المحاضرة العشرون
الفصل السادس: اختبار الفرضيات

اختبار الفرضيات لمتغيرين والفرق بينهما وسطين :-

نظرية (٣) : اذا اخذت عينة عشوائية حجمها n_1 من مجتمع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ واخذت عينة عشوائية اخرى حجمها n_2 من مجتمع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ بحيث كانت مستقلة عن الاولى، وكان σ_1^2، σ_2^2 معلومتين فان احصاء الاختبار للفرضية $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ هي :-

$$Z = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

تتبع التوزيع الطبيعي المعياري، حيث $\bar{x}$ ، $\bar{y}$ هما وسطا العينتين على التوالي.

(نلاحظ أن خطوات الاختبار في هذه الحالة هي نفس خطوات الاختبار التي تم عرضها في نظرية (١)).

خطوات الاختبار :-

1) $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

2) i) $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
ii) $H_1 : \mu_1 > \mu_2$
iii) $H_1 : \mu_1 < \mu_2$

٣) دالة الاختبار -

$$Z = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

٤) عند مستوى الدلالة α

٥) ارفض H_0 اذا كان:

i) $Z > Z_{1-\alpha/2}$

أو

$Z < Z_{\alpha/2}$.

ii) $Z > Z_{1-\alpha}$.

iii) $Z < Z_{\alpha}$.

مثال: أخذت عينتان عشوائيتان حجمهما 72، 27 على التوالي من مجتمعين $N(\mu_1, 144)$، $N(\mu_2, 81)$ فإذا كانت المتوسطات $\bar{x} = 73$، $\bar{y} = 69$. اختبر الفرضية $H_0: \mu_1 = \mu_2$ مقابل الفرضية $H_1: \mu_1 > \mu_2$ عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ ؟

الحل:

$$Z = \frac{73 - 69}{\sqrt{\frac{144}{72} + \frac{81}{27}}} = \frac{4}{2.236}$$

$$= 1.79$$

قيمة دالة الاختبار -

$$Z_{1-\alpha} = Z_{1-0.05}$$

$$= Z_{0.95}$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري، نجد أن

$$Z_{0.95} = 1.645$$

لكن

$$Z > Z_{0.95}$$

$$1.79 > 1.645$$

نرفض H_0 ونقبل H_1.

أختبار الفرضيات المتعلقة بالنسبة :-

إن اختبار الفرضيات المتعلقة بالنسبة يشبه اختبار الفرضيات المتعلقة بالوسط الحسابي لمجتمع حيث يتغير فقط طريقة إيجاد دالة الاختبار في هذه الحالة.

نظرية (4) : إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من توزيع ذات الحدين (مجتمع برنولي) $b:(1, P)$ حيث كان $\bar{P}$ هي نسبة النجاح في العينة فإن دالة الاختبار

$$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

يخضع لتوزيع ثنائي معياري بشرط أن تكون n كبيرة ($n \geq 30$) و

حيث P_0 : هي نسبة النجاح للمجتمع ، $\bar{P}$: هي نسبة النجاح للعينة .

أما خطوات الاختبار هي كالآتي :-

1) الفرضية الصفرية :- $H_0: P = P_0$

2) الفرضية البديلة :-

i) $H_1: P \neq P_0$

ii) $H_1: P > P_0$

iii) $H_1: P < P_0$

3) مستوى الدلالة α .

4) إحصاء الاختبار :-

$$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

5) نرفض H_0 إذا كان :-

i) $Z > Z_{1-\alpha/2}$

أو

$Z < Z_{\alpha/2}$

ii) $Z > Z_{1-\alpha}$

iii) $Z < Z_{\alpha}$.

مثال :- من المعلوم أن نسبة مستخدمي حزام الأمان في السيارات قبل تشريع الزام الاستعمال هي 0.8 . درست عينة عشوائية حجمها 200 سائق بعد صدور التشريع الإلزامي، فوجد أن 170 سائقا يستعملون الحزام. اختبر الفرضية ما اذا كان التشريع قد زاد نسبة المستخدمين لحزام الأمان عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.10$ ؟

الحل : أختبر

$H_0: P = 0.8$

مقابل

$H_1: P > 0.8$

عند مستوى الدلالة $\alpha = 0.10$ ؟

نلاحظ أن $\overline{P} = \frac{170}{200} = \frac{17}{20}$

$= 0.85$.

ثم نجد دالة الاختبار :-

$$Z = \frac{\overline{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}$$

$$= \frac{0.85 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(1-0.8)}{200}}} = 1.8$$

بما أن $Z > Z_{1-\alpha}$

$1.8 > Z_{0.90} \Rightarrow 1.8 > 1.28$

النتيجة :-
المشاهدة صحيحة
وعليه نرفض H_0
ونقبل H_1
أي القرار بأن السائقين
يستخدمون حزام الأمان بعد
التشريع زاد عن نسبة
السائقين الذين كانوا يستخدمونه سابقا