مراجعة مقرر مبادئ الإحصاء [طلاب وطالبات كلية الآداب/المستوى الثاني]

بسم الله الرحمن الرحيم والصلاة والسلام على خاتم الأنبياء والمرسلين سيدنا ونبينا محمد بن عبد الله وعلى آله وصحبه أجمعين

بناتي وأبنائي طالبات وطلاب كلية الآداب

أقدم لكم هذا الملخص الذي أطمع أن يكون معيناً نافعاً لمراجعة مقرر الإحصاء ، وأعتقد أن المتابع للمحاضرات المسجلة ومطلع على محتوى المقرر لن يجد [بإذن الله] أية صعوبة في تتبع هذا الملخص الذي يمكنه من "لم" المقرر يوم الاختبار النهائي بسرعة ، أما من لم يطلع على المحاضرات المسجلة أو المحتوى فلا أعرف مدى استفادته من هذا الملخص وأنصحه عند مصادفة صعوبة معينة أثناء قراءته لهذا الملخص أن يعود إما للمحاضرة المسجلة أو المحتوى الخاصين بالجزئية التي واجهته فيها هذه الصعوبة ، أما العودة لي عند مواجهته لصعوبة معينة [وأقصد الطالب غير المتابع] فلن يفيد بشيء حيث أني قد بذلت جهداً كبيراً لا يعلمه إلا الله – سبحانه وتعالى – في عمل هذه المحاضرات المسجلة ، وطالما لم يهتم ويطلع عليها فلن أستطيع أن أفيده ويجب أن يبذل ما عليه ولا يتعلل بالظروف لأنك طالما قررت التسجيل ببرنامج التعليم المطور [وهذا شيء محمود ونقدره تماماً] فيجب أن تكمل المشوار وتذلل كل الصعوبات وتطوع كل ظروفك من أجل هذا الغرض النبيل .

وأرجو منكم جميعاً الآتي :

- تنبيهي عند اكتشاف خطأ ما في هذا العمل ، فالكمال لله وحده ، حتى أتحقق منه أولاً وعند التحقق منه أقوم بتنبيه بقية الزملاء .
- أن تتعاونوا معاً وذلك بمناقشة التدريبات من خلال مجموعات عمل [داخل المنتدى] حيث أن ظروف عملي بالعمادة ستحرمني منكم ولن أقدر على التواصل بشكل كبير معكم .

وأود أن أنبه أن الاختبار النهائي سيكون عبارة عن ٧٠ سؤالاً [اختيار متعدد] : (ما بين ٣٥ ، ٤٠ منها) على الأجزاء النظري والقوانين فقط + الباقي مسائل بسيطة لن يستغرق حل أي منها أكثر من دقيقة وجميع الأسئلة مشابهة لما هو وارد بالتدريبات

أتمنى ألا تضيعوا وقتكم ووقتي بعد ذلك في أسئلة لا معنى لها مثل : "هو الاختبار حا ييجي من المراجعة ده ؟" ، أو "يعني حا ييجي أرسم" ؟ أو "الحسابات حا تكون بالبساطة ده" ، ... وما شابه تلك الأسئلة ، لأن الإجابة على هذه الأسئلة واضح وضوح الشمس]

بالتوفيق والنجاح بإذن الله

د. سعيد سيف الدين

الباب الأول [مفاهيم أساسية]

(١) ينقسم **علم الإحصاء** إلى قسمين رئيسيين :

* **الإحصاء الوصفي :** وهو يهتم بجمع وتبويب وعرض ووصف البيانات وحساب بعض المقاييس الخاصة بها دون الوصول إلى نتائج أو استدلالات خاصة .
* **الإحصاء الاستقرائي (أو الاستدلال الإحصائي) :** وهو يبحث في استقراء النتائج واتخاذ القرارات .

(٢) **البيانات :** هي مجموعة من " **المشاهدات أو القياسات**" التي تخص الظاهرة تحت الدراسة ، والكمية التي نقوم بمشاهدتها أو قياسها تُسمى **بالمتغير** ، وعادةً نرمز له برمز مثل .. x , y , A , B . والمتغير (أي الظاهرة تحت الدراسة) إما أن يكون :

* **متغير نوعي :** أي لا يمكن التعبير عنه **بعدد** [مثل لون العين أو تقدير الطلاب] ، وتُسمى البيانات التي يكون فيها المتغير نوعياً بـــ **البيانات النوعية** .

أو

* **متغير كمي :** أي يمكن التعبير عنه بعدد [مثل الأطوال أو الأوزان أو أعداد الطلاب] ، وتُسمى البيانات التي يكون فيها المتغير كمياً بـــ **البيانات الكمية** . والمتغير الكمي إما أن يكون :

متغير متصل وفيها يمكن أن يأخذ المتغير أي قيمة بين قيمتين معينتين [أو بتعبير آخر هو كمية يمكن أن تُقاس ولا تُعد] .

أو **متغير متقطع** وفيها يمكن أن يأخذ المتغير قيماً محددة دون أي قيمة بينها [أو بتعبير آخر هو كمية يمكن أن تُعد ولا تُقاس] .

(٣) خطوات أي عملية إحصائية

(أ) **جمع البيانات :** وهي عملية الحصول على القياسات الخاصة بظاهرة معينة وعادةً ما تُسمى البيانات المجمعة بالبيانات الخام .

(ب) **تنظيم وعرض البيانات :** وهي عملية وضع البيانات السابقة في جداول خاصة وعرضها بطرق مناسبة

(ج) **تحليل البيانات :** وهي عملية إيجاد مقاييس تتحدد قيمها من البيانات السابقة وتعطي بعض الدلالات عن الظاهرة تحت الدراسة

(د) **استقراء النتائج واتخاذ القرارات :** وهي الاستنتاجات التي يتوصل إليها الباحث من خلال تحليله للبيانات السابقة وعادةً ما تكون على شكل تقديرات أو تنبوءات أو تعميمات أو قرارات بالرفض أو القبول

تدريبات (١)

اختر الإجابة الصحيحة

(١) هو العلم الذي يهتم بجمع وتبويب وعرض ووصف البيانات وحساب بعض المقاييس الخاصة بها دون الوصول إلى نتائج أو استدلالات خاصة

(أ) علم الإحصاء الوصفي (ب) علم الإحصاء الاستقرائي
(ج) علم تقنية المعلومات (د) علم تكنولوجيا المعلومات

(٢) هو العلم الذي يبحث في استقراء النتائج واتخاذ القرارات

(أ) علم الإحصاء الوصفي (ب) علم الإحصاء الاستقرائي
(ج) علم تقنية المعلومات (د) علم تكنولوجيا المعلومات

(٣) ..... هي عملية الحصول على القياسات والبيانات الخاصة بظاهرة معينة

(أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

(٤) ..... هي عملية وضع البيانات الخاصة بظاهرة معينة في جداول منسقة وعرضها بطرق مناسبة .

(أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

(٥) ..... هي عملية إيجاد قيم لمقاييس تتحدد قيمها من البيانات الخاصة بظاهرة معينة وتُعطي بعض الدلالات عن تلك الظاهرة .

(أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

(٦) ..... هي عملية الوصول إلى استنتاجات وتوقعات وتنبوءات الخاصة بظاهرة معينة .

(أ) جمع البيانات (ب) تنظيم وعرض البيانات
(ج) تحليل البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

(٧) عدد الأيام N في كل شهر هو :

(أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(٨) لون السيارات C في أحد مواقف السيارات هو :

(أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(٩) المسافات d التي يقطعها شخص خلال ساعات يوم معين

(أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١٠) وزن البطاطس W التي تنتجها مزارع مختلفة في أحد المواسم هو :

(أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١١) الزمن t الذي يأخذه طالب في حل عدد من مسائل الإحصاء هو :

(أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١٢) عدد حبات البطيخ N الذي تبيعه إحدى محلات السوبر ماركت في يوم معين هو :

(أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١٣) اللعبة الرياضية G المفضلة لدى مجموعة من الطلاب هي :

(أ) متغير نوعي (ب) متغير كمي متقطع (ج) متغير كمي متصل (د) خلاف ما سبق

(١٤) البيانات المجمعة عن تقديرات الطلبة في أحد المقررات الدراسية هي :

(أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(١٥) البيانات المجمعة عن درجات الطلبة (مقربة لأقرب عدد صحيح) في أحد المقررات الدراسية هي :

(أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(١٦) البيانات الخاصة بالمعدلات التراكمية لطلاب التعليم المطور للانتساب هي :

(أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

هل لاحظت الفرق بين الأسئلة (١٤) ، (١٥) ، (١٦)

(١٧) البيانات المجمعة عن الحالة الاجتماعية لسكان منطقة معينة هي :

(أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(١٨) البيانات المجمعة عن درجة الحرارة ساعة الظهيرة في عدد من مدن المملكة هي :

(أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

(١٩) البيانات المجمعة عن ماركات السيارات في أحد المواقف هي :

(أ) بيانات نوعية (ب) بيانات كمية متقطعة (ج) بيانات كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

الباب الثاني [التوزيعات التكرارية]

البيانات المنفصلة : هي بيانات إما أن تكون بيانات نوعية [تلك البيانات التي لا يمكن التعبير عن متغيرها بعدد] أو بيانات كمية متقطعة [تلك البيانات التي يأخذ فيها المتغير قيماً عددية معينة دون أي قيمة بينها ، أي بيانات كمية تُعد ولا تُقاس] .

البيانات المتصلة : هي بيانات عددية يمكن أن تُقاس [أي يأخذ المتغير فيها أي قيمة ممكنة بين قيمتين محددتين] .

ويمكن تقسيم هذا الباب إلى جزئين : الأول ويخص البيانات المنفصلة ، والثاني ويخص البيانات المتصلة

الجزء الأول : البيانات المنفصلة

(١) **عرض البيانات المنفصلة بواسطة الجداول :**

أرقام الأعمدة

(1)	(2)	(3)	(4)
المتغير x	التكرار f	التكرار النسبي $\bar{f}$	الزاوية المركزية المناظرة لقيمة x
8	20	$\frac{20}{100}=0.2$ or 20%	$\frac{20}{100}\times 360=72^\circ$
2	30	$\frac{30}{100}=0.3$ or 30%	$\frac{30}{100}\times 360=108^\circ$
4	35	$\frac{35}{100}=0.35$ or 35%	$\frac{35}{100}\times 360=126^\circ$
6	15	$\frac{15}{100}=0.15$ or 15%	$\frac{15}{100}\times 360=54^\circ$
	100	1 or 100%	360°
	$\sum f$	$\sum \bar{f}$	مجموع الزوايا المركزية

- الجدول المكون من العمودين (2) , (1) **بالجدول التكراري** [أو **التوزيع التكراري**] .
- ويمكن إضافة العمود (3) له [فقط عند الحاجة له] فيُسمى **بالجدول** (أو التوزيع) **التكراري النسبي** .
- ويمكن إضافة العمود (4) له [فقط عند تمثيل البيانات بيانياً بطريقة الدائرة] .

وفي هذا الجدول يكون :

- مجموع التكرارات $\sum f$: [نقوم بجمع تكرارات القيم معاً].
- التكرار النسبي $\bar{f}$ لأي قيمة : هو خارج قسمة تكرار تلك القيمة على مجموع التكرارات ويمكن أن يُوضع كنسبة عادية أو نسبة مئوية [بضرب النسبة العادية في ١٠٠] .
- مجموع التكرارات النسبة $\sum \bar{f}$: يجب أن يساوي ١ [أو ١٠٠%]
- الزاوية المركزية المناظرة لقيمة معينة لـــ x : نقوم بقسمة تكرار القيمة على مجموع التكرارات ثم نضرب الناتج في ٣٦٠ [أو نضرب التكرار النسبي (كنسبة) في ٣٦٠] .
- مجموع الزوايا المركزية : يجب أن يساوي ٣٦٠

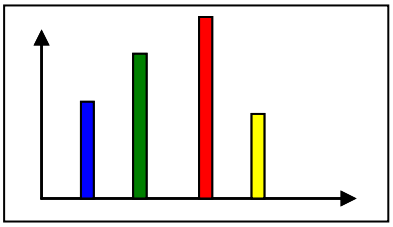
تذكر أن : **المدى R لمجموعة من البيانات هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة فيها**

وأن : **التكرار النسبي لقيمة ما = تكرار القيمة / مجموع التكرارات**

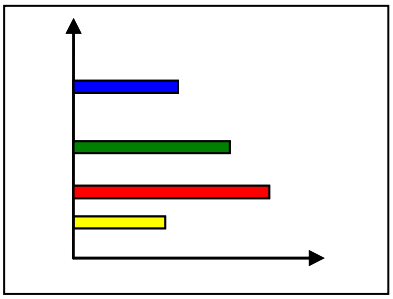
وأن **الزاوية المركزية لقيمة ما = (تكرار القيمة / مجموع التكرارات) × ٣٦٠**

أو **الزاوية المركزية لقيمة ما = التكرار النسبي للقيمة × ٣٦٠**

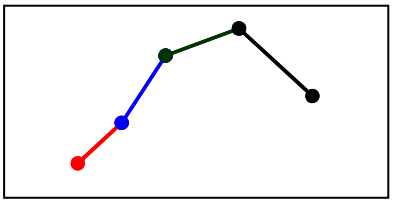
(٢) **عرض البيانات المنفصلة بيانياً :**



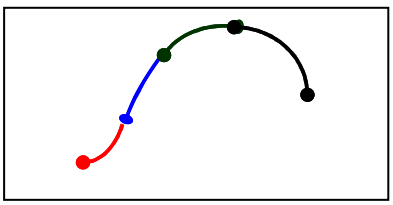
طريقة الأعمدة البسيطة : حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة [لا يهم عرض الأعمدة أو المسافات بينها ولكن المهم جداً أن تكون الأعمدة منفصلة عن بعضها] .



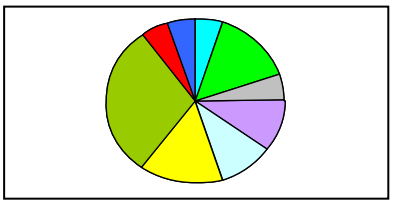
طريقة القضبان البسيطة : حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة [لا يهم سمك القضبان أو المسافات بينها ولكن المهم جداً أن تكون القضبان منفصلة عن بعضها] .



طريقة المضلع التكراري : حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)



طريقة المنحنى التكراري : حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط ممهد (باليد)



طريقة الدائرة : حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقطاع من دائرة وذلك طبقاً لتكرارها

ويُكتفى بحل مثال واحد لتثبيت المفاهيم السابقة [ليكن مثال (٢-٥)/المحاضرة الخامسة/شريحة ١٤] وسنعرضه هنا كالتالي :

ويُكتفى بحل مثال واحد لتثبيت المفاهيم السابقة [ليكن مثال (٢-٥)/المحاضرة ٥/شريحة ١٤] وسنعرضه هنا كالتالي [وكفاية تفهم كيف تمت الحسابات ، يعني مش لازم تعملها كلها ، لكن تكون فاهم من أين جاءت تلك القيم]

مثال (١) [مثال (٢-٥) على البيانات المنفصلة/المحاضرة ٥/شريحة ١٤] : تم سؤال عدد من طلاب كليتي الآداب والتربية عن عدد حوادث السيارات التي تعرضوا لها خلال العام الماضي ودونت إجاباتهم في الجدول التالي :

المتغير x [عدد الحوادث]	0	1	2	3
التكرار f [عدد الطلاب]	9	11	7	3

المطلوب وضع هذه البيانات في جدول يبين التكرار النسبي لكل قيمة من قيم المتغير والزاوية المركزية المناظرة لكل قيمة وأيضاً عرض البيانات بطريقة مختلفة .

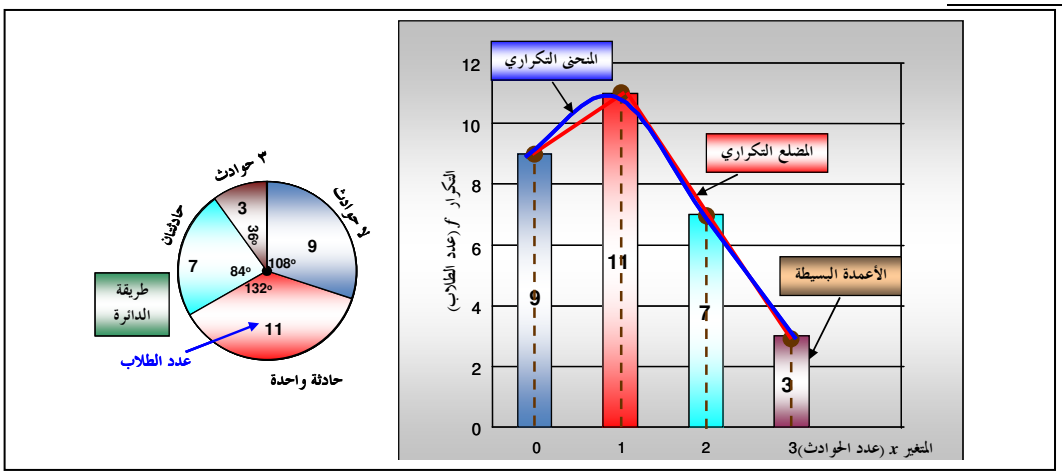
الحل : الجدول :

الجدول التكراري

المتغير x (عدد الحوادث)	التكرار f (عدد الطلاب)	التكرار النسبي $\bar{f}$	الزاوية المركزية
0	9	0.3 or 30%	$(9 \div 30) \times 360 = 108^{o}$
1	11	0.37 or 37%	$(11 \div 30) \times 360 = 132^{o}$
2	7	0.23 or 23%	$(7 \div 30) \times 360 = 84^{o}$
3	3	0.1 or 10%	$(3 \div 30) \times 360 = 36^{o}$
	$\sum f = 30$	$\sum \bar{f} = 1$ or 100%	مجموع الزوايا = 360

الجدول التكراري النسبي

الطرق البيانية المختلفة :



تدريبات (٢)

اختر الإجابة الصحيحة

(١) البيانات المنفصلة هي :

(أ) بيانات نوعية فقط (ب) بيانات كمية متقطعة فقط

(ج) أي بيانات كمية يمكن أن تُقاس (د) بيانات نوعية أو كمية متقطعة

(٢) البيانات المتصلة هي :

(أ) بيانات نوعية فقط (ب) بيانات كمية متقطعة فقط

(ج) أي بيانات كمية يمكن أن تُقاس (د) بيانات نوعية أو كمية متقطعة

(٣) المدى R يمكن تحديده لـــ :

(أ) البيانات النوعية فقط (ب) البيانات الكمية المتقطعة فقط

(ج) أي بيانات كمية (د) أي بيانات

(٤) المدى R لمجموعة من البيانات هو :

(أ) أكثر القيم تكراراً في البيانات (ب) أكبر قيمة في البيانات

(ج) أصغر قيمة في البيانات (د) الفرق بين أكبر وأصغر قيمة من البيانات

(٥) المدى R لمجموعة القيم $2\ ,10\ ,4\ ,5\ ,5\ ,7$ هو :

(أ) 5 (ب) 8 (ج) 2 (د) 10

(٦) التكرار النسبي $\bar{f}$ لأي قيمة في مجموعة من القيم هو :

(أ) خارج قسمة القيمة على مجموع القيم . (ب) خارج قسمة تكرار القيمة على مجموع التكرارات .

(ج) خارج قسمة مجموع التكرارات على تكرار القيمة (د) خارج قسمة القيمة على مجموع التكرارات .

(٧) الزاوية المركزية لأي قيمة في مجموعة من القيم هو :

(أ) (القيمة ÷ مجموع القيم) × ٣٦٠ (ب) تكرار القيمة × ٣٦٠

(ج) تكرار القيمة ÷ ٣٦٠ (د) التكرار النسبي للقيمة × ٣٦٠

(٨) في طريقة **الأعمدة البسيطة** لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـــ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

(٩) في طريقة **القضبان البسيطة** لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـــ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

(١٠) في طريقة **المضلع التكراري** لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـــ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

(١١) في طريقة **المنحنى التكراري** لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـــ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط ممهد (باليد)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

(١٢) في طريقة **الدائرة** لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـــ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

خاص بالأسئلة من (١٣) إلى (١٨) : الجدول التالي يبين الجدول التكراري لأعمار ١٠ ممرضات تعملن في أحد أقسام إحدى المستشفيات ، من هذا الجدول :

خاص بالمسائل من ١٣ إلى ١٨

المتغير (العمر) x	التكرار f
22	2
25	3
28	2
31	1
32	1
35	1
	$\sum f$

(١٣) مجموع التكرارات $\sum f$ تساوي :

(أ) 3 (ب) 2 (ج) 10 (د) 18

(١٤) المدى R للعمر هو :

(أ) 3 (ب) 2 (ج) 10 (د) 13

(١٥) زاوية القياس المناظرة للعمر 31 تساوي :

(أ) 36^{o} (ب) 360^{o} (ج) 72^{o} (د) 108^{o}

(١٦) التكرار النسبي للعمر "25 سنة" هو :

(أ) 0.2 (ب) 0.3 (ج) 0.1 (د) 1

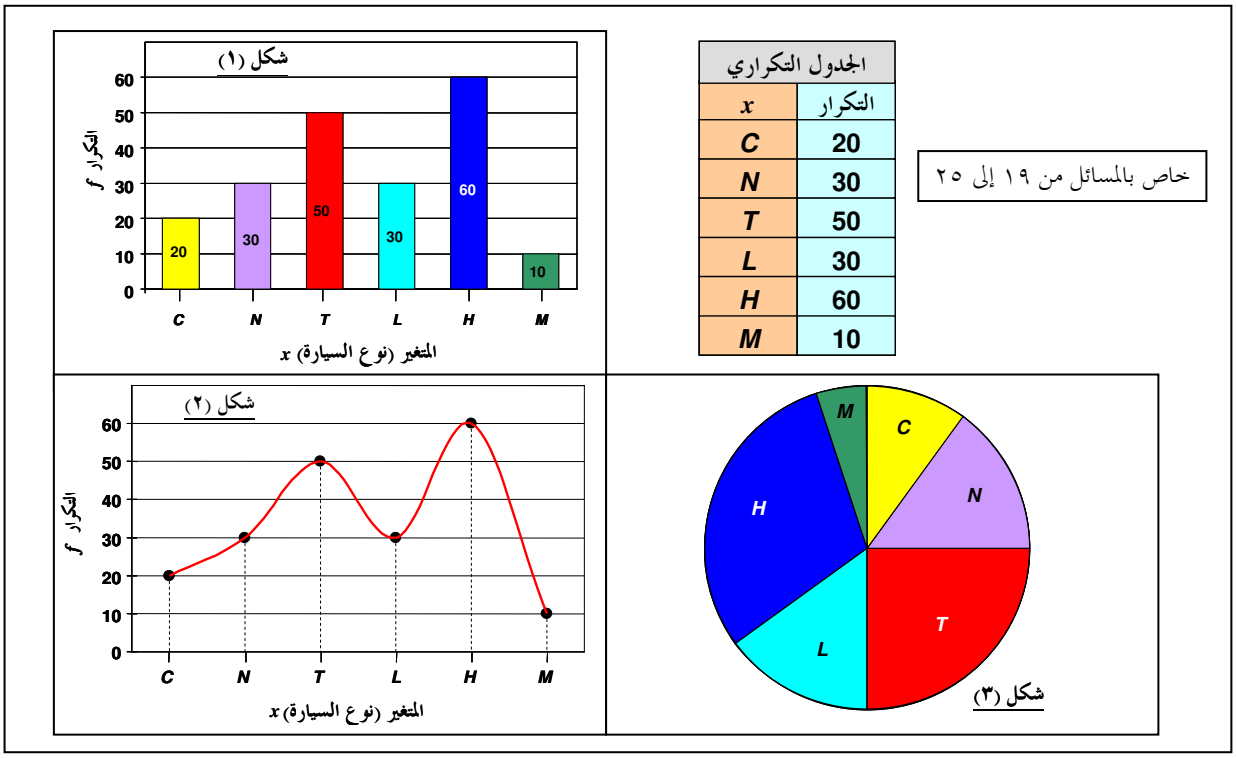
(١٧) عدد الممرضات اللاتي يزيد أعمارهن عن 32 سنة هو :

(أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 5

(١٨) النسبة المئوية للممرضات اللاتي أعمارهن 31 سنة فأقل هي :

(أ) 0.8 (ب) 0.7 (ج) 70% (د) 80%

خاص بالأسئلة من (١٩) على (٢٥) : الجدول التكراري المعطى يبين عدد السيارات الموجودة في أحد المواقف طبقاً لنوع السيارة $[C, N, T, L, H, M]$



(١٩) شكل (١) يبين طريقة ..... لتمثيل هذه البيانات بيانياً .

(أ) المضلع التكراري (ب) المنحنى التكراري (ج) الأعمدة البسيطة (د) الدائرة

(٢٠) بينما شكل (٢) يبين طريقة ..... لتمثيل هذه البيانات بيانياً .

(أ) المضلع التكراري (ب) المنحنى التكراري (ج) الأعمدة البسيطة (د) الدائرة

(٢١) شكل (٣) يبين طريقة ..... لتمثيل هذه البيانات بيانياً .

(أ) المضلع التكراري (ب) المنحنى التكراري (ج) الأعمدة البسيطة (د) الدائرة

(٢٢) عدد السيارات الموجودة بالموقف هو :

(أ) 100 (ب) 150 (ج) 200 (د) 250

(٢٣) التكرار النسبي للسيارات من النوع C هو :

(أ) 10 (ب) 10% (ج) 0.1 (د) 0.2

(٢٤) النسبة المئوية للسيارات من النوع T هي :

(أ) 50 (ب) 50% (ج) 0.25 (د) 25%

(٢٥) الزاوية المركزية للسيارات من النوع H تساوي

(أ) 108^o (ب) 36^o (ج) 90^o (د) 18^o

خاص بالأسئلة من (٢٦) إلى (٢٩) : الجدول المرافق يبين درجات ٢٠ طالباً في أحد المقررات الدراسية :

الدرجة	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار	2	2	3	6	1	1	1	3	1

(٢٦) عدد الطلاب الحاصلين على 94 فأقل هو

(أ) 3 (ب) 0.15 (ج) 4 (د) 7

(٢٧) عدد الطلاب الحاصلين على درجة أقل من 94 هو

(أ) 3 (ب) 0.15 (ج) 4 (د) 7

(٢٨) نسبة الطلاب الحاصلين على 94 فأقل هي

(أ) 0.35 (ب) 35% (ج) 4 (د) 7

(٢٩) النسبة المئوية للطلاب الحاصلين على 94 فأقل هي

(أ) 0.35 (ب) 35% (ج) 4 (د) 7

خاص بالأسئلة من (٣٠) على (٣٣): الجدول المرافق يبين أعمار عدد من العاملات في إحدى المؤسسات (لأقرب سنة) :

المتغير (العمر) x	التكرار (العدد) f	الزاوية المركزية
20	20	72^o
25	?	36^o
30	30	?
35	?	?
	$\sum f$	

(٣٠) عدد العاملات ذات العمر 25 سنة هو :

(أ) 10 (ب) 20 (ج) 30 (د) 40

(٣١) الزاوية المركزية المناظرة للعمر 30 سنة تساوي

(أ) 36^o (ب) 72^o (ج) 108^o (د) 144^o

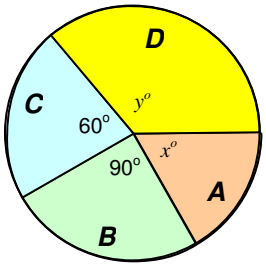
(٣٢) الزاوية المركزية المناظرة للعمر 35 سنة تساوي

(أ) 36^o (ب) 72^o (ج) 108^o (د) 144^o

(٣٣) عدد العاملات الكلي [أي مجموع التكرارات]

(أ) 95 (ب) 100 (ج) 105 (د) 110

خاص بالأسئلة من (٣٤) إلى (٣٧) : الشكل المقابل يبين مبيعات أربع شركات A, B, C, D لبيع لعب الأطفال وذلك خلال أحد الأعياد ، فإذا كان عدد اللعب الكلي التي تم بيعها بواسطة هذه الشركات هو 5400 لعبة ، فإن :



(٣٤) النسبة المئوية لمبيعات الشركة B هي

(أ) 25% (ب) 30% (ج) 40% (د) 60%

(٣٥) عدد اللعب التي باعتها الشركة C هو

(أ) 900 (ب) 2250 (ج) 3150 (د) 1350

(٣٦) عدد اللعب التي باعتها الشركتان A, D معاً هو

(أ) 900 (ب) 2250 (ج) 3150 (د) 1350

(٣٧) نسبة مبيعات الشركة B إلى مبيعات الشركة C هي كالنسبة بين

(أ) 4 إلى 3 (ب) 2 إلى 3 (ج) 3 إلى 4 (د) 3 إلى 2

خاص بالأسئلة من (٣٨) إلى () : في إحصائية لعمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بُعد بجامعة الملك فيصل عن أعداد الطلاب والطالبات الذين تقدموا لاختبارات التعليم المطور للانتساب في الفصل الدراسي الثاني للعام الجامعي ١٤٣٠/١٤٣١ هـ في تخصصات إدارة أعمال وتربية خاصة وآداب كانت البيانات كما هو موضح بالجدول المزدوج التالي :

	طالبات F	طلاب M
إدارة أعمال	480	1480
آداب	2000	3000
تربية خاصة	2560	2000

(٥٣) عدد الطالبات اللاتي تقدمن للاختبارات هو

(أ) 480 (ب) 2000 (ج) 2580 (د) 5040

(٥٤) عدد الطلبة (طالبات وطلاب) الذين تقدموا للاختبارات في تخصص تربية خاصة

(أ) 4560 (ب) 11520 (ج) 6480 (د) 5000

(٥٥) عدد الطلبة (طالبات وطلاب) الذين تقدموا للاختبارات

(أ) 5040 (ب) 5000 (ج) 5040 (د) 6480

(٥٦) نسبة الطلاب (الذكور) تخصص آداب الذين تقدموا للاختبارات وذلك بالقياس لجميع المتقدمين للاختبارات هي (تقريباً)

(أ) 60% (ب) 46.3% (ج) 26% (د) 59.5%

(٥٧) نسبة الطالبات (الإناث) تخصص تربية الذين تقدمن للاختبارات وذلك بالقياس لجميع المتقدمين للاختبارات من تخصص تربية هي (تقريباً)

(أ) 56.1% (ب) 50.8% (ج) 22.2% (د) 39.5%

تابع مراجعة الباب الثاني

الجزء الثاني : البيانات المتصلة

(١) **البيانات المتصلة :**

- في حالة البيانات الكمية المتصلة تكون قيم المتغير x هنا معطاة على صورة فترات أو ما يُسمى بـــ **الفئات** كما هو مبين [٦ فئات] حيث :

الفئة	المتغير x
الأولى	$0 \le x < 20$
الثانية	$20 \le x < 30$
الثالثة	$30 \le x < 35$
الرابعة	$35 \le x < 40$
الخامسة	$40 \le x < 50$
السادسة	$50 \le x < 60$

الفئة الأولى : $0 \le x < 20$ يكون المتغير أكبر من أو يساوي 0 إلى ما قبل 20

الفئة الثانية : $20 \le x < 30$ يكون المتغير أكبر من أو يساوي 20 إلى ما قبل 30

.....

الفئة السادسة : $50 \le x < 60$ يكون المتغير أكبر من أو يساوي 50 إلى ما قبل 60

- لكل فئة حدان : حد **أدنى** وحد **أعلى** ،

فالفئة الأولى : حدها الأدنى 0 والأعلى 20 والفئة الثانية : حدها الأدنى 20 والأعلى 30

..... والفئة السادسة : حدها الأدنى 50 والأعلى 60

والحد الأدنى لفئة هو الحد الأعلى للفئة السابقة لها ، والحد الأعلى لفئة هو الحد الأدنى للفئة التالية
أي أن الفئات متصلة ولا فراغات بينها

- لكل فئة **طول** c حيث :

طول الفئة = حدها الأعلى – حدها الأدنى

فبالرجوع للجدول السابق يكون طول :

الفئة الأولى : $20 - 0 = 20$ ، والفئة الثانية : $30 - 20 = 10$

..... ، والفئة السادسة : $60 - 50 = 10$

أي أن أطوال الفئات (بوجهٍ عام) تكون غير متساوية

- لكل فئة **مركز** x_0 وهو قيمة المتغير الواقعة في منتصف تلك الفئة ويتحدد كالآتي :

$$\text{مركز أي فئة} = \frac{\text{حد الفئة الأدنى + حدها الأعلى}}{2}$$

فبالرجوع للجدول السابق يكون مركز :

الفئة الأولى : $\frac{0+20}{2} = 10$ ، والفئة الثانية : $\frac{20+30}{2} = 25$

..... ، والفئة السادسة : $\frac{50+60}{2} = 55$

- ويمكن تجميع كل ما تقدم من معلومات في الجدول التالي :

الفئة	المتغير x	طول الفئة c	مركز الفئة x_0
الأولى	$0 \le x < 20$	$20 - 0 = 20$	$(0 + 20) \div 2 = 10$
الثانية	$20 \le x < 30$	$30 - 20 = 10$	$(20 + 30) \div 2 = 25$
الثالثة	$30 \le x < 35$	$35 - 30 = 5$	$(30 + 35) \div 2 = 32.5$
الرابعة	$35 \le x < 40$	$40 - 35 = 5$	$(35 + 40) \div 2 = 37.5$
الخامسة	$40 \le x < 50$	$50 - 40 = 10$	$(40 + 50) \div 2 = 45$
السادسة	$50 \le x < 60$	$60 - 50 = 10$	$(50 + 60) \div 2 = 55$

(٢) **عرض البيانات المتصلة بواسطة الجداول :**

أولاً : الجدول (التوزيع) التكراري : وهو جدول يوضح فئات المتغير x مع تكرار كل فئة [أي عدد القيم الواقعة في تلك الفئة .

ثانياً : الجدول (التوزيع) التكراري النسبي: حيث يُضاف للجدول المبين عمود ثالث يوضح التكرار النسبي لكل فئة (كنسبة عادية أو نسبة مئوية) حيث :

$$\text{التكرار النسبي لفئة ما} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

المتغير x	التكرار f	التكرار النسبي $\bar{f}$
$0 \le x < 20$	4	$4 \div 50 = 0.08$ or 8%
$20 \le x < 30$	16	$16 \div 50 = 0.32$ or 32%
$30 \le x < 35$	12	$12 \div 50 = 0.24$ or 24%
$35 \le x < 40$	10	$10 \div 50 = 0.20$ or 20%
$40 \le x < 50$	6	$6 \div 50 = 0.12$ or 12%
$50 \le x < 60$	2	$2 \div 50 = 0.04$ or 4%
	$\sum f = 50$	$\sum \bar{f} = 1$ or 100%

الجدول (التوزيع) التكراري

الجدول (التوزيع) التكراري النسبي

ثالثاً : الجدول (التوزيع) التكراري المتجمع الصاعد والمتجمع الهابط(النازل) :

تعريف التكرار المتجمع الصاعد :

التكرار المتجمع الصاعد المناظر لقيمة معية a لمتغير x هو مجموع تكرارات جميع قيم المتغير الأقل من a

فمثلاً ، التكرار المتجمع الصاعد المناظر للقيمة 40 [في الجدول السابق] هو مجموع تكرارات كل القيم الأقل من 40 [أي مجموع تكرارات الفئات الأولى والثانية والثالثة والرابعة] ، أي :

$$4 + 16 + 12 + 10 = 42$$

تعريف التكرار المتجمع الهابط (أو النازل) :

التكرار المتجمع الهابط المناظر لقيمة معية a لمتغير x هو مجموع تكرارات جميع قيم x الأكبر من أو تساوي a

فمثلاً ، التكرار المتجمع الهابط المناظر للقيمة 40 [في الجدول السابق] هو مجموع تكرارات كل القيم الأكبر من أو تساوي 40 [أي مجموع تكرارات الفئات الخامسة والسادسة] ، أي :

$$6 + 2 = 8$$

وعلى هذا الأساس يمكن تكوين ما يُسمى **بالجدول التكراري المتجمع الصاعد** و**الجدول التكراري المتجمع الهابط** كما هو مبين ، مع مراعاة الآتي :

١. في الجدول التكراري المتجمع **الصاعد** تكون عناصر العمود الأول [عمود المتغير x] هي **الحدود الدنيا للفئات** مسبوقة بعلامة "**أقل من**" والعنصر الأخير هو الحد الأعلى للفئة الأخيرة مسبوقاً أيضاً بعلامة "أقل من" . نفس الشيء في الجدول التكراري المتجمع **الهابط** لكن العلامة تكون "**أكبر من أو تساوي**" بدلاً من "أقل من" .

٢. في الجدول التكراري المتجمع **الصاعد** يزداد التكرار المتجمع [العمود الثاني] كلما اتجهنا لأسفل الجدول بادئين بالقيمة 0 (أعلى الجدول) ثم نضيف تكرارات الفئات فئة تلو الأخرى كلما اتجهنا للأسفل حتى ننتهي بالقيمة $\sum f$ [مجموع التكرارات (أسفل الجدول)] ، أما في الجدول التكراري المتجمع **الهابط** يزداد التكرار المتجمع [العمود الثاني] كلما اتجهنا لأعلى الجدول بادئين بالقيمة 0 (أسفل الجدول) ثم نضيف تكرارات الفئات فئة تلو الأخرى كلما اتجهنا لأعلى الجدول حتى ننتهي بالقيمة $\sum f$ [مجموع التكرارات (أعلى الجدول)] .

الجدول التكراري

المتغير x	التكرار
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

يُسمى أحياناً بجدول "**الأقل من**"

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد

المتغير x	التكرار المتجمع
< 0	0
< 20	0 + 4 = 4
< 30	4 + 16 = 20
< 35	20 + 12 = 32
< 40	32 + 10 = 42
< 50	42 + 6 = 48
< 60	48 + 2 = 50

0 ، $\sum f$

يُسمى أحياناً بجدول "**الأكبر من أو يساوي**"

التوزيع التكراري المتجمع الهابط

المتغير x	التكرار المتجمع
≥ 0	46 + 4 = 50
≥ 20	30 + 16 = 46
≥ 30	18 + 12 = 30
≥ 35	8 + 10 = 18
≥ 40	2 + 6 = 8
≥ 50	0 + 2 = 2
≥ 60	0

$\sum f$ ، 0

ويمكن إضافة [لأي من الجدولين] عمود يمثل "**التكرار المتجمع النسبي**" حيث :

$$\text{التكرار المتجمع النسبي} = \frac{\text{التكرار المتجمع}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

ليصبح الجدول المتجمع الصاعد (مثلاً) على الصورة :

الجدول (التوزيع) التكراري (أو التكراري النسبي) المتجمع الصاعد		
التكرار المتجمع النسبي	التكرار المتجمع	المتغير x
$0 \div 50 = 0$ [0%]	0	< 0
$4 \div 50 = 0.08$ [8%]	$0 + 4 = 4$	< 20
$20 \div 50 = 0.40$ [40%]	$4 + 16 = 20$	< 30
$32 \div 50 = 0.64$ [64%]	$20 + 12 =$	< 35
$42 \div 50 = 0.84$ [84%]	$32 + 10 = 42$	< 40
$48 \div 50 = 0.96$ [96%]	$42 + 6 = 48$	< 50
$50 \div 50 = 1$ [100%]	$48 + 2 = 50$	< 60

ملحوظة : الجداول (التوزيعات) التكرارية المفتوحة :

هي جداول إما أن تكون مفتوحة من أسفل أو من أعلى أو من الطرفين .

مفتوح من أسفل

x	f
$x < 6$	20
$6 \le x < 12$	25
$12 \le x < 15$	35
$15 \le x < 18$	18

الحد الأدنى للفئة الأولى غير معلوم

مفتوح من أعلى

x	f
$6 \le x < 12$	20
$12 \le x < 15$	25
$15 \le x < 18$	35
$x \ge 18$	18

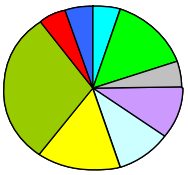
الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معلوم

مفتوح من الطرفين

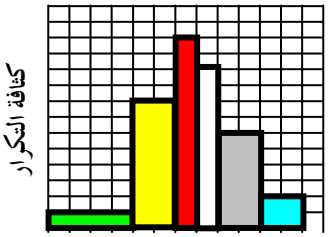
x	f
$x < 6$	20
$6 \le x < 12$	25
$12 \le x < 15$	35
$x \ge 15$	18

الحدان الأدنى (للفئة الأولى) والأعلى (للفئة الأخيرة) غير معلومين

(٣) **عرض البيانات المتصلة بيانياً :**



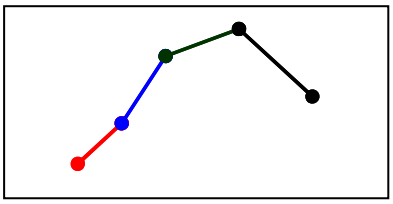
طريقة الدائرة : مثل حالة البيانات المنفصلة حيث تُمثل كل **فئة** من الفئات بقطاع من دائرة وذلك طبقاً لتكرارها .



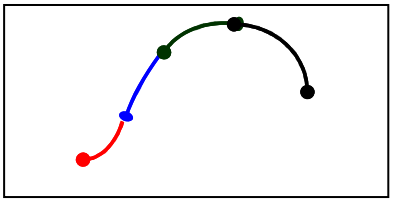
طريقة المدرج التكراري : حيث تُمثل الفئات بمستطيلات متلاصقة بحيث يمثل كل مستطيل إحدى الفئات ، بحيث تقع قاعدة المستطيل (الممثل لفئة ما) على المحور الأفقي [محور المتغير] وممتدة بين الحد الأدنى للفئة وحدها الأعلى [أي **طول قاعدة المستطيل**

يساوي طول الفئة] وارتفاعه هو كثافة تكرار الفئة ومساحته هي تكرار الفئة .

$$\text{كثافة التكرار لفئة} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{طول الفئة}}$$

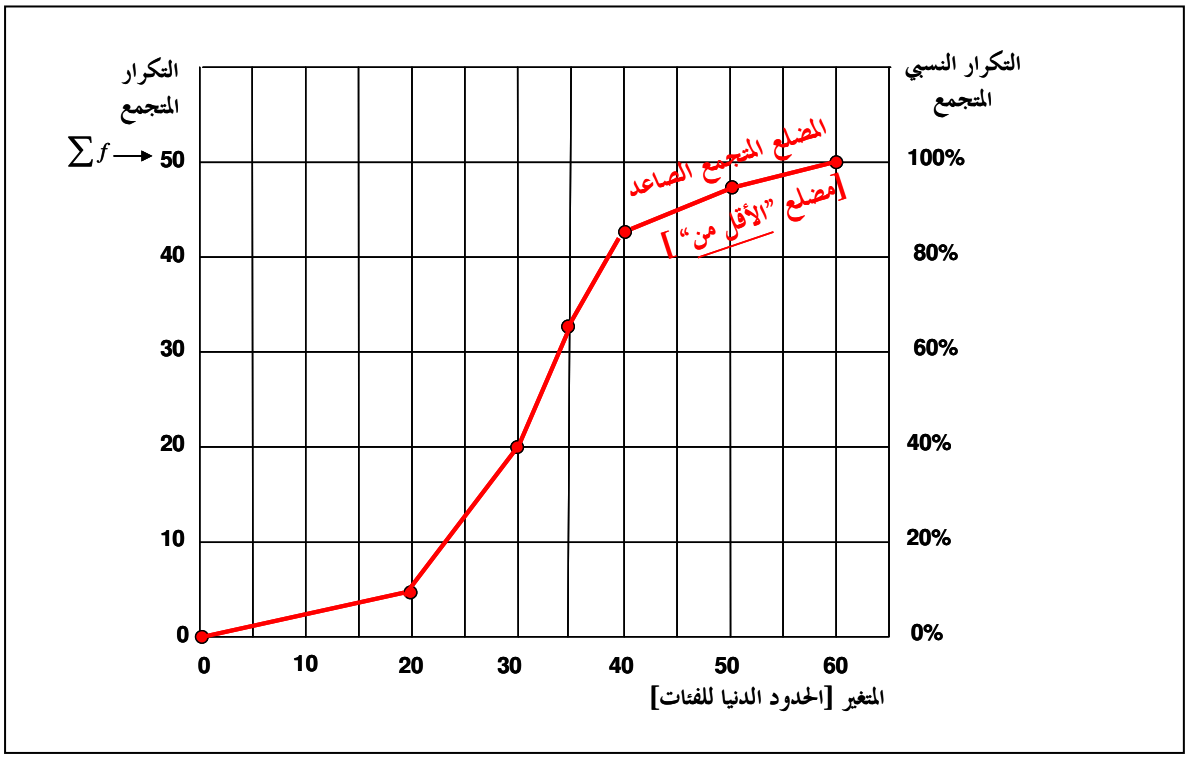


طريقة المضلع التكراري : حيث تُمثل كل فئة من الفئات بنقطة إحداثياتها هي مركز الفئة وكثافة تكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة) .

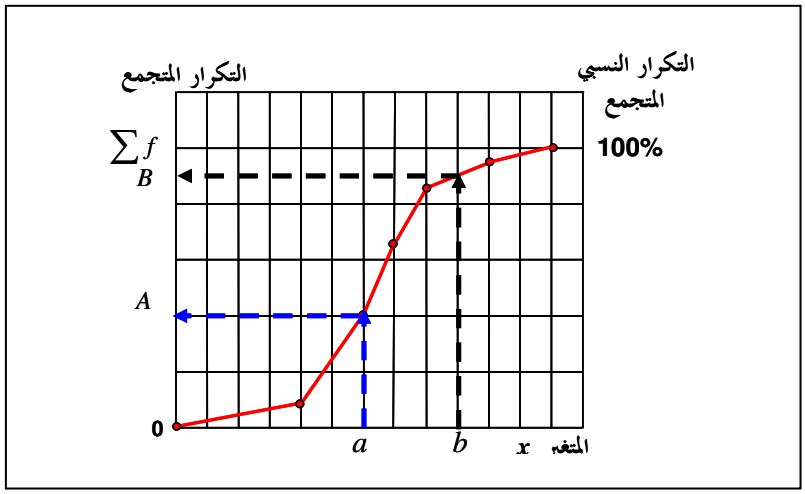


طريقة المنحنى التكراري : حيث تُمثل كل فئة من الفئات بنقطة إحداثياتها هي مركز الفئة وكثافة تكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط ممهد (باليد) .

طريقة المضلع التكراري المتجمع الصاعد: حيث تُمثل كل فئة من الفئات بنقطة إحداثياتها هي الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع الصاعد المناظر ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة) ، وهنا لابد من تكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد . وأحياناً يُسمى هذا المضلع بـــ "مضلع الأقل من" .

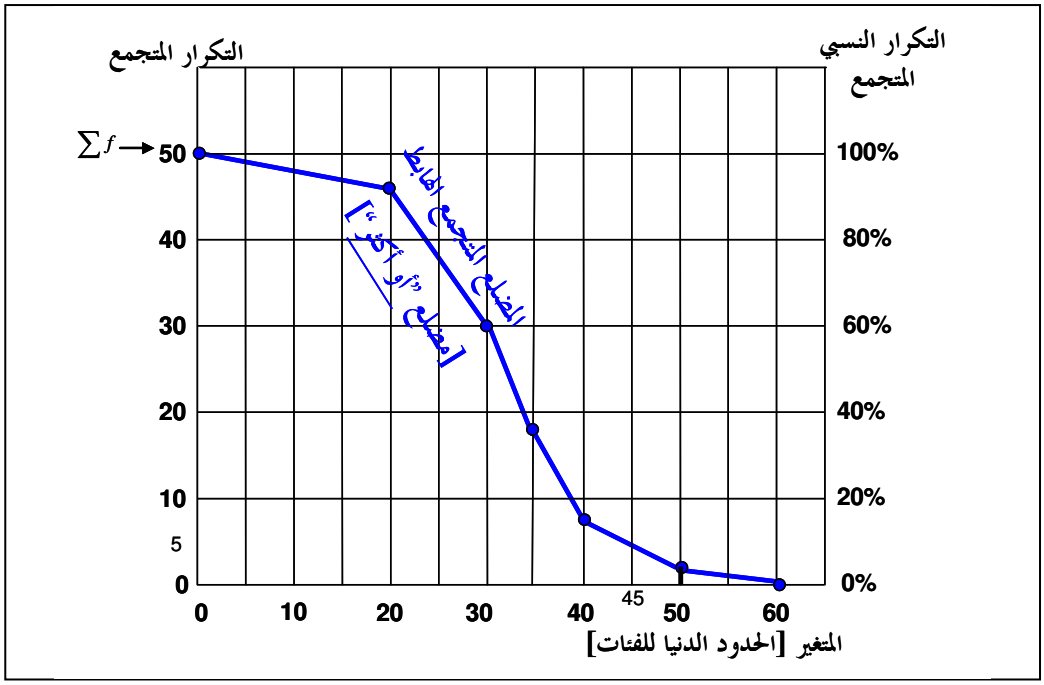


ويفيد المضلع التكراري المتجمع الصاعد في الرد على العديد من الأسئلة مثل :



- حسب التكرار المتجمع المناظر لـــ "$x < a$" . الإجابة A
- احسب التكرار المتجمع المناظر لـــ "$x \geq a$" : الإجابة : مجموع التكرارات مطروح منها A .
- احسب التكرار المتجمع المناظر لـــ "$a \leq x < b$" : الإجابة B مطروح منها A .

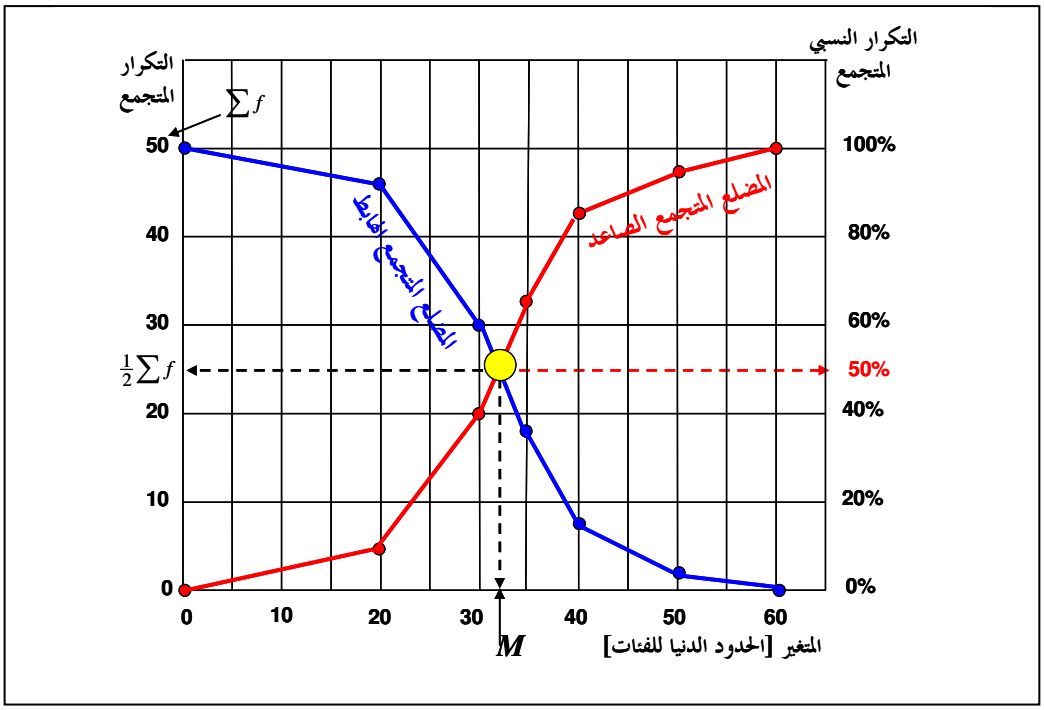
طريقة المضلع التكراري المتجمع الهابط: وهو مشابه للمضلع التكراري المتجمع الصاعد مع الاختلاف أن كل فئة تُمثل بنقطة إحداثياتها هي **الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع الهابط المناظر** ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة) وهنا لابد من تكوين الجدول التكراري المتجمع الهابط . وأحياناً يُسمى هذا المضلع بـــ "**مضلع الأكبر من أو يساوي**" .



ويتقاطع المضلعان التكراريان الصاعد والهابط في نقطة تكون قيمة المتغير المناظرة لها هي **الوسيط** M للبيانات ، وهي قيمة :

- **تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين متساويتين في العدد .**

- يناظرها تكرار متجمع قدره $\frac{1}{2}\sum f$
- يناظرها تكرار متجمع نسبي قدره 50% .



ويُكتفى بحل مثال واحد لتثبيت المفاهيم السابقة [ليكن مثال (٢-٦)/المحاضرة ٥/شريحة ١٦] وسنعرضه هنا كالتالي [وكفاية تفهم كيف تمت الحسابات ، يعني مش لازم تعملها كلها ، لكن تكون فاهم من أين جاءت تلك القيم]

مثال (٢) : الجدول التالي يبين الأجر الشهري x [بآلاف الريالات السعودية] لـــ 70 عاملاً في إحدى الشركات :

x	$1 \le x < 3$	$3 \le x < 5$	$5 \le x < 7$	$7 \le x < 10$
f	14	29	18	9

(أ) أوجد المدى R للأجور .

(ب) اعرض البيانات السابقة باستخدام طريقة الدائرة ، المدرج التكراري ، المضلع التكراري .

(ج) كون كلاً من الجدولين التكراري المتجمع الصاعد والتكراري المتجمع الهابط .

(د) ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ومنه قدر عدد العاملين الذين يحصلون على أجر :

(١) أقل من 2.5 ألف شهرياً (٢) 6 آلاف شهرياً أو أكثر (٣) لا يقل عن 6.5 ألف شهرياً ولا يزيد عن 9 آلاف شهرياً

(هـــ) قدر قيمة الوسيط M للأجور .

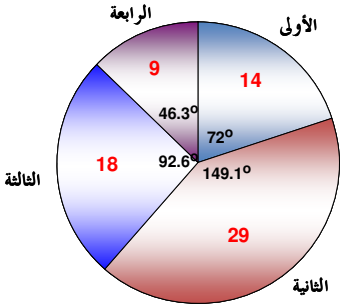
(أ) المدى R (بالألف ريال): هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات (الحد الأعلى للفئة الأخيرة) – أقل قيمة (الحد الأدنى للفئة الأولى

$$\therefore \quad R = 10 - 1 = \underline{\underline{9}} \qquad [\text{أي } ٩٠٠٠ \text{ ريال}]$$

(ب) عرض البيانات :

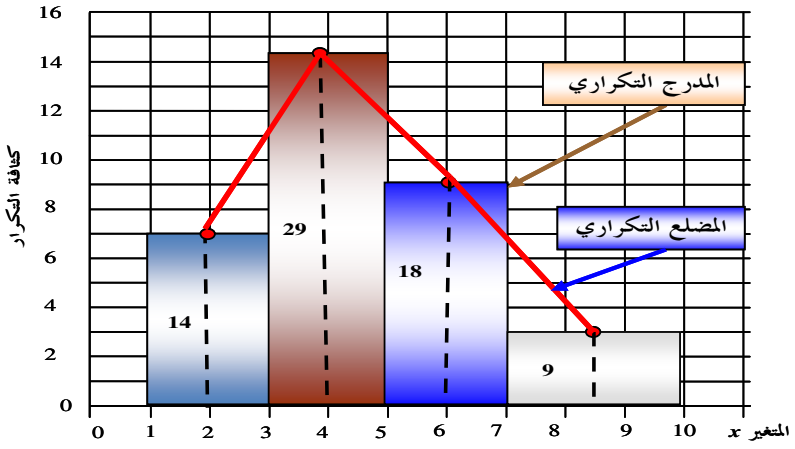
* بطريقة الدائرة : احسب الزاوية المركزية المناظرة لكل فئة [طبقاً لتكرارها] ثم قم بتمثيل كل فئة بقطاع طبقاً لهذه الزاوية .

الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	الزاوية المركزية
	الجدول التكراري		
الأولى	$1 \le x < 3$	14	$(14 \div 70) \times 360 = 72^o$
الثانية	$3 \le x < 5$	29	$(29 \div 70) \times 360 = 149.1^o$
الثالثة	$5 \le x < 7$	18	$(18 \div 70) \times 360 = 92.6^o$
الرابعة	$7 \le x < 10$	9	$(9 \div 70) \times 360 = 46.3^o$
		$\sum f = 70$	المجموع $= 360^o$



* بطريقة المدرج التكراري والمضلع التكراري : لابد من تحديد أطوال الفئات ومراكزها وكثافة تكرارها أولاً ثم نقوم برسم كلٍ من المدرج التكراري والمضلع التكراري .

الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f	طول الفئة c	مركز الفئة	كثافة التكرار	النقطة
	الجدول التكراري					
الأولى	$1 \le x < 3$	14	2	2	$14 \div 2 = 7$	(2 , 7)
الثانية	$3 \le x < 5$	29	2	4	$29 \div 2 = 14.5$	(4 , 14.5)
الثالثة	$5 \le x < 7$	18	2	6	$18 \div 2 = 9$	(6 , 9)
الرابعة	$7 \le x < 10$	9	3	8.5	$9 \div 3 = 3$	(8.5 , 3)
		$\sum f = 70$				



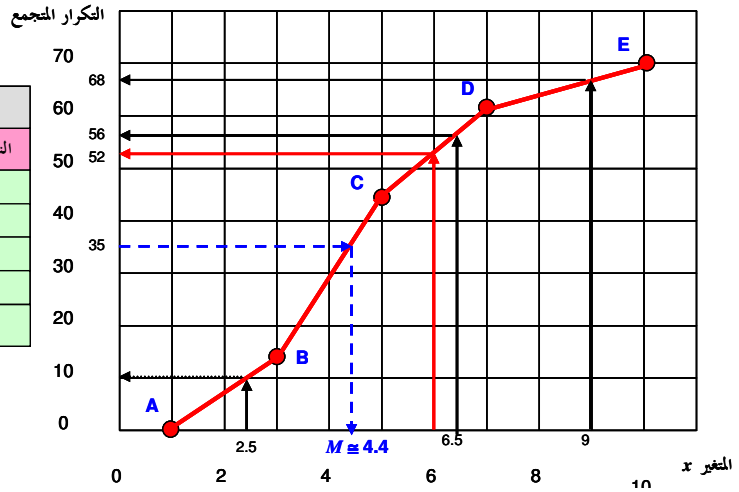
* الجدول التكراري المتجمع الصاعد والجدول التكراري المتجمع الهابط : من الجدول التكراري وبالطريقة التي بيناها في الجزء النظري السابق يمكن تكوين كلٍ من الجدولين .

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار المتجمع النسبي
< 1	0	0%
< 3	14	20%
< 5	43	61.4%
< 7	61	87.1%
< 10	70	100%

التوزيع التكراري المتجمع الهابط		
المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار المتجمع النسبي
≥ 1	70	100%
≥ 3	56	80%
≥ 5	27	38.6%
≥ 7	9	12.9%
≥ 10	0	0%

* المضلع التكراري المتجمع الصاعد: من الجدول التكراري المتجمع الصاعد نقوم بتحديد النقاط المراد توقيعها على ورقة الرسم البياني [النقاط $A\ ,\ B\ ,\ C\ ,\ D\ ,\ E$] ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بالمسطرة فنحصل على المضلع التكراري المتجمع الصاعد ، ومن هذا المضلع يمكن تحديد الآتي :

الجدول التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة على المضلع
< 1	0	A (1 , 0)
< 3	14	B (3 , 14)
< 5	43	C (5 , 43)
< 7	61	D (7 , 61)
< 10	$\sum f = 70$	E (10 , 70)



(١) عدد العاملين الذين يحصلون على أقل من 2.5 ألف شهرياً : عند القيمة 2.5 (على المحور الأفقي) نرسم خطاً رأسياً ونمده حتى يقابل المضلع في نقطة ، وعندها نتجه يساراً نحو المحور الرأسي ونرصد القراءة عندها [لأقرب عدد صحيح لأنه عدد] فنحصل على 10 وهو العدد المطلوب

(٢) عدد العاملين الذين يحصلون على 6 آلاف شهرياً أو أكثر : عند القيمة 6 (على المحور الأفقي) نرسم خطاً رأسياً ونمده حتى يقابل المضلع في نقطة ، وعندها نتجه يساراً نحو المحور الرأسي ونرصد القراءة عندها [لأقرب عدد صحيح لأنه عدد] فنحصل على 52 ، ولكن حيث أن المطلوب هو "أكثر من أو يساوي" نقوم بطرح هذه القراءة من المجموع الكلي للعمال (مجموع التكرارات) فنحصل على : [$70 - 52 = 18$] وهو العدد المطلوب .

(٣) عدد العاملين الذين يحصلون على أجر لا يقل عن 6.5 ألف شهرياً ولا يزيد على 9 آلاف : عند القيمتين 9 , 6.5 (على المحور الأفقي) نرسم خطين رأسيين ونمدهما حتى يقابلا المضلع في نقطتين ، وعندهما نتجه يساراً نحو المحور الرأسي ونرصد القراءتين عندهما [لأقرب عدد صحيح لأنه عدد] فنحصل على 68 , 56 على الترتيب ، وتكون الإجابة المطلوبة هي الفرق :

[$68 - 56 = 12$]

(٤) الوسيط M : على المحور الرأسي وعند تكرار قدره $\frac{1}{2}\sum f$ [أي 35] نرسم خطاً أفقياً حتى يقابل المضلع في نقطة ، عندها نتجه بالخط تجاه المحور الأفقي ونرصد القيمة M على المحور الأفقي [هذه لا يُشترط أن تكون عدد صحيح] فنحصل على M =4.4 [أي ٤٤٠٠ ريال] .

تدريبات (٣)

اختر الإجابة الصحيحة

(١) التكرار النسبي لفئة من الفئات هو :

(أ) النسبة بين الحد الأعلى للفئة ومجموع التكرارات (ب) خارج قسمة تكرار الفئة على طولها

(ج) نسبة تكرار الفئة إلى مجموع التكرارات (د) النسبة بين الحد الأدنى للفئة ومجموع التكرارات

(٢) في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية تكون مساحة أي مستطيل من المستطيلات هي :

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل (ب) التكرار النسبي للفئة التي يمثلها المستطيل

(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل (د) طول الفئة التي يمثلها المستطيل

(٣) في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية تكون طول قاعدة أي مستطيل من المستطيلات هي :

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل (ب) التكرار النسبي للفئة التي يمثلها المستطيل

(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل (د) طول الفئة التي يمثلها المستطيل

(٤) في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية يكون ارتفاع أي مستطيل من المستطيلات هو :

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل (ب) التكرار النسبي للفئة التي يمثلها المستطيل

(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل (د) طول الفئة التي يمثلها المستطيل

(٥) في المدرج التكراري لبيانات متصلة تكون المستطيلات الممثلة للفئات :

(أ) متلاصقة تماماً (أي لا مسافات بينها) (ب) منفصلة عن بعضها

(ج) متداخلة (د) فوق بعضها

(٦) في المضلع التكراري تُمثل كل فئة بنقطة إحداثياتها :

(أ) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأقل من هذا الحد .

(ب) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأكبر من أو تساوي هذا الحد .

(ج) مركز الفئة وكثافة تكرارها .

(د) مركز المستطيل الممثل لتلك الفئة

(٧) في المضلع التكراري المتجمع الصاعد تُمثل كل فئة بنقطة إحداثياتها :

(أ) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأقل من هذا الحد .

(ب) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأكبر من أو تساوي هذا الحد .

(ج) مركز الفئة وكثافة تكرارها .

(د) مركز المستطيل الممثل لتلك الفئة

(٨) في المضلع التكراري المتجمع الهابط تُمثل كل فئة بنقطة إحداثياتها :

(أ) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأقل من هذا الحد .

(ب) الحد الأدنى للفئة والتكرار المتجمع لجميع قيم المتغير الأكبر من أو تساوي هذا الحد .

(ج) مركز الفئة وكثافة تكرارها .

(د) مركز المستطيل الممثل لتلك الفئة

خاص بالأسئلة من (٩) إلى (١٤) : في التوزيع التكراري المبين :

الفئة	المتغير x	التكرار f
الأولى	$0 \le x < 20$	10
الثانية	$\ldots \le x < \ldots$	15
الثالثة	$30 \le x < \ldots$	20
الرابعة	$50 \le x < 60$	5

(٩) مجموع التكرارات $\sum f$ يساوي

(أ) 100 (ب) 200

(ج) 1 (د) 50

(١٠) التكرار النسبي للفئة الرابعة يساوي :

(أ) 0.2 (ب) 0.3 (ج) 0.1 (د) 0.4

(١١) مركز الفئة الأولى عند x تساوي :

(أ) 0 (ب) 10 (ج) 15 (د) 20

(١٢) كثافة تكرار الفئة الرابعة تساوي :

(أ) 0.1 (ب) 0.5 (ج) 5 (د) 55

(١٣) الحد الأعلى للفئة الثالثة هو :

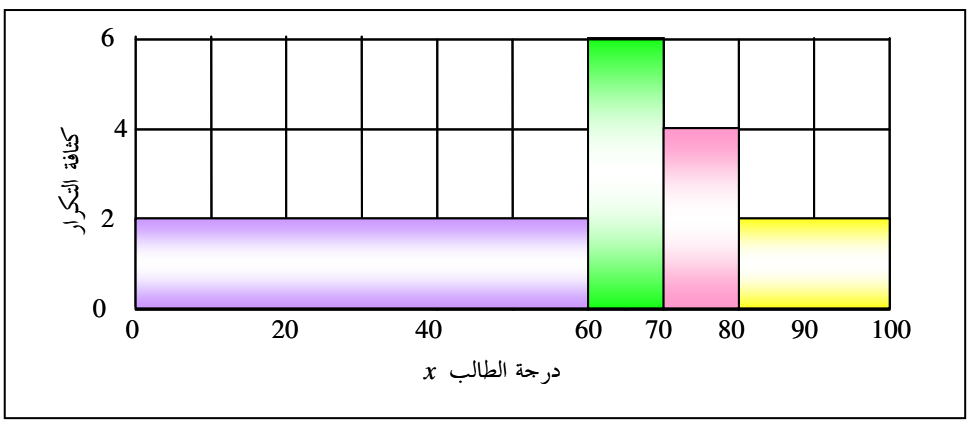
(أ) 20 (ب) 30 (ج) 40 (د) 50

(١٤) مركز الفئة الثانية عند x تساوي :

(أ) 25 (ب) 30 (ج) 35 (د) 15

خاص بالأسئلة من (١٥) إلى (٢٠) : المدرج التكراري المبين يوضح الدرجة x لعدد من الطلاب في مقرر مبادئ الإحصاء مقسمين على ٤ فئات ، من هذا المدرج يمكن استنتاج الآتي :

الفئة	(1)	(2)	(3)	(4)
الدرجة	$0 \le x < 60$	$60 \le x < 70$	$70 \le x < 80$	$80 \le x < 100$



(١٥) العدد الكلي للطلاب :

(أ) 120 (ب) 180 (ج) 220 (د) 260

(١٦) عدد الطلاب الراسبين [الحاصلين على درجة أقل من 60] :

(أ) 40 (ب) 60 (ج) 100 (د) 120

(١٧) عدد الطلاب الحاصلين على 80 فأكثر :

(أ) 40 (ب) 60 (ج) 100 (د) 120

(١٨) عدد الطلاب الحاصلين على تقدير $C+$ [أكثر من 75 وأقل من 80] :

(أ) 120 (ب) 60 (ج) 40 (د) 20

(١٩) عدد الطلاب الناجحين والحاصلين على تقدير B على الأكثر [أكثر من 60 وأقل من 80] :

(أ) 40 (ب) 60 (ج) 100 (د) 120

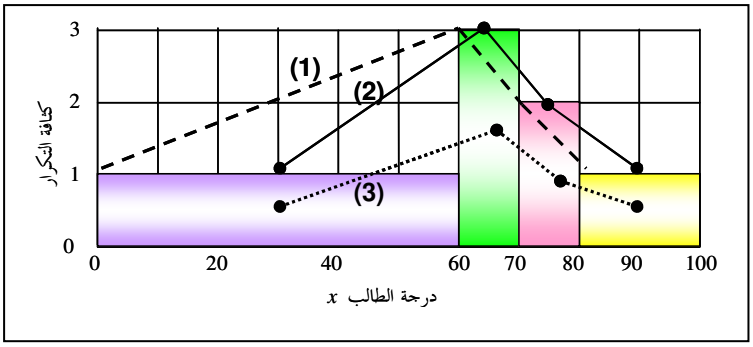
(٢٠) الخط المنكسر الذي يمثل المضلع التكراري للبيانات السابقة :

(أ) الخط المنكسر (1)

(أ) الخط المنكسر (2)

(أ) الخط المنكسر (3)

(د) ليس أي خط مما سبق .



خاص بالأسئلة من (٢١) إلى (٨٨) : الشكل المرافق يبين المضلع التكراري المتجمع الصاعد لدرجات عدد من الطلاب في مقرر مبادئ الإدارة ، من هذا الشكل يمكن أن نستنتج ن :

(٢١) العدد الكلي للطلاب هو :

(أ) 50 (ب) 100 (ج) 150 (د) 200

(٢٢) الوسيط M لدرجات الطلاب يقع بين :

(أ) 40 , 45 (ب) 50 , 55 (ج) 65 , 70 (د) 75 , 80

(٢٣) عدد الطلاب الحاصلات على درجة أقل من 40 هو :

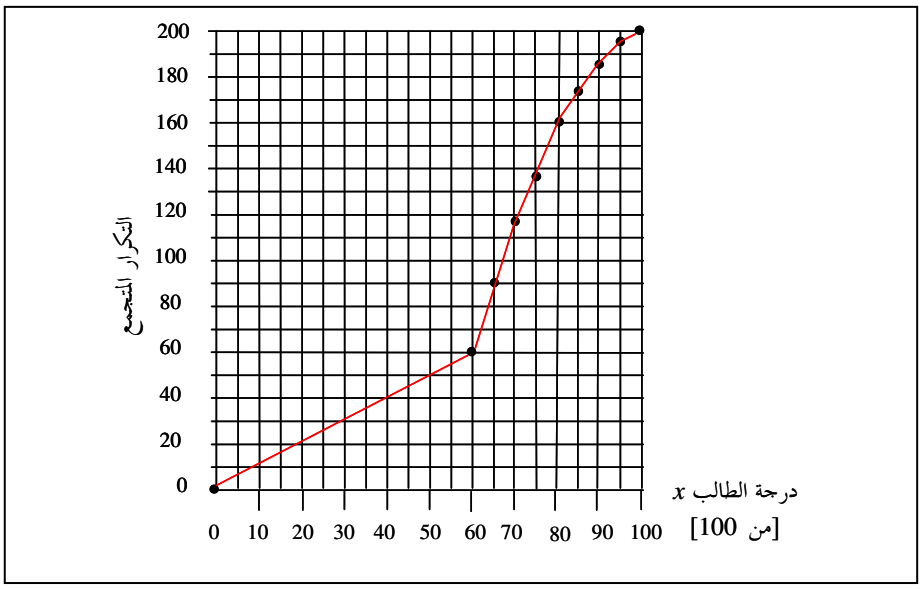
(أ) 20% (ب) 40 (ج) 160 (د) 80%

(٢٤) نسبة الطلاب الحاصلين على تقدير $D+$ على الأقل [أي على درجة 65 فأكثر] هي :

(أ) 55% (ب) 45 (ج) 40% (د) 65%

(٢٥) عدد الطلاب الناجحين والحاصلين على درجة أقل من 80 هو :

(أ) 60 (ب) 80 (ج) 100 (د) 120

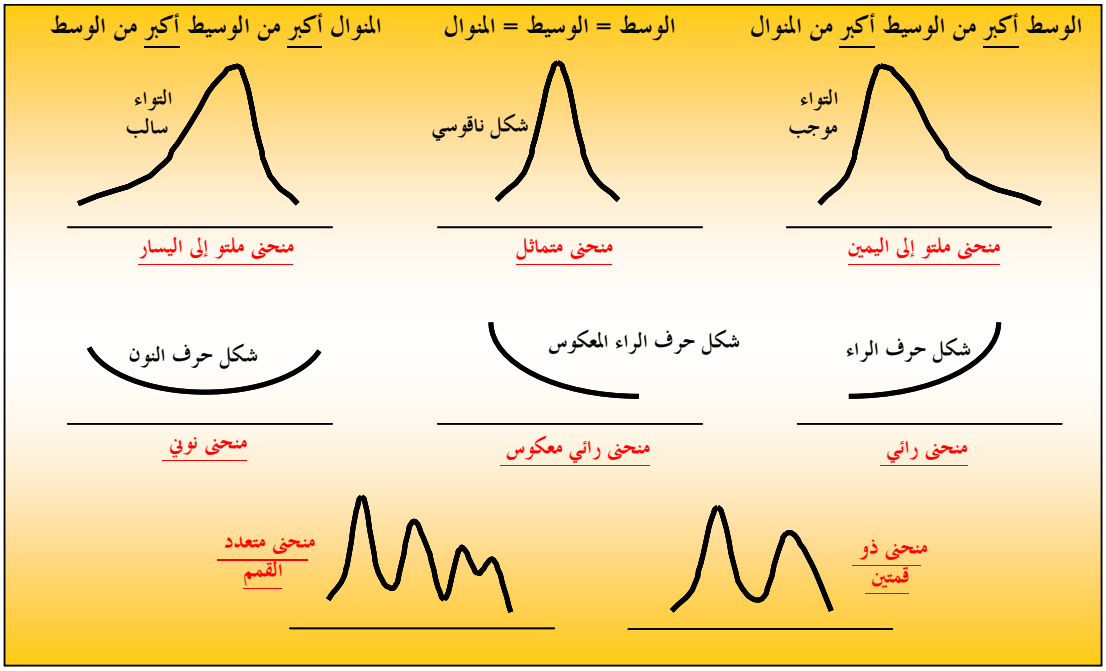

200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
التكرار المتجمع
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
درجة الطالب x
[من 100]

الأبواب : الثالث (مقاييس النزعة المركزية) + الرابع (مقاييس التشتت) + الخامس (الالتواء والتفرطح)

نظراً لارتباط هذه الأبواب معاً فمن المناسب تجميع معلومات هذه الأبواب معاً ، والله الموفق

- **مقاييس النزعة المركزية (أو المتوسطات) :** هي قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات بحيث تعطي دلالات معينة لتلك البيانات . **أمثلة** : الوسط الحسابي – الوسيط – المنوال .
- **مقاييس التشتت :** هي مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة . **أمثلة** : المدى – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري – المدى الربيعي – الانحراف الربيعي – الانحراف المئيني .
- **مقاييس التشتت النسبي :** هي مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة . **أمثلة** : معامل الاختلاف [أو معامل التشتت] – معامل الاختلاف الربيعي .
- **مقاييس الالتواء :** هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما . **أمثلة** : معامل بيرسون الأول للالتواء – معامل بيرسون الثاني للالتواء – معامل الالتواء الربيعي – معامل الالتواء المئيني .
- **مقاييس التفرطح :** هي مقاييس ترصد درجة التدبب (الارتفاع أو الانخفاض) في قمة المنحنى مقارنةً بقمة منحنى التوزيع الطبيعي ، فإذا كانت قمة المنحنى أعلى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي سُمي المنحنى مدبب ، وإذا كانت قمة المنحنى أدنى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يكون المنحنى مفرطحاً ، أما إذا كانت القمة ليست مدببة أو مسطحة يُسمى المنحنى متوسط التفرطح . **أمثلة** : معامل التفرطح المئيني .

- **بعض أشكال المنحنيات التكرارية :**



أولاً : الوسط الحسابي – الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري :

- الوسط = $\frac{\sum x}{n}$ أو $\frac{\sum fx}{\sum f}$ أو $\frac{\sum fx_0}{\sum f}$ [لبيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات كمية متصلة]
- الانحراف المتوسط = $\frac{\sum |d|}{n}$ أو $\frac{\sum f|d|}{\sum f}$ [لبيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات متصلة]
- التباين = مربع الانحراف المعياري = $\frac{\sum d^2}{n}$ أو $\frac{\sum fd^2}{\sum f}$ [لبيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات متصلة]
- الانحراف المعياري = $\sqrt{\text{التباين}}$ = $\sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$ أو $\sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f}}$ [لبيانات مفردة أو قيم ذات تكرارات أو بيانات متصلة]

مع مراعاة أنه في حالة البيانات الكمية المتصلة تكون القيمة x هي مركز الفئة x_0

- يرتبط بالوسط الحسابي والانحراف المعياري كل من معامل الاختلاف (أو معامل التشتت) والدرجة المعيارية ، حيث :

معامل الاختلاف = $\frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100$ أي : $\frac{s}{\bar{x}} \times 100$

الدرجة المعيارية z لقيمة ما x تُعطى بـــ $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$.

ملاحظات هامة :

١. **التباين** هو مربع الانحراف المعياري ، والانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين .

٢. مجموع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي يساوي صفراً ، أي أن :

$\sum d = 0$ [للبيانات المفردة] ، $\sum fd = 0$ [في حالة البيانات ذات التكرارات أو البيانات المتصلة]

٣. إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الوسط الحسابي والانحراف المتوسط والانحراف المعياري ، وبعد ذلك أضفنا لكل قيمة من القيم العدد الثابت c فإن الوسط الحسابي الجديد = الوسط القديم + c ، أما الانحراف المتوسط (أو المعياري) الجديد يظل كما هو القديم (أي لا يتأثر) .

مثال : الوسط القديم 10 والانحراف المتوسط القديم 3 والانحراف المعياري القديم 2.5 ، وبالتالي إذا أضفنا لكل قيمة من القيم العدد 1 فإن : الوسط الجديد = 10 + 1 = 11 ، أما الانحراف المتوسط الجديد يظل كما هو 3 والانحراف المعياري الجديد يظل كما هو 2.5

٤. أما إذا ضربنا كل قيمة من القيم في عدد ثابت c فإن الوسط الجديد = القديم مضروباً في c ، أما الانحراف المتوسط (المعياري) الجديد فيساوي القديم مضروباً في **القيمة المطلقة** لـــ c .

مثال : الوسط القديم 10 والانحراف المتوسط القديم 3 والانحراف المعياري القديم 2.5 ، وبالتالي إذا ضربنا كل قيمة من القيم في العدد -2 فإن : الوسط الجديد = 10 × (-2) = -20 ، أما الانحراف المتوسط الجديد فيصبح 3 × 2 [وليس -2] أي يصبح 6 والانحراف المعياري الجديد يصبح 2.5 × 2 = 5 .

٥. يرتبط بالوسط الحسابي والانحراف المعياري الكميات التالية :

ـ معامل الاختلاف (أو معامل التشتت) : وهو مقياس للتشتت النسبي [ويُعبر عنه كنسبة مئوية كالآتي]

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\text{الانحراف المعياري}}{\text{الوسط الحسابي}} \times 100 \quad \text{أي :} \quad \frac{s}{\bar{x}} \times 100$$

– الدرجة المعيارية z لقيمة x : وهي ذات أهمية كبيرة في مقارنة نتائج مختلفة ببعضها $z = \frac{x - \bar{x}}{s}$.

٦. للوسط الحسابي والانحراف المتوسط والانحراف المعياري والتباين نفس المزايا ونفس العيوب :

– المزايا : سهولة الحساب – جميع البيانات تُؤخذ في الاعتبار – لا تحتاج إلى ترتيب معين للبيانات عند حسابها

– العيوب : تتأثر بشدة بالقيم المتطرفة – لا يمكن إيجادها بالرسم – لا يمكن حسابها في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة – لا يمكن تحديدها للبيانات النوعية [أي يمكن حسابها فقط للبيانات الكمية]

ويُكتفى بحل الأمثلة التالية لتثبيت المفاهيم السابقة [وكفاية تفهم كيف تمت الحسابات ، يعني مش لازم تعملها كلها ، لكن تكون فاهم من أين جاءت تلك القيم]

مثال (٣) [سلي نفسك/المحاضرة ١١/الشريحة ٤/س١ مع تغيير بسيط] :

أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$ ، الانحراف المتوسط $M.D$ ، التباين s^2 ، والانحراف المعياري s **ومعامل الاختلاف** لمجموعة القيم :

8 3 4 12 6 7 4 8 3 5 ، ثم أوجد **الدرجة المعيارية** للقيمة 12 في البيانات السابقة ؟ .

x	d	$\lvert d \rvert$	d^2
5	−1	1	1
3	−3	3	9
8	2	2	4
4	−2	2	4
7	1	1	1
6	0	0	0
12	6	6	36
4	−2	2	4
3	−3	3	9
8	2	2	4
$\sum x = 60$		$\sum \lvert d \rvert = 22$	$\sum d^2 = 76$

- لابد أولاً من حساب الوسط الحسابي :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{60}{10} = 6 \quad , \quad n = 10$$

- بعد ذلك نحدد الانحرافات d عن الوسط :

[كل انحراف يساوي القيمة – الوسط الحسابي]

- بعد ذلك نحدد القيم المطلقة $|d|$ للانحرافات :

بأن نأخذ القيمة العددية دون الإشارة

- ونحدد أيضاً مربعات هذه الانحرافات :

بأن نضرب كل قيمة في نفسها

- نحسب الانحراف المتوسط $M.D$ من :

$$M.D = \frac{\sum |d|}{n} = \frac{22}{10} = 2.2$$

- ونحسب التباين من : $s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{76}{10} = 7.6$ فيكون الانحراف المعياري s هو : $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{7.6} = 2.76$

- معامل الاختلاف : $\frac{s}{\bar{x}} \times 100 = \frac{2.76}{6} \times 100 = 46\%$

- الدرجة المعيارية z للقيمة 12 : $z = \frac{x - \bar{x}}{s} = \frac{12 - 6}{2.76} = \frac{6}{2.76} \cong 2.17$

مثال (٤) **[سلي نفسك/المحاضرة ١١/الشريحة ٦/س٢ مع تغيير بسيط]** : أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$ ، الانحراف المتوسط $M.D$ ، التباين s^2 ، والانحراف المعياري s **ومعامل الاختلاف** للبيانات المبينة بالجدول التكراري المرافق . ما هي **الدرجة المعيارية** للقيمة 2 ؟

x	8	2	4	6
f	20	30	35	15

نكون الجدول المبين [بالطبع لابد من تحديد الوسط الحسابي أولاً حتى نستطيع استكمال الجدول] ، فتكون الحسابات التالية :

$$\bar{x}=\frac{\sum fx}{\sum f}=\frac{450}{100}=4.5 \quad , \quad M.D=\frac{\sum f\,|d|}{\sum f}=\frac{185}{100}=1.85 \quad , \quad s^2=\frac{\sum fd^2}{\sum f}=\frac{475}{100}=4.75 \quad \rightarrow \quad s=\sqrt{4.75}=2.18$$

أما معامل الاختلاف فيُعطى بـــ : $\frac{s}{\bar{x}}\times 100=\frac{2.18}{4.5}\times 100\approx 48.44\%$

والدرجة المعيارية للقيمة 2 هي : $z=\frac{x-\bar{x}}{s}=\frac{2-4.5}{2.18}\cong -1.15$

الجدول التكراري

المتغير x	التكرار f	fx	$d=x-\bar{x}$	$\|d\|$	$f\|d\|$	d^2	fd^2
8	20	160	8 – 4.5 = 3.5	3.5	20 × 3.5 = 70	12.25	245
2	30	60	2 – 4.5 = -2.5	2.5	30 × 2.5 = 75	6.25	187.5
4	35	140	4 – 4.5 = -0.5	0.5	35 × 0.5 = 17.5	0.25	8.75
6	15	90	6 – 4.5 = 1.5	1.5	15 × 1.5 = 22.5	2.25	33.75
	100	450			185		475
	$\sum f$	$\sum fx$			$\sum f\|d\|$		$\sum fd^2$

مثال (٥) **[سلي نفسك/المحاضرة ١١/الشريحة ٦/س٣ مع تغيير بسيط]** : أوجد الوسط الحسابي $\bar{x}$ ، الانحراف المتوسط $M.D$ ، التباين s^2 ، والانحراف المعياري s **ومعامل الاختلاف** للبيانات المبينة بالجدول التكراري المرافق .

x	$5 \le x < 15$	$15 \le x < 25$	$25 \le x < 45$	$45 \le x < 55$
f	20	30	40	10

بنفس الأسلوب السابق نكون الجدول المبين مع مراعاة أن x سوف تُستبدل بـــ x_0 (مركز الفئة) وبالتالي لابد أولاً أن نحدد مراكز الفئات ثم (بالطبع) نحدد الوسط الحسابي ثانياً ، ثم نستكمل الجدول ، فتكون الحسابات التالية :

المتغير x	التكرار f	x_0	fx_0	$d=x_0-\bar{x}$	$\|d\|$	$f\|d\|$	d^2	fd^2
$5 \le x < 15$	20	10	200	10 – 27 = -17	17	20 × 17 = 340	289	5780
$15 \le x < 25$	30	20	600	20 – 27 = -7	7	30 × 7 = 210	49	1470
$25 \le x < 45$	40	35	1400	35 – 27 = 8	8	40 × 8 = 320	64	2560
$45 \le x < 55$	10	50	500	50 – 27 = 23	23	10 × 23 = 230	529	5290
	100		2700			1100		15100
	$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum f\|d\|$		$\sum fd^2$

$$\bar{x}=\frac{\sum fx_0}{\sum f}=\frac{2700}{100}=27\ ,\ M.D=\frac{\sum f\,|d|}{\sum f}=\frac{1100}{100}=11\ ,\ s^2=\frac{\sum fd^2}{\sum f}=\frac{15100}{100}=151\ \rightarrow\ s=\sqrt{151}=12.29$$

أما معامل الاختلاف فيُعطى بـــ : $\frac{s}{\bar{x}}\times 100=\frac{12.29}{27}\times 100\approx 45.52\%$

ثانياً : الوسيط – الربيعات – المئينات – المدى الربيعي – الانحراف الربيعي – الانحراف المئيني

- **الوسيط M لمجموعة من القيم [وهو أحد مقاييس النوعة المركزية]** : هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين متساويتين في العدد ، أي بحيث تقع 50% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 50% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $\frac{1}{2}\sum f$ في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 50%] .
- **الربيع الأول Q_1 لمجموعة من القيم**: هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 25% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 75% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $\frac{1}{4}\sum f$ في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 25%] .
- **الربيع لثالث Q_3 لمجموعة من القيم**: هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 75% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 25% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $\frac{3}{4}\sum f$ في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 75%] .
- **المئين العاشر P_{10} لمجموعة من القيم**: هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 10% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 90% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $\frac{10}{100}\sum f$ (أو $\frac{1}{10}\sum f$) في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 10%] .
- **المئين التسعون P_{90} لمجموعة من القيم**: هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 90% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 10% من القيم فوقها (أي أكبر منها) [وبالتالي هي قيمة المتغير التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره $\frac{90}{100}\sum f$ (أو $\frac{9}{10}\sum f$) في حالة القيم ذات التكرارات أو البيانات المتصلة ، أو تكرار متجمع نسبي قدره 90%] .

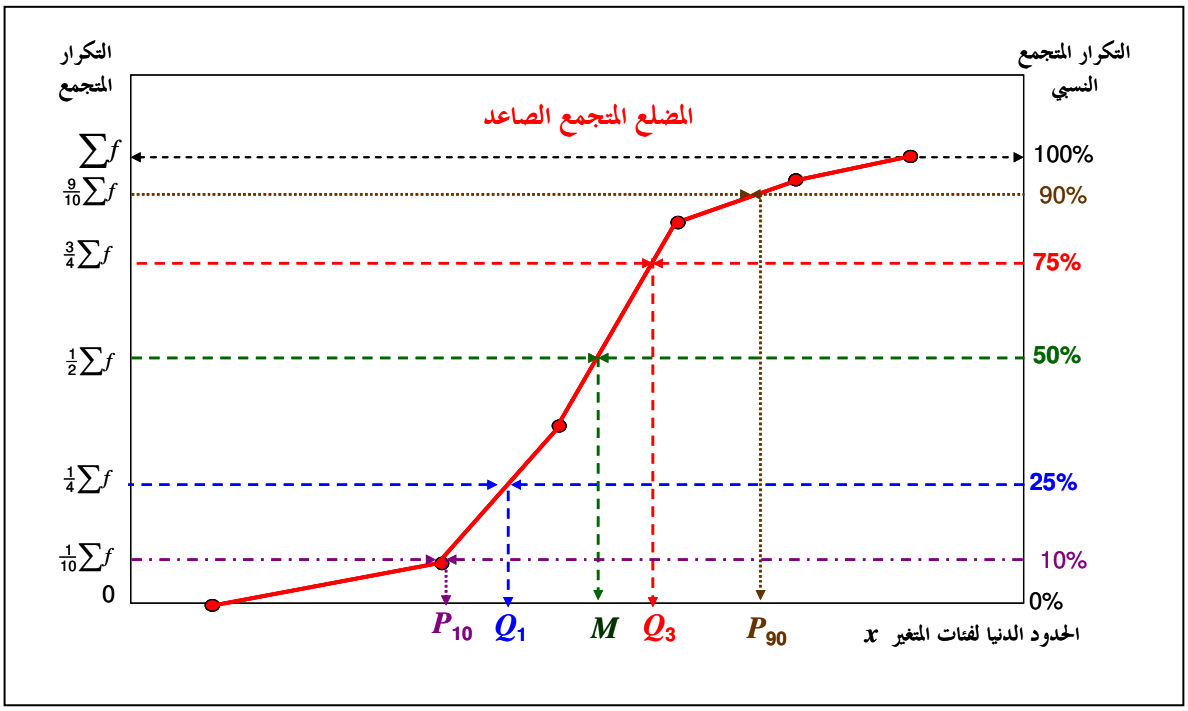
تذكر أن : الوسيط هو نفسه الربيع الثاني هو نفسه المئين الخمسين [أي $M=Q_2=P_{50}$] ، وأن الربيع الأول هو نفسه المئين 25 [أي $Q_1=P_{25}$] وأن الربيع الثالث هو نفسه المئين 75 [أي $Q_3=P_{75}$]

وللبيانات الكمية المتصلة تتحدد القيم السابقة بيانياً من المضلع التكراري المتجمع الصاعد بنفس الأسلوب :

فلتحديد الوسيط : نحدد على المحور الرأسي التكرار المتجمع الصاعد $\frac{1}{2}\sum f$ [أو التكرار المتجمع النسبي 50%] ثم نرسم خطاً أفقياً حتى المضلع ثم نتجه رأسياً لأسفل نحو المحور الأفقي ونرصد قيمة المتغير فتكون هي الوسيط M للبيانات .

ولتحديد الربيع الأول : نحدد على المحور الرأسي التكرار المتجمع الصاعد $\frac{1}{4}\sum f$ [أو التكرار المتجمع النسبي 25%] ثم نرسم خطاً أفقياً حتى المضلع ثم نتجه رأسياً لأسفل نحو المحور الأفقي ونرصد قيمة المتغير فتكون هي الربيع الأول Q_1 للبيانات

ولتحديد المئين التسعين : نحدد على المحور الرأسي التكرار المتجمع الصاعد $\frac{9}{10}\sum f$ [أو التكرار المتجمع النسبي 90%] ثم نرسم خطاً أفقياً حتى المضلع ثم نتجه رأسياً لأسفل نحو المحور الأفقي ونرصد قيمة المتغير فتكون هي المئين التسعون P_{90} للبيانات . وهكذا .



- **ويرتبط بالكميات السابقة الآتي :**

المدى الربيعي [وهو أحد مقاييس التشتت] = $Q_3 - Q_1$

المدى المئيني [وهو أحد مقاييس التشتت] = $P_{90} - P_{10}$

الانحراف الربيعي [وهو أحد مقاييس التشتت] = **نصف المدى الربيعي** = $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$

معامل الاختلاف الربيعي [وهو أحد مقاييس التشتت النسبي ويُكتب كنسبة مئوية] = $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$

معامل الالتواء الربيعي [وهو أحد مقاييس الالتواء] = $\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$ [تذكر أن $M = Q_2$]

تذكر أن القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني التواء لليمين والقيمة السالبة تعني التواء لليسار

معامل الالتواء المئيني [وهو أحد مقاييس الالتواء] = $\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$ [تذكر أن $M = P_{50}$]

تذكر أن القيمة الموجبة لمعامل الالتواء تعني التواء لليمين والقيمة السالبة تعني التواء لليسار

معامل التفرطح المئيني [وهو أحد مقاييس التفرطح] = $\frac{\text{نصف المدى الربيعي}}{\text{المدى المئيني}} = \frac{\text{الانحراف الربيعي}}{\text{المدى المئيني}}$

تذكر أن القيمة الأكبر من 0.26 لمعامل التفرطح تعني أن التوزيع مدبب والقيمة الأقل من 0.26 تعني أن التوزيع مفرطح

- **المزيد عن الوسيط :**

- لتحديد الوسيط لقيم المفردة [عددها n] يجب أولاً ترتيب القيم [تصاعدياً مثلاً] فيكون الوسيط هو القيمة التي تقع في المنتصف (إذا كانت n فردية) أو الوسط الحسابي للقيمتين بالمنتصف (إذا كانت n زوجية) .

- في حالة البيانات الكمية المتصلة يمكن تحديد الوسيط حسابياً بطريقة الاستكمال كالآتي :

- نحدد أولاً الفئة الوسيطية بأن نحسب نصف مجموع التكرارات $\left[\frac{1}{2}\sum f\right]$ ثم نبدأ (من الصفر) في إضافة تكرارات الفئات الواحدة تلو الأخرى ، ومع كل إضافة نقارن الناتج بـــ $\left[\frac{1}{2}\sum f\right]$ ، فإن كان أقل نستمر في إضافة التكرارات حتى نصل إلى قيمة أكبر من أو تساوي $\left[\frac{1}{2}\sum f\right]$ فتكون آخر فئة أضفنا تكرارها هي الفئة الوسيطية .
- نحدد لهذه الفئة الوسيطية الآتي : حدها الأدنى – طولها – تكرارها
- نحسب ما يُسمى بالتكرار المتجمع السابق [وهو مجموع تكرارات الفئات السابقة للفئة الوسيطية] .
- نحسب قيمة الوسيط من :

$$\text{الوسيط } M = \text{الحد الأدنى للفئة الوسيطية} + \left[\frac{\text{(نصف مجموع التكرارات – التكرار المتجمع السابق)}}{\text{تكرار الفئة الوسيطية}} \times \text{طول الفئة الوسيطية}\right]$$

ويُكتفى بحل الأمثلة التالية لتثبيت المفاهيم السابقة [وكفاية تفهم كيف تمت الحسابات ، يعني مش لازم تعملها كلها ، لكن تكون فاهم من أين جاءت تلك القيم]

مثال (٦) [المحاضرة ٨/الشريحة ٨] : احسب الوسيط لمجموعة القيم :

(أ) 2 5 6 9 3 3 7 4 6 (ب) 18 5 15 5 12 7 11 9

لابد (عند تحديد الوسيط) من ترتيب القيم (تصاعدي مثلاً) :

(أ) القيم بعد ترتيبها تصاعدياً : 2 3 3 4 **5** 6 6 7 9 وسيطها 5 [عدد القيم n فردي]

(أ) القيم بعد ترتيبها تصاعدياً : 5 5 7 **9 11** 12 15 18 وسيطها هو $\frac{9+11}{2}=10$ [عدد القيم n زوجي]

مثال (٧) [المحاضرة ١١/الشريحتان ١٠ ، ١٤ مع إضافات] : للتوزيع التكراري المبين :

x	$1\le x<3$	$3\le x<5$	$5\le x<7$	$7\le x<10$
f	14	29	18	9

احسب الآتي :

(أ) الوسيط [بيانياً وحسابياً]

(ب) الربيعات Q_1, Q_2 والمدى الربيعي والانحراف الربيعي ومعامل الاختلاف الربيعي ومعامل الالتواء الربيعي [محدداً نوع الالتواء]

(ج) المئينات P_{10}, P_{90} والمدى المئيني ومعامل الالتواء المئيني [محدداً نوع الالتواء]

(د) معامل التفرطح المئيني (محداً نوع التفرطح)

(أ) **الوسيط** :

* بيانياً : سبق حسابه [مثال (٢) من هذه المذكرة] .

* حسابياً [طريقة الاستكمال] : من الجدول التكراري ،

الجدول التكراري		
الفئة	المتغير (الأجر) x	التكرار f
الأولى	$1 \le x < 3$	14
الثانية	$3 \le x < 5$	29
الثالثة	$5 \le x < 7$	18
الرابعة	$7 \le x < 10$	9
		$\sum f = 70$

- احسب $\frac{1}{2}\sum f$: $\frac{1}{2}\sum f = \frac{70}{2} = 35$
- نبدأ بالصفر [في ذهننا] ثم نزود عليه تكرار الفئة الأولى [ينتج 14 وهي قيمة أقل من $\frac{1}{2}\sum f$] فنضيف على الـ 14 تكرار الفئة الثانية وهو 29 [فينتج 43 وهو أكبر من $\frac{1}{2}\sum f$] ، إذن الفئة الثانية هي الفئة الوسيطية [حدها الأدنى 3 وطولها 2 وتكرارها 29] ويكون التكرار المتجمع السابق هو تكرار الفئات السابقة للفئة الوسيطية [أي تكرار الفئة الأولى (مفيش غيرها) أي 14] ، وبالتالي يكون الوسيط :

$$M = 3 + \left[\frac{35-14}{29}\right] \times 2 = 3 + \frac{21}{29} \times 2 = 3 + 1.45 = \underline{\underline{4.45}}$$

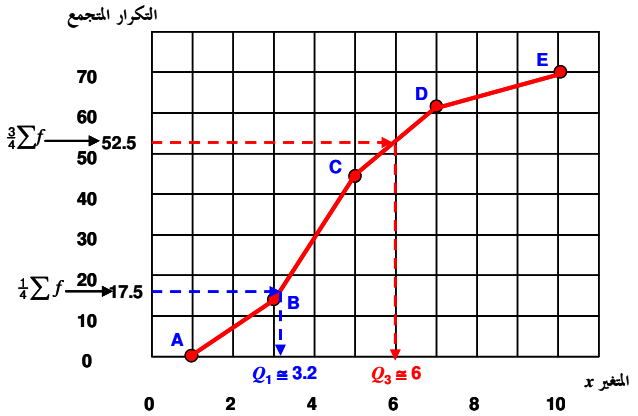
[قارن بالنتيجة التي حصلت عليها بيانياً في مثال (٢)] .

(ب) **الربيعات وما يرتبط بها :**

كما في مثال (٢) ، قم بتكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد ومنه ارسم المضلع التكراري المتجمع الصاعد ومنه حدد الربيعين Q_1 [المناظرة لتكرار متجمع صاعد قدره $\frac{1}{4}\sum f = 17.5$] ، Q_3 [المناظرة لتكرار متجمع صاعد قدره $\frac{3}{4}\sum f = 52.5$] فنحصل [أنظر الرسم] على : $Q_3 \cong 6$, $Q_1 \cong 3.2$

ومنها نحصل على المدى الربيعي : $Q_3 - Q_1 = 6 - 3.2 = 2.8$

الجدول التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة على المضلع
< 1	0	A (1 , 0)
< 3	14	B (3 , 14)
< 5	43	C (5 , 43)
< 7	61	D (7 , 61)
< 10	$\sum f = 70$	E (10 , 70)



ويكون الانحراف الربيعي هو نصف المدى الربيعي ، أي 1.4 . أما معامل الاختلاف الربيعي فيتحدد من :

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100 = \frac{6 - 3.2}{6 + 3.2} \times 100 = \frac{2.8}{9.2} \times 100 \cong 30.4\%$$

ويتحدد معامل الالتواء الربيعي من [تذكر أن $Q_2 = M$] :

$$\frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1} = \frac{6 - 2 \times 4.45 + 3.2}{6 - 3.2} = \frac{6 - 8.9 + 3.2}{2.8} = \frac{0.3}{2.8} \cong 0.1$$

وهو قيمة موجبة مما يعني أن الالتواء جهة اليمين .

(ج) **المئينات وما يرتبط بها :**

وبنفس الطريقة ومن نفس المضلع التكراري المتجمع الصاعد يمكن تحديد المئين العاشر P_{10} [المناظرة لتكرار متجمع صاعد قدره $\frac{1}{10}\sum f = 7$] ، والمئين التسعين P_{90} [المناظرة لتكرار متجمع صاعد قدره $\frac{9}{10}\sum f = 63$] فنحصل [أنظر الرسم] على :

$$P_{90} \cong 7.8 \quad , \quad P_{10} \cong 1.9$$

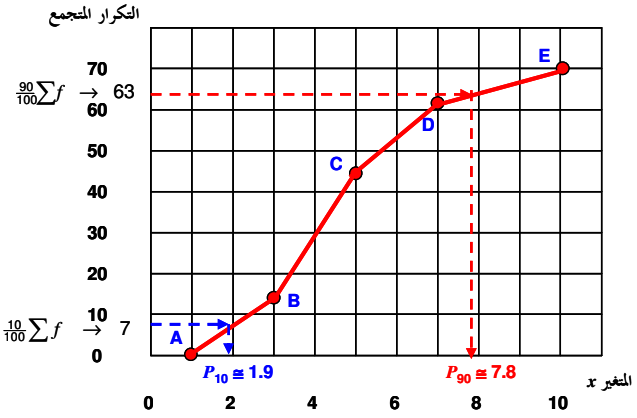
ومنها نحصل على المدى المئيني :

$$P_{90} - P_{10} = 7.8 - 1.9 = 5.9$$

ويكون معامل الاختلاف المئيني هو :

$$\frac{P_{90} - P_{10}}{P_{90} + P_{10}} \times 100 = \frac{7.8 - 1.9}{7.8 + 1.9} \times 100 = \frac{5.9}{9.7} \times 100 \cong 60.8\%$$

الجدول التكراري المتجمع الصاعد		
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة على المضلع
< 1	0	A (1 , 0)
< 3	14	B (3 , 14)
< 5	43	C (5 , 43)
< 7	61	D (7 , 61)
< 10	$\sum f = 70$	E (10 , 70)



ويتحدد معامل الالتواء الربيعي من [تذكر أن $P_{50} = M$] :

$$\frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}} = \frac{7.8 - 2 \times 4.45 + 1.9}{7.8 - 1.9} = \frac{7.8 - 8.9 + 1.9}{5.9} = \frac{0.8}{5.9} \cong 0.1$$

وهو قيمة موجبة مما يعني أن الالتواء جهة اليمين .

(د) **معامل التفرطح المئيني :** وهو خارج قسمة الانحراف الربيعي على المدى المئيني ، أي [من نتائج الأجزاء السابقة] يساوي :

$$\frac{1.4}{5.9} \cong 0.24$$

وهي قيمة أقل من 0.26 [للتوزيع الطبيعي] مما يعني أن التوزيع المعطى مفرطح .

ثالثاً : المنوال [الشائع] :

- لمجموعة القيم : 18 12 11 10 10 9 9 9 7 5 2 2 لها منوال وحيد هو 9 [مجموعة وحيدة المنوال]
- والمجموعة : 16 15 12 10 8 5 3 9 ليس لها منوال [عديمة المنوال]
- والمجموعة : 9 7 7 7 5 5 4 4 4 3 2 لها منوالان هما 4 , 7 [ثنائية المنوال]
- والمجموعة : 7 6 6 5 5 4 4 ليس لها منوال [وليست رباعية المنوال]
- أما المجموعة : 8 7 7 6 6 5 5 4 4 فهي رباعية المنوال [**هل لاحظت الفرق بين المجموعتين الأخيرتين**]

- وللتوزيعات التكرارية المبينة يكون المنوال هو القيمة المناظرة لأكبر تكرار :

عدد الطلاب	الدرجة
28	12
24	14
39	16
9	18

بيانات كمية متقطعة
لها منوال وحيد وهو "الدرجة 16"

عدد الطلاب	الدرجة
23	12
30	14
30	16
17	18

بيانات كمية متقطعة
لها منوالان وهما "16 , 14"

عدد الطلاب	الدرجة
25	12
25	14
25	16
25	18

بيانات كمية متقطعة
ليس لها منوال

عدد السيارات	لون السيارة
10	أحمر R
23	أزرق B
12	أبيض W
5	أصفر Y

بيانات نوعية
لها منوال وهو "اللون الأزرق"

- وللتوزيعات التكرارية المتصلة يكون المنوال (تقريباً) هو مركز **الفئة المنوالية** [وهي الفئة التي لها أكبر كثافة تكرار] ، وفي حالة تساوي أطوال الفئات تكون هي الفئة المناظرة لأكبر تكرار .
- **مزايا المنوال :** سهل تحديده (إن وُجد) – لا يتأثر بالقيم المتطرفة – لا يحتاج لترتيب البيانات – يمكن تحديده (في حالة وجوده) للبيانات النوعية .
- **عيوب المنوال :** قد لا يتواجد – قد يكون غير وحيد

ملحوظات هامة :

ملحوظة (١) : في حالة المنحنيات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء ، هناك علاقة اعتبارية (تقريبية) بين مقاييس النزعة المركزية : الوسط الحسابي ، الوسيط ، المنوال على الصورة :

$$\text{الوسط} - \text{المنوال} = 3\ (\text{الوسط} - \text{الوسيط})$$

وفي حالة المنحنى :

- المتماثل يكون : الوسط = الوسيط = المنوال
- الملتوي لليمين (التواء موجب) يكون : الوسط أكبر من الوسيط أكبر من المنوال
- المتوي لليسار (التواء سالب) يكون : الوسط أصغر من الوسيط أصغر من المنوال

ملحوظة (٢) : هناك معاملان للالتواء يعتمدان على بعض مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت هما :

$$\text{معامل بيرسون الأول للالتواء} = (\text{الوسط} - \text{المنوال}) \div \text{الانحراف المعياري}$$

$$\text{معامل بيرسون الثاني للالتواء} = 3\ (\text{الوسط} - \text{الوسيط}) \div \text{الانحراف المعياري}$$

وللمنحنيات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء ، إذا كان معامل بيرسون للالتواء (سواء الأول أو الثاني) :

* صفراً : فهذا يعني أن المنحنى متماثل
* موجب : فهذا يعني أن المنحنى ملتو لليمين
* سالب : فهذا يعني أن المنحنى ملتو لليسار

تدريبات (٤)

اختر الإجابة الصحيحة

المجموعة الأولى [تعريفات وقوانين]

(١) **مقاييس النزعة المركزية** هي

(أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

(ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة

(د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

(٢) **مقاييس التشتت** هي

(أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

(ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة

(د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

(٣) **مقاييس التشتت النسبي** هي

(أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

(ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة

(د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

(٤) **مقاييس الالتواء** هي

(أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

(ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة

(د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

(٥) **مقاييس التفرطح** هي

(أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

(ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس تحدد النسبة المئوية للتشتت المطلق بالنسبة لقيمة متوسطة

(د) هي مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(هـ) مقاييس ترصد درجة التدبب في في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

(٦) **الوسط الحسابي** هو أحد مقاييس

(أ) النزعة المركزية (ب) التشتت (ج) الالتواء (د) التفرطح

ويمكن أن يُستبدل الوسط الحسابي في رأس السؤال بالوسيط أو المنوال

(٧) **الانحراف المتوسط** هو أحد مقاييس

(أ) النزعة المركزية (ب) التشتت (ج) الالتواء (د) التفرطح

ويمكن أن يُستبدل الانحراف المتوسط في رأس السؤال بالانحراف المعياري أو المدي الربيعي أو الانحراف الربيعي أو الانحراف المئيني

(٨) **معامل الاختلاف** هو أحد مقاييس

(أ) النزعة المركزية (ب) التشتت (ج) الالتواء (د) التشتت النسبي

ويمكن أن يُستبدل "معامل الاختلاف" في رأس السؤال بـــ "معامل الاختلاف الربيعي"

(٩) في **المنحنى المتماثل** يكون

(أ) الوسط أكبر من المنوال (ب) الوسط ضعف المنوال

(ج) المنوال أكبر من الوسط (د) الوسط = المنوال

(١٠) في **التوزيعات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء لليمين** يكون

(أ) الوسط أكبر من المنوال (ب) الوسط ضعف المنوال

(ج) المنوال أكبر من الوسط (د) الوسط = المنوال

(١١) في **التوزيعات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء لليسار** يكون

(أ) الوسط أكبر من المنوال (ب) الوسط ضعف المنوال

(ج) المنوال أكبر من الوسط (د) الوسط = المنوال

(١٢) لعدد من القيم ، يُعرف **مجموع هذه القيم مقسوماً على عددها** على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم

(ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

(١٣) لعدد من القيم ، يُعرف **متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن الوسط الحسابي** على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم

(ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

(١٤) لعدد من القيم ، يُعرف **متوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي** على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم
(ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

(١٥) لعدد من القيم ، يُعرف الجذر التربيعي لتوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه
(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم
(ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

خاص بالأسئلة من (١٦) إلى (١٩) : إذا كان $\sum x$ لهو مجموع عدد قدره n من القيم ، وكان $\sum d$ هو مجموع انحرافات هذه القيم عن وسطها الحسابي ، $\sum |d|$ هو مجموع القيم المطلقة لتلك الانحرافات ، $\sum d^2$ هو مجموع مربعات تلك الانحرافات ، فإن

(١٦) $\frac{\sum x}{n}$ هو :
(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم (ج) تباين تلك القيم (د) صفر

(١٧) $\frac{\sum d}{n}$ هو :
(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم (ج) تباين تلك القيم (د) صفر

(١٨) $\frac{\sum |d|}{n}$ هو :
(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم (ج) تباين تلك القيم (د) صفر

(١٩) $\frac{\sum d^2}{n}$ هو :
(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم (ج) تباين تلك القيم (د) صفر

خاص بالأسئلة من (٢٠) إلى (٢٣) : إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وانحرافها المتوسط 4 وانحرافها المعياري 5 وأضفنا لكل قيمة من القيم 2 ، فإن :

(٢٠) الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :
(أ) 20 (ب) 22 (ج) 40 (د) 18

(٢١) الانحراف المتوسط للقيم الجديدة يكون :
(أ) 4 (ب) 6 (ج) 8 (د) 2

(٢٢) الانحراف المعياري للقيم الجديدة يكون :
(أ) 5 (ب) 7 (ج) 10 (د) 3

(٢٣) التباين للقيم الجديدة يكون :
(أ) $\sqrt{5}$ (ب) 25 (ج) 7 (د) 49

خاص بالأسئلة من (٢٤) إلى (٢٧) : إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وانحرافها المتوسط 4 وانحرافها المعياري 5 وضربنا كل قيمة من القيم في العدد 2 ، فإن :

(٢٤) الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

(أ) 20 (ب) 22 (ج) 40 (د) 18

(٢٥) الانحراف المتوسط للقيم الجديدة يكون :

(أ) 4 (ب) 6 (ج) 8 (د) 2

(٢٦) الانحراف المعياري للقيم الجديدة يكون :

(أ) 3 (ب) 5 (ج) 7 (د) 10

(٢٧) التباين للقيم الجديدة يكون :

(أ) $\sqrt{5}$ (ب) 25 (ج) 10 (د) 100

خاص بالأسئلة من (٢٨) إلى (٣١) : إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وانحرافها المتوسط 4 وانحرافها المعياري 5 وضربنا كل قيمة من القيم في العدد 2- ، فإن :

(٢٨) الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

(أ) 20 (ب) 22 (ج) 40 (د) -40

(٢٩) الانحراف المتوسط للقيم الجديدة يكون :

(أ) 4 (ب) 6 (ج) 8 (د) -8

(٣٠) الانحراف المعياري للقيم الجديدة يكون :

(أ) 5 (ب) 7 (ج) 10 (د) -10

(٣١) التباين للقيم الجديدة يكون :

(أ) $\sqrt{5}$ (ب) 25 (ج) 100 (د) -100

---

(٣٢) التباين لمجموعة من القيم هو

(أ) الانحراف المعياري للقيم (ب) مربع الانحراف المعياري للقيم

(ج) الجذر التربيعي للانحراف المعياري (د) نصف الانحراف المعياري

(٣٣) الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو

(أ) تباين هذه القيم (ب) نصف التباين للقيم

(ج) الجذر التربيعي لتباين هذه القيم (د) مربع تباين هذه القيم

(٣٤) معامل الاختلاف (أو معامل التشتت) يساوي :

(أ) [الوسط الحسابي ÷ الانحراف المعياري] × ١٠٠ (ب) الوسط الحسابي – الانحراف المعياري

(ج) [الانحراف المعياري ÷ الوسط الحسابي] × ١٠٠ (د) الانحراف المعياري – الوسط الحسابي

(٣٥) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 25% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 75% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) الربيع الأول (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر

(٣٦) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 75% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 25% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) الربيع الأول (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر

(٣٧) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 10% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 90% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) المئين التسعون (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر

(٣٨) هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 90% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 10% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) الربيع الأول (ب) الوسيط (ج) الربيع الثالث (د) المئين العاشر

(٣٩) الوسيط لمجموعة من القيم المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هو :

(أ) القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد

(ب) القيمة الأكثر تكراراً

(ج) متوسط أكبر وأقل قيمتين

(د) مجموع القيم مقسوماً على عددها .

(٤٠) الوسيط لمجموعة من القيم هو نفسه

(أ) المئين العاشر (ب) الربيع الأول (ج) الربيع الثاني (د) الربيع الثالث

(٤١) الوسيط لمجموعة من القيم هو نفسه

(أ) المئين العاشر (ب) الربيع الأول (ج) المئين الخمسون (د) الربيع الثالث

(٤٢) الربيع الأول لمجموعة من القيم هو نفسه

(أ) المئين رقم 25 (ج) المئين رقم 75 (د) نصف الوسيط (د) الوسيط

(٤٣) الربيع الثالث لمجموعة من القيم هو نفسه

(أ) المئين رقم 25 (ج) المئين رقم 75 (د) نصف الوسيط (د) الوسيط

(٤٤) المدى الربيعي يساوي

(أ) ضعف الانحراف الربيعي (ب) نصف الانحراف الربيعي

(ج) الانحراف الربيعي (د) المدى المئيني

خاص بالأسئلة من (٤٥) إلى (٥٠) : إذا كان [لمجموعة من القيم] Q_1 هو الربيع الأول ، Q_3 هو الربيع الثالث ، P_{10} هو المئين العاشر ، P_{90} هو المئين التسعون ، M هو الوسيط ، فإن :

(٤٥) المدى الربيعي لمجموعة القيم يساوي :

(أ) $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$ (ب) $\frac{1}{2}(P_{90} - P_{10})$ (ج) $(Q_3 - Q_1)$ (د) $(P_{90} - P_{10})$

(٤٦) المدى المئيني لمجموعة القيم يساوي :

(أ) $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$ (ب) $\frac{1}{2}(P_{90} - P_{10})$ (ج) $(Q_3 - Q_1)$ (د) $(P_{90} - P_{10})$

(٤٧) الانحراف الربيعي لمجموعة القيم يساوي :

(أ) $\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)$ (ب) $\frac{1}{2}(P_{90} - P_{10})$ (ج) $(Q_3 - Q_1)$ (د) $(P_{90} - P_{10})$

(٤٨) معامل الاختلاف الربيعي لمجموعة القيم يساوي :

(أ) $\frac{P_{90} - P_{10}}{2(Q_3 - Q_1)} \times 100$ (ب) $\frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})} \times 100$ (ج) $\frac{Q_3 + Q_1}{Q_3 - Q_1} \times 100$ (د) $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$

(٤٩) معامل الالتواء الربيعي لمجموعة القيم يساوي :

(أ) $\frac{Q_3 - 2M + Q_1}{Q_3 - Q_1}$ (ب) $\frac{P_{90} - 2M + P_{10}}{Q_3 - Q_1}$ (ج) $\frac{Q_3 - 2M + Q_1}{P_{90} - P_{10}}$ (د) $\frac{P_{90} - 2M + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$

(٥٠) معامل التفرطح المئيني لمجموعة القيم يساوي :

(أ) $\frac{Q_3 - Q_1}{P_{90} + P_{10}}$ (ب) $\frac{P_{90} - P_{10}}{Q_3 - Q_1}$ (ج) $\frac{Q_3 - Q_1}{2(P_{90} - P_{10})}$ (د) $\frac{Q_3 - Q_1}{P_{90} - P_{10}}$

---

(٥١) لمجموعة من القيم ، فإن القيمة الأكثر تكراراً (إن وُجدت) تُسمى :

(أ) الوسط الحسابي (ب) الوسيط (ج) المنوال (د) المدى

(٥٢) لمجموعة من البيانات الكمية المتصلة (فئات غير متساوية الطول) تكون الفئة المنوالية هي الفئة :

(أ) الأكبر طولاً (ب) الأكثر تكراراً (ج) الفئة الوسطى (د) الأكثر كثافة تكرار

(٥٣) أحد مقاييس النزعة المركزية الذي قد يمكن تحديده للبيانات النوعية :

(أ) الوسط الحسابي (ب) المنوال (ج) الوسيط (د) المدى

(٥٤) مقياس لا يتأثر بالقيم المتطرفة

(أ) الوسط الحسابي (ب) الانحراف المعياري (ج) المدى (د) الوسيط

(٥٦) مقياس لا يمكن حسابه للتوزيعات المفتوحة :

(أ) الوسيط (ب) المدى (ج) الربيع الأول (د) المنوال

ويمكن أن يُستبدل اختيار "المدى" في الاجابات بأي من : الوسط الحسابي وما يعتمد على الوسط [مثل الانحراف المتوسط – الانحراف المعياري – .....]

(٥٧) للمنحنيات التكرارية وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء يكون :

(أ) الوسط – الوسيط = ٣ × (الوسط – المنوال) (ب) الوسيط – المنوال = ٣ × (الوسيط – الوسط)

(ج) الوسط – المنوال = ٣ × (الوسط – الوسيط) (د) المنوال – الوسيط = ٣ × (المنوال – الوسط)

(٥٨) للمنحنيات التكرارية وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء يكون الانحراف المتوسط مساوياً (تقريباً) لـــ :

(أ) $\frac{4}{5}$ × الانحراف المعياري (ب) $\frac{3}{2}$ × الانحراف المعياري

(ج) $\frac{5}{4}$ × الانحراف المعياري (د) $\frac{2}{3}$ × الانحراف المعياري

(٥٩) للمنحنيات التكرارية وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء يكون الانحراف الربيعي مساوياً (تقريباً) لـــ :

(أ) $\frac{4}{5}$ × الانحراف المعياري (ب) $\frac{3}{2}$ × الانحراف المعياري

(ج) $\frac{5}{4}$ × الانحراف المعياري (د) $\frac{2}{3}$ × الانحراف المعياري

(٦٠) لتحديد **معامل بيرسون الأول للالتواء** يلزم معرفة

(أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال (د) الربيعات Q_1 , Q_3 (د) المئينات P_{10} , P_{90}

(٦١) لتحديد **معامل بيرسون الأول للالتواء** يلزم معرفة

(أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال (د) الربيعات Q_1 , Q_3 (د) المئينات P_{10} , P_{90}

(٦٢) لتحديد **معامل الالتواء الربيعي** يلزم معرفة

(أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال (د) الربيعات Q_1 , Q_3 (د) المئينات P_{10} , P_{90}

(٦٣) لتحديد **معامل اللاتواء المئيني** يلزم معرفة

(أ) الوسط والوسيط (ب) الوسط والمنوال (د) الربيعات Q_1 , Q_3 (د) المئينات P_{10} , P_{90}

المجموعة الثانية [مسائل حسابية]

خاص بالأسئلة من (٦٤) إلى (٦٦) : لمجموعة القيم 4 5 8 9 4 ،

(٦٤) الوسط الحسابي يساوي : (أ) 8 (ب) 5 (ج) 4 (د) 6

(٦٥) الوسيط يساوي : (أ) 8 (ب) 5 (ج) 4 (د) 6

(٦٦) المنوال يساوي : (أ) 8 (ب) 5 (ج) 4 (د) 6

خاص بالأسئلة من (٦٧) إلى (٦٩) : لمجموعة القيم 16 4 8 2 3 9 ،

(٦٧) الوسط الحسابي : (أ) 6 (ب) 8 (ج) 7 (د) غير موجود

(٦٨) الوسيط : (أ) 6 (ب) 8 (ج) 7 (د) غير موجود

(٦٩) المنوال : (أ) 6 (ب) 8 (ج) 7 (د) غير موجود

خاص بالأسئلة من (٧٠) إلى (٧٣) : مجموعة من القيم عددها 10 ولها البيانات التالية :

$$\sum x = 60 \quad , \quad \sum |d| = 22 \quad , \quad \sum d^2 = 76$$

حيث $\sum x$ هو مجموع القيم ، d هو الانحراف عن الوسط الحسابي للقيم ، $|d|$ هو القيمة المطلقة لهذا الانحراف ، إذن :

(٧٠) الوسط الحسابي للبيانات السابقة هو :

(أ) 2.2 (ب) 7.6 (ج) 6 (د) 2.76

(٧١) الانحراف المتوسط للبيانات السابقة هو :

(أ) 2.2 (ب) 7.6 (ج) 6 (د) 2.76

(٧٢) التباين للبيانات السابقة هو :

(أ) 2.2 (ب) 7.6 (ج) 6 (د) 2.76

(٧٣) الانحراف المعياري للبيانات السابقة هو :

(أ) 2.2 (ب) 7.6 (ج) 6 (د) 2.76

خاص بالأسئلة من (٧٤) إلى (٧٧) : في الجدول التكراري المبين [غير مهم البيانات المرصود لها .....] ، إذا كان d يمثل الانحراف [لكل قيمة x] عن الوسط الحسابي ، فإن :

x	f	fx	d	$\lvert d \rvert$	$f\lvert d \rvert$	d^2	fd^2
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
2	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 450$			$\sum f\lvert d \rvert = 185$		$\sum fd^2 = 475$

(٧٤) الوسط الحسابي للبيانات السابقة هو :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

(٧٥) الانحراف المتوسط للبيانات السابقة هو :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

(٧٦) التباين للبيانات السابقة هو :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

(٧٧) الانحراف المعياري للبيانات السابقة هو :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

---

(٧٨) إذا كان الوسط الحسابي لدرجات عدد من الطلاب هو 50 وانحرافها المعياري 5 ، فإن معامل الاختلاف للدرجات يكون :

(أ) 0.1 (ب) 10% (ج) 0.5 (د) 50%

(٧٩) الدرجة المعيارية للقيمة 13 في مجموعة من القيم وسطها الحسابي 10 وتباينها 4 هي :

(أ) 1.5 (ب) 0.67 (ج) 0.75 (د) 1.33

خاص بالأسئلة من (٨٠) إلى (٨٧) : الشكل المرافق يبين عدة توزيعات لمتغير متصل x :

التوزيع التكراري (١)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة الأولى	$0 \le x < 20$	4	20	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 60$	8	40	0.2
الفئة الثالثة	$60 \le x < 70$	2	10	0.2
الفئة الرابعة	$70 \le x < 75$	1	5	0.2

التوزيع التكراري (٢)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة الأولى	$0 \le x < 20$	4	20	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 30$	18	10	1.8
الفئة الثالثة	$30 \le x < 45$	18	15	1.2
الفئة الرابعة	$45 \le x < 55$	8	10	0.8

التوزيع التكراري (٣)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة الأولى	$0 \le x < 5$	4	5	0.8
الفئة الثانية	$5 \le x < 15$	16	10	1.6
الفئة الثالثة	$15 \le x < 20$	8	5	1.5
الفئة الرابعة	$20 \le x < 60$	20	40	0.5

التوزيع التكراري (٤)

	x	f
الفئة الأولى	$0 \le x < 10$	4
الفئة الثانية	$10 \le x < 20$	16
الفئة الثالثة	$20 \le x < 30$	8
الفئة الرابعة	$30 \le x < 40$	20

(٨٠) للتوزيع التكراري (١) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثانية والثالثة (د) غير موجودة

(٨١) للتوزيع التكراري (٢) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثانية والثالثة (د) غير موجودة

(٨٢) للتوزيع التكراري (٣) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثانية والثالثة (د) الرابعة

(٨٣) للتوزيع التكراري (٤) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثالثة (د) الرابعة

(٨٤) للتوزيع التكراري (١) ، المنوال هو (تقريباً) :

(أ) 10 (ب) 25 (ج) 25 , 37.5 (د) غير موجود

(٨٥) للتوزيع التكراري (٢) ، المنوال هو (تقريباً) :

(أ) 10 (ب) 40 (ج) 25 , 37.5 (د) غير موجود

(٨٦) للتوزيع التكراري (٣) ، المنوال هو (تقريباً) :

(أ) 5 (ب) 5 (ج) 25 , 37.5 (د) 40

(٨٧) للتوزيع التكراري (٤) ، المنوال هو (تقريباً) :

(أ) 5 (ب) 15 (ج) 25 (د) 35

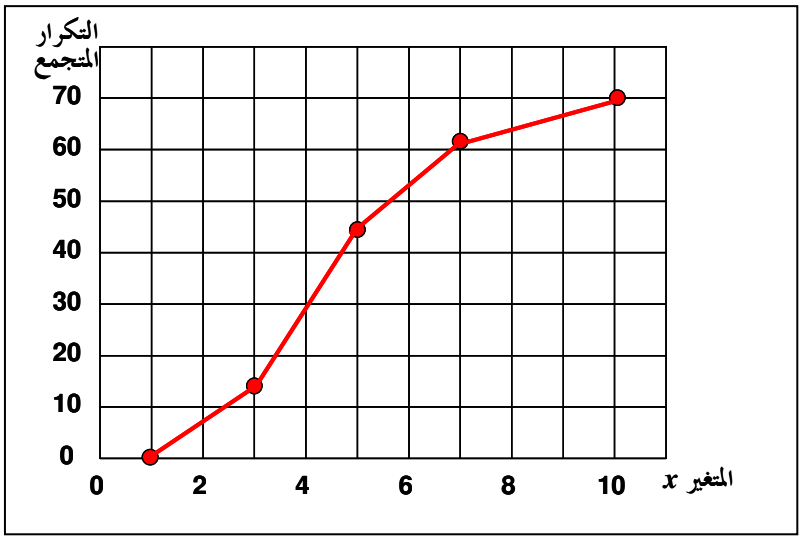
خاص بالأسئلة من (٨٨) إلى (٩٤) : الشكل المرافق يبين المضلع التكراري المتجمع الصاعد لمتغير متصل x :

(٨٨) مجموع التكرارات يساوي :

(أ) 5 (ب) 10 (ج) 35 (د) 70

(٨٩) الربيع الأول يقع بين :

(أ) 2 , 3 (ب) 3 , 4 (ج) 4 , 5 (د) 5 , 6



(٩٠) الربيع الثاني يقع بين :

(أ) 2 , 3 (ب) 3 , 4 (ج) 4 , 5 (د) 5 , 6

(٩١) الربيع الثالث يقع بين :

(أ) 2 , 3 (ب) 3 , 4 (ج) 4 , 5 (د) 5 , 6

(٩٢) المئين العاشر يقع بين :

(أ) 1 , 2 (ب) 4 , 5 (ج) 7 , 8 (د) 9 , 10

(٩٣) المئين الخمسون يقع بين :

(أ) 1 , 2 (ب) 4 , 5 (ج) 7 , 8 (د) 9 , 10

(٩٤) المئين التسعون يقع بين :

(أ) 1 , 2 (ب) 4 , 5 (ج) 7 , 8 (د) 9 , 10

الباب السادس [تحليل الارتباط]

المقصود بـــ "تحليل الارتباط" هو أنه لو كان لدينا مجموعتين من البيانات : الأولى تخص متغير x والأخرى تخص متغير آخر y ، ندرس هذه البيانات ونحدد الآتي :

(١) هل هناك علاقة بين هاتين المجموعتين من البيانات أم لا : فإذا كانت هناك علاقة نقول أن المتغيرين x , y مرتبطان وإلا فهما غير مرتبطين

(٢) مدى قوة هذه العلاقة [إن وُجدت] : هل هي قوية جداً أم قوية أم متوسطة أم ضعيفة أم ضعيفة جداً

(٣) نوع هذه العلاقة [إن وُجدت] : هل هي طردية أم عكسية [في العلاقة الطردية : كلما زادت قيمة x زادت أيضاً قيمة y ، وفي العلاقة العكسية : كلما زادت قيمة x نقصت قيمة y]

ويمكننا ذلك عن طريق "**شكل الانتشار**" أو **معامل ارتباط الرتب** r حيث :

$$r = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)}$$

[حيث D تمثل الفرق في الرتب بين قيم x , y]

والتي تنحصر قيمته بين 1+ , 1- ، فإذا كانت قيمته :

- **موجبة** ، دل ذلك على أن هناك ارتباط **طردي** بين المتغيرين x , y
- **سالبة** ، دل ذلك على أن هناك ارتباط **عكسي** بين المتغيرين x , y
- **صفراً** ، دل ذلك على أنه ليس هناك ارتباط بين المتغيرين x , y

أما قوة الارتباط فتحددها القيمة المطلقة لمعامل الارتباط طبقاً للجدول التالي :

القيمة المطلقة لمعامل الارتباط	قوة الارتباط
0	لا يوجد ارتباط
$0 < r \le 0.4$	ارتباط ضعيف
$0.4 < r \le 0.6$	ارتباط متوسط
$0.6 < r < 1$	ارتباط قوي
1	ارتباط تام
> 1	خطأ في الحسابات

وتذكر أن الإشارة الموجبة لمعامل الارتباط تعني أن الارتباط طردي ، والإشارة السالبة تعني أنه عكسي

تدريبات (٥)

اختر الإجابة الصحيحة

(١) إذا كانت D تمثل الفرق في الرتب [بين قيم x, y] ، n هو عدد أزواج القيم (x,y) ، فإن معامل ارتباط الرتب r بين x, y هو

(أ) $r = \frac{1-6\sum D^2}{n(n^2-1)}$ (ب) $r = 1-\frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)}$ (ج) $r = \frac{1-6\sum D^2}{n(n-1)}$ (د) $r = 1-\frac{6\sum D^2}{n(n-1)}$

(٢) إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين x, y يساوي 0.45 فهذا يعني أن x, y :

(أ) مرتبطان ارتباطاً عكسياً متوسطاً (ب) مرتبطان ارتباطاً طردياً قوياً
(ج) غير مرتبطين (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً متوسطاً

(٣) إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين x, y يساوي 0.84 فهذا يعني أن x, y :

(أ) مرتبطان ارتباطاً عكسياً متوسطاً (ب) مرتبطان ارتباطاً طردياً قوياً
(ج) غير مرتبطين (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً متوسطاً

(٤) إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين x, y يساوي 0.92- فهذا يعني أن x, y :

(أ) مرتبطان ارتباطاً عكسياً قوياً (ب) مرتبطان ارتباطاً طردياً قوياً
(ج) مرتبطان ارتباطاً عكسياً تاماً (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً متوسطاً

(٥) إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين x, y يساوي 0.22- فهذا يعني أن x, y :

(أ) مرتبطان ارتباطاً عكسياً قوياً (ب) مرتبطان ارتباطاً عكسياً متوسطاً
(ج) مرتبطان ارتباطاً عكسياً تاماً (د) مرتبطان ارتباطاً عكسياً ضعيفاً

(٦) إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين x, y يساوي 1- فهذا يعني أن x, y :

(أ) مرتبطان ارتباطاً عكسياً قوياً (ب) مرتبطان ارتباطاً عكسياً متوسطاً
(ج) مرتبطان ارتباطاً عكسياً تاماً (د) مرتبطان ارتباطاً عكسياً ضعيفاً

(٧) إذا كان معامل الارتباط r بين المتغيرين x, y يساوي 2- فهذا يعني أن :

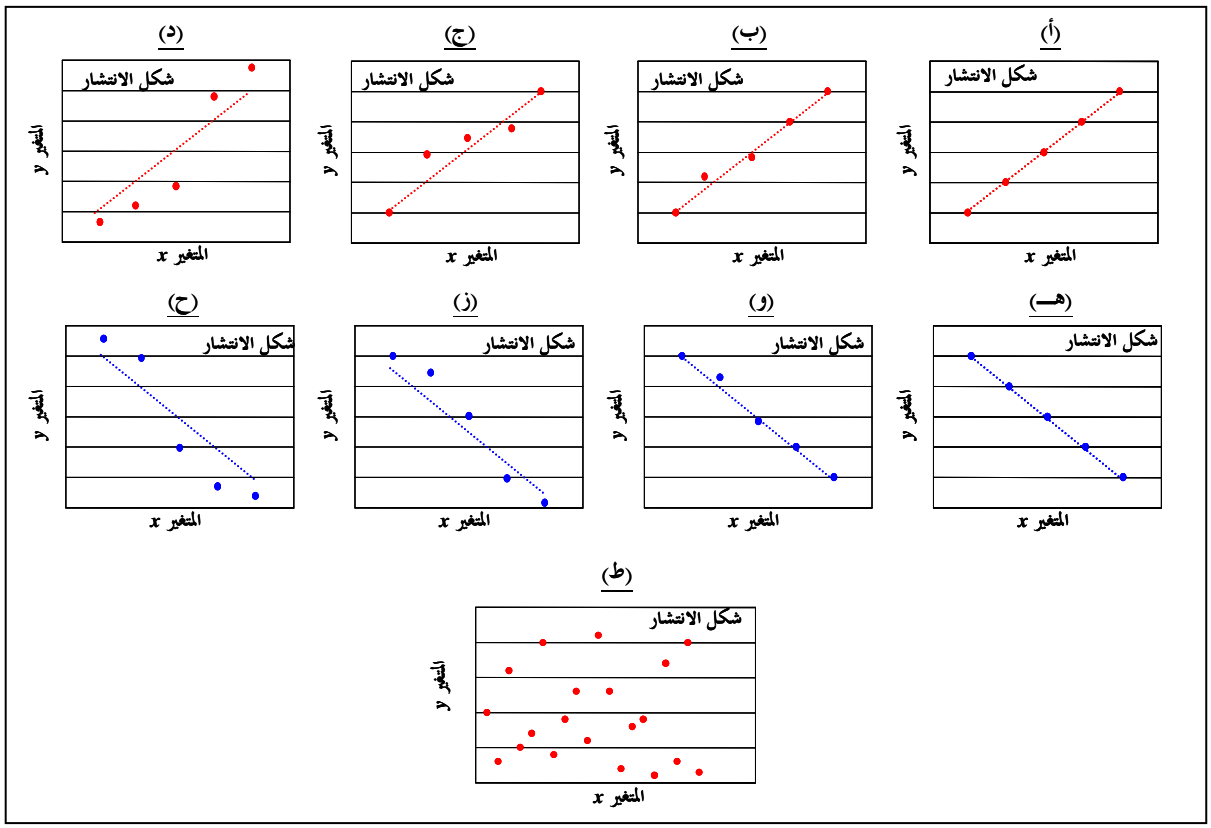
(أ) x, y مرتبطان ارتباطاً عكسياً قوياً (ب) x, y مرتبطان ارتباطاً طردياً قوياً
(ج) مرتبطان ارتباطاً عكسياً تاماً (د) هناك خطأ في الحسابات

(٨) في شكل (أ) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x, y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً (ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً قوياً
(ج) غير مرتبطين (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً تاماً

(٩) في شكل (ب) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x, y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً (ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً قوياً
(ج) غير مرتبطين (د) مرتبطان ارتباطاً طردياً تاماً



(١٠) في شكل (ج) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متوسطاً
(ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً قوياً
(ج) غير مرتبطين
(د) مرتبطان ارتباطاً طردياً متوسطاً

(١١) في شكل (د) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متوسطاً
(ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً ضعيفاً
(ج) غير مرتبطين
(د) مرتبطان ارتباطاً طردياً متوسطاً

(١٢) في شكل (هـ) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً
(ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً تاماً
(ج) غير مرتبطين
(د) مرتبطان عكسياً طردياً تاماً

(١٣) في شكل (و) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متوسطاً
(ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً
(ج) غير مرتبطين
(د) مرتبطان ارتباطاً عكسياً ضعيفاً

(١٤) في شكل (ز) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متوسطاً
(ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً
(ج) غير مرتبطين
(د) مرتبطان ارتباطاً عكسياً ضعيفاً

(١٥) في شكل (ح) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً متوسطاً (ب) مرتبطان عكسياً ارتباطاً قوياً

(ج) غير مرتبطين (د) مرتبطان ارتباطاً عكسياً ضعيفاً

(١٦) في شكل (ط) ، شكل الانتشار المعطى يوضح أن المتغيرين x , y :

(أ) مرتبطان عكسياً ارتباطاً ضعيفاً (ب) مرتبطان طردياً ارتباطاً ضعيفاً

(ج) غير مرتبطين (د) مرتبطان ارتباطاً عكسياً متوسطاً

بالتوفيق والنجاح بإذن الله

د. سعيد سيف الدين