المحاضرة الثامنة عشر من الاسبوع الحادي عشر

الفصل السادس: اختبار الفرضيات

Test of Hypothesis

مقدمة :-

تصادفنا العديد من المشاكل في حياتنا اليومية ويجب اخذ قرار ملائم بشأن تلك المشاكل، وبما أنّ اغلب الدراسات هي مستمدة من العينة المسحوبة من المجتمع، تعد عملية التقدير للعالم المختلفة لذلك المجتمع فإنه علينا ان نحصل المزيد من الثقة، لذا لابد من اتخاذ قرار حول صحة فرضية معينة أو عدم صحتها. ويسمى هذه الطريقة باختبار الفرضيات. ولاتخاذ القرار الاحصائي يجب النظر الى الفروض الاحصائية أولاً وبناءً عليه لابد من توضيح بعض المفاهيم المتعلقة بها كالآتي :-

* الفرضية الاحصائية :-

تعريف :- الفرضية الاحصائية هي كل عبارة عن إحدى معالم المجتمع أو عدة معالم تكون قابلة للاختبار وبالتالي تكون صحيحة او غير صحيحة تحتاج الى قرار. وبصورة عامة تتعلق الفرضيات الاحصائية بعبارة عن إحدى معالم المجتمع مثل الوسط الحسابي أو نسبة النجاح أو الشاي أو غيرها، أو عدة معالم مثل المقارنة بين معلمين أو اكثر.

في الحالة هناك نوعان من الفرضيات الإحصائية في المسألة الواحدة :

١- الفرضية الصفرية (الابتدائية) : هي الفرضية التي تنص على أنه لا يتخذ قرار بعدم صحتها ، وتطلق من الآن في اختبار أي فرضية نود اختبارها بالفرضية الصفرية ويتم التعبير عنها بالرمز H_0 .

٢- الفرضية البديلة : وهي الفرضية البديلة للفرضية الصفرية في حال عملية الرفض للفرضية الصفرية يتم قبول الفرضية البديلة ويرمز لها بالرمز H_1 .

مثال : يدعي أحد المصانع في شركة لمواصفات للمصابيح الكهربائية التي ينتجها أن معدل عمر المصابيح هو 500 ساعة للمصباح الواحد . أردت اختبار هذا الادعاء ، اكتب الفرضية الصفرية والفرضية البديلة ؟

الحل :- نفرض أن معدل عمر المصابيح التي ينتجها ذلك المصنع بالرمز M .

إذن تصبح الفرضية الصفرية على الصورة :-

$$H_0 : M = 500$$

أما الفرضية البديلة فتعتمد على الحالة المتوقعة التي نريد اجراء الاختبار من أجلها . فمثلاً إذا كنت تريد اختبار H_0 بغرض الشراء من ذلك المصنع فإننا نضع الفرضية البديلة على الشكل :-

$$H_1 : M > 500$$

(لاحظ أن الفرضية البديلة أخذت هذه الصورة لأن متوسط عمر المصباح الذي يساوي M ، لا يمكن أن يقل عن 500 ساعة)

* الأخطاء الناتجة عن عملية صياغة الفرضيات :-

كل قرار مبني على نتائج عينة ما يكون معرضاً للخطأ، فعند صياغة الفرضية فإن هناك احتمال القرار قد تقودنا الوقوع في نوعين من الأخطاء هما:

1- الخطأ من النوع الأول: حيث يحدث هذا النوع في حال تم رفض الفرضية الصفرية وهي في الواقع صحيحة، ويعبر عنه بالرمز α.

2- الخطأ من النوع الثاني: يحدث هذا النوع في حال عدم رفض الفرضية الصفرية وهي في الواقع خاطئة، ويعبر عن هذا الخطأ بالرمز β.

والجدول التالي توضح ذلك :-

	الحالة الحقيقية	
	H_0 صحيحة	H_1 صحيحة
عدم رفض H_0	قرار صائب	خطأ من النوع الثاني β
رفض H_0	خطأ من النوع الأول α	قرار صائب

وفي هذا الباب، سيتم التعامل مع النوع الأول فقط من الأخطاء (α) حيث سيتم تسميته بمستوى الدلالة .

* خطوات اختبار الفرضيات :-

الخطوة الأولى : تحديد توزيع المجتمع .
يجب أولاً معرفة فيما إذا كان المتغير العشوائي يتوزع توزيعاً طبيعياً ، أو يتبع توزيع أحد أو عدد من التوزيعات الأخرى حيث تعتبر هذه نقطة مهمة في عملية اتخاذ القرار السليم . وبما أن معظم التوزيعات تقترب من التوزيع الطبيعي وخاصة إذا كانت العينات كبيرة لذلك سنستند في اختبار الفرضيات على التوزيعات الطبيعية في الغالب .

الخطوة الثانية : صياغة الفرضيات .
يتم صياغة الفرضية الصفرية H_0 والمراد اختبارها والتي تتقدم تحديد بقية الحلة للحجم بحيث تكون في الشكل التالي :

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

حيث μ_0 تمثل قيمة معينة لهذا المتوسط .
أما الفرضية البديلة فتأتي في أحد الأشكال التالية :-

أ) $H_1 : \mu \neq \mu_0$
حيث يسمى هذا الاختبار بالاختبار ذو طرفين .

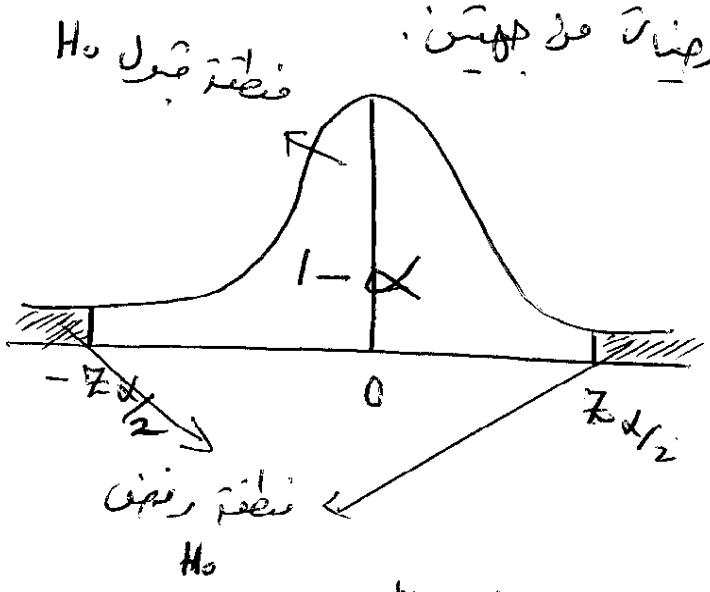
ب) $H_1 : \mu > \mu_0$
ويسمى اختبار من جهة اليمين .

ج) $H_1 : \mu < \mu_0$
ويسمى اختبار من جهة اليسار .

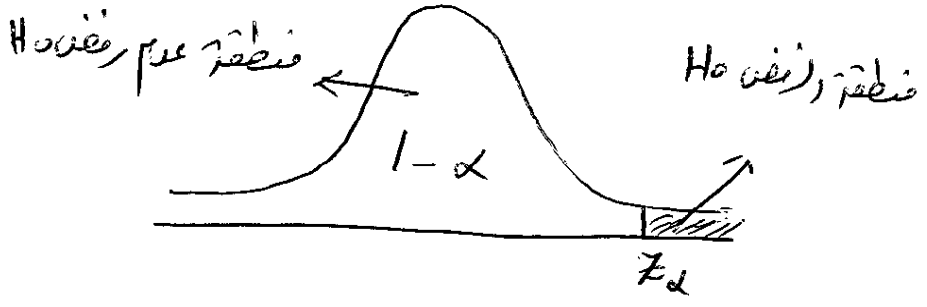
الخطوة الثالثة :- اختيار مستوى الدلالة α .

يتم من خلال هذه الخطوة تحديد قيمة α والتي سيتم من خلال تحديد منطقة القبول ومنطقة الرفض للحالات الثلاث التي تم ذكرها (الفرضية البديلة) والأشكال التالية توضح ذلك :-

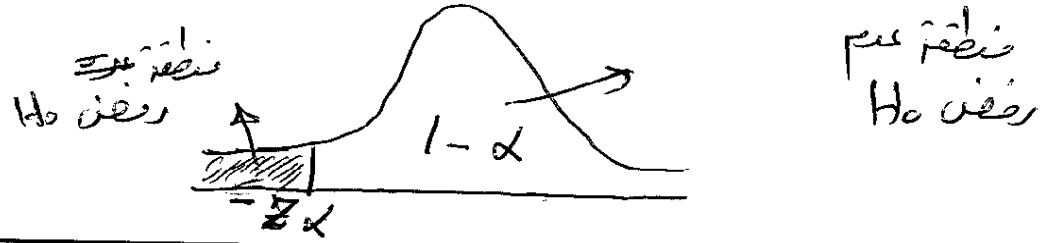
أولاً :- اختبار الفرضية من جهتين :



ثانياً :- اختبار الفرضية من الطرف الأيمن :-



ثالثاً :- اختبار الفرضية من الطرف الأيسر :-



الخطوة الرابعة :- احصاء الاختبار (دالة الاختبار) .

وهي الاحصاء المحسوب من العينة حيث يتم مقارنة هذا الاحصاء الذي تم حسابه من العينة مع القيمة الجدولية على مستوى دلالة α معين لتحديد منطقة القبول أو منطقة الرفض .

الخطوة الخامسة :- اتخاذ القرار .

وهي عملية رفض الفرضية الصفرية او قبولها بناءً على عملية مقارنة بين احصاء الاختبار مع منطقة الرفض ، فإذا وقعت دالة الاختبار في منطقة الرفض فإننا نرفض H_0 ونقبل H_1 أما في حال وقوع دالة الاختبار في منطقة القبول فإننا نقبل H_0 ونرفض H_1 .