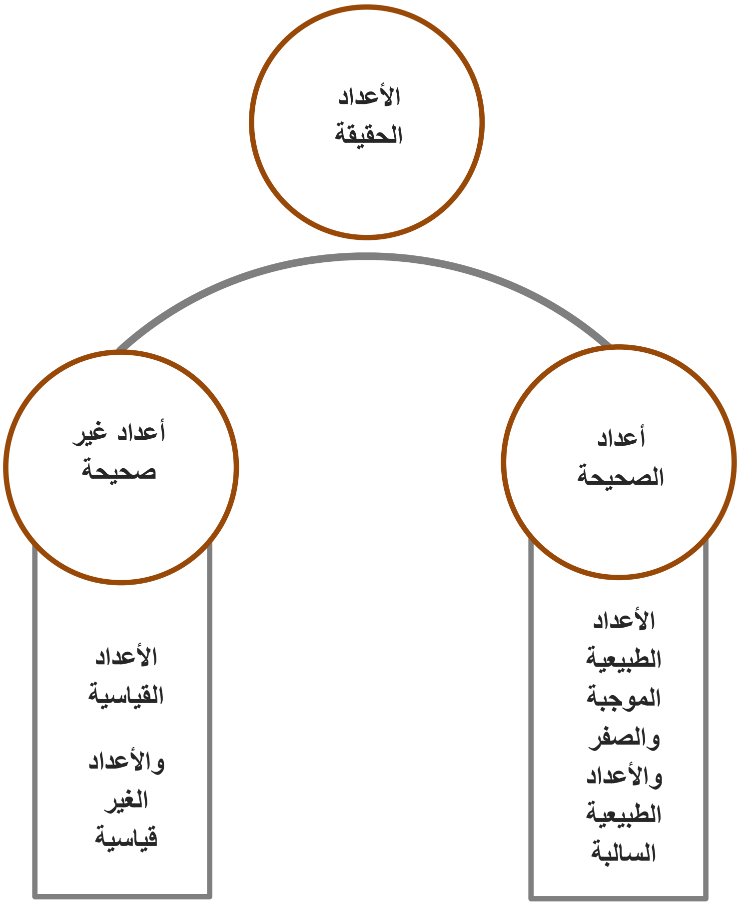


الأعداد صحيحة :

1- الأعداد الطبيعية الموجبة :

- مثل الأعداد (1,2,3,.....) وتسمى الأعداد الصحيحة الموجبة
- يمثل الرقم (1) وحدة قياس والرقم (2) هو تكرار وحدة القياس مرتين وهكذا

2- الأعداد الطبيعية السالبة :

- مثل الأعداد (- 1,-2,-3,.....) وتسمى الأعداد الصحيحة ا لسالبة
- تعبر هذه الاعداد عن بعض الظواهر مثل عمليات السحب من رصيدك بالبنك او من المخزون وهكذا

3- الصفر

- عند اضافة الصفر الى الفئتين السابقتين تنتج الأعداد الصحيحة

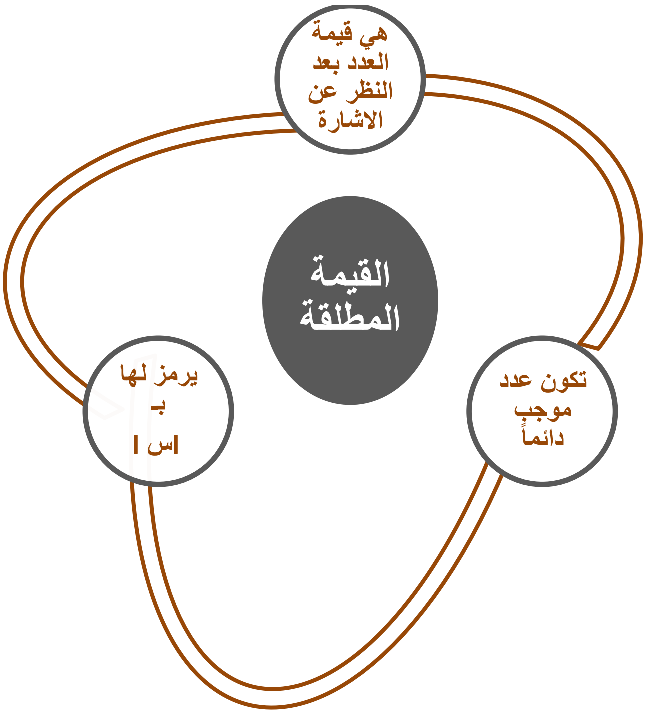
الأعداد الغير صحيحة :

1- الأعداد القياسية :

- هي النسبة بين عددين صحيحين ويكون المقام لا يساوي صفر مثل (3/7 , 1/9 , -2/3)

2- الأعداد الغير قياسية :

- أي عدد لا يمكن كتابته على الصورة القياسية مثل ($\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$)



هذا الشكل يوضح الشروط اللازمة للقيمة المطلقة

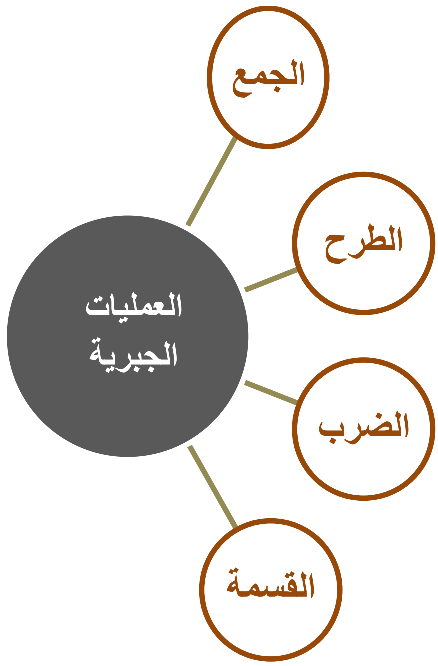
مثال : أوجد القيمة المطلقة للمقادير التالية :

1/9 , 3/4- , 11 , 5-

الحل :

1/9 = l 1/9 l , 3/4 = l 3/4- l , 11 = l 11 l , 5 = l 5- l

العمليات الجبرية



قواعد مهمة بالجمع :

يشترط لجمع أي مقدارين جبريان أن يكونا من نفس النوع

مثال : أوجد ناتج حاصل جمع المقادير التالية :

7س + 5ص + 9س ص + 8س + 2ص

الحل :

نرتب المقادير المتشابهه ثم نقوم بجمعهما

7س + 5ص + 9س ص

8س + 2ص +

15س + 7ص + 9س ص

ارشادات مهمة

- **قمنا بترتيب المقادير المتشابهة**
- **قمنا بعملية الجمع بشكل عادي**

قواعد مهمة في الطرح :

يشترط لطرح أي مقدارين جبريان التالي :

- أن يكونا من نفس النوع
- بعملية الطرح نضع الفرق بين المقدارين مع اشارة المقدار الأكبر

مثال (1) : أوجد حاصل جمع المقادير التالية :

2س + 7ص و -2س – 6ص و 8س – 3ص

الحل :

2س + 7ص

-2س - 6ص

8س - 3ص

8س - 2ص

ارشادات مهمة

- قمنا بترتيب المقادير المتشابهة
- قمنا بعملية الطرح بشكل عادي

مثال (2) : أوجد حاصل طرح المقدار (4س + 2ص) من (2س + 5ص)

الحل :

(4س + 2ص) - (2س + 5ص)

4س + 2ص - 2س - 5ص

4س + 2ص

- 2س - 5ص

2س – 3ص

ارشادات مهمة

- في حالة المثال رقم (2) فككنا الاقواس اولاً وغيرنا اشارة 2س الى -2س في القوس الثاني لان القوس كان مسبوقاً باشارة سالب
- قمنا بعد ذلك بترتيب المقادير المتشابهة ثم بعملية الطرح بشكل عادي

-	x	-	+
+	x	+	+
+	x	-	-
-	x	+	-

قاعدة الإشارات لضرب المقادير الجبرية

قواعد مهمة في الضرب

1- يشترط في علمية ضرب المقادير الجبرية أن نراعي قاعدة الإشارات كالتالي :

- اذا اتحدت الإشارات تكون الإشارة (موجب)
- اذا اختلفت الإشارات تكون (سالب)

2- تجمع الأسس في عملية الضرب

3- اذا كان الأس صفر فإن ناتج المقدار =1

عند ضرب الأقواس أو معادلتين :

الخطوة الاولى

(2أ + ب) (4أ - 3ب)

x

x

= 8أ2 - 6أ ب + 4أب - 3ب2

الخطوة الثانية

= 8أ^2 - 2أب – 3ب^2

الخطوة الاولى : نضرب العنصر الاول في المعادلة الاولى بعنصر عنصر من المعادلة الثانية وايضاً نضرب العنصر الثاني بالمعادلة الاولى بعنصر عنصر من المعادلة الثانية
الخطوة الثانية : نجمع العناصر المتشابهه

عند وجود معادلة مرفوعة الاس (4أ + ب)^2 :

نطبق القاعدة التالية : مربع المقدار الاول + X2 الأول X الثاني + مربع الثاني

مثال (1) : أوجد ناتج

$س^{5} \times س^{3}$

الحل :

$= س^{5+3} = س^{8}$

ارشادات مهمة

- في حالة المثال رقم (1) تم جمع الأسس لان العملية ضرب واما الأساسات فتم نقلها مباشرة لانها متشابه

مثال (2) أوجد ناتج

$3^{-4} \times 3^{-2} \times 3^{4}$

الحل:

$3^{-4} \times 3^{-2} \times 3^{4} = 3^{-2}$

ارشادات مهمة

- في حالة المثال رقم (2) تم جمع الأسس لان العملية ضرب واما الأساسات فتم نقلها مباشرة لانها متشابه

مثال (3) أوجد قيمة المقدار التالي :

3أ – 4ب + 6ج إذا كان أ =3 و ب= -2 و ج = -1

الحل :

$3(3) - 4(-2) + 6(-1) = 9 + 8 - 6 = 11$

ارشادات مهمة :

- في حالة طلب ايجاد القيمة للمقادير الجبرية بالتعويض كالمثال رقم (3) نستخدم عملية الضرب اولاً ثم نقوم بالعملية بشكل عادي

مثال (4) أوجد ناتج المقدار التالي :

(4أ + ب)   (3أ -2ب)

الحل :

$=$ 12أ^2 – 8أ ب + 3أب -2ب^2

$=$ 12أ^2 - 5أب – 2ب^2

مثال (5) أوجد ناتج المقدار التالي :

(4م + ن)^2

الحل :

$=$ 16 م^2 + 8 م ن + ن^2

مثال (6) أوجد ناتج المقدار التالي :

(س + 2ص)^2 + (2س – ص)^2

الحل :

$=$ س^2 + 4 س ص + 4ص^2 + 4 س^2 - 4 س ص + ص^2

$=$ 5س^2 + 5ص^2

ارشادات مهمة :

- رغم أن هنالك اشارة جمع بين المقدارين الا اننا سنستخدم قاعدة الضرب لأن المقدارين مرفوعين بالأسس فبدانا بتطبيق قاعدة الضرب على المقدارين (س + 2ص)^2 + (2س – ص)^2 (مربع المقدار الاول + 2x الأول x الثاني + مربع الثاني)
- بالخطوة الثانية قمنا بعملية الجمع وفق قواعد جمع المقادير الجبرية

+	-	/	-
+	+	/	+
-	-	/	+
-	+	/	-

قاعدة الإشارات لقسمة المقادير الجبرية

قواعد مهمة في القسمة

1- يشترط في علمية قسمة المقادير الجبرية أن نراعي قاعدة الإشارات كالتالي :

اذا اتحدت الإشارات تكون الإشارة (موجب)

اذا اختلفت الإشارات تكون (سالب)

2- تطرح الأسس في عملية القسمة

3- عند طرح الأسس نبدأ بالأس الأعلى

4- أي عدد اوحرف يكون اسه صفر يساوي واحد

قسمة مقدار جبري واحد على مقدار جبري واحد :

$$\frac{28\,\text{أ}^{5}\ \text{ب}^{4}\ \text{ج}^{6}}{2\,\text{أ}^{2}\ \text{ب}^{3}\ \text{ج}^{4}} = 2/28\ \text{أ}^{3-5}\quad \text{ب}^{3-4}\quad \text{ج}^{4-6}$$

تقسيم الأعداد وطرح الاسس للأساسات المتشابهه

$$= 14\ \text{أ}^{2}\quad \text{ب}\quad \text{ج}^{2}$$

الناتج

قسمة مقدار جبري كثير الحدود على مقدار جبري واحد :

الخطوة الاولى توزيع المقام على كل حدود البسط

$$\frac{10\text{أ}^{8}\text{ب}^{6} + 5\text{أ}^{3}\text{ب}^{4}}{\text{أ}^{2}\text{ب}^{2}} = \frac{10\text{أ}^{8}\text{ب}^{6}}{\text{أ}^{2}\text{ب}^{2}} + \frac{2\text{أ}^{3}\text{ب}^{4}}{\text{أ}^{2}\text{ب}^{2}}$$

الخطوة الثاني طرح الاسس للاساسات المتشابهه

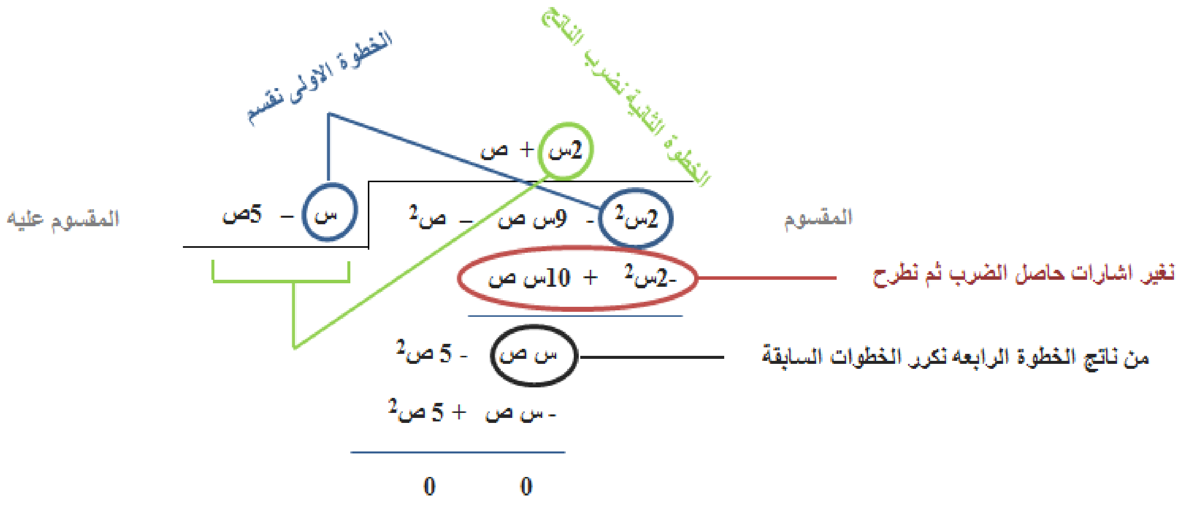
$$= 1/10\ \text{أ}^{2-8}\ \text{ب}^{2-6} + 1/2\ \text{أ}^{2-3}\ \text{ب}^{2-4}$$

الناتج

$$= 10\text{أ}^{6}\ \text{ب}^{3} + 2\ \text{أ}\ \text{ب}^{2}$$

تابع لقواعد القسمة :

قسمة مقدار جبري كثير الحدود على مقدار جبري كثير الحدود :



1- نقسم اول عنصر (2س²) في المقسوم على اول عنصر (س) من المقسوم عليه
2- نضرب الناتج (2س) في كل عناصر المقسوم عليه
3- نغير اشارات حاصل ضرب (2س² - 10س ص) الخطوة الثانية كاملة
4- نطرح الناتج بعد تغير الاشارة (-2س² + 10س ص)
5- نكرر الخطوات الاربعة مع ناتج الطر ح (س ص)

ارشادات مهمة :

صفر / أي مقدار = صفر

أي مقدار / صفر = ∞

صفر / صفر = كمية غير معروفة

لذلك يشترط لإجراء عملية القسمة أن لايساوي المقام صفر

مثال (1) اختصر المقدار الجبري التالي :

$$\frac{72\text{ع}^{3}\ \text{ل}^{9}\ \text{م}^{5}}{6\text{ع}^{7}\ \text{ل}^{3}\ \text{م}^{5}}$$

الحل :

$12\text{ع}^{3-7}\ \text{ل}^{9-3}\ \text{م}^{5-5} = 12\text{ع}^{-4}\ \text{ل}^{6}$ (لاحظ أن م$^{\text{صفر}}$ = واحد)

مثال (2) اختصر المقدار الجبري التالي :

$$\frac{7\text{ع}^{3}\text{م}^{5} + 5\text{ع}^{2}\text{م}^{4}}{\text{ع}^{2}\text{م}^{2}}$$

الحل :

$$\frac{7\text{ع}^{3}\text{م}^{5}}{\text{ع}^{2}\text{م}^{2}} + \frac{5\text{ع}^{2}\text{م}^{4}}{\text{ع}^{2}\text{م}^{2}} = 7\text{ع م}^{3}+5\text{م}^{2}$$

مثال (3) اذا كان حاصل ضرب مقدران جبريان هو 2س2 -9س ص – 5ص2

وكان احد المقداريين هو س – 5ص أوجد المقدار الأخر ؟

الحل :

يتم اجراء عملية القسمة كما يلي :

2س2 -9س ص – ص	س – 5ص
-2س2 +10س ص	2س + ص
س ص – 5 ص2	
- س ص + 5 ص2	
0 0	

ارشادات مهمة :

- يتم استخدام القسمة المطولة كالتالي يتم تقسيم المقدار الاول (2س ^{2}) على المقدار الاول المقسوم عليه (س) يكون الناتج (2س) ونضعها اسفل المقسوم عليه ثم نقوم بضرب الناتج السابق (2س) بالمقسوم عليه كامل (س – 5ص) ونضع الناتج مع تغير الاشارات (-2 س + 10 س ص) اسفل المقسوم ثم نطرح الناتج نعيد الخطوات السابقة من جديد : (نقسم ثم نضرب ثم نغير الاشارة ثم نطرح)

مثال (4) أوجد قيمة ع التي تجعل المقدار س2 + 8س +ع تقبل القسمة على س+ 3 ؟

الحل :

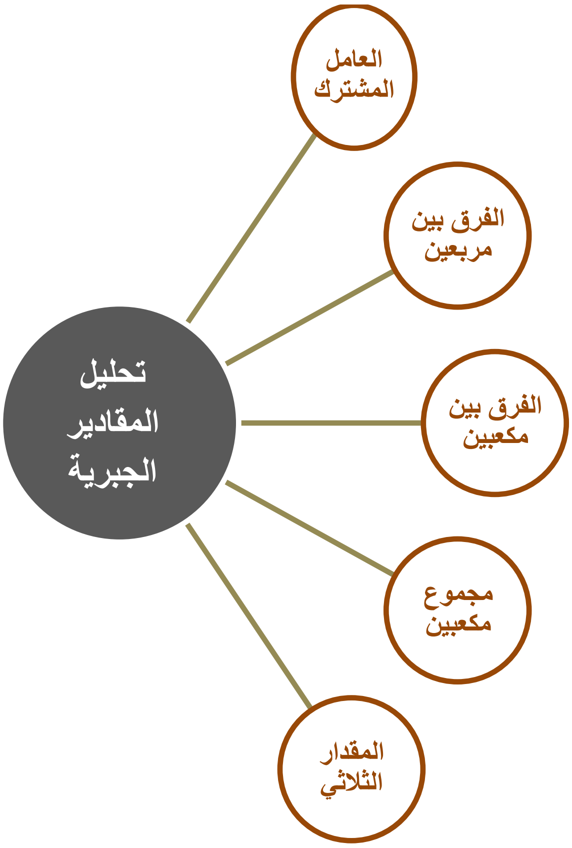
يتم اجراء عملية القسمة كما يلي :

س2 + 8س+ع	س + 3
- س2 -3س	س + 5
5س + ع	
- 5س - 15	
0　　0	

ارشادات مهمة :

- نلاحظ حتى يكون المقدار س2 +8س +ع يقبل القسم على س + 3 فلابد أن يكون ع – 15 = صفر

تحليل المقادير الجبرية



العامل المشترك :

- يعني العنصر المكرر والرقم المشترك في جميع المقادير الجذرية

الفرق بين المربعين :

- يطلق بين مقدارين بينهما اشارة سالب وقبل البدء بتطبيق القاعدة نقوم باستخراج العامل المشترك ان وجد ثم نطبق القاعدة التالية : (الجذر الاول – الجذر الثاني) (الجذر الاول + الجذر الثاني)

الفرق بين مكعبين :

- يطلق بين مقدارين بينهما اشارة سالب وقبل البدء بتطبيق القاعدة نقوم باستخراج العامل المشترك ان وجد ثم نطبق القاعدة التالية :
(الجذر الاول – الجذر الثاني) (مربع الاول + الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)

مجموع المكعبين :

- يطلق علي المقداين المكعبين اللذان بينهما اشارة موجب نستخرج العامل المشترك ان وجد وتطبق عليهما القاعدة التالية :
(الجذر الاول + الجذر الثاني) (مربع الاول - الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)

تحليل المقدار الثلاثي :

- يتكون من ثلاثة مقادير جبرية يتم تحليلهم الى قوسين ويتوقف على اشارة الحد الثالث اما سالبة او موجبة :

اشارة الحد الثالث موجبة :

1. حاصل ضربهما = الحد الثالث
2. اشارتهما نفس اشارة الحد الأوسط
3. مجموع حاصل ضرب الطرفين = الحد الأوسط

اشارة الحد الثالث سالبة :

1. حاصل ضربهما = الحد الثالث
2. اشارتهما مختلفة احدهما موجب والأخرى سالب واشارة الاكبر نفس اشارة الحد الاوسط
3. مجموع حاصل ضرب الطرفين = الحد الأوسط

مثال (1) حلل المقدار 24س^{3}ص- 15س ص^3 ؟

الحل :

= 3س ص (8 س^2 – 5 ص^2)

ارشادات مهمة :

- هنا نستخرج العامل المشترك
بدأنا في البحث عن الارقام والعناصر الاقل والمشتركة في المقدارين فأخذنا الاقل من س والاقل من ص واقل رقم مشترك في المقدارين لل 24 و 15 فكانت رقم 3 لان (3 x 8 = 24) ولان (3 x 5 = 15) لذا اصبح 3

مثال (2) حلل المقدار 25س^2 - ص^2 ؟

الحل :

= (5س – ص) (5س + ص)

ارشادات مهمة :

- بما ان لدينا مقدارين مربعين بينهما اشارة سالب يعني نستخدم قاعدة الفرق بين مربعين
(الجذر الاول – الجذر الثاني) (الجذر الاول + الجذر الثاني)
- في الخطوة الأولى بدأنا مباشرة في تطبيق القاعدة

مثال (3) حلل المقدار 64س^3 - 4س ص^2 ؟

الحل :

= 4 س (16س^2 - ص^2)

= 4 س (4س - ص) (4س + ص)

ارشادات مهمة :

- بما ان مقدارين مربعين وبينهما اشارة سالب يعني نستخدم قاعدة الفرق بين مربعين
(الجذر الاول – الجذر الثاني) (الجذر الاول + الجذر الثاني)
- هنا بدأنا في استخراج العامل المشترك كخطوة اولى ثم بدأنا في تطبق قاعد الفرق بين مربعين كخطوة ثانية

مثال (4) حلل المقدار 27س^{3} – 216 ص^{3} ؟

الحل :

= (3 س - 6 ص) (9س^{2} + 18 س ص + 36 ص^{2})

= 3(س – 2 ص) 9 (س^{2} + 2س ص + 4ص^{2})

= 27 (س – 2 ص) (س^{2} + 2 س ص + 4 ص^{2})

ارشادات مهمة :

- بما ان المقدارين بينهما اشارة سالب واسهما مكعب يعني نستخدم قاعدة الفرق بين مكعبين (الجذر الاول – الجذر الثاني) (مربع الاول + الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)
- بعد تطبيق القاعدة في الخطوة الاولى قمنا بالبحث عن العامل المشترك في الخطوتين الاخيرتين

مثال (5) حلل المقدار 64أ^{3} + 125 ب^{3} ؟

الحل :

= (4 أ + 5 ب) (16أ^{2} - 20 أ ب + 25 ب^{2})

ارشادات مهمة :

- بما ان هنالك مقدراين مكعبين بينهما اشارة موجب يعني اننا نستخدم قاعدة مجموع المكعبين (الجذر الاول + الجذر الثاني) (مربع الاول - الجذر الأول x الجذر الثاني + مربع الثاني)

مثال (6) حلل المقدار: م^{2} - 13م + 42 ؟

م - 7

م - 6

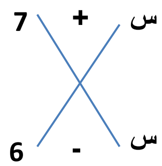
الحل :

= (م - 6) (م – 7)

ارشادات مهمة :

- بما ان هنالك ثلاثة مقادير جبرية يعني اننا سنستخدم قاعدة تحليل المقدار
- نرسم علامة اكس ونوزع العنصر المربع كـ (م^{2})
- نوزع اشارة الحد الأوسط على العددين لان اشارة الحد الثالث موجب لذا ناخذ اشارة الحد الاوسط
- نوجد عددين حاصل ضربهما يساوي الحد الثالث (42) والفرق يساوي الحد الأوسط فكانت (6و7) لان ضربهما يساوي 42 وايضاً بعد عملية ضرب الاطراف ثم طرحهما من بعض يكون الفرق بينهما يساوي 1ويساوي احد الاوسط

مثال (7) حلل المقدار: س^2 + س^2 - 42س ؟



الحل :

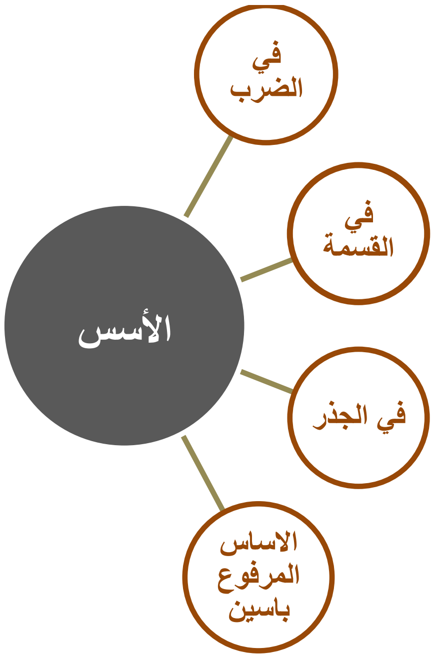
= س (س^2 + س - 42)

= س (س + 7) (س – 6)

ارشادات مهمة :

- بما ان هنالك ثلاثة مقادير جبرية يعني اننا سنستخدم قاعدة تحليل المقدار
- نستخرج العامل المشترك لتسهيل العملية
- نرسم علامة اكس ونوزع العنصر المربع كـ (س2)
- نوزع الاشارات احدهما موجب والاخر سالب لان اشارة الحد الثالث سالبة لذا تكون الاشارات مختلفة
- نوجد عددين حاصل ضربهما يساوي الحد الثالث (42) والفرق يساوي الحد الأوسط فكانت (6و7)
  وياخذ الرقم الاكبر 7 اشارة الحد الاوسط يعني موجب ورقم 6 تكون سالبة وللتاكد من العددين بعد عملية ضرب الاطراف ثم طرحهما من بعض يكون الفرق بينهما يساوي 1ويساوي الحد الاوسط

قواعد الأسس



قواعد مهمة في الأسس :

- في الضرب اذا اتحدت الاساسات تجمع الاسس مثل (س^{2} x س^{3} = س$^{3+2}$)
- في القسمة اذا اتحدت الأساسات تطرح الأسس مثل (س^{5} / س^{2} = س$^{2-5}$)
- في الجذر تقسم الأسس $\sqrt[3]{\text{س}^{9}}$ = س$^{3/9}$ = س^{9}
- في الاساس المرفوع بأسين مثل (س^{م})^{ن} نضرب الاسس م x ن

مثال (1) : اختصر المقدار التالي = س^{5} x س^{3} ؟

الحل :

= س$^{5+3}$ = س^{8}

مثال (2) : اختصر المقدار التالي = س^{5} / س^{3} ؟

الحل :

= س$^{20-5}$ = س^{15}

مثال (3) : اختصر المقدار التالي = $\sqrt[3]{27\text{س}^{2}}$ ؟

الحل :

= 3س$^{3/9}$ = 3س^{3}

مثال (4) : اختصر المقدار التالي = $\sqrt{16\text{س}^{2}}$ ؟

= 8س$^{2/2}$ = 8س

ارشادات مهمة :

- اذا لم يكتب الاس في الجذر يعني انه تربيعي (2)

مثال (2) : اختصر المقدار التالي = (س^{4})^{3} ؟

الحل :

= س$^{4 \times 3}$ = س^{12}

قواعد مهمة في اللوغاريتمات :

- هي قوة الأس المرفوع لأساس معين $1000=10^3$ لذلك تكون $لو_{10}1000=3$
- لوس^ن = ن لو س
- لو(س x ص) = لوس + لو ص
- لو (س / ص) = لو س – لو ص
- يكون اللوغاريتم واحد اذاكان الأساس واحد مثل ($لو_1$ أ =1) او كان متساوياً مع الاس مثل ($لو_5 5=1$) او اذا لم يكتب الاساس وكان الاس عشرة مثل (لو10=10)

مثال (1) : اوجد قيمة المجهول اذا كان $لو_5$أ=3 ؟

الحل :

أ = 5^3 = 125

ارشادات مهمة :

تعني أ قوة الأس و5 هي الأساس و3 هي الأس وحتى نجد قيمة اللوغاريتم او قوة الاس يكون 5^3 =125

مثال (2) : اوجد قيمة المجهول اذا كان $لو_س$64=2 ؟

الحل :

64 = س^2

8^2 = س^2

8 = س

ارشادات مهمة :

64 تعني قوة الأس وقوة الاس تأتي من الاساس مرفوع بالاس وبما أن الأس معلوم (2) والاساس مجمهول (س) يكون الحل (س2) يساوي (64) ونبدأ بتحليل قوة الاس حتى يكون متساوي وحتى نصل الى قيمة الاساس

مثال (3) : اوجد قيمة المجهول اذا كان لو$_3$9= ل ؟

الحل :

9 = 3^{ل}

3^2 = 3^{ل}

2 = ل

ارشادات مهمة :

> ارشادات مهمة :
>
> 9 تعني قوة الأس وقوة الاس تأتي من الاساس مرفوعا بالاس وبما أن الأس مجهول (ل) والاساس معلوم (3) يكون الحل (3^{ل}) يساوي (9) ونبدأ بتحليل قوة الاس حتى نصل الى قيمة الأس

مثال (4) : أوجد قيمة المقدار التالي :

= لو$_7$125 + لو$_7$64 – 3 لو$_7$20 + لو$_7$49

الحل :

= لو$_7$125 + لو$_7$64 – 3لو$_7$20 + لو$_7$49

= لو$_7$5^3 + لو$_7$4^3 – 3(لو$_7$5 + لو$_7$4) + لو$_7$7^2

= 3 لو$_7$5 + 3 لو$_7$4 – 3 لو$_7$5 + 3 لو$_7$4 + 2 لو$_7$7

= 2 لو$_7$7 = 2

> ارشادات مهمة :
>
> نبدأ بتحليل اللوغاريتم الى اصله مثل (لو$_7$125) تكون (لو$_7$5^3) وهكذا مع البقية وفي حالة كان المقدار مثل (-3لو$_7$20) فالرقم (20) افضل تحليل له هو تفكيكه الى مقدارين مثلما هو مذكور بقوانين اللوغاريتم فيكون هو نفسه (لو$_7$5+لو$_7$4) ثم بعد التحليل نقسم الاس المرفوع على كل لوغاريتم وهنا لا يوجد رقم نستطيع امام اللوغاريتم وهذا يعني نقسم (3 على 1) فيكون مثلاً (3لو$_7$5) وهكذا مع البقية في النهاية نلغي المتعاكسات مثل (–3لو$_7$5مع 3لو$_7$5) أي كل متشابه بالرقم و مختلف بالاشارة نلغيه ويتبقى لنا (2لو$_7$7 أي 2) لان أي لوغاريتم اساسه مثل اسه كما جاء بالقوانين يعني 1 ولو قمنا باكمال الحل يكون (2 = 2 x 1)

مثال (5) : أوجد قيمة المقدار التالي :

=2/1 لو$_5$ 625 − لو$_5$ 35 + لو$_5$ 14 − لو$_5$ 10

الحل:

=2/1 لو$_5$ 5^4 − لو$_5$ 7 − لو$_5$ 5 لو$_5$ 2 + لو$_5$ 7 − لو$_5$ 5 − لو$_5$ 2

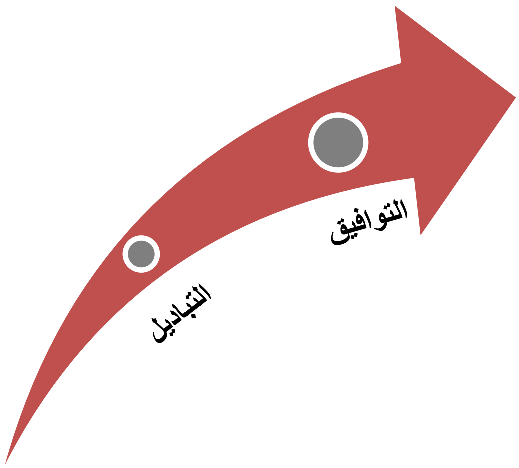
=2 لو$_5$ 5 − لو$_5$ 7 − $_5$ 5 لو لو$_5$ 2 + لو$_5$ 7 − لو$_5$ 5 − لو$_5$ 2

= 2 - 1 - 1 = صفر

ارشادات مهمة :

نـبـدأ بتحليل اللوغاريتم الى اصله مثل (2/1 لو$_5$625) تكون (2/1 لو$_5$ 5^4) ثم تكون (2لو$_5$5) لاننا حللنا قيمة (625) الى (5^4) ثم قسمنا (2/1) على (4) لتكون (2) وهـكذا مع البـقية وفي حالة كـان المقـدار مثـل (- لو$_5$35) فالرقم (35) افضل تحليل لـه هو تفكيكه الى مقدارين مثلما هو مذكور بقوانين اللوغاريتم فيكون هو نفسه (- لو$_5$7 - لو$_5$5) وهكذا مع الرقم(+لو$_5$14) في النهاية نلغي المتعاكسات مثل (- لو$_5$7 مع + لو$_5$7) أي كل متشابه بالرقم و مختلف بالاشارة نلغيه على الجميع فيبقى لنا (2لو$_7$7 - لو$_5$5 - لو$_5$5) ولا ننسى ان أي لوغاريتم اساسه مثل اسه يكون 1 يعني (2 x1 -1 -1 = صفر)

التباديل والتوافيق



قواعد مهمة في التباديل :

التباديل : وهي تشير الى عدد طرق ترتيب الأشياء ويرمز لها (ل) فمثلاً لدينا اشياء (ن) نريد ترتيبها (ر) فان عدد طرق الترتيب (التباديل) تكون : $^{ن}ل_{ر}$

$^{ن}ل_{ر}$ = ن x 1-ن 2-ن ..... يستمر تناقص (ن) بعدد (ر) بشكل تنازلي

يعني أننا عندما نريد استخراج طرق الاختيار لشي ما كــ (ن) فإننا نضرب (ن) بشكل تنازلي بالرقم اللي يليه ثم الذي يليه بشرط ان يكون عدد مرات الضرب يمثل (ر)

مثال (1) : أوجد قيمة ل :

$^{5}ل_{2}$ =

الحل:

$^{5}ل_{2}$= 5 x 4 = 20

مثال (2) : اختر الإجابة الصحيحة لقيمة $^{6}ل_{2}$:

(أ) 36 (ب) 26 (ج) 6! (د)256

الحل:

(ج) 6!

مثال (3) : بكم طريقة يمكن جلوس 4 اشخاص على 5 كراسي ؟

الحل :

عدد الطرق = $^{5}ل_{4}$ = 5 x 4 x 3 x 2= 120 طريقة

قواعد مهمة في التوافيق :

تشير الى عدد طرق الاختيار لشيء ما يرمز له (ق) فمثلاً لدينا اشياء (ن) نريد ترتيبها (ر) فـان عدد طـرق الاختيار (التوافيق) تكون : $^{ن}ق_{ر}$

$$^{ن}ق_{ر} = \frac{ن \times (ن-1) \times (ن-2) \ ..... \text{ يستمر تناقص (ن) بعدد (ر) بشكل تنازلي}}{ر \times (ر-1) \times (ر-2) \ ...... \text{ يستمر تناقص (ر) بعدد (ر) بشكل تنازلي}}$$

يعني أننا عندما نريد استخراج طرق الاختيار لشي ما كـ (ن) فإننا نبدأ بالمقام و نضرب (ن) بشكل تنازلي بالرقم اللي يليه ثم الذي يليه بشرط ان يكون عدد مرات الضرب يمثل (ر) اما بالمقام نضرب (ر) بشكل تنازلي بالرقم الذي يليه ثم الذي يليه بشرط أن يكون عدد مرات الضرب تمثل (ر)

حالات مهمة جداً :

$^{ن}ق_{ن} = 1$ ، $^{ن}ق_{0} = 1$ ، $^{ن}ق_{ر}$ ، $^{ن}ق = ن$

مثال (1) : أوجد قيمة ل :

$^{5}ق_{2}$

الحل:

$$^{5}ق_{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10 \text{ طرق}$$

مثال (2) : إدارة بها 12 موظف نريد أن نختار منهم 3 لتكوين لجنة أحسب عدد طرق الإختيار ؟

الحل:

$$\text{عدد طرق الإختيار} = {}^{12}ق_{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} = 220 \text{ طريقة}$$

مثال (3) : بفرض في المثال السابق اذا نص على أن مدير الإدارة لابد من اختياره احسب طرق الاختيار ؟

الحل:

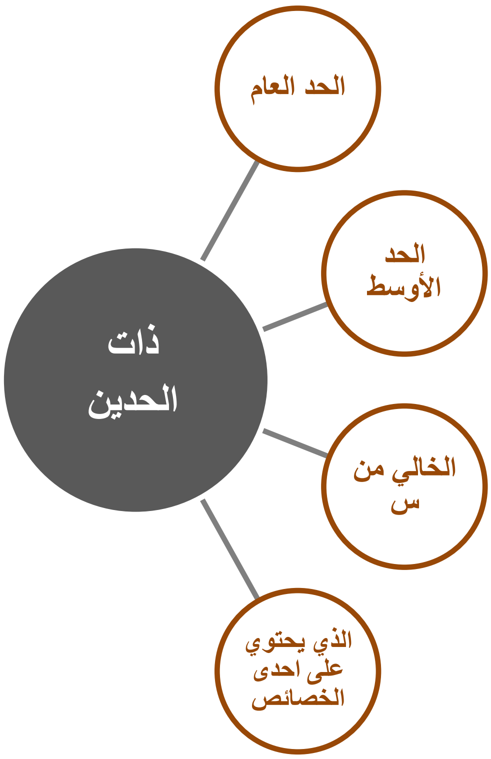
$$\text{عدد طرق الإختيار} = {}^{11}ق_{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165 \text{ طريقة}$$

مثال (4) : اوجدوا القيم التالية : $^{6}ق_{6}$ ، $^{6}ق_{0}$ ، $^{9}ق_{1}$ ؟

الحل:

$^{6}ق_{6} = 1$ $^{6}ق_{0} = 1$ $^{9}ق_{1} = 9$

ذات الحدين


ذات الحدين
الحد العام
الحد الأوسط
الخالي من س
الذي يحتوي على احدى الخصائص

قواعد مهمة في نظرية ذات الحدين :

$$(س + أ)^{ن} = {}^{ن}ق_{0} \times أ^{0} \times س^{ن-1}$$
$$+ {}^{ن}ق_{1} \times أ^{1} \times س^{ن-2}$$
$$+ {}^{ن}ق_{2} \times أ^{2} \times س^{ن-ن}$$
$$+ {}^{ن}ق_{ن} \times أ^{ن} \times س^{ن-ن}$$

- عند تفكيك ذات الحدين لابد أن يكون الحل مكون من (${}^{ن}ق_{0}$ + حد ثاني^{0} + حد أول^{ن})
- نقطة الأنطلاقة في الاس لدى كل من ق والحد الثاني هي صفر ونستمر بالتصاعد حتى نصل الى نفس قيمة الأس الموجودة بالمعادلة (ن) اما الحد الأول فيكون تحليلها بشكل عكس تبدأ من قيمة الأس (ن) وتستمر بالتنازل حتى تصل الى الصفر .
- بعد التحليل لابد أن تكون مجموع الأسين في (الحد الأول) و (الحد الثاني) تساوي اس المعادلة الاصلي (ن)
- في النهاية نقوم بضرب نتيجة التحليل كل مرحلة على حدة ثم نجمع النتيجة

مثال (1) : اوجد مفكوكة (س + 2)^{3} ؟

الحل:

$$+ {}^{3}ق_{0} \times 2^{0} \times س^{3} = 1 \times 1 \times س^{3} = س^{3}$$
$$+ {}^{3}ق_{1} \times 2^{1} \times س^{2} = 3 \times 2 \times س^{2} = 6 س^{2}$$
$$+ {}^{3}ق_{2} \times 2^{2} \times س^{1} = 3 \times 4 \times س^{1} = 12 س$$
$$+ {}^{3}ق_{3} \times 2^{3} \times س^{0} = 8$$
$$(س + 2)^{3} = س^{3} + 6 س^{2} + 12 س + 8$$

مثال (1) : اوجد مفكوكة (3س - ص)^4 ؟

الحل:

+ ^{4}ق$_0$ x (- ص)^0 x 3 س^3 = 1 x 1 x 81 س^4 = 81 س^4

+ ^{4}ق$_1$ x (- ص)^1 x 3 س^2 = 4 x - ص x 27 س^3 = - 108 س^3 ص

+ ^{4}ق$_2$ x (- ص)^2 x 3س^1 = 6 x ص^2 x 9 س^2 = 54 س ص

+ ^{4}ق$_3$ x (- ص)^3 x 3س^0 = 6 x - ص^3 x 3 س = - 12 س ص^2

+ ^{4}ق$_4$ x (- ص)^4 x 3س^1 = ص4

(3س - ص)^4 = 81 س^4 + - 108 س^3 ص + 54 س ص + - 12 س ص^2 + ص^4

ارشادات مهمة :

- نحلل المعادلة الى (ق + حد ثاني + حد أول) :
- نبدأ بـ (3ق$_0$ ، 3ق$_1$ ، 3ق$_2$ ، 3ق$_3$) نلاحظ أننا بدأنا بالصفر للوصول الى قيمة الأس واستمرينا تصاعدياً حتى وصلنا الى قيمة الأس الأصلية الموجودة بالمعادلة .
- نبدأ بـ (2^0، 2^1، 2^2، 2^3) نلاحظ أننا بدأنا بالصفر للوصول الى قيمة الأس واستمرينا تصاعدياً حتى وصلنا الى قيمة الأس الأصلية الموجودة بالمعادلة .
- نبدأ بـ (س^3 ، س^2 ، س^1 ، س^0) نلاحظ أننا بدأنا بقيمة الأس الأصلية (3) واستمرينا تنازلياً حتى نصل الى الصفر .
- نبدأ بعملية الضرب ثم نجمع النتائج مع بعضها

قاعدة الحد العام لذات الحدين :

$$ح_{؟} = {}^{ن}ق_{ر}\ (\text{ا لثاني})^{ر}\ (\text{الاول})^{ن - ر}$$

دائماً تكون مقدار (ر) أقل من رتبة الحد بمقدار واحد

مثال (1) : اوجد الحد الخامس لمفكوكة $(س + 3)^{9}$ ؟

الحل:

ح = 5 ، ر = 4 ، الأول = س ، الثاني = 3 ، ن = 9

$$ح_5 = {}^{9}ق_{4}\ (3)^{4}\ (س)^{5}$$

$$ح_5 = 10206\ س^{5}$$

مثال (2) : اوجد الحد الرابع لمفكوكة $(2س - 5ص)^{7}$ ؟

الحل:

ح = 4 ، ر = 3 ، الأول = 2س ، الثاني = 5ص ، ن = 7

$$ح_4 = {}^{9}ق_{3}\ \text{x}\ (-5)^{3}\ ص^{3}\ \text{x}\ 2^{4}\ س^{4}$$

$$ح_4 = -\ 70000\ ص^{3}\ س^{4}$$

ارشادات مهمة :

- نستخرج كل من رقم الحد (ح) والـ (ر) والحد الاول والحد الثاني و (ن)
- نبدأ بتطبيق قاعدة الحد العام
- نقوم بعملية ضرب الأرقام مع ${}^{9}ق_{3}$ فقط

ملاحظة في عملية الضرب السابقة للحد العام يمكن لنا أن نستخدم الآلة الحاسبة وللتعويض نستخرج (${}^{9}ق_{3}$)
نستخدم الدالة (NCR) مثلاً : 7C3 الـ (C) هي (NCR) ثم علامة الضرب ثم -385 ثم ضرب 2 8 4

قاعدة الحد الأوسط لذات الحدين :

ننظر للأس إن كان فردي او زوجي لكي نعرف رتبة الح :

- **فردي : يكون هنالك حدان اوسطان هما (ن+2/1) و (ن+2/3)**
- **زوجي : يكون هنالك حد أوسط واحد هو (ن+2/2)**

مثال (1) : اوجد الحد الأوسط لمفكوكة $(س + 5)^{11}$ ؟

الحل:

الأس(11) : فردي اذاً هنالك حدان اوسطان

رتبة الحدين : 11+2/1 =6 11+2/3= 7

$ح_6 = {}^{11}ق_5 \times 5^5 \times س^4 =$

$ح_6 = 462 \times 1250 \times س^4$

$ح_6 = 577500\ س^4$

$ح_7 = {}^{11}ق_6 \times 5^6 \times س^5$

$ح_7 = 462 \times 1250 \times س^5$

$ح_7 = 577500\ س^5$

مثال (2) : أوجد الحد الأوسط لمفكوكة $(س - 2)^{10}$ ؟

الحل:

الأس(10) : زوجي اذاً هنالك حد أوسط واحد

رتبة الحدين : 10+2/2 =6

$ح_6 = {}^{10}ق_5 \times -2^5 \times س^5$

$ح_6 = 252 \times -32\ س^5$

$ح_6 = -8064\ س^5$

قاعدة الحد الخالي من س لذات الحدين :

تستخدم هذه القاعدة في حال كانت (ر) مجهولة وغير معروفة :

- الحاد الخالي من س يعني اوجد الحد من خلال قيمة سين الخالية (صفر)
- نبدأ بتطبيق قاعدة الحد العام حتى وان كانت (ر) غير معلومة
- عند توزيع الاس في الحد الأول او الحد الثاني كما في قاعدة الحد العام قد يكون هنالك قسمة مثلاً (4/س)^{3} نغير اشارة اس المقام (س) فقط لتصبح س$^{-3}$
- بعد الانتهاء من تطبيق قاعدة الحد العام نوجد قيمة (ر) ومن ثم رتبة الحد بتطبيق القاعدة التالية :
  (الاس المرفوع على س = صفر) لان الصفر هو الحد الخالى من س ونبدء بالتحليل

مثال (1) : أوجد الحد الخالي من س لمفكوكة (س – 4/س)^{12} ؟

الحل:

نطبق الحد العام : ح ر+1 = ^{ن}ق ر (ا لثاني)^{ر} (الاول)$^{ن – ر}$

ح ؟ = ^{12}ق ر X (- 4/ س)^{ر} X (س)$^{12 – ر}$

ح ؟ = ^{12}ق ر X (- 4)^{ر} X (س)$^{- ر}$ X (س)$^{12 – ر}$

ح ؟ = ^{12}ق ر X (- 4)^{ر} X (س)$^{12 –2 ر}$

نستخرج الحد الخالي من س الذي هو (س)$^{12 –2 ر}$

12- 2ر = صفر

12 = 2ر

6 = ر

قيمة (ر) = 6

رتبة الحد = (ر) + 1

رتبة الحد = 6+1=7

لأن قيمة (ر) دائماً اقل من رتبة الحد بمقدار واحد لذا نضيف واحد مع ال (ر)

قاعدة الحد المحدد باحدى خصائص ذات الحدين :

تستخدم هذه القاعدة في حال كانت (ر) مجهولة وغير معروفة :

- **الحد المحدد باحدى خصائص ذات الحدين يعني أن نوجد الحد من خلال قيمة معينة محدد مثل (س4)**
- **نبدأ بتطبيق قاعدة الحد العام حتى وان كانت (ر) غير معلومة**
- **عند توزيع الاس في الحد الأول او الحد الثاني كما في قاعدة الحد العام قد يكون هنالك قسمة مثلاً (4/س)^{3} نغير اشارة اس المقام (س) فقط لتصبح س$^{-3}$**
- **بعد الانتهاء من تطبيق قاعدة الحد العام نوجد قيمة (ر) ومن ثم رتبة الحد بتطبيق القاعدة التالية : (الاس المرفوع على س = قيمة الخاصية المذكورة بالسؤال) ونبدء بالتحليل**
- **عند الانتهاء تكون قيمة (ر) التى ظهرت + 1 هى رتبة الحد**

مثال (1) : أوجد الحد الذي يحتوي على س4 لمفكوكة (س – 4/س)^{12} ؟

الحل:

نطبق الحد العام : ح ر+1 = ^{ن}ق ر (ا لثاني) ^{ر} (الاول) $^{ن-ر}$

ح ؟ = ^{12}ق ر X (-4/ س) ^{ر} X (س) $^{12-ر}$

ح ؟ = ^{12}ق ر X (-4)^{ر} X (س) $^{-ر}$ X (س) $^{12-ر}$

ح ؟ = ^{12}ق ر X (-4)^{ر} X (س) $^{12-2ر}$

نستخرج الحد الذي يحتوي على س4من (س) $^{12-2ر}$

12-2ر = 4

12- 4 = 2ر

8 =2ر

4 = ر

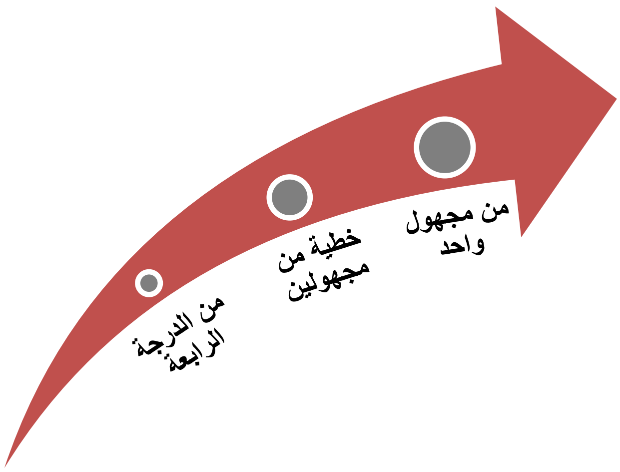
قيمة (ر) = 4

رتبة الحد = (ر) + 1

رتبة الحد = 4+1=5

لأن قيمة (ر) دائماً اقل من رتبة الحد بمقدار واحد لذا نضيف واحد مع ال (ر)

المعادلات



قواعد مهمة المعادلات الخطية في مجهول واحد :

- 4 س +5 = س – 3 يتم في هذه الحالة :
نقل العناصر المتشابهه في طرف والأرقام في الطرف الأخر مع مراعاة تغير الأشارة ثم نبدأ بالتحليل

- 4 س /5 = س / 3 يتم في هذه الحالة :
في حال كانت هنالك قسمة معادلتين احدهم باليمين والاخر باليسار يكون حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين ثم نبدأ بالتحليل

- 4 س /5 + 1/3 = س / 3 يتم في هذه الحالة :
في حال كانت هنالك قسمة اكثر من معادلة باليمين وواحدة باليسار لابد من توحيد المقامات أولا للطرف اليمين وتكون عملية الضرب مثل كلمة (لا) المقام في المقام ثم المقام الاول في بسط الثاني والمقام الثاني في بس الاول ثم نعود للقاعدة الثانية حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين ثم نبدأ بالتحليل

- (ص+2)+5(3ص-7) = (3ص-11)+12 يتم في هذه الحالة
في حالة كانت هنالك معادلة بها أقواس لابد أن نبدء في فك الاقواس اولاً ثم البدء في نقل العناصر المتشابهه

مثال (1) : أوجد المعادلة التالية : 4 س + 5 = س - 3 ؟

الحل:

4س – س = – 3 – 5

3س = – 8

س = – 8/3 =2.67

مثال (2) : أوجد المعادلة التالية : 3س +1 / 5 = 2 س – 1/ 3 ؟

الحل:

(3س+1) = 5 (2س – 1)

9س+ 3 = 10س – 5

- س = – 8

س = 8

مثال (3) : أوجد المعادلة التالية : 5س - 1 / 3 + 4س -2/7 = 9س – 11/ 7 ؟

الحل:

2(5س-1) + 3(4س-7)/6 = 9س-7/11

10س - 2 + 12س - 6/21 = 9س-7/11

22س- 6/23 = 9س - 7/11

7(22س - 23) = 6(9س - 11)

154س - 161 = 54س - 66

154س - 54س = 161 - 66

100س = 95

100س = 0.95

مثال (4) : أوجد المعادلة التالية : 2(ص+2)+5(3ص-7) = (3ص-11)+12 ؟

الحل:

2ص + س + 15ص - 35 = 15ص – 55 + 12

2ص + 15ص - 15ص = - 55 + 12- 4 + 35

2ص = - 12

ص = - 12/2 = -6

قواعد مهمة المعادلات الخطية في مجهولين :

- **يجب أن تكون عدد المعادلات يساوي عدد المجاهين**
- **اولاً خطوة يجب أن نرتب المعادلة الأحرف المتشابهه تحت بعض والأرقام تحت بعض**
- **نضرب معامل المعادلة الأولى في المعادلة الثانية ونضرب معامل المعادلة الثانية في المعادلة الأولى**
- **بعد عملية الضرب نرتب المعادلتين تحت بعض ثم نطرحهما من بعض**
- **بعد الطرح نحلل والناتج نعوض من خلالها المعادلة الأولى**
- **ناتج تعويض المعادلة الأولى نعوض من خلاله بالمعادلة الثانية لنستخرج المجهول الثاني**

مثال (4) : حل المعادلتين : 5س + 2ص = 12 و 7 س – 3ص = 11 ؟

الحل:

35س + 14ص = 84

35س – 15ص = 55

29ص = 29

ص = 29/29 = 1

بالتعويض في المعادلة الأولى عن قيمة ص :

5 س + 2 ص = 12

5 س +2 (1) = 12

5 س + 2 = 12

5 س = 12-2

5 س = 10

س = 10/5

س = 2

الحل س =2 وص=1

ارشادات مهمة :

نضرب معامل س (7) في المعادلة الثانية في المعادلة الأولى كاملة ونضرب معامل س (5) في المعادلة الأولى في المعادلة الثانية كاملة ثم نرتب المعادلتين ثم نطرحهما من بعض ثم نحلل حتى نصل الى قيمة ص والتي تساوي (1) ثم نعوضها في المعادلة الأولى لتصبح (5س+2=12) ثم نحللها حتى نصل الى قيمة س والتي تساوي (2) عندها يكون الحل قيمة ص (1) وقيمة س (2)

قواعد مهمة المعادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد :

- **يجب أن تحتوي المعادلة على تكعيب**
- **يجب أن تكون على الصورة التالية (أس2+ ب س + ج = صفر)**
- **يمكن حل المعادلة بطريقتين أما بالتحليل أو باستخدام القانون العام التالي :**

$$س = \frac{- ب \; (+ أو -) \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2 أ}$$

(+ أو -) معنى هذا اننا نستخرج حلين الاول بالموجب والثاني بالسالب

مثال (1) : حل المعادلة التالية : $12س^2 + 4س = 33$ ؟

الحل:

$12 س^2 + 4 س - 33 = صفر$

الحل باستخدام القانون :

أ = 12 ب = 4 ج = - 33

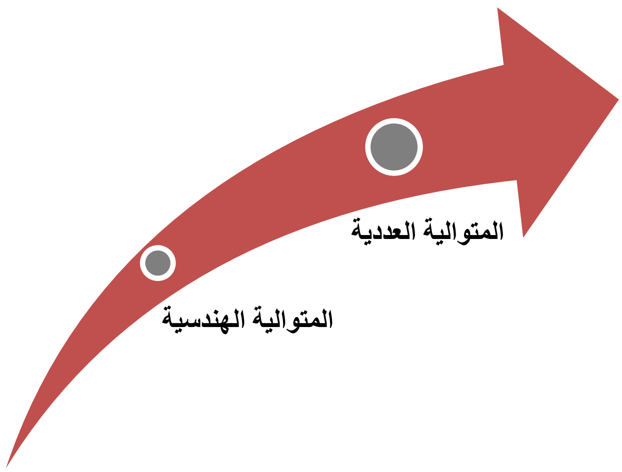
$$س = \frac{-4 \; (+ و-) \sqrt{16- (4 \times 12 \times -33)}}{2 \times 12}$$

$$س = \frac{- 4 \; (+او-) \; 40}{24}$$

س = (- 4 +40) /24 = 1.5

س = (- 4 – 40) / 24 = - 1.8333

المتواليات



قواعد مهمة في المتوالية العددية :

- **المتوالية العددية :**

هي متسلسلة أعداد يكون فيها الفرق بين أي حد والسابق له مقدار ثابت .

- **رمــوزهــا :**

الحد الاول = أ   المقدار الثابت(اساس المتوالية) = د   رتبة الحد(عدد الحدود) = ن

الحد الأخير = ل   الحد العام = حـ ن   مجموع المتوالية = جـ ن

- **قوانين المتوالية العددية :**
    - **قاعدة الحد العام للمتوالية العددية : حـ ن = أ + (ن – 1) د**
    - **قاعدة مجموع المتوالية العددية بمعلوم الحد الأخير : جـ ن = ن/2 [أ + ل]**
    - **قاعدة مجموع المتوالية العددية بمعلوم اساس المتوالية : جـ ن = ن/2 [2أ + (ن – 1) د]**

- **ملاحظة مهمة :**

في المتوالية العددية عندما نرغب في استخراج الاساس من الحدين نقوم بطرحهما

مثال (1) : في المتوالية التالية 3 ، 7 ، 11 ، ..... أوجد التالي :

1- حدد نوع المتوالية
2- اساس المتوالية
3- الحد الخامس
4- الحد التاسع
5- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ؟

الحل:

بما أن 11- 7 = 4   و   7 – 3 = 4

اذن الفرق مقدار ثابت = 4

1- نوع المتوالية : متوالية عددية
2- اساس المتوالية : د=4
3- الحد الخامس : ح5 = أ + 4 د
   = 3 + 4 X 4 = 19
4- الحد التاسع : ح9 = أ + 8 د
   = 3 + 8 X 4 = 35
5- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :

ج ن = ن/ 2 (2أ + (ن – 1) د)

ج10 = 10/2 (2 X 3 + 9 X 4)

= 5 (6 + 36)

= 5 (42)

= 210

مثال (2) : في المتوالية التالية 70 ، 65 ، 60 ، ..... ، 25 أوجد التالي :

حدد نوع المتوالية ، اساس المتوالية ، الحد السادس ، مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ، عدد حدود المتوالية

الحل:

بما أن 65 - 70 = - 5 و 60 – 65 = - 5 اذن الفرق مقدار ثابت = - 5

1- نوع المتوالية : متوالية عددية
2- اساس المتوالية : د = - 5
3- الحد السادس : ح6 = أ + 5 د
= 70 + 5 X - 5 = 45
4- مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :
ج ن = ن/ 2 (2أ + (ن – 1) د)
ج10 = 10/2 (2 X 70 + 9 X - 5)
= 5 (140 - 45)
= 5 (95)
= 475
5- عدد حدود المتوالية : الحد الأخير = ل = 25 = أ +(ن – 1) د
25 = 70 + (ن -1) X – 5
25 = 70 – 5ن + 5
25 = 75 – 5ن
5 ن = 75– 25
5 ن = 50
ن = 50 / 5
ن = 10

مثال (3) : متوالية عددية مجموعها 864 وحدها الأول 9 وحدها الأخير 99 أوجد عدد المتوالية واساس المتوالية ؟

الحل:

عدد حدود المتوالية :

ج ن = 864 = ن / 2 (أ + ل)

864 = ن / 2 (9 + 99)

468 = ن / 2 X 108

468 = 54 ن

468 / 54 = ن

16 = ن

اساس المتوالية : لاستخراجها نستخدم الحد الأخير

ح 16 = أ + (ن – 1) د

99 = 9 + 15 د

99 – 9 = 15 د

90 / 15 = د

6 = د

قواعد مهمة في المتوالية الهندسية :

- **المتوالية الهندسية :**
هي متسلسلة أعداد خارج قسمة اي حد فيها على الحد السابق له مباشرة مقدار ثابت .
- **رمـــوزهـــا :**
الحد الاول = أ المقدار الثابت(اساس المتوالية) = ر مجموع ن من الحدود = ج ن

مجموع المتوالية الي مالانهاية = جـ ∞ الحد العام = حـ ن رتبة الحد(عدد الحدود) = ن

- **قوانين المتوالية الهندسية :**
1- **قاعدة الحد العام لمتوالية هندسية واحدة : حـ ن = أ ر $^{ن-1}$**
2- **قاعدة مجموع عدد معين من الحدود : جـ ن = أ (ر ^{ن} – 1) / ر – 1**
3- **قاعدة مجموع المتوالية الى مالانهاية : جـ ∞ = أ / 1- ر**

- **ملاحظة مهمة :**
فى المتوالية الهندسية عندما نرغب فى استخراج الاساس من الحدين نقوم بقسمتهما

مثال (1) : في المتوالية 4 ، 8 ، 16 .... أوجد الحد العاشر ومجموع العشر حدود الأولى من المتوالية ؟

الحل:

نجد أن 8 / 4 = 2 و 8 / 16 = 2

اذن المتوالية هندسية واساسها ر = 2

الحد العاشر ح 10 = أ (ر$^{ن-1}$)

ح 10 = 4 X 2 ^{9}

ح 10 = 2048

مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :

ج ن = أ (ر$^{ن-1}$) / ر- 1

ج 10 = 4 (2 ^{10} – 1) / 2 – 1

ج 10 = 4 (2 ^{10} – 1) / 2 – 1

ج 10 = 4 (1023) / 1

ج 10 = 4 X 1023

ج 10 = 4092

مثال (2) : في المتوالية التالية : 729 ، 243 ، 81 اوجد الحد الثامن ومجموع العشر حدود الاولى ومجموع المتوالية الى مالانهاية ؟

الحل:

نجد أن 243 / 729 = 1/ 3 و 81 / 243 = 1/ 3

اذن المتوالية هندسية واساسها ر = 1/ 3

الحد الثامن ح 8 = أ (ر^ن - 1^)

ح 8 = 729 X 1/3 ^7^

ح 8 =0,333

مجموع العشر حدود الأولى من المتوالية :

ج ن = أ (ر^ن - 1^) / ر- 1

ج 10 = 729 (1/3 ^10^ – 1) / 1/3 – 1

ج 10 = 1093.5

مجموع المتوالية الى مالا نهاية :

جـ ∞ = أ / 1 - ر

جـ ∞ = 729 / 1- (1/3)

جـ ∞ = 1093.5

مثال (3) : اوجد مجموع المتوالية : 199 ، 99.5 ، 49.75 ، .... الى مالا نهاية ؟

الحل:

أ = 199

ر = (99.5 / 199) = 0.5 (49.75 / 99.5) = 0.5

اذن المتوالية هندسية واساسها ر = 0.5

مجموع المتوالية الى مالا نهاية :

جـ ∞ = أ / 1 - ر

جـ ∞ = 199 / 1- (- 0.5)

جـ ∞ = 199 / 1.5

جـ ∞ = 132.66

مثال (4) : متوالية هندسية حدها الرابع 192 وحدها السابع 12228 .. اوجد المتوالية :

الحل:

نرى المعطيات المتوفرة بالسؤال :

ح 7 = أ ر^{6} = 12228

ح 4 = أ ر^{3} = 192

في المتوالية الهندسية :

عندما نريد ان نستخرج اساس المتوالية نقسم حدين بعكس المتوالية العددية التي نطرح فيها الحدين

ح 7 = ~~أ~~ ر^{6} = 12228

ح 4 = ~~أ~~ ر^{3} = 192

تذهب الالف مع الالف ونقسم (ر^{6}) على (ر^{3}) ولان الاساس متساوي نطرح الاسس في القسمة = ر^{3}

نقسم 12228 على 192 = 64

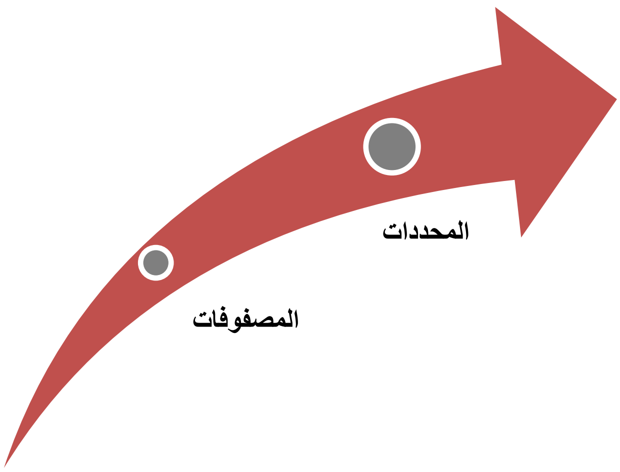
ر^{3} = 64

لان ر تكعيب نستخرج جذر 64

ر = $\sqrt[3]{64}$

ر = 4

المحددات والمصفوفات



قواعد مهمة في المحددات :

المحددات تنقسم المحددات ال نوعين محددات :

- محددات من المرتبة الثانية : وتكون عدد الصفوف اثنين وعدد الاعمدة اثنين
- محددات من المرتبة الثالثة وتكون عدد الصفوف ثلاثة وعدد الاعمدة ثلاثة

ايجاد قيمة المحددات :

1- المرتبة الثانية :

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$$

نقوم بعملية الضرب كعلامة اكس (وسطين في طرفين) ونطرح الناتج

2- المرتبة الثالثة :

$$\begin{array}{ccc} + & - & + \\ \end{array}$$
$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 7 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

نوزع الإشارات على الصف الاول بالترتيب التالي : + - +

نتعامل مع كل رقم من ارقام الصف الاول كمحدد مستقلة من المرتبة الثانية مراعاة الاشارات التي تم توزيعها وكل رقم ياخذ الارقام التي بالاسفل ماعدا الارقام التي تكون تحته مباشرة ثم نقوم بايجاد قيمة كل محدد بالضرب كعلامة اكس ثم نطرح مثلما نقوم به بمحددات المرتبة الثانية

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \qquad \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 5- \qquad \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 4$$

استخدام المحددات بحل المعادلات الخطية من مجهولين :

5س – ص = 16

2س + ص = 5

$$\begin{vmatrix} 16 & 5 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = \Delta\text{ص} \qquad \begin{vmatrix} -1 & 16 \\ +1 & 5 \end{vmatrix} = \Delta\text{س} \qquad \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ +1 & 2 \end{vmatrix} = \Delta$$

نستخرج ثلاثة محددات :

المحدد العام = ناخذ معامل المجهولين س وص

محدد س = ناخذ الناتج ثم معامل ص

محدد ص = ناخذ الناتج ثم معامل س

نقوم بالتعامل مع كل محدد كما نتعامل مع محددات المرتبة الثانية بالضرب بطريقة اكس ثم نطرح الناتج

$$-1 = \frac{7-}{7} = \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta} \qquad 27 = \frac{21}{7} = \frac{\Delta\text{س}}{\Delta}$$

بعد ايجاد قيمة كل محدد نقوم بتقسيم نتيجة محدد س على نتيجة المحدد العام وايضا نتيجة محدد ص على نتيجة المحدد العام وبذلك نكون قد اوجدنا حل المعادلة الخطية في مجهولين

مثال (1) : أوجد قيمة المحدد التالي :

$$\begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 7 \end{vmatrix}$$

الحل:

قيمة المحدد = $(5 \times 8) - (3 \times 7)$

$= 40 - 21 = 19$

مثال (2) : أوجد قيمة المحدد التالي :

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 6 & 4 \end{vmatrix}$$

الحل:

قيمة المحدد = $(-3 \times 6) - (4 \times -1)$

$= -18 + 4 = -14$

ملاحظة :

حاصل ضرب $(4 \times -1) = -4$ ولكن لان هنالك اشارة سالب قبل القوس تصبح موجب 4 لان– 4 في سالب = 4

مثال (3) : استخدم المحددات في حل المعادلات التالية :

7س + 3 ص = 2

4س - 2 ص = - 10

الحل:

$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 7 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$ ، Δ س $= \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -10 \end{vmatrix}$ ، Δ ص $= \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -10 & 4 \end{vmatrix}$

$\Delta = (7 \times -2) - (4 \times 3)$ ، $\Delta = -14 - 12 = -26$

Δ س $= (2 \times -2) - (-10 \times 3)$ ، Δ س $= -4 + 30 = 26$

Δ ص $= (7 \times -10) - (4 \times 2)$ ، Δ ص $= -70 - 8 = -87$

الآن يمكن الحصول على قيمة س وقيمة ص كمايلي :

س = Δ س / Δ = $26 / -26 = -1$

ص = Δ ص / Δ = $-78 / -26 = 3$

مثال (4) : أوجد قيمة المحدد التالي :

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 3 & -1 & 1 \\ 2 & 7 & 0 \end{vmatrix}$$

الحل:

$$= 5 \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} \qquad = -4 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \qquad = 2 \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 7 & 0 \end{vmatrix}$$

(21 – 2 –) 5 + = (0 – 2) 4 – = (0 - 7) 2+ =

21 – x 5 + = 2 x 4 – = 7 x 2+ =

115 –= 8 – = 14+ =

قيمة المحدد = - 115 – 8 + 14 = - 109

قواعد مهمة في المصفوفات :

لاجراء اي عملية جبرية على المصفوفات لابد أن تكون عناصر المصفوفتين متساوية

العمليات الجبرية :

الجمع أ + ب :

أ = $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ + ب = $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

أ + ب = $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 8 & 7 \end{bmatrix}$

في عملية الجمع نقوم بجمع كل عنصر مع العنصر الذي يقابله من المصفوفة الاخرى

الطرح 2 أ - ب :

أ = $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ $\times$ 2

أ = $\begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $-$ ب = $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $=$ 2 أ - ب = $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

نبدأ بعملية ضرب كل عنصر من مصفوفة (أ) بـ (2) ثم نطرح الناتج من مصفوفة (ب)

الضرب أ ب :

الخطوة الاولى

أ = $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ب = $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

الخطوة الثانية

أ = $\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ب = $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$

الخطوة الثالثة

أ ب = $\begin{bmatrix} 4 \times 4 + 6 \times 2 & 2 \times 4 + 3 \times 2 \\ 4 \times 1 + 6 \times 5 & 2 \times 1 + 3 \times 5 \end{bmatrix}$

أ ب = $\begin{bmatrix} 28 & 14 \\ 34 & 17 \end{bmatrix}$

الخطوة الاولى : نضرب عناصر الصف الاول بالمصفوفة الاولى بعناصر العمود الاول بالمصفوفة الثانية
الخطوة الثانية : نضرب عناصر الصف الثاني بالمصفوصة الاولى بعناصر العمود الثاني بالمصفوصة الثانية
الخطوة الثالثة : نجمع حاصل الضرب

تابع قواعد مهمة في المصفوفات :

مدور المصفوفة أ / =

تحويل الصف الى عمود

$$أ = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \qquad أ / = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$$

تعني هذه العلامة (أ /) المائلة مدور المصفوفة يعني ان نبدل الصف لعمود والعمود لصف

مقلوب المصفوفة $أ^{-1}$:

مقلوب المصفوفة = 1 / المحدد X مصفوفة المرافقات المبدلة

الخطوة الاولى محدد المصفوفة

$$أ = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{vmatrix} = (5 \times 4) - (7 \times 2)$$

$$= 20 - 14$$

$$= -6$$

الخطوة الثانية مصفوفة المرافقات المبدلة

$$أ = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$$

تبديل اماكن عناصر القطر الرئيسي

تغيير اشارات القطر الاخرى

$$أ = \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

الخطوة الثالثة تطبيق قاعدة مقلوب المصفوفة

$$أ^{-1} = 1/-6 \times \begin{bmatrix} -4 & 7 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$$

لتطبيق قاعدة مقلوب المصفوفة نحتاج الى ثلاثة خطوات :

الخطوة الاولى : نستخرج محدد المصفوفة وذلك كما نعرف في موضوع المحددات نضرب الطرفين والوسطين ثم نطرحهما من بعض

الخطوة الثانية : نستخرج مصفوفة المرافقات المبدلة وذلك بتبديل اماكن عناصر القطر الرئيسي اماعناصر القطر الاخر فيتم تغير اشارات عناصرها فقط .

الخطوة الثالثة : نستطيع الان تطبيق قاعدة مقلوب المصفوفة لاننا استخرجنا محدد المصفوفة وايضا نستخرجنا مصفوفة المرافقات المبدلة في الخطوات السابقة