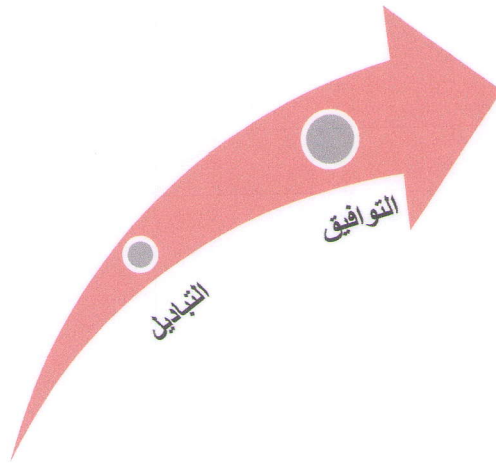
$$2 = 625 \text{ لو}_5 - 7 \text{ لو}_5 - 5 \text{ لو}_5 + 2 \text{ لو}_5 + 7 \text{ لو}_5 - 5 \text{ لو}_5 - 2 \text{ لو}_5$$

$$= 1 - 1 - 2 = \text{صفر}$$

ارشادات مهمة :

نبدأ بتحليل اللوغاريتم الى اصله مثل (2/1 لو₅ 625) تكون (2/1 لو₅ 4) ثم تكون (2 لو₅ 5) لاننا حللنا قيمة (625) الى (5⁴) ثم قسمنا (2/1) على (4) لتكون (2) وهكذا مع البقية وفي حالة كان المقدار مثل (- لو₅ 35) فالرقم (35) افضل تحليل له هو تفكيكه الى مقدارين مثلما هو مذكور بقوانين اللوغاريتم فيكون هو نفسه (- لو₅ 7 - لو₅ 5) وهكذا مع الرقم (+ لو₅ 14) في النهاية تلغي المتعكسات مثل (- لو₅ 7 مع + لو₅ 7) أي كل متشابه بالرقم و مختلف بالاشارة تلغيه على الجميع فيبقى لنا (2 لو₅ 7 - 5 لو₅ - 5 لو₅) ولا ننسى ان أي لوغاريتم اساسه مثل اسه يكون 1 يعني (2 = 1 - 1 - 1 = صفر)

التبادل والتوافق



قواعد مهمة في التباديل :

التباديل : وهي تشير الى عدد طرق ترتيب الأشياء ويرمز لها (ل) فمثلاً لدينا اشياء (ن) نريد ترتيبها (ر) فان عدد طرق الترتيب (التباديل) تكون : ${}^n P_r$

${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ يستمر تناقص (ن) بعدد (ر) بشكل تنازلي

يعني أننا عندما نريد استخراج طرق الاختيار لشيء ما كـ (ن) فإننا نضرب (ن) بشكل تنازلي بالرقم اللي يليه ثم الذي يليه بشرط ان يكون عدد مرات الضرب يمثل (ر)

مثال (1) : أوجد قيمة ل :

$${}_2 P_5 =$$

الحل:

$${}_2 P_5 = 5 \times 4 = 20$$

مثال (2) : اختر الإجابة الصحيحة لقيمة ${}_2 P_6$:

الحل:

(ج) 16!

مثال (3) : بكم طريقة يمكن جلوس 4 اشخاص على 5 كراسي ؟

الحل :

$$\text{عدد الطرق} = {}_4 P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120 \text{ طريقة}$$

قواعد مهمة في التوافيق :

تشير الى عدد طرق الاختيار لشيء ما يرمز له (ق) فمثلاً لدينا اشياء (ن) نريد ترتيبها (ر) فان عدد طرق الاختيار (التوافيق) تكون : ${}^N C_R$

$$\frac{{}^N C_1 \times {}^{N-1} C_1 \times \dots \times {}^2 C_1 \times {}^1 C_1}{{}^R C_1 \times {}^{R-1} C_1 \times \dots \times {}^2 C_1 \times {}^1 C_1} = {}^N C_R$$

يعني أننا عندما نريد استخراج طرق الاختيار لشيء ما كـ (ن) فإننا نبدأ بالمقام و نضرب (ن) بشكل تنازلي بالرقم اللي يليه ثم الذي يليه بشرط ان يكون عدد مرات الضرب يمثل (ر) اما بالمقام نضرب (ر) بشكل تنازلي بالرقم الذي يليه ثم الذي يليه بشرط أن يكون عدد مرات الضرب يمثل (ر)

حالات مهمة جداً :

$${}^N C_N = 1 \quad {}^N C_0 = 1 \quad {}^N C_1 = {}^N C_{N-1}$$

مثال (1) : أوجد قيمة ل :

$${}^5 C_2$$

الحل:

$${}^5 C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \text{ طرق}$$

مثال (2) : إدارة بها 12 موظف نريد أن نختار منهم 3 لتكوين لجنة أحسب عدد طرق الاختيار ؟

الحل:

$$\text{عدد طرق الاختيار} = {}^{12} C_3 = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220 \text{ طريقة}$$

مثال (3) : بفرض في المثال السابق اذا نص على أن مدير الإدارة لابد من اختياره احسب طرق الاختيار ؟

الحل:

$$\text{عدد طرق الاختيار} = {}^{11} C_2 = \frac{11 \times 10}{2 \times 1} = 55 \text{ طريقة}$$

مثال (4) : اوجد القيم التالية : ${}^6 C_6$ ، ${}^6 C_0$ ، ${}^9 C_1$ ؟

الحل:

$${}^6 C_6 = 1 \quad {}^6 C_0 = 1 \quad {}^9 C_1 = 9$$

ذات الحدين



قواعد مهمة في نظرية ذات الحدين :

$$(س + أ)^ن = أ^ن ق_0 + أ^{ن-1} ق_1 س + أ^{ن-2} ق_2 س^2 + \dots + أ ق_n س^n$$

$$+ أ^{ن-1} ق_1 س + أ^{ن-2} ق_2 س^2 + \dots + أ ق_n س^n$$

$$+ أ^{ن-2} ق_2 س^2 + \dots + أ ق_n س^n$$

$$+ أ ق_n س^n$$

- عند تفكيك ذات الحدين لابد أن يكون الحل مكون من (ن ق₀ + حد ثاني⁰ + حد أول^ن)
- نقطة الانطلاقة في الأس لدى كل من ق والحد الثاني هي صفر ونستمر بالتصاعد حتى نصل الى نفس قيمة الأس الموجودة بالمعادلة (ن) اما الحد الأول فيكون تحليلها بشكل عكس تبدأ من قيمة الأس (ن) وتستمر بالتنازل حتى تصل الى الصفر .
- بعد التحليل لابد أن تكون مجموع الأسين في (الحد الأول) و (الحد الثاني) تساوي اس المعادلة الاصيلي (ن)
- في النهاية نقوم بضرب نتيجة التحليل كل مرحلة على حدة ثم نجمع النتيجة

مثال (1) : اوجد مفكوك (س + 2)³ ؟

الحل:

$$+ 3 ق_0 2^3 س^0 = 3 ق_1 2^2 س^1 + 3 ق_2 2^1 س^2 + 3 ق_3 2^0 س^3$$

$$+ 3 ق_1 2^2 س^1 + 3 ق_2 2^1 س^2 + 3 ق_3 2^0 س^3$$

$$+ 3 ق_2 2^1 س^2 + 3 ق_3 2^0 س^3$$

$$+ 3 ق_3 2^0 س^3$$

$$(س + 2)^3 = 3 ق_0 2^3 س^0 + 3 ق_1 2^2 س^1 + 3 ق_2 2^1 س^2 + 3 ق_3 2^0 س^3$$

مثال (1) : اوجد مفكوكه (3س - ص) ⁴ ؟

الحل:

$$\begin{aligned}
 + 4 ق_0 (-ص) x 3 س^0 &= 1 x 1 x 81 س^4 = 81 س^4 \\
 + 4 ق_1 (-ص) x 3 س^1 &= 4 x -ص x 27 س^3 = - 108 س^3 ص \\
 + 4 ق_2 (-ص) x 3 س^2 &= 6 x ص x 9 س^2 = 54 س^2 ص \\
 + 4 ق_3 (-ص) x 3 س^3 &= 6 x -ص x 3 س = - 12 س ص^2 \\
 + 4 ق_4 (-ص) x 3 س^4 &= 4 ص = 4 ص
 \end{aligned}$$

$$(3س - ص)^4 = 81 س^4 - 108 س^3 ص + 54 س^2 ص - 12 س ص^2 + 4 ص^4$$

ارشادات مهمة :

- نحلل المعادلة الى (ق + حد ثاني + حد أول) :
- نبدأ بـ (3ق 0 ، 3ق 1 ، 3ق 2 ، 3ق 3) نلاحظ أننا بدأنا بالصفر للوصول الى قيمة الأس واستمرينا تصاعدياً حتى وصلنا الى قيمة الأس الأصلية الموجودة بالمعادلة .
- نبدأ بـ (2ق 0 ، 2ق 1 ، 2ق 2 ، 2ق 3) نلاحظ أننا بدأنا بالصفر للوصول الى قيمة الأس واستمرينا تصاعدياً حتى وصلنا الى قيمة الأس الأصلية الموجودة بالمعادلة .
- نبدأ بـ (3س 0 ، 3س 1 ، 3س 2 ، 3س 3) نلاحظ أننا بدأنا بقيمة الأس الأصلية (3) واستمرينا تنازلياً حتى نصل الى الصفر .
- نبدأ بعملية الضرب ثم نجمع النتائج مع بعضها

قاعدة الحد العام لذات الحدين :

$$ح = ؟ \quad ق \quad ر \quad (الثنائي) \quad (الاول) \quad ن - ر$$

دائماً تكون مقدار (ر) أقل من رتبة الحد بمقدار واحد

مثال (1) : اوجد الحد الخامس لمفكوكة (س + 3) ⁹ ؟

الحل:

$$ح = 5 ، \quad ر = 4 ، \quad الأول = س ، \quad الثاني = 3 ، \quad ن = 9$$

$$5ح = 9 ق 4 (3) (س) 5$$

$$5ح = 10206 س 5$$

مثال (2) : اوجد الحد الرابع لمفكوكة (س - 5) ⁷ ؟

الحل:

$$ح = 4 ، \quad ر = 3 ، \quad الأول = 2س ، \quad الثاني = 5ص ، \quad ن = 7$$

$$4ح = 9 ق 3 (5 -) ص 3 \times 2 س 4$$

$$4ح = 70000 - 3 س 4$$

ارشادات مهمة :

- نستخرج كل من رقم الحد (ح) والـ (ر) والحد الاول والحد الثاني و (ن)
 - نبدأ بتطبيق قاعدة الحد العام
 - نقوم بعملية ضرب الأرقام مع ⁹ ق 3 فقط
- ملاحظة في عملية الضرب السابقة للحد العام يمكن لنا أن نستخدم الآلة الحاسبة وللتعويض نستخرج (⁹ ق 3) نستخدم الدالة (NCR) مثلاً : 7C3 الـ (C) هي (NCR) ثم علامة الضرب ثم -385 ثم ضرب 4 8 2

قاعدة الحد الأوسط لذات الحدين :

تنظر للأس إن كان فردي أو زوجي لكي نعرف رتبة الح :

- فردي : يكون هنالك حدان اوسطان هما $(2/1+ن)$ و $(2/3+ن)$
- زوجي : يكون هنالك حد أوسط واحد هو $(2/2+ن)$

مثال (1) : اوجد الحد الأوسط لمفكوكة $(س + 5)^{11}$ ؟

الحل:

الأس(11) : فردي اذاً هنالك حدان اوسطان

رتبة الحدين : $6 = 2/1+11$ $7 = 2/3+11$

$$ح = 6 = 5^{11} \times 5^5 \times س^4$$

$$ح = 6 = 462 \times 1250 \times س^4$$

$$ح = 6 = 577500 س^4$$

$$ح = 7 = 5^{11} \times 5^6 \times س^5$$

$$ح = 7 = 462 \times 1250 \times س^5$$

$$ح = 7 = 577500 س^5$$

مثال (2) : اوجد الحد الأوسط لمفكوكة $(س - 2)^{10}$ ؟

الحل:

الأس(10) : زوجي اذاً هنالك حد أوسط واحد

رتبة الحدين : $6 = 2/2+10$

$$ح = 6 = 5^{10} \times 2^5 \times س^5$$

$$ح = 6 = 252 \times 32 \times س^5$$

$$ح = 6 = 8064 س^5$$

قاعدة الحد الخالي من س لذات الحدين :

تستخدم هذه القاعدة في حال كانت (ر) مجهولة وغير معروفة :

- الحاد الخالي من س يعني اوجد الحد من خلال قيمة سين الخالية (صفر)
 - نبدأ بتطبيق قاعدة الحد العام حتى وان كانت (ر) غير معلومة
 - عند توزيع الاس في الحد الأول او الحد الثاني كما في قاعدة الحد العام قد يكون هنالك قسمة مثلاً (4/س)³ نغير اشارة اس المقام (س) فقط لتصبح س⁻³
 - بعد الانتهاء من تطبيق قاعدة الحد العام نوجد قيمة (ر) ومن ثم رتبة الحد بتطبيق القاعدة التالية :
- (الاس المرفوع على س = صفر) لان الصفر هو الحد الخالي من س ونبدء بالتحليل

مثال (1) : أوجد الحد الخالي من س لمفكوة (س - 4/س)¹² ؟

الحل:

نطبق الحد العام : ح ر + 1 = ^نق ر (الثاني) ^ج(الاول) ^{ن-ر}

$$ح = ؟ \quad 12 = \text{ق ر} \quad (س - 4/س) \quad (س) \quad (س)^{-12}$$

$$ح = ؟ \quad 12 = \text{ق ر} \quad (س - 4/س) \quad (س) \quad (س)^{-12}$$

$$ح = ؟ \quad 12 = \text{ق ر} \quad (س - 4/س) \quad (س) \quad (س)^{-12}$$

نستخرج الحد الخالي من س الذي هو (س)²⁻¹²

$$12 - 2 = ر = \text{صفر}$$

$$12 = 2$$

$$6 = ر$$

$$6 = (ر) \text{ قيمة}$$

$$رتبة الحد = (ر) + 1$$

$$رتبة الحد = 6 + 1 = 7$$

لأن قيمة (ر) دائماً أقل من رتبة الحد بمقدار واحد لذا نضيف واحد مع ال (ر)

قاعدة الحد المحدد باحدى خصائص ذات الحدين :

تستخدم هذه القاعدة في حال كانت (ر) مجهولة وغير معروفة :

- الحد المحدد باحدى خصائص ذات الحدين يعني أن نوجد الحد من خلال قيمة معينة محدد مثل (س4)
- نبدأ بتطبيق قاعدة الحد العام حتى وان كانت (ر) غير معلومة
- عند توزيع الاس في الحد الأول او الحد الثاني كما في قاعدة الحد العام قد يكون هنالك قسمة مثلاً $\frac{3}{4}$ (س) نغير اشارة اس المقام (س) فقط لتصبح س⁻³
- بعد الانتهاء من تطبيق قاعدة الحد العام نوجد قيمة (ر) ومن ثم رتبة الحد بتطبيق القاعدة التالية :
- (الاس المرفوع على س = قيمة الخاصية المذكورة بالسؤال) ونبدء بالتحليل
- عند الانتهاء تكون قيمة (ر) التي ظهرت + 1 هي رتبة الحد

مثال (1) : أوجد الحد الذي يحتوي على س⁴ لمفكوكة (س - 4/س) ¹² ؟

الحل:

نطبق الحد العام : ح ر + 1 = ق ر (الثاني) ر (الأول) ر - ن

$$ح = ؟ \quad 12 = ق ر \quad (س - 4/س) \quad X \quad (س) \quad X^{12-ر}$$

$$ح = ؟ \quad 12 = ق ر \quad (س - 4/س) \quad X \quad (س) \quad X^{12-ر}$$

$$ح = ؟ \quad 12 = ق ر \quad (س - 4/س) \quad X \quad (س) \quad X^{12-ر}$$

نستخرج الحد الذي يحتوي على س⁴ من (س) ^{12-ر}

$$4 = 12 - ر$$

$$ر = 12 - 4$$

$$ر = 8$$

$$ر = 4$$

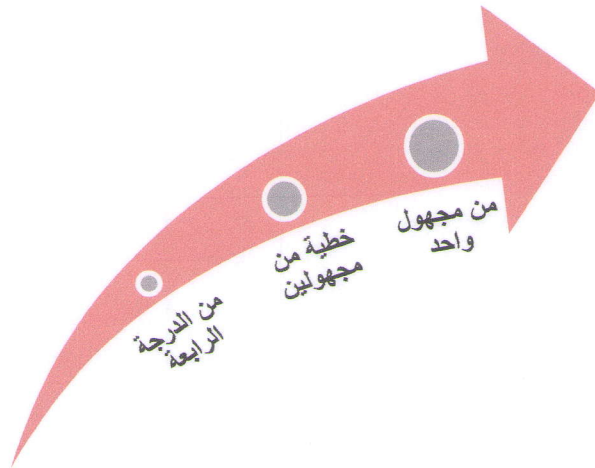
$$قيمة (ر) = 4$$

$$رتبة الحد = (ر) + 1$$

$$رتبة الحد = 1 + 4 = 5$$

لأن قيمة (ر) دائماً أقل من رتبة الحد بمقدار واحد لذا نضيف واحد مع ال (ر)

المعادلات



قواعد مهمة المعادلات الخطية في مجهول واحد :

- $4س + 5 = س - 3$ يتم في هذه الحالة :
نقل العناصر المتشابهة في طرف والأرقام في الطرف الآخر مع مراعاة تغير الإشارة ثم نبدأ بالتحليل
- $4س / 5 = س / 3$ يتم في هذه الحالة :
في حال كانت هنالك قسمة معادلتين احدهم باليمين والآخر باليسار يكون حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين ثم نبدأ بالتحليل
- $4س / 5 + 1/3 = س / 3$ يتم في هذه الحالة :
في حال كانت هنالك قسمة أكثر من معادلة باليمين وواحدة باليسار لابد من توحيد المقامات أولاً للطرف اليمين وتكون عملية الضرب مثل كلمة (لا) المقام في المقام ثم المقام الأول في بسط الثاني والمقام الثاني في بسط الأول ثم نعود للقاعدة الثانية حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين ثم نبدأ بالتحليل
- $(ص+2)5 + (ص-3)7 = (ص-11)3 + 12$ يتم في هذه الحالة
في حالة كانت هنالك معادلة بها أقواس لابد أن نبدء في فك الأقواس أولاً ثم البدء في نقل العناصر المتشابهة

مثال (1) : أوجد المعادلة التالية : $س + 5 = س - 3$ ؟

الحل:

$$4س - س = 5 - 3$$

$$3س = 8$$

$$س = 8/3 = 2.67$$

مثال (2) : أوجد المعادلة التالية : $س + 3 = 5/1 + 2س - 3/1$ ؟

الحل:

$$(س+3)5 = (2س-3)1$$

$$9س + 3 = 10س - 5$$

$$-س = 8$$

$$س = -8$$

مثال (3) : أوجد المعادلة التالية : $5س - 3 = 4س - 2/7 + 9س - 7/11$ ؟

الحل:

$$7/11 - 9س = 6/(7-4س)3 + (1-5س)2$$

$$7/11 - 9س = 6/21 - 12س + 2 - 10س$$

$$7/11 - 9س = 6/23 - 22س$$

$$(11 - 9س)6 = (23 - 22س)7$$

$$66 - 54س = 161 - 154س$$

$$66 - 161 = 154س - 54س$$

$$95 = 100س$$

$$0.95 = 100س$$

مثال (4) : أوجد المعادلة التالية : $2(ص+2) + 5(ص-7) = (3ص-11) + 12$ ؟

الحل:

$$12 + 55 - 15ص = 35 - 15ص + ص + 2$$

$$35 + 4 - 12 + 55 - = 15ص - 15ص + 2ص$$

$$12 - = 2ص$$

$$6- = 2/12 - = 3ص$$

قواعد مهمة المعادلات الخطية في مجهولين :

- يجب أن تكون عدد المعادلات يساوي عدد المجهولين
- أولاً خطوة يجب أن نرتب المعادلة الأحرف المتشابهة تحت بعض والأرقام تحت بعض
- نضرب معامل المعادلة الأولى في المعادلة الثانية ونضرب معامل المعادلة الثانية في المعادلة الأولى
- بعد عملية الضرب نرتب المعادلتين تحت بعض ثم نطرحهما من بعض
- بعد الطرح نحلل والناتج نعوض من خلالها المعادلة الأولى
- ناتج تعويض المعادلة الأولى نعوض من خلاله بالمعادلة الثانية لنستخرج المجهول الثاني

مثال (4) : حل المعادلتين : $5س + 2ص = 12$ و $7س - 3ص = 11$ ؟

الحل:

$$35س + 14ص = 84$$

$$35س - 15ص = 55$$

$$29ص = 29$$

$$ص = 29/29 = 1$$

بالتعويض في المعادلة الأولى عن قيمة ص :

$$5س + 2 = 12$$

$$5س = 12 - 2$$

$$5س = 10$$

$$5س = 10$$

$$س = 10/5$$

$$س = 2$$

$$س = 2$$

$$الحل س = 2 و ص = 1$$

ارشادات مهمة :

نضرب معامل س (7) في المعادلة الثانية في المعادلة الأولى كاملة ونضرب معامل س (5) في المعادلة الأولى في المعادلة الثانية كاملة ثم نرتب المعادلتين ثم نطرحهما من بعض ثم نحلل حتى نصل الى قيمة ص والتي تساوي (1) ثم نعوضها في المعادلة الأولى لتصبح ($5س + 2 = 12$) ثم نحللها حتى نصل الى قيمة س والتي تساوي (2) عندها يكون الحل قيمة ص (1) وقيمة س (2)

قواعد مهمة المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :

- يجب أن تحتوي المعادلة على تكعيب
- يجب أن تكون على الصورة التالية (أس + 2ب س + ج = صفر)
- يمكن حل المعادلة بطريقتين أما بالتحليل أو باستخدام القانون العام التالي :

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$$

(+ أو -) معنى هذا اننا نستخرج حلين الاول بالموجب والثاني بالسالب

مثال (1) : حل المعادلة التالية : $12س^2 + 4س = 33$ ؟

الحل:

$$12س^2 + 4س - 33 = 0$$

الحل باستخدام القانون :

$$أ = 12 \quad ب = 4 \quad ج = -33$$

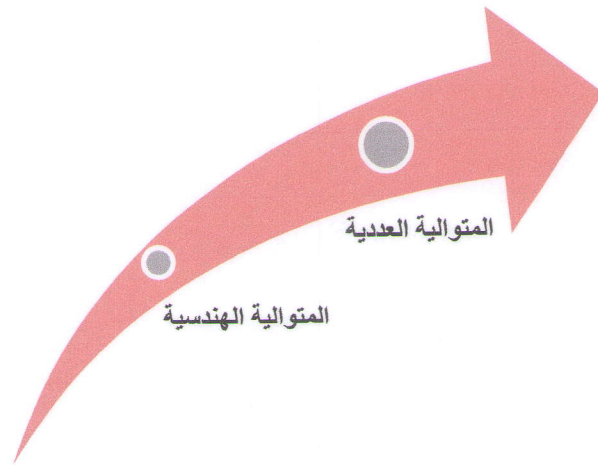
$$س = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 12 \times (-33)}}{2 \times 12}$$

$$س = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{24}$$

$$س = \frac{-4 + \sqrt{40}}{24} = 1.5$$

$$س = \frac{-4 - \sqrt{40}}{24} = -1.8333$$

المتواليات



قواعد مهمة في المتوالية العددية :

- المتوالية العددية :
هي متسلسلة أعداد يكون فيها الفرق بين أي حد والسابق له مقدار ثابت .
- رموزها :
الحد الأول = أ المقدار الثابت (اساس المتوالية) = د رتبة الحد (عدد الحدود) = ن
الحد الأخير = ل الحد العام = ح ن مجموع المتوالية = ج ن
- قوانين المتوالية العددية :
 قاعدة الحد العام للمتوالية العددية : ح ن = أ + (ن - 1) د
 قاعدة مجموع المتوالية العددية بمعلوم الحد الأخير : ج ن = 2 / ن [أ + ل]
 قاعدة مجموع المتوالية العددية بمعلوم اساس المتوالية : ج ن = 2 / ن [أ + (ن - 1) د]
- ملاحظة مهمة :
في المتوالية العددية عندما نرغب في استخراج الاساس من الحدين نقوم بطرحهما

مثال (1) : في المتوالية التالية 3 ، 7 ، 11 ، أوجد التالي :

- 1- حدد نوع المتوالية
- 2- اساس المتوالية
- 3- الحد الخامس
- 4- الحد التاسع
- 5- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ؟

الحل:

$$\text{بما أن } 11 - 7 = 4 \text{ و } 7 - 3 = 4$$

اذن الفرق مقدار ثابت = 4

- 1- نوع المتوالية : متوالية عددية
- 2- اساس المتوالية : د = 4
- 3- الحد الخامس : ح 5 = أ + 4 د

$$19 = 4 \times 4 + 3 =$$
- 4- الحد التاسع : ح 9 = أ + 8 د

$$35 = 4 \times 8 + 3 =$$
- 5- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :

$$\text{ج ن} = 2 / \text{ن} (أ + (ن - 1) د)$$

$$\text{ج } 10 = 2 / 10 (4 \times 9 + 3 \times 2)$$

$$= 5 (36 + 6)$$

$$= 5 (42)$$

$$= 210$$

مثال (2) : في المتوالية التالية 70 ، 65 ، 60 ، ، 25 أوجد التالي :

حدد نوع المتوالية ، أساس المتوالية ، الحد السادس ، مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ، عدد حدود المتوالية

الحل:

بما أن $70 - 65 = 5$ و $65 - 60 = 5$ إذن الفرق مقدار ثابت $= 5$

1- نوع المتوالية : متوالية عددية

2- أساس المتوالية : $d = 5$

3- الحد السادس : $u_6 = 5 + 5 \times 5$

$$45 = 5 + 5 \times 5 =$$

4- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :

$$S_n = \frac{n}{2} (2u_1 + (n-1)d)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2 \times 5 + 9 \times 5) = 475$$

$$= \frac{10}{2} (5 + 45) =$$

$$= 5 \times 50 =$$

$$= 475$$

5- عدد حدود المتوالية : الحد الأخير $= u_n = 25 = 5 + (n-1) \times 5$

$$25 = 5 + (n-1) \times 5$$

$$20 = (n-1) \times 5$$

$$4 = n-1$$

$$n = 5$$

$$n = 5$$

$$n = 5$$

$$n = 10$$

مثال (3) : متوالية عددية مجموعها 864 وحدها الأول 9 وحدها الأخير 99 أوجد عدد المتوالية وأساس المتوالية ؟

الحل:

عدد حدود المتوالية :

$$S_n = \frac{n}{2} (u_1 + u_n)$$

$$864 = \frac{n}{2} (9 + 99)$$

$$1728 = n \times 108$$

$$16 = n$$

$$n = 16$$

$$n = 16$$

أساس المتوالية : لاستخراجها نستخدم الحد الأخير

$$u_n = 99 = 9 + (n-1)d$$

$$90 = (n-1)d$$

$$90 = (16-1)d$$

$$90 = 15d$$

$$d = 6$$

قواعد مهمة في المتوالية الهندسية :

- المتوالية الهندسية :
هي متسلسلة أعداد خارج قسمة أي حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت .
- رموزها :
الحد الأول = أ المقدار الثابت (أساس المتوالية) = ر مجموع ن من الحدود = ج ن
مجموع المتوالية إلى ما لا نهاية = ج ∞ الحد العام = ح ن رتبة الحد (عدد الحدود) = ن
- قوانين المتوالية الهندسية :
1- قاعدة الحد العام لمتوالية هندسية واحدة : ح ن = أ ر^{ن-1}
2- قاعدة مجموع عدد معين من الحدود : ج ن = أ (1 - ر^ن) / (1 - ر)
3- قاعدة مجموع المتوالية إلى ما لا نهاية : ج ∞ = أ / (1 - ر)
- ملاحظة مهمة :
في المتوالية الهندسية عندما نرغب في استخراج الأساس من الحدين نقوم بقسمتهما

مثال (1) : في المتوالية 4 ، 8 ، 16 أوجد الحد العاشر ومجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ؟

الحل:

$$\text{نجد أن } 2 = 4 / 8 \text{ و } 2 = 16 / 8$$

$$\text{اذن المتوالية هندسية واساسها } 2 =$$

$$\text{الحد العاشر ح } 10 = أ (ر^{10-1})$$

$$\text{ح } 10 = 2 \times 4^9$$

$$\text{ح } 10 = 2048$$

مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :

$$\text{ج ن} = أ (1 - ر^{10}) / (1 - ر)$$

$$\text{ج } 10 = 2 (1 - 2^{10}) / (1 - 2)$$

$$\text{ج } 10 = 2 (1 - 1023) / (1 - 2)$$

$$\text{ج } 10 = 2046$$

$$\text{ج } 10 = 2046 \times 2$$

$$\text{ج } 10 = 4092$$

مثال (2) : في المتوالية التالية : 81 ، 243 ، 729 ، أوجد الحد الثامن ومجموع العشر حدود الأولى ومجموع المتوالية الى مالا نهائية ؟

الحل:

$$\text{نجد أن } 3/1 = 243 / 81 \text{ و } 3/1 = 729 / 243$$

اذن المتوالية هندسية واساسها $r = 3/1$

$$\text{الحد الثامن } u_8 = 81 \cdot (3/1)^{7-1}$$

$$u_8 = 81 \cdot 3^7$$

$$u_8 = 81 \cdot 3^7$$

مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :

$$u_8 = 81 \cdot (3/1)^{7-1} = 81 \cdot 3^7$$

$$u_{10} = 81 \cdot (3/1)^{9-1} = 81 \cdot 3^9$$

$$u_{10} = 81 \cdot 3^9$$

مجموع المتوالية الى مالا نهائية :

$$\rightarrow \infty = 1 / (1 - 3/1)$$

$$\rightarrow \infty = 1 / (1 - 3/1)$$

$$\rightarrow \infty = 1093.5$$

مثال (3) : أوجد مجموع المتوالية : 199 ، 99.5 ، 49.75 ، الى مالا نهائية ؟

الحل:

$$u_1 = 199$$

$$r = (99.5 / 199) = 0.5 \quad (49.75 / 99.5) = 0.5$$

اذن المتوالية هندسية واساسها $r = 0.5$

مجموع المتوالية الى مالا نهائية :

$$\rightarrow \infty = 1 / (1 - 0.5)$$

$$\rightarrow \infty = 1 / (1 - 0.5)$$

$$\rightarrow \infty = 1.5 / 199$$

$$\rightarrow \infty = 132.66$$

مثال (4) : متوالية هندسية حدها الرابع 192 وحدها السابع 12228 .. اوجد المتوالية :

الحل:

نرى المعطيات المتوفرة بالسؤال :

$$ح 7 = أ ر^6 = 12228$$

$$ح 4 = أ ر^3 = 192$$

في المتوالية الهندسية :

عندما نريد ان نستخرج اساس المتوالية نقسم حدين بعكس المتوالية العددية التي نطرح فيها الحدين

$$ح 7 = أ ر^6 = 12228$$

$$ح 4 = أ ر^3 = 192$$

نذهب الالف مع الالف ونقسم (ر⁶) على (ر³) ولان الاساس متساوي نطرح الاسس في القسمة = ر³

$$نقسم 12228 على 192 = 64$$

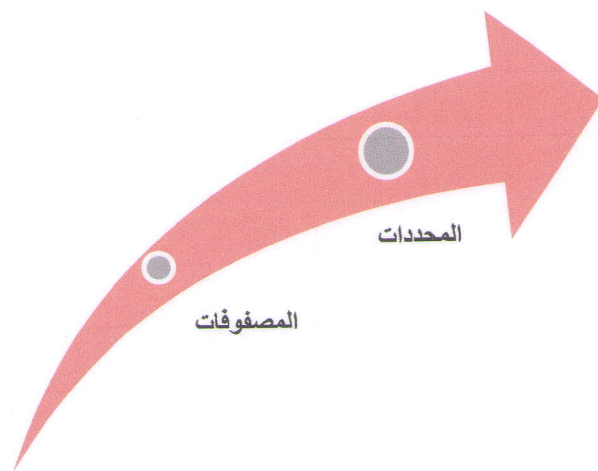
$$ر^3 = 64$$

لان ر تكعيب نستخرج جذر 64

$$\sqrt[3]{64} = ر$$

$$ر = 4$$

المحددات والمصفوفات



قواعد مهمة في المحددات :

المحددات تنقسم المحددات الى نوعين محدّدات :

- محدّدات من المرتبة الثانية : وتكون عدد الصفوف اثنين وعدد الاعمدة اثنين
- محدّدات من المرتبة الثالثة وتكون عدد الصفوف ثلاثة وعدد الاعمدة ثلاثة

ايجاد قيمة المحددات :

1- المرتبة الثانية :

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$

نقوم بعملية الضرب كعلامة اكس (وسطين في طرفين) ونطرح الناتج

2- المرتبة الثالثة :

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ 2 & 5 & 4 \\ 7 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

نوزع الإشارات على الصف الاول بالترتيب التالي : + - +

نتعامل مع كل رقم من ارقام الصف الاول كمحدد مستقل من المرتبة الثانية مراعاة الاشارات التي تم توزيعها وكل رقم ياخذ الارقام التي بالاسفل ماعدا الارقام التي تكون تحته مباشرة ثم نقوم بايجاد قيمة كل محدد بالضرب كعلامة اكس ثم نطرح مثلما نقوم به بمحددات المرتبة الثانية

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \quad \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 5 - \quad \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 4$$

استخدام المحددات لحل المعادلات الخطية من مجهولين :

$$5س - ص = 16$$

$$2س + ص = 5$$

$$\begin{vmatrix} 16 & 5 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = \Delta$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 16 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = \Delta$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \Delta$$

نستخرج ثلاثة محدّدات :

المحدد العام = ناخذ معامل المجهولين س وص

محدد س = ناخذ الناتج ثم معامل ص

محدد ص = ناخذ الناتج ثم معامل س

نقوم بالتعامل مع كل محدد كما نتعامل مع محدّدات المرتبة الثانية بالضرب بطريقة اكس ثم نطرح الناتج

$$1 - = \frac{7-}{7} = \frac{\Delta}{\Delta} \quad 27 = \frac{21}{7} = \frac{\Delta}{\Delta}$$

بعد ايجاد قيمة كل محدد نقوم بتقسيم نتيجة محدد س على نتيجة المحدد العام وايضا نتيجة محدد ص على نتيجة المحدد العام وبذلك نكون قد اوجدنا حل المعادلة الخطية في مجهولين

مثال (1) : أوجد قيمة المحدد التالي :

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}$$

الحل:

$$\text{قيمة المحدد} = (8 \times 5) - (7 \times 3)$$

$$19 = 21 - 40 =$$

مثال (2) : أوجد قيمة المحدد التالي :

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 - \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$$

الحل:

$$\text{قيمة المحدد} = (6 \times 3 -) - (1 - \times 4)$$

$$14 - = 4 + 18 - =$$

ملاحظة :

حاصل ضرب (1 - x 4) = 4 - ولكن لان هنالك اشارة سالبة قبل القوس تصبح موجب 4 لان -4 في سالب = 4

مثال (3) : استخدم المحددات في حل المعادلات التالية :

$$7\text{س} + 3\text{ص} = 2$$

$$4\text{س} - 2\text{ص} = 10$$

الحل:

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 10 - & 4 \end{vmatrix} = \Delta \text{ص} \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 - & 10 - \end{vmatrix} = \Delta \text{س} \quad \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ 2 - & 4 \end{vmatrix} = \Delta$$

$$(2 \times 4) - (10 - \times 7) = \Delta \text{ص} \quad (3 \times 10 -) - (2 - \times 2) = \Delta \text{س} \quad (3 \times 4) - (2 - \times 7) = \Delta$$

$$87 - = 8 - 70 - = \Delta \text{ص} \quad 26 = 30 + 4 - = \Delta \text{س} \quad 26 - = 12 - 14 - = \Delta$$

الآن يمكن الحصول على قيمة س وقيمة ص كمايلي :

$$1 - = 26 - / 26 = \Delta \text{س} / \text{س}$$

$$3 = 26 - / 78 - = \Delta \text{ص} / \text{ص}$$

مثال (4) : أوجد قيمة المحدد التالي :

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 1 \\ 2 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

الحل:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix} = 2$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = 4 -$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 5$$

$$(0 - 7) 2 + =$$

$$(0 - 2) 4 - =$$

$$(21 - 2 -) 5 + =$$

$$7 \times 2 + =$$

$$2 \times 4 - =$$

$$21 - x \ 5 + =$$

$$14 + =$$

$$8 - =$$

$$115 - =$$

$$\text{قيمة المحدد} = -115 - 8 + 14 = -109$$

قواعد مهمة في المصفوفات :

لأجراء اي عملية جبرية على المصفوفات لابد أن تكون عناصر المصفوفتين متساوية

العمليات الجبرية :

الجمع أ + ب :

$$\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} = \mathbf{a} + \mathbf{b} \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \mathbf{b} \quad + \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} = \mathbf{a}$$

في عملية الجمع نقوم بجمع كل عنصر مع العنصر الذي يقابله من المصفوفة الأخرى

الطرح 2 - أ - ب :

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{a} - \mathbf{b} \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \mathbf{b} \quad - \quad \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \mathbf{a}$$

نبدأ بعملية ضرب كل عنصر من مصفوفة (أ) ب (2) ثم نطرح الناتج من مصفوفة (ب)

الضرب أ ب :

الخطوة الأولى

$$\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \mathbf{a} \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \mathbf{b}$$

الخطوة الثانية

$$\begin{bmatrix} 28 & 14 \\ 34 & 17 \end{bmatrix} = \mathbf{a} \mathbf{b} \quad \begin{bmatrix} 4 \times 4 + 6 \times 2 & 2 \times 4 + 3 \times 2 \\ 4 \times 1 + 6 \times 5 & 2 \times 1 + 3 \times 5 \end{bmatrix} = \mathbf{a} \mathbf{b}$$

الخطوة الثالثة

الخطوة الأولى : نضرب عناصر الصف الأول بالمصفوفة الأولى بعناصر العمود الأول بالمصفوفة الثانية
الخطوة الثانية : نضرب عناصر الصف الثاني بالمصفوفة الأولى بعناصر العمود الثاني بالمصفوفة الثانية
الخطوة الثالثة : نجمع حاصل الضرب

تابع قواعد مهمة في المصفوفات :

مدور المصفوفة $A =$

تحويل الصف الى عمود

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} = A \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} = A^T$$

تعني هذه العلامة (A^T) المائلة مدور المصفوفة يعني ان نبدل الصف لعمود والعمود لصف

مقلوب المصفوفة A^{-1} :

مقلوب المصفوفة $A^{-1} = 1 / \text{المحدد} \times \text{مصفوفة المرافقات المبدلة}$

الخطوة الثانية مصفوفة المرافقات المبدلة

الخطوة الاولى محدد المصفوفة

تبدل اماكن عناصر القطر الرئيسي

تغيير اشارات القطر الاخرى

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = A \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} = A^T$$

$$(5 \times 4) - (7 \times 2) = 20 - 14 = 6 = \text{المحدد}$$

الخطوة الثالثة تطبيق قاعدة مقلوب المصفوفة

$$\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \times 6^{-1} = A^{-1}$$

لتطبيق قاعدة مقلوب المصفوفة نحتاج الى ثلاثة خطوات :

الخطوة الاولى : نستخرج محدد المصفوفة وذلك كما نعرف في موضوع المحددات نضرب الطرفين والوسطيين ثم نطرحهما من بعض

الخطوة الثانية : نستخرج مصفوفة المرافقات المبدلة وذلك بتبديل اماكن عناصر القطر الرئيسي اما عناصر القطر الاخرى فيتم تغيير اشارات عناصرها فقط .

الخطوة الثالثة : نستطيع الان تطبيق قاعدة مقلوب المصفوفة لاننا استخرجنا محدد المصفوفة وايضا نستخرجنا مصفوفة المرافقات المبدلة في الخطوات السابقة

عَلِّمْنِي إِلَى التَّوْفِيقِ لِلْجَمِيعِ

ارْعُوا لِحُجَّاتِهِمْ بِالْخَيْرِ

عبد الصمد
اللاصقي