المحاضرة الثامنة عشر من
الاسبوع الحادي عشر
اختبار الفرضيات

- اختبار الفرضية المتعلقة بالوسط الحسابي :

نظرية (1) : اذا اخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي $N(\mu, \sigma^2)$ بحيث كان التباين (σ^2) معلوم، فان (احصاء الاختبار (دالة الاختبار) للفرضية البديلة $H_0: \mu = \mu_0$ هو $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ يخضع للتوزيع الطبيعي المعياري حيث $\bar{X}$ هو الوسط الحسابي للعينة، حيث تتم خطوات الاختبار على النحو الآتي :

1) اختبر الفرضية $H_0: \mu = \mu_0$

2) مقابل الفرضية البديلة

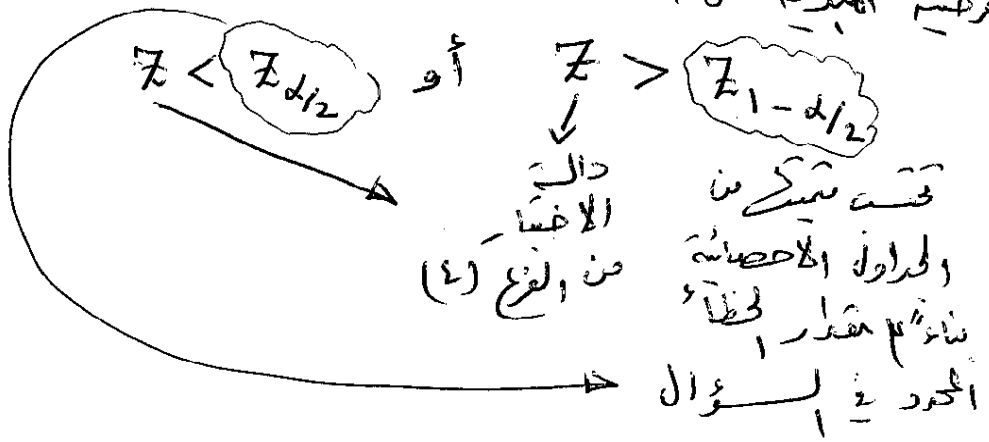
i) $H_1: \mu \neq \mu_0$
ii) $H_1: \mu > \mu_0$
iii) $H_1: \mu < \mu_0$

3) مستوى الدلالة α .

4) دالة الاختبار : تحت فرض ان H_0 صحيحة فان احصاء الاختبار هو $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$ يخضع لتوزيع طبيعي معياري .

٥) القيم الحرجة ومنطقة الرفض:

أ) ارفض الفرضية البديلة H_0 اذا كان



ii) ارفض H_0 اذا كان

$Z > Z_{1-\alpha}$ دالة الاختبار من رقم ٤ من الجداول الاحصائية

iii) ارفض H_0 اذا كان

$Z < Z_{\alpha}$ دالة الاختبار من رقم ٤ من الجداول الاحصائية

مثال:- تضخ ازان عبوات احد المساحيق لتوزيع طبيعي انحرافه المعياري 7 غم ومعدله M غم، على مستوى الدلالة $\alpha = 0.05$ اختبر الفرضية:-

$H_0: M = 50$ ضد

مقابل الفرضية البديلة

$H_1: M \neq 50$

اذا علمت ان الوسط الحسابي لعينة حجمها 12 علبة هو $\bar{X} = 56$ غم.

الحل :- أولاً يجب إيجاد قيمة دالة الاختبار

$$Z = \frac{\bar{X} - H_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{56 - 50}{7/\sqrt{12}} = 2.97$$

عملية المقارنة وتحديد المنطقة الحرجة :-

$Z_{1-\alpha/2}$ ، Z_{α} ؟؟

$Z_{1-\alpha} = Z_{1-0.05} = Z_{0.95}$ (يتم الاستفادة من هذه الحالة في الثالث)

$Z_{1-\alpha/2} = Z_{1-\frac{0.05}{2}} = Z_{0.975}$.

$Z_{\alpha/2} = Z_{0.025}$.

من جداول الإحصائية نجد أن :-

$Z_{0.975} = 1.96$ ، $Z_{0.025} = -1.96$

نرفض H_0 إذا كان :

$Z = 2.97 > Z_{0.975} = 1.96$

هذا صحيح

القرار : نرفض H_0 ونزعم H_1 .

نظرية (٢) (اختبار لفرضية متعلقة بالوسط الحسابي لمجتمع طبيعي تباينه غير معلوم وحجم العينة صغير)

إذا أخذت عينة عشوائية حجمها n من مجتمع طبيعي $N(M, \sigma^2)$ حيث كان التباين غير معلوم، فإن حالة الاختبار هي

$$T = \frac{\bar{X} - M_0}{S/\sqrt{n}}$$

تخضع لتوزيع t بدرجات حرية $n-1$. تتم خطوات الاختبار كالتالي:

١) $H_0 : M = M_0$.

٢) مقابل البديلة

i) $H_1 : M \neq M_0$

ii) $H_1 : M > M_0$

iii) $H_1 : M < M_0$

٣) مستوى الدلالة α .

٤) إحصاء الاختبار

$$T = \frac{\bar{X} - M_0}{S/\sqrt{n}}$$

اتخاذ القرار وشروطه الرفض :-

i) ارفض H_0 إذا كان $T > t[1-\alpha/2, n-1]$ أو $T < -t[1-\alpha/2, n-1]$

ii) ارفض H_0 إذا كان $T > t[1-\alpha, n-1]$.

(iii) ارفض H_0 اذا كان

$$T < -t[1-\alpha, n-1].$$

مثال :- اظهرت دراسة إحدى إدارات امتحانات اللغة الانجليزية الذي تقدمون له عند طلب الالتحاق بالجامعات الامريكية هو 410. بدأ المدرس باعطاء دورات تقوية للطلبة. اختبر فيما أن هذا العمل قد حسن اذا اعطت نتائج 14 طالباً وسطا حسابيا مقداره $\bar{X} = 418$ بانحراف معياري $S = 21$ ؟

(اعتبر مستوى الدلالة $\alpha = 1\%$).

وان نتائج الطلاب تخضع لتوزيع طبيعي.

الحل :- 1) $H_0 : M = 410$

2) $H_1 : M > 410$

3) $$T = \frac{\bar{X} - M_0}{S/\sqrt{n}}$$

$$= \frac{418 - 410}{21/\sqrt{14}} = 1.42$$

4) عملية المقارنة واتخاذ القرار :

$$T > t[1-\alpha, n-1]$$

$$1.42 > t[0.99, 13]$$

$$1.42 > 2.65$$

نلاحظ أن القيمة الحسابية غير صحيح (بمعنى أن القيمة الحسابية لم تقع في منطقة الرفض)

وبذلك فإننا ندعم H_0 ونرفض H_1 (لا نستطيع أن نستنتج أن الحصول على الطلبة قد تحسن بعد إعطاء الدورات)